مثال

ما العددان الموجبان اللذان مجموعهما ٢٠ ومجموع مربعيهما أقل ما يمكن ؟

الحل:

العدد الاول : س ، العدد الثاني : ص

$س + ص = ٢٠ \Leftarrow ص = ٢٠ - س$

$م = س^٢ + ص^٢$

$\Leftarrow م = س^٢ + (٢٠ - س)^٢$

$م = س^٢ + ٤٠٠ - ٤٠س + س^٢$

$\Leftarrow م = ٢س^٢ - ٤٠س + ٤٠٠$

$م' = ٤س - ٤٠$

$٠ = ٤س - ٤٠$

$٤٠ = ٤س$

$\Leftarrow س = ١٠$

$م'' = ٤$

$\Leftarrow$ عندما $س = ١٠$ يكون م أقل ما يمكن

الآن

$ص = ٢٠ - ١٠$

$= ١٠$

مثال

ما العددان الموجبان اللذان مجموعهما ٦٤ وحاصل ضربهما أكبر ما يمكن

الحل:

العدد الاول س ، العدد الثاني ص

$س + ص = ٦٤ \quad ①$

$\Leftarrow ص = ٦٤ - س$

$ل = س \times ص \quad ②$

$ل = س(٦٤ - س)$

$ل = ٦٤س - س^٢$

$ل' = ٦٤ - ٢س$

$٠ = ٦٤ - ٢س$

$٢س = ٦٤$

$\Leftarrow س = ٣٢$

$ل'' = -٢$

$ل''(٣٢) = -٢$

$\Leftarrow$ عندما $س = ٣٢$ يكون ل اكبر ما يمكن

$ص = ٦٤ - ٣٢$

$= ٣٢$

مثال

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ٦٠ وحاصل ضرب أحدهما في مربع الآخر أكبر ما يمكن؟

الحل:

العدد الاول س ، العدد الثاني = ص

$س + ص = ٦٠ \quad ①$

$\Leftarrow ص = ٦٠ - س$

لـ = س ع × ص ـــــ ①

لـ = س ع (٦٠ - س)

لـ = ٦٠ س ع - س ٣ ع

لـ' = ١٢٠ س ع - ٣ س ٢ ع

٠ = ١٢٠ س ع - ٣ س ٢ ع

٠ = ٤٠ س ع - س ٢ ع

٠ = س ع (٤٠ - س)

س = صفر أو س = ٤٠

مرفوض

لـ'' = ١٢٠ - ٦ س

لـ''(٤٠) = ١٢٠ - ٢٤٠ = - ١٢٠

عندما س = ٤٠ يكون لـ أكبر ما يمكن

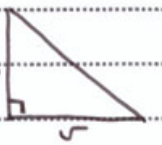
ص = ٦٠ - ٤٠

= ٢٠

مثال

إذا كان مجموع ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٤٠ سم فجد أكبر مساحة ممكنة للمثلث

الحل:



س + ص = ٤٠ ـــ ①

⇐ ص = ٤٠ - س

م = س × ص / ٢

م = س (٤٠ - س) / ٢

م = ٢٠ س - ½ س ٢

م' = ٢٠ - س

٠ = ٢٠ - س

س = ٢٠

م'' = - ١

م''(٢٠) = - ١ ⇐

عندما س = ٢٠ يكون م أكبر ما يمكن

⇐ م = ٢٠ × ٢٠ - ½ (٢٠)٢

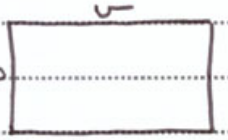
= ٤٠٠ - ½ × ٤٠٠

= ٤٠٠ - ٢٠٠ = ٢٠٠ سم٢

مثال

أراد إبراهيم أن يفتح نافذة مستطيلة في جدار إحدى غرف منزله بحيث يكون محيط النافذة ٦ م جد بعدي النافذة اللذين يسمحان بأكبر كمية ممكنة من الضوء بدخول الغرفة.

