

التوزيع الطبيعي

ملخص القوانين

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المستوى (٤)

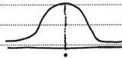
الوحدة (الإحصاء والاحتمالات)

عصام الشيخ

التخصص (الادبي والمعلمانية) (الدرس) (التوزيع الطبيعي) (ماجستير رياضيات)

قوانين

$$\begin{aligned} \text{١. } P(Z \geq z) & \text{ من الجدول} \\ \text{٢. } P(Z \leq -z) & = P(Z \geq z) \text{ من الجدول} \\ \text{٣. } P(Z \leq z) - 1 & = P(Z \geq z) \\ \text{٤. } P(Z \leq -z) & = P(Z \geq z) \\ P(Z \geq z) - 1 & = \\ & = P(Z \geq z) \\ P(Z \geq z) - P(Z \geq z) & = \end{aligned}$$



في التوزيع الطبيعي الوسط الحسابي
والوسط والمنوال = صفر .

التخصص (الادبي والمعلمية) (الدرس) (التوزيع الطبيعي) (ماجستير رياضيات)

<p>مثال</p> <p>إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع توزيعاً طبيعياً "وسطه الحسابي ٣.٥ كغ وانحرافه المعياري ٤.٥ سم ، إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة فما احتمال أن يكون وزنه أكبر من ٤.٥ سم ؟</p> <p>الحل:</p> $P(س \leq ٤)$ $P\left(ز \leq \frac{٣.٥ - ٤}{٤}\right)$	<p>ل (-١.٥ <= ز <= ١.٥)</p> $P(س \leq ٤) = P(ز \leq ١.٥) - P(ز \leq -١.٥)$ $= ٠.٧٢٥٧ - ٠.١٠٣٨$ $= ٠.٦٢١٩$
<p>مثال</p> <p>يتخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات لتوزيع طبيعي وسطه ١٠٥ وانحرافه المعياري ١٥ ، إذا تم اختيار أحد الطلبة عشوائياً :</p> <p>(١) ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم أقل من ١١٠ ؟</p> <p>(٢) ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم أكبر من ١١٠ ؟</p> <p>الحل:</p> $P(س > ١١٠)$ $P\left(ز > \frac{١٠٥ - ١١٠}{١٥}\right)$	<p>ل (٢ <= ز)</p> $P(س > ١١٠) = 1 - P(س \leq ١١٠)$ $= 1 - ٠.٩٧٧٢ = ٠.٠٢٢٨$
<p>مثال</p> <p>تتخذ أعمار ٣٠٠٠ شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ٥٢ سنة وانحراف معياري يساوي ١٠ سنوات إذا اختير شخص عشوائياً فما احتمال أن يكون ضمن تتراوح أعمارهم بين ٤٦ و ٥٨ سنة.</p> <p>الحل:</p> $P(٤٦ \leq س \leq ٥٨)$ $P\left(\frac{٥٢ - ٤٦}{١٠} \leq ز \leq \frac{٥٢ - ٥٨}{١٠}\right)$	<p>ل (٠ <= ز <= ١)</p> $P(٤٦ \leq س \leq ٥٨) = P(٠ \leq ز \leq ١) - P(١ \leq ز \leq ٢)$ $= ٠.٦٩١٥ - ٠.٠٥٤٠$ $= ٠.٦٣٧٥$

التخصص (الادبي والمعلومية) (الدرس (التوزيع الطبيعي (ماجستير رياضيات

مثال

إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس إحدى المدرستين
 ٥٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي وكان الوسط

الحسابي لأوزانهم ٥٥ كغ والانحراف المعياري
 ٦ كغ إذا اختير أحد الطلبة عشوائياً

(١) ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين
 تقل أوزانهم عن ٤٩ كغ .

(٢) ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين
 تزيد أوزانهم عن ٥٨ كغ .

(٣) ما عدد الطلبة الذين تنحصر أوزانهم
 بين ٥٢ كغ و ٦١ كغ .

الحل:

$$(١) \text{ لـ } (س \geq ٤٩)$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq \frac{٥٥ - ٤٩}{٦})$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq \frac{٦}{٦})$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq ١)$$

$$= \text{ لـ } (ز < ١)$$

$$= ١ - \text{ لـ } (ز \geq ١)$$

$$= ١ - ٠,٨٤١٣$$

$$= ٠,١٥٨٧$$

$$(٢) \text{ لـ } (س \leq ٥٨)$$

$$\text{ لـ } (ز \leq \frac{٥٥ - ٥٨}{٦})$$

$$\text{ لـ } (ز \leq \frac{٣}{٦})$$

$$\text{ لـ } (ز \leq ٠,٥)$$

$$١ - \text{ لـ } (ز \geq ٠,٥)$$

$$١ - ٠,٦٩١٥ = ٠,٣٠٨٥$$

$$(٣) \text{ لـ } (٥٢ \geq س \geq ٦١)$$

$$\text{ لـ } (٥٢ - ٥٥ \leq ز \leq ٦١ - ٥٥)$$

$$\text{ لـ } (\frac{٣}{٦} \geq ز \geq \frac{٦}{٦})$$

$$\text{ لـ } (٠,٥ \geq ز \geq ١)$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq ١) - \text{ لـ } (ز \geq ٠,٥)$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq ١) - \text{ لـ } (ز \leq ٠,٥)$$