الحل:



٢ س + ٢ ص = ٦ ـــ ①

س + ص = ٣

⇐ ص = ٣ - س

م = س × ص

م = س (٣ - س)

$م = ٣ س - س^٢$

$م' = ٣ - ٢ س$

$٠ = ٣ - ٢ س$

$٢ س = ٣$

$س = \frac{٣}{٢}$ م

$م'' = -٢$

$م''(\frac{٣}{٢}) = -٢ \Leftarrow$

عندما $س = \frac{٣}{٢}$ يكون م اكبر ما يمكن

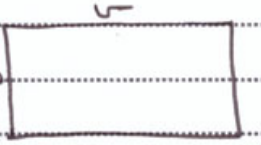
$ص = ٣ - س$

$ص = ٣ - \frac{٣}{٢} \Leftarrow ص = \frac{٣}{٢}$ م

مثال

قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها ٦٠٠ م ما بعدا قطعة الأرض اللذان يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن ؟

الحل:



$٢ س + ٢ ص = ٦٠٠$ ... (١)

$س + ص = ٣٠٠$

$ص = ٣٠٠ - س$

$م = س \times ص$

$م = س (٣٠٠ - س)$

$م = ٣٠٠ س - س^٢$

$م' = ٣٠٠ - ٢ س$

$٠ = ٣٠٠ - ٢ س$

$٢ س = ٣٠٠$

$س = ١٥٠$

$م'' = -٢$

$م''(١٥٠) = -٢ \Leftarrow$

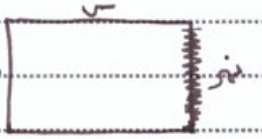
عندما $س = ١٥٠$ يكون م اكبر ما يمكن

$ص = ٣٠٠ - ١٥٠ = ١٥٠$

مثال

يملك مزارع قطعة أرض تقع على ضفة نهر مستقيم فإذا اشترى المزارع ٣٠٠ متر من الأسلاك الشائكة فما أبعاد أكبر حد مستطيل من قطعة الارض يمكن تسييجه بها من دون تسييج البعد الواقع على ضفة النهر ؟

الحل:



$س + ص = ٣٠٠$ ... (١)

$ص = ٣٠٠ - ٢ س$

$م = س \times ص$ ... (٢)

$م = س (٣٠٠ - ٢ س)$

$م = ٣٠٠ س - ٢ س^٢$

م' = ٣٠٠ - ٤ س

٠ = ٣٠٠ - ٤ س

٤ س = ٣٠٠

س = ٧٥

م'' = - ٤

م''(٧٥) = - ٤

∴ عندما س = ٧٥ يكون م اكبر ما يمكن

ص = ٣٠ س - ٢ س

= ٣٠ × ١٥٠ = ١٥٠

مثال

صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ومجموع أبعاده الثلاثه ١٢٠ سم جد ابعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن ؟

الحل:

الطول = س

العرض = س

الارتفاع = ص

س + س + ص = ١٢٠ ... ①

٢ س + ص = ١٢٠

ص = ١٢٠ - ٢ س

ح = س × س × ص

ح = س (١٢٠ - ٢ س)

ح = ١٢٠ س - ٢ س^٣

ح' = ٢٤٠ س - ٦ س^٢

٠ = ٢٤٠ س - ٦ س^٢

٠ = ٦ س (٤٠ - س)

س = صفر أو س = ٤٠

مرفوض

ح'' = ٢٤٠ - ١٢ س

ح''(٤٠) = ٢٤٠ - ١٢ × ٤٠

= ٢٤٠ - ٤٨٠ = - ٢٤٠

∴ عندما س = ٤٠ يكون ح اكبر ما يمكن

الطول = ٤٠

العرض = ٤٠

ص = ١٢٠ - ٢ س

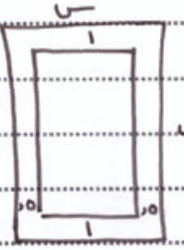
ص = ١٢٠ - ٨٠ = ٤٠

الارتفاع = ٤٠

مثال

صحيفة ورقية مستطيلة الشكل مساحتها ٥٠٠ سم^٢ يراد طباعة اعلان عليها اذا كان عرض كل هامش في راسي الورقه واسفلها ٤ سم ومن كل جانب ٥ سم جد بعدي الورقه اللذين يجعلان المساحة المطبوعة اكبر ما يمكن