$$= \text{ لـ } (ز \geq ١) - (١ - \text{ لـ } (ز \leq ٠,٥))$$

$$= ٠,٨٤١٣ - (١ - ٠,٦٩١٥)$$

$$= ٠,٨٤١٣ - ٠,٣٠٨٥$$

$$= ٠,٥٣٢٨$$

لكن عدد الطلبة = الاحتمال x العدد الكلي

$$= ٥٠٠ \times \frac{٥٣٢٨}{١٠٠٠}$$

$$= \frac{٢٦٦٤}{١٠}$$

$$= ٢٦٦,٤$$

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) (الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كانت رواتب المعلم ومعلمة تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حالي ٢٠ دينار شهرياً وانحراف معياري ١٠، فما عدد المعلمين والمعلمات الذي تنحصر رواتبهم بين ١٨٠ دينار و ٢١٠ دينار.

الحل:

$$P(180 \leq x \leq 210)$$

$$= P\left(\frac{180 - 20}{10} \leq z \leq \frac{210 - 20}{10}\right)$$

$$= P\left(-1.8 \leq z \leq 19\right)$$

$$= P(z \leq 19) - P(z \leq -1.8)$$

$$= P(z \leq 19) - (1 - P(z \leq 1.8))$$

$$= P(z \leq 19) - 1 + P(z \leq 1.8)$$

$$= (1 - P(z \leq -1.8)) - 1 + P(z \leq 1.8)$$

$$= (1 - 0.0359) - 1 + 0.9641$$

$$= 0.9282 - 1 + 0.9641$$

$$= 0.8923$$

العدد = الاحتمال \times العدد الكلي

$$= 0.8923 \times \frac{1180}{1} =$$

$$= 1052.114$$

مثال

تخضع عبوات إحدى المنتجات الزراعية لتوزيع طبيعي وسطه ٢٥ كغ وانحرافه المعياري ٣ كغ، إذا اخترت إحدى العبوات عشوائياً فما احتمال أن يزيد وزنها عن ٢٧ كغ (أ) ينحصر وزنها بين ٢٤ كغ و ٢٥ كغ (ب)

الحل:

$$(1) P(27 \leq x)$$

$$= P\left(z \geq \frac{27 - 25}{3}\right)$$

$$= P(z \geq 0.67)$$

$$= 1 - P(z \leq 0.67)$$

$$= 1 - 0.7486 = 0.2514$$

$$(2) P(24 \leq x \leq 25)$$

$$= P\left(\frac{24 - 25}{3} \leq z \leq \frac{25 - 25}{3}\right)$$

$$= P\left(-0.33 \leq z \leq 0\right)$$

$$= P(z \leq 0) - P(z \leq -0.33)$$

$$= 0.5 - 0.3770$$

$$= 0.1230$$

$$(3) P(25 \leq x) = P(z \geq 0) = 1 - P(z \leq 0)$$

$$= 1 - 0.5 = 0.5$$

$$= 0.5$$

$$= 0.5$$

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) - الدرس (التوزيع الطبيعي) - ماجستير رياضيات

$P(Z \geq 1.0) =$ $= 0.2420$ $P(Z \leq 0.5) =$ $P\left(\frac{70 - 50}{7} \leq Z\right)$ $P\left(Z \leq \frac{1}{7}\right)$ $P(Z \leq 0.1428) =$ $P(Z \geq 0.1428) = 0.4430$	<p>مثال</p> <p>إذا كانت أوزان سبائك ذهبية تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٥٠ غم وانحراف معياري ١٠ غم، إذا تم اختيار إحدى السبائك عشوائياً فما احتمال أن يقل وزنها عن ٤٤,٩ غم.</p> <p>الحل:</p> $P(Z \geq 0.1428) =$ $P\left(\frac{50 - 44.9}{10}\right)$
<p>مثال</p> <p>إذا كان X متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٦٠ والانحراف المعياري ٨، فجد</p> <p>(أ) $P(X \geq 76)$</p> <p>(ب) $P(X \leq 48)$</p> <p>الحل:</p> $P(X \geq 76) = P\left(Z \geq \frac{76 - 60}{8}\right) =$	$P(Z \geq 2) =$ $P(Z \leq -2) =$ $1 - P(Z \leq 2) =$ $1 - 0.9772 =$ 0.0228
$P(X \leq 48) = P\left(Z \leq \frac{48 - 60}{8}\right) =$ $P(Z \leq -1.5) =$ 0.0638	<p>مثال</p> <p>إذا كان X متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٦٥ والانحراف المعياري ٦، فجد</p> <p>(أ) $P(X \geq 78)$</p> <p>(ب) $P(X \leq 55)$</p> <p>الحل:</p> <p>(أ) $P(X \geq 78) =$</p> $P\left(\frac{70 - 78}{6} \geq Z\right)$ $P\left(Z \geq -\frac{8}{6}\right)$

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) - الدرس (التوزيع الطبيعي) - ماجستير رياضيات

مثال	(٦) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1)$
ليكن z متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً جد ما يلي باستخدام الجدول ($1 - (z \geq 1) - (z \geq 3)$
(١) $(z \geq 2.5)$	$1 - (z \geq 1) - (z \geq 3)$
(٢) $(z \leq 1)$	$1 - 0.8413 = 0.1587$
(٣) $(z \geq 2.5)$	$0.1587 - 0.0044 = 0.1543$
(٤) $(z \leq 1)$	
(٥) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5)$	
(٦) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1)$	
(٧) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1)$	
(٨) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5)$	
الحل:	
(١) $1 - (z \geq 2.5) = 0.9969$	
(٢) $1 - (z \geq 1) = 0.2420$	
(٣) $1 - (z \geq 2.5) = 0.9969$	
(٤) $1 - (z \geq 1) = 0.2420$	
(٥) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5) = 0.9969 - 0.0044 = 0.9925$	
(٦) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1) = 0.0044 - 0.0044 = 0$	
(٧) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1) = 0.0044 - 0.0044 = 0$	
(٨) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5) = 0.2420 - 0.0044 = 0.2376$	
(١) $1 - (z \geq 2.5) = 0.9969$	
(٢) $1 - (z \geq 1) = 0.2420$	
(٣) $1 - (z \geq 2.5) = 0.9969$	
(٤) $1 - (z \geq 1) = 0.2420$	
(٥) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5) = 0.9969 - 0.0044 = 0.9925$	
(٦) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1) = 0.0044 - 0.0044 = 0$	
(٧) $1 - (z \geq 3) - (z \geq 1) = 0.0044 - 0.0044 = 0$	
(٨) $1 - (z \geq 1) - (z \geq 2.5) = 0.2420 - 0.0044 = 0.2376$	

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي) (ماجستير رياضيات)

الحل:	مثال
$(1) \text{ ل } (z \leq 2) \text{ و } (1 - \text{ ل } (z \geq 2))$ $= 1 - 0.9772 = 0.0228$	إذا كان z صغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام (الجداول) $(1) \text{ ل } (z \geq 1.25)$ $(2) \text{ ل } (z < -1.5)$
$(2) \text{ ل } (z \geq 2)$ $(3) \text{ ل } (z \leq -2)$ $(4) \text{ ل } (z \leq 1.7) - \text{ ل } (z \geq 1.7)$ $(5) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $(6) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(3) \text{ ل } (z \geq 2) = 0.0228$ $(4) \text{ ل } (z \leq -1.5) = 0.0639$ $(5) \text{ ل } (z \geq 2) - \text{ ل } (z \leq -2)$ $= 0.0228 - 0.0228 = 0$ $(6) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(7) \text{ ل } (z \geq 1.9) - \text{ ل } (z \geq 1.5)$ $= 0.0287 - 0.0639 = 0.0352$	$(7) \text{ ل } (z \geq 1.9) - \text{ ل } (z \geq 1.5)$ $= 0.0287 - 0.0639 = 0.0352$
$(8) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z \geq 1.7)$ $= 0.9554 - 0.9554 = 0$	$(8) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z \geq 1.7)$ $= 0.9554 - 0.9554 = 0$
$(9) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(9) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(10) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(10) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$
$(11) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(11) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(12) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(12) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$
$(13) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(13) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(14) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(14) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$
$(15) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(15) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(16) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(16) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$
$(17) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(17) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(18) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(18) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$
$(19) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$	$(19) \text{ ل } (z \geq 1.7) - (1 - \text{ ل } (z \geq 1.7))$ $= 0.9554 - (1 - 0.9554) = 0.9108$
$(20) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$	$(20) \text{ ل } (z \geq 1.7) - \text{ ل } (z < 1.7)$ $= 0.9554 - 0.0446 = 0.9108$

المستوى (٤) الوحدة (الاحماء والاحتمالات) عصام الشيخ

التخصص (الأدبي والحلويات) (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

• إيجاد P في الحالات التالية
□ "الأقل":

ل ($Z \geq 1$) $= P = 0.8099$. حدد P ؟
في هذه الحالة نبحث عن 0.8099 . في
الجدول حيث $P = 0.8$ و 1 .

□ "الأكثر":

أولاً: ل ($Z \leq 1$) = عدد أكبر من 0 .
مثال

ل ($Z \leq 1$) $= P = 0.7487$. حدد P ؟
في هذه الحالة نبحث عن 0.7487 . في
الجدول فنجد القيمة 0.7 .
لكن $P = 0.7$.

ثانياً: ل ($Z < 1$) = عدد أقل من 0 .
مثال

ل ($Z < 1$) $= P = 0.3$.
في هذه الحالة نطرح 0.3 من 1
فيكون الناتج 0.7 . ونبحث عن
 0.7 . بالجدول (أو قيمة قريبة منها)
فتكون $P = 0.05$.

مثال

ليكن Z متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً.
استعمل الجدول لإيجاد قيمة P حيث
(أ) ل ($Z \geq 1$) $= P = 0.8099$.
(ب) ل ($Z < 1$) $= P = 0.3$.
الحل:
أ) $P = 0.8$ و 1 .

(ب) $1 - 0.3 = 0.7$.
 $P = 0.05$.