الحل:



$س \times ص = ٥٠$ ..... ①

$\Leftarrow ص = \frac{٥٠}{س}$

$م = (س - ١)(ص - ٢)$

$م = (س - ١)(\frac{٥٠}{س} - ٢)$

$م = ٥٠ - ٢س - \frac{٥٠}{س} + ٢$

$م = -٢س - \frac{٥٠}{س} + ٥٢$

$م' = -٢ - \frac{-٥٠ \times ١}{س^{٢}}$

$٠ = -٢ + \frac{٥٠}{س^{٢}}$

$٢ = \frac{٥٠}{س^{٢}}$

$س^{٢} = ٥٠ \Leftarrow س^{٢} = ٢٥$

$س = ٥ ، س = -٥$ مرفوض

$م'' = \frac{-٥٠ \times ٢س}{س^{٤}}$

$م''(٥) = \frac{-١٠٠ \times ٥}{٦٢٥} < صفر$

$\Leftarrow$ عندما $س = ٥$ تكون م اكبر ما يمكن

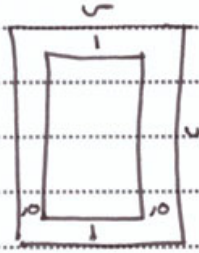
$ص = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$

$\Leftarrow$ الأبعاد ١٠ ، ٥

مثال

صحيفة ورقية مستطيلة الشكل مساحتها ٣٢ سم^{٢} يراد طباعة اعلان عليها اذا كان عرض كل هامش في يسار الورقه واسفلها ١ سم وفي كل جانب ٥ ، ٠ سم جد بعدي الورقة اللذين يجعلان المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن.

الحل:



$س \times ص = ٣٢$ ..... ①

$ص = \frac{٣٢}{س}$

$م = (س - ١)(ص - ٢)$

$= (س - ١)(\frac{٣٢}{س} - ٢)$

$م = ٣٢ - ٢س - \frac{٣٢}{س} + ٢$

$م = -٢س - \frac{٣٢}{س} + ٣٤$

$م' = -٢ + \frac{١ \times ٣٢}{س^{٢}}$

$٠ = -٢ + \frac{٣٢}{س^{٢}}$

$٢ = \frac{٣٢}{س^{٢}} \Leftarrow س^{٢} = ١٦$

$س = ٤ ، س = -٤$ ×

$م' = \frac{-٣٢ \times ٢ س}{س^٤} = \frac{-٦٤}{س^٣}$

$م'(٤) = \frac{-٦٤}{٦٤} = -١$

$\Leftarrow$ عندما $س = ٤$ يكون م أكبر ما يمكن

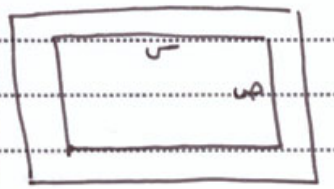
$ص = \frac{٣٢}{٤} = ٨$

الأبعاد $٤ ، ٨$

مثال

يراد تصميم بركة قاعدتها مستطيلة الشكل ومساحتها $٣٦ م^٢$ ثم احاطتها بممر خارجي منتظم عرضه متران جد ابعاد البركة المراد تصميمها بحيث تكون المساحة الكلية للبركة والممر أقل ما يمكن.

الحل:



$س \times ص = ٣٦ \quad ---①$

$ص = \frac{٣٦}{س}$

$م = (س+٤)(ص+٤)$

$م = (س+٤)(\frac{٣٦}{س}+٤)$

$م = ٣٦ + ٤س + \frac{١٤٤}{س} + ١٦$

$م = ٤س + \frac{١٤٤}{س} + ٥٢$

$م' = ٤ - \frac{١٤٤}{س^٢}$

$٠ = ٤ - \frac{١٤٤}{س^٢}$

$\frac{١٤٤}{س^٢} = ٤$

$\frac{٣٦}{س^٢} = ١ \Leftarrow س^٢ = ٣٦$

$س = ٦ ، -٦$ (مرفوض)

$م'' = \frac{٢ \times ١٤٤ \times س^٣}{س^٤}$

$م''(٦) = \frac{٢ \times ١٤٤ \times ٦}{٦^٤} > صفر$

$\Leftarrow$ عندما $س = ٦$ تكون م اقل ما يمكن.