مثال

ليكن Z متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً.
استعمل الجدول لإيجاد قيمة P حيث
(أ) ل ($Z \geq 1$) $= P = 0.7$.
(ب) ل ($Z \leq 1$) $= P = 0.7487$.
الحل:
أ) $P = 0.44$.

(ب) 0.7487 . مرتبطة بالقيمة 0.7 .
 $P = 0.7$.

المستوى (٤) الوحدة (الإحصاء والاحتمالات) عصام الشبخ

التخصص (الادبي والعلوميّة) الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

مثال

إذا كانت علامات ١١٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي ٦٥ والانحراف المعياري ١٠ وكان عدد الناجحين ٧٥٨ فما علامة النجاح ؟

الحل:

$$\text{عدد الناجحين} = 758$$

$$\text{العدد الكلي} = 1100$$

$$\leftarrow \text{نسبة النجاح} = 758 / 1100$$

$$P(Z \leq p) = 758 / 1100$$

في الجدول ٧٥٨ . مرتبطة مع ٧ .

$$\leftarrow P = 7 -$$

لكن

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

$$7 - = \frac{70 - \mu}{10}$$

$$70 - \mu = 7 -$$

$$\mu = 70 - 7 =$$

$$\mu = 63 \text{ وهي علامة النجاح.}$$

مثال

إذا كان X متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٦٠ والانحراف المعياري ٥ فجد
(١) القيمة المعيارية المقابلة للقيمة ٦٨
(٢) قيمة X التي تعادل القيمة المعيارية ٢

الحل:

$$(1) Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

$$Z = \frac{68 - 60}{5} = \frac{8}{5} = 1.6$$

$$(2) Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma}$$

$$2 = \frac{70 - \mu}{5}$$

$$10 = 70 - \mu$$

$$\mu = 70 - 10 = 60$$

عصام الشيخ

الوحدة (الإحصاء والاحتمالات)

المستوى (٤)

ماجستير رياضيات

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي)

(٧ علامات)

٣٠٨ صفحة

الأسئلة الموزارة:

٣٠٨ مشوي (٦ علامات) تقدم ٥٠٠ طالب لامتحان ما . وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي ٧٠ وانحراف معياري ٥ . وكانت علامة النجاح ٦٠ . اختر أحد الطلبة عشوائياً .

(١) ما احتمال أن يكون الطالب من بين الناجحين .

(٢) ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان .

٣٠٨ مشوي (٦ علامات) اذا كانت أوزان طلبة احد المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً وسطه الحسابي ٤٠ كغ . اختر ٤٥ كغ وانحرافه المعياري ٤ كغ . اختر أحد الطلبة عشوائياً ، ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين ٤٣ كغ ، ٤٩ كغ .

ز	صفحة	٠.٥	١	١.٥	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
(ز)	٠.٥٠٠	٠.٦٩١٥	٠.٨٤١٣	٠.٩٢٣٢	٠.٩٧٧٤	٠.٩٩٣٨	٠.٩٩٧٤	٠.٩٩٩٠	٠.٩٩٩٥	٠.٩٩٩٧	٠.٩٩٩٩	١.٠٠٠٠

الحل:

الحل: $(٤٣ \leq z \leq ٤٩)$

$$(١) \quad (٦٠ \leq z)$$

$$(z \leq ٦٠ - ٧٠)$$

$$(z \leq \frac{-١٠}{٥})$$

$$(z \leq -٢)$$

$$(z \geq ٢)$$

$$\frac{٩٧٧٤}{١٠٠٠}$$

$$(٥) \quad \frac{٩٧٧٤ \times ٥٠٠}{١٠٠٠} = \text{العدد}$$

$$\frac{٩٧٧٤}{٢}$$

$$(z \geq \frac{٤٥ - ٤٣}{\frac{٤}{\sqrt{2}}})$$

$$(z \geq ٠.٥)$$

$$(z \geq ١) - (z \geq ٠.٥)$$

$$- (z \leq ٠.٥)$$

$$- (١ - (z \geq ٠.٥))$$

$$- (١ - \frac{٦٩١٥}{١٠٠٠})$$

$$\frac{٣٠٨٥}{١٠٠٠} - \frac{٨٤١٣}{١٠٠٠}$$

$$\frac{٥٣٢٨}{١٠٠٠} =$$

عصام الشبخ

الوحدة (الاحصاء والاحتمالات)

المستوى (٤)

ماجستير رياضيات

(الادبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي)

٣٠٩ شقوي (٥ علامات) ٣٠٩ صيفي (٧ علامات)
 اذا كانت اوزان الاطفال عند الولادة تتبع توزيع طبيعيًا وسطه الحسابي ٣.٢ كغ وانحرافه المعياري ٤.٤ كغ، اختير أحد الاطفال عشوائيًا عند الولادة ما احتمال أن يكون وزنه أكثر من ٤ كغ؟
 تقدم لامتحان عام ٥٠٠٠ طالب وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٤١ وانحراف معياري ٦. جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان علماً بأن علامة النجاح ٥٠.

ز	صفر	١٠٥	١	١٠٥	ز	صفر	١٠٥	١	١٠٥
(١٠٠)	١٥٠٠٠	٦٩١٥	٨٤١٣	١٩١٥	(١٠٠)	١٥٠٠٠	٦٩١٥	٨٤١٣	١٩١٥
٢٠	٣	١٠٥	١	٢٠	٢٠	٣	١٠٥	١	٢٠
٩٣٣٨	٩٧٧٢	٩٣٣٤	٩٣٣٨	٩٣٣٨	٩٣٣٨	٩٧٧٢	٩٣٣٤	٩٣٣٨	٩٣٣٨

الحل: $(3 \leq z) \downarrow$ $(z \leq 3)$ الحل: $(z \leq 3)$

$(z \leq \frac{3.2 - 4.4}{6}) \downarrow$ $(z \leq \frac{3.2 - 4.4}{6})$

$(z \leq \frac{-1.2}{6}) \downarrow$ $(z \leq \frac{-0.2}{6})$

$(z \leq -0.2) \downarrow$ $(z \leq -0.2)$

١ - $(z \geq -0.2) \downarrow$ $(z \geq -0.2)$

$1 - \frac{9334}{10000}$ $1 - \frac{9772}{10000}$

$\frac{666}{10000}$ $\frac{228}{10000} =$

العدد $\frac{666 \times 0.0001}{10000}$

$\frac{666}{10000} =$

المستوى (٤) الوحدة (الانصاء والاحتمالات) عصام الشikh

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

٣.١. صفي (٧ علامات)
 اذا كانت علامات طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي، وكان الوسط الحسابي للعلامات ٥٥. فالانحراف المعياري ١. وكان عدد الناجحين ٥٣٩٨ طالباً فما علامة النجاح؟

٠.٥	٠.٤	٠.٣	٠.٢	٠.١	ز
٠.٦٩١٥	٠.٦٥٥٤	٠.٦١٧٩	٠.٥٧٩٣	٠.٥٣٩٨	ل(ز)

٣.١. شتوي (٧ علامات)
 تقدم الامتحان الثانوية العامة في احدى السنوات ٣. طالب من طلبة أحد الفروع المهنية وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٥٧ وانحراف معياري ١٦. إذا علمت أنه لايسمح للطلاب الذي يحصله اقل من ٦٥ بتقديم طلبات للجامعات الحكومية، جد عدد طلبة ذلك الفرع الذين يحق لهم تقديم تلك الطلبات.

٠.٥	٠.٤	٠.٣	٠.٢	٠.١	ز
٠.٦٩١٥	٠.٦٥٥٤	٠.٦١٧٩	٠.٥٧٩٣	٠.٥٣٩٨	ل(ز)

الحل:

$$\text{عدد الناجحين} = 5398$$

$$\text{نسبة النجاح} = \frac{5398}{10000}$$

$$z = 1.0$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$\frac{00 - 5}{1} = \frac{1}{1}$$

$$00 - 5 = 1 \cdot 1$$

$$5 = 01$$

$$5 = 04$$

الحل: $J (z \leq 1.0)$

$$J (z \leq \frac{57 - 65}{16})$$

$$J (z \leq -0.5)$$

$$J (z \leq -0.5)$$

$$1 - J (z \geq 0.5)$$

$$1 - \frac{0.7910}{10000}$$

$$\frac{2100}{10000}$$

$$\text{العدد} = \frac{2100}{10000} \times 10000$$

$$= \frac{2100}{10000} \times 10000$$

عصام الشبخ

الوحدة (الاحتمالات)

المستوى (٤)

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي) (ماجستير رياضيات)

(٦ علامات)

٣.١١ صيفي

٥ علامات

٣.١١ شتوي

إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حاسي ٣.٥ كغ وانحراف معيارى ٥.٥ كغ. إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة، فما احتمال أن يكون وزنه أكبر من ٣ كغ؟

تتخذ أعمار شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حاسي ٥٢ سنة وانحراف معيارى ٨ سنوات ما عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن ٦٠ سنة؟

١	٠.٩	٠.٨	٠.٧	٠.٦	ز	١٣	١١	١٠	٠.٩	٠.٨	ز
٠.٨٤١٣	٠.٨١٥٩	٠.٧٨١١	٠.٧٥٨٠	٠.٧٣٥٧	ل(ز)	٠.٨٨٤٩	٠.٨٦٢٣	٠.٨٤١٣	٠.٨١٥٩	٠.٧٨٨١	ل(ز)

الحل:

الحل:

$$P(3 \leq z)$$

$$P(60 \leq x)$$

$$P\left(z \leq \frac{3.5 - 3}{5.5}\right)$$

$$P\left(z \leq \frac{52 - 60}{8}\right)$$

$$P\left(z \leq \frac{-0.5}{5.5}\right)$$

$$P\left(z \leq \frac{-1}{8}\right)$$

$$P(z \leq -1)$$

$$P(z \leq -1)$$

$$P(z \geq 1)$$

$$1 - P(z \leq 1)$$

$$\frac{0.8413}{1000} =$$

$$\frac{0.8413}{1000} - 1$$

$$\frac{0.1587}{1000}$$

$$1000 \times \frac{0.1587}{1000}$$

$$1587 =$$

عصام الشيخ

الوحدة (الاحصاء والاحتمالات)

المستوى (٤)

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

٣.١٣ مستوى

٣.١٣ صيفي

(٩ علامات)

إذا كان Z متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً وكان $P(Z \geq 7) = 0.7$ فإن قيمة $P(Z < -7)$ تساوي $P(Z < -7) = 0.3$ أو $P(Z > 7) = 0.7$ بين ٣٥ دينار شهرياً وانحراف معياري ١٠ دينار فماعد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٢٨٠ دينار و ٣٢٠ دينار

(٧ علامات)

٣.١٣ مستوى

٠.٣	١.٥	٣	٦.٥	٣	٣
٠.٥٧٩٣	٠.٩٢٣٢	٠.٩٧٧٢	٠.٩٩٣٨	٠.٩٩٨٧	١

إذا كانت أوزان طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٤٥ كغ وانحراف معياري ٤ كغ فماعد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن ٥٠ كغ.

الحل:
$$P(35 \leq Z \leq 40)$$

$$P\left(\frac{35-40}{4} \leq Z \leq \frac{40-40}{4}\right)$$

$$P\left(-\frac{5}{4} \leq Z \leq 0\right)$$

$$P(-1.25 \leq Z \leq 0)$$

$$P(Z \geq -1.25) - P(Z \geq 0)$$

$$P(Z \leq 1.25) - P(Z \geq 0)$$

$$P(Z \leq 1.25) - (1 - P(Z \leq 1.25))$$

$$P(Z \leq 1.25) - (1 - P(Z \leq 1.25))$$

$$\frac{9772}{10000} - \frac{9772}{10000}$$

$$\frac{9054}{10000} =$$

العدد = $1.07 \times \frac{9054}{10000} = 0.9693$

٠.٨	١.٥	١.٢٥	١.٣	٦.٥	٣
٠.٧٨٨١	٠.٩٢٥٧	٠.٨٩٤٤	٠.٨٩٩٦	٠.٩٩٣٨	١

الحل:

$$P(0 \leq Z)$$

$$P\left(\frac{45-50}{4} \leq Z \leq 0\right)$$

$$P\left(-\frac{5}{4} \leq Z \leq 0\right)$$

$$P(Z \leq 1.25)$$

$$1 - P(Z \geq 1.25)$$

$$1 - \frac{1944}{10000}$$

$$\frac{1.07}{10000}$$

العدد = $1.07 \times \frac{1944}{10000}$

المستوى (٤) الوحدة (الاحصاء والاحتمالات) عصام الشبخ

التخصص (الادبي والعلومائيه) الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

٣.١٣ شتوي (٦ علامات) تقدم ١١١ طالب لامتحان عام، وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٥٤ وانحراف معياري ٨. النجاح ٥٠.

٣.١٣ صيفي (٦ علامات) تتخذ أوزان ٣٠٠٠ شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٧٥ وانحراف معياري ٥. عن ٧٤

ز	٠	٠.٦	١.٦	٣	٣.٦
ل(ز)	٠.٥٠٠٠	٠.٧٢٥٧	٠.٩٤٥٣	٠.٩٧٧٤	٠.٩٩٥٣

الحل:

$$(٧٤ \geq z)$$

$$\left(z \geq \frac{٧٥ - ٧٤}{٥} \right)$$

$$(z \geq \frac{٢}{٥})$$

$$(z \geq ٠.٤)$$

$$(z \leq ٠.٦)$$

$$١ - ل(z \geq ٠.٦)$$

$$١ - \frac{٧٢٥٧}{٣٠٠٠}$$

$$\frac{٢٧٤٣}{٣٠٠٠}$$

$$\text{العدد} = \frac{٢٧٤٣}{٣٠٠٠} \times ٣٠٠٠$$

$$= ٢٧٤٣ \times ١$$

$$= ٢٧٤٣$$

الحل:

$$(٥. \leq z)$$

$$\left(z \leq \frac{٥٤ - ٥٠}{٨} \right)$$

$$(z \leq ٠.٥)$$

$$(z \geq ٠.٥)$$

$$\frac{٦٩١٥}{٣٠٠٠}$$

$$\text{العدد} = \frac{٦٩١٥}{٣٠٠٠} \times ٣٠٠٠$$

٣.١٣ صيفي

الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري هو

١ - صيفي ٠.٥

المستوى (٤) الوحدة (الاحصاء والاحتمالات) عصام الشبخ

التخصص (الادبي والحلومانية) الدرس (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

٣.١٤ مستوى (٧علامات) ٣.١٤ صيفي (٧علامات)
 إذا كانت علامات طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات ٦٥ والانحراف المعياري لها ١٠ وكان عدد الطلبة الناجحين ٥٧٩٣ فما علامة النجاح ؟
 إذا كانت علامات رواتب موظف تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لرواتبهم ٣٥٠ والانحراف المعياري لها ٢٥ دينار، فما عدد الموظفين الذين تتحضر رواتبهم بين ٣٢٥ دينار و ٤٠٠ دينار

ز	٠	١٠	٢٢	٣٠	٤٠	ز	٠	٥٠	١٠٠	١٥٠	٢٠٠
ل(ز>=٢)	٥٠٠٠٠	٥٢٩٨٠	٥٧٩٣	٦١٧٩	٦٥٥٤	ل(ز>=٢)	٥٠٠٠٠	٦٩١٥	٨٤١٣	٩٢٣٢	٩٧٧٤

الحل:
 عدد الناجحين ٥٧٩٣
 نسبة النجاح = $\frac{٥٧٩٣}{١٠٠٠}$
 $ز = ٠.٥٧٩٣$
 $\frac{٦٥ - ٧}{١} = \frac{ز - ٦٥}{١}$
 $٦٥ - ٧ = ز - ٦٥$
 $٦٨ = ز$
 $٧ = ٦٠$
 الحد ل($٣٢٥ \geq ٧ \geq ٤٠٠$)
 $ل(\frac{٣٥٠ - ٤٠٠}{٢٥} \geq ٧ \geq \frac{٣٥٠ - ٢٥٠}{٢٥})$
 $ل(\frac{٥٠}{٢٥} \geq ٧ \geq \frac{١٠٠}{٢٥})$
 $ل(٢ \geq ٧ \geq ٤)$
 $ل(٢ \geq ٧) - ل(٤ \geq ٧)$
 $ل(٢ \geq ٧) - ل(٤ \geq ٧)$
 $ل(١ \leq ٢) - ل(١ \leq ٤)$
 $ل(١ \leq ٢) - ل(١ \leq ٤)$
 $(\frac{١٥٨٧}{١٠٠٠} - ١) - (\frac{٩٧٧٤}{١٠٠٠} - ١)$
 $\frac{١٥٨٧}{١٠٠٠} - \frac{٩٧٧٤}{١٠٠٠}$
 $\frac{٦١٠}{١٠٠٠} =$
 العدد $\frac{٦١٠}{١٠٠٠} \times ١٠٠٠$

المستوى (٤) الوحدة (الاحصاء والاحتمالات) عصام الشيخ

التخصص (الادبي) (الدرس) (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات والمعلوماتية

٣.١٥ شتوي (٧ علامات) ٣.١٥ صيفي (٧ علامات)
تقدم ١٥٠٠ طالبا لامتحان ما، وكانت نتائجهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لعلاماتهم ٦٥ والانحراف المعياري ٥ وعلامة النجاح ٦٠. جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان.
يخضع معامل الزكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات وعددهم (٦٠٠٠) طالبا لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي ١٠٨ وانحرافه المعياري ١٠. فما عدد الطلبة الذين يتحصرون معامل ذكائهم بين ١٠٣ و ١١٨ ؟

ز	٠	١٠٥	١	١٥٠	٢
ل(ز) (٢٢٦)	٥٠٠٠	٦٩١٥	٨٤١٣	٩٢٣٢	٩٧٧٢

حل:

$$ل(٧ \leq z) ↓$$

$$ل(z \leq \frac{70-60}{5}) ↓$$

$$ل(z \leq -1) ↓$$

$$ل(z \geq 1) ↓$$

$$\frac{8413}{1000}$$

$$\text{العدد} = \frac{8413}{1000} \times 10000$$

$$\text{الحل: ل}(103 < z < 118) ↓$$

$$ل(1.2 - 1.8 \leq z \leq 1.8 - 1.8) ↓$$

$$ل(\frac{0}{10} \leq z \leq \frac{10}{10}) ↓$$

$$ل(0 \leq z \leq 1) ↓$$

$$ل(z \geq 1) - ل(z \geq 2) ↓$$

$$ل(z \geq 1) - ل(z \leq 2) ↓$$

$$ل(z \geq 1) - (1 - ل(z \leq 2)) ↓$$

$$ل(z \leq 1) - (1 - ل(z \leq 2)) ↓$$

$$\frac{2080}{1000} - \frac{8413}{1000}$$

$$\frac{0328}{1000}$$

$$\text{العدد} = \frac{0328}{1000} \times 10000$$

التخصص (الأدي) الوحدة (٣) (الامضاء والاحتقالات) عصام الشيخ
 المستوى (٤) الدرس (٥) (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

٣.١٦ مستوى (٧ علامات) إذا كانت عملة... طالباً اتخذ شكل
 ٣.١٦ صيفي (٧ علامات) تنبع أوزان (٣٠٠٠) صندوق تفاح
 عند التعبئة توزيعاً طبيعياً وسطه
 الحسابي ٦ كغ وانحرافه المعياري
 ١.٥ وكان عبد الطيبه الساجين ٦١٧٩
 طالباً فجد علامة النجاح.
 وزنها عن ٥.٧ كغ

٧٥	١	٠.٥	٠.٣	٠	ز	٤	٠.٣	٠.٣	٠.١	٠	ز
٥٠٠٠	١٣٧٥٠	٥٦٩٥٠	٦١٧٩	٥٠٠٠	للز	٦٥٥٤	٦١٧٩	٥٧٩٣	٥٢٩٨	٥٠٠٠	للز

شكل:

عدد النجاح = ٦١٧٩

نسبة النجاح = $\frac{6179}{1000}$

ز = ٠.٣

$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}$

$\frac{0.1 - 0.3}{\frac{1}{1000}} = \frac{z}{1}$

$0.1 - 0.3 = z$

$z = -0.2$

الحد: $z = \frac{x - 6}{0.3}$

$z \geq \frac{x - 6}{0.3}$

$(z \geq 1)$

$(z \leq 1)$

$1 - (z \geq 1)$

$\frac{1 - 0.0044}{1000}$

$\frac{0.9956}{1000}$

العدد = $\frac{0.9956}{1000} \times 10000$

$\frac{0.9956}{1000} =$

التخصص (الادبي) (الوحدة ٢) (الاحصاء والاحتمالات) عصام الشيخ

المستوى (٤) (الدرس ٥) (التوزيع الطبيعي) ماجستير رياضيات

(٧ علامات)

٢٠١٧ صيفي

(٨ علامات)

٢٠١٧ - ٢٠١٧

إذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط صاري و انحراف المعياري ١٠٠ وكان عدد الناجحين ٦٩١٥ طالب = فما علامة النجاح ؟

إذا كانت أوزان طالب تتبع توزيعاً طبيعياً و وسطه الحسابي ٤٨ كغ وانحرافه المعياري ٣ كغ ما عدد الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين ٤٢ كغ و ٥٨ كغ

٠.٥	٠.٤	٠.٣	٠.٢	٠.١	ز
٠.٦٩١٥	٠.٦٥٥٤	٠.٦١٧٩	٠.٥٧٩٢	٠.٥٤١٦	٠.٥٠٣٩

٢	١.٥	١	٠.٥	٠	ز
٠.٩٧٧٢	٠.٩٢٣٣	٠.٨٤١٣	٠.٦٩١٥	٠.٥٠٣٩	٠.٤٠٦٠

الحل: ل (٤٢ ≤ z ≤ ٥١)

$$\left(\frac{٤٨ - ٥١}{٣} \leq z \leq \frac{٤٨ - ٤٢}{٣} \right)$$

$$\left(-\frac{٣}{٣} \leq z \leq \frac{٦}{٣} \right)$$

$$\left(-١ \leq z \leq ٢ \right)$$

$$\left(z \geq -١ \right) - \left(z \geq ٢ \right)$$

$$\left(z \geq -١ \right) - \left(z \leq ٢ \right)$$

$$\left(z \geq -١ \right) - \left(z \leq ٢ \right)$$

$$\left(\frac{٩٧٧٢}{١٠٠٠} - ١ \right) - \frac{٨٤١٣}{١٠٠٠}$$

$$\frac{٩٢٨}{١٠٠٠} - \frac{٨٤١٣}{١٠٠٠}$$

$$\frac{٨١٨٠}{١٠٠٠}$$

$$\frac{٨١٨٠}{١٠٠٠} \times ١٠٠٠ = \text{العدد}$$

$$٨١٨٠ =$$

عدد الناجحين ٦٩١٥

$$\text{نسبة النجاح} = \frac{٦٩١٥}{١٠٠٠}$$

$$z = \frac{١}{٣}$$

$$z = \frac{٥ - ٥}{٣}$$

$$\frac{٥ - ٥}{٣} = \frac{١}{٣}$$

$$٥ - ٥ = ١ - ٠$$

$$٥ - ٥ = ١ - ٠$$

$$٥ - ٥ = ١ - ٠$$

$$٥ = ٥$$

٣.١٨ مستوى قريب
إذا كانت أطوال الطلبة في إحدى المدارس
تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه الحسابي
١٥٥ سم وانحرافه المعياري ١٠. انحراف
الطلب عن وسطياً ما احتمال أنه يكون
طوله ١٥٠ سم على الأقل

٨ علامات
إذا كانت أوزان طالب تتخذ
شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي
٥٠ كغ وانحراف معياري ٦ فما عدد
الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين
٤٧ كغ و ٥٦ كغ ؟

٥٠	٥٣	٥٥	٥٣	٥١	ز	٢	٦٥	١	٥٠	٠	ز
٠.٦٩١٥	٠.٥٧٩٣	٠.٥١٩٩	٠.٥٠٨٠	٠.٥٠٤٠	$P(Z \geq z)$	٠.٩٧٧٤	٠.٩٣٢٤	٠.٨٤١٣	٠.٦٩١٥	٠.٥	$P(Z > z)$

$$P(Z \leq 10) = ?$$

$$P(Z \leq 10 - 150) = ?$$

$$P(Z \leq -\frac{50}{10}) = ?$$

$$P(Z \leq -5) = ?$$

$$P(Z \geq 5) = ?$$

$$\frac{7910}{1000}$$

$$P(47 \leq X \leq 56) = ?$$

$$P(\frac{47-50}{6} \leq Z \leq \frac{56-50}{6}) = ?$$

$$P(-\frac{3}{6} \leq Z \leq \frac{6}{6}) = ?$$

$$P(-0.5 \leq Z \leq 1) = ?$$

$$P(Z \leq 1) - P(Z \leq -0.5) = ?$$

$$P(Z \leq 1) - P(Z \leq -0.5) = ?$$

$$P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 0.5)) = ?$$

$$P(Z \leq 1) - (1 - P(Z \leq 0.5)) = ?$$

$$\frac{0.80 - 0.8413}{1000}$$

$$\frac{0.0587}{1000}$$

$$0.0587 \times 1000 = 58.7$$

$$= 59$$