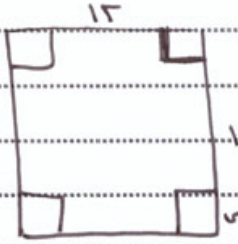
$ص = \frac{٣٦}{٦} = ٦$

مثال

صندوق مربع طول ضلعه ١٢ سم اذا قص من جوانبه الأربعة ٤ مربعات متساوية طول ضلعها س ثم رفعت الجوانب فاصبح على صورة علبة مفتوحة من أعلى

جد قيمة س التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن ؟

الحل :



ح = (١٢ - ٢س)(١٢ - ٢س)(س)

ح = (١٤٤ - ٤٨س + ٤س^{٢})(س)

ح = ١٤٤س - ٤٨س^{٢} + ٤س^{٣}

ح$'$ = ١٤٤ - ٩٦س + ١٢س^{٢}

٠ = ١٤٤ - ٩٦س + ١٢س^{٢}

٠ = ١٢س^{٢} - ٩٦س + ١٤٤

٠ = س^{٢} - ٨س + ١٢

٠ = (س - ٢)(س - ٦)

س = ٢ ، س = ٦ مرفوضه

ح$''$ = ٢٤س - ٩٦

ح$''$(٢) = ٢٤ × ٢ - ٩٦ = ٤٨ - ٩٦ = -٤٨ < صفر

← عندما س = ٢

تكون ح أكبر ما يمكن

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

الاسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ شتوي

اذا كان اقتران التكلفه الكلية لانتاج س قطعة من منتج ما يعطى بالعلاقة ك(س) = ٣٠٠ - ٥٠ س + س^{٢} فإن التكلفة الحدية عندما س = ١٠ تساوي

(أ) ١٥ ب) ٢٥ ج) ٥٠ د) ٣٥٠

٢٠٠٨ شتوي ٨ علامات

ينتج مصنع للحواسيب س جهاز أسبوعياً فإذا كانت تكلفة الانتاج الكلي الأسبوعي تعطى بالعلاقه ك(س) = ٣٠٠ + ٥٠ س + س^{٢} وكان المصنع يبيع الجهاز الواحد بمبلغ ٢٥٠ دينار، فجد ما يأتي :

١) اقتران الايراد الكلي

٢) اقتران الربح الكلي

٣) عدد الاجهزه التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعياً ليحقق أكبر ربح

الحل:

(١) د(س) = ٢٥٠ س

(٢) ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٢٥٠ س - (٣٠٠ + ٥٠ س + س^{٢})

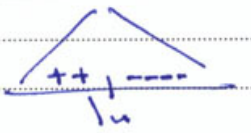
= ٢٠٠ س - ٣٠٠ - س^{٢}

(٣) ر(س) = ٢٠٠ - ٢ س

٠ = ٢٠٠ - ٢ س

٢ س = ٢٠٠

س = ١٠٠



٢٠٠٨ صيفي

اذا كان اقتران الايراد الكلي لبيع س وحدة من منتج ما يعطى بالعلاقة د(س) = ٦٠ س - ٢ س^{٢} فإن الايراد الحدي عندما س = ١٠ يساوي

(أ) ٢٠ ب) ٣٠ ج) ٤٠ د) ١٥

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠٠٨ صيفي ٧ علامات

لدى مزارع ٥٠٠ متر من الاسلاك الشائكة اذا أراد المزارع تسييج قطعة أرض مستطيلة الشكل ما بعدا قطعة الأرض المستطيلة اللذان يجعلان مساحتها أكبر ما يمكن ؟.

الحل:

$٥٠٠ = ٢س + ٢ص$

$٢٥٠ = س + ص$

$م = س \times ص$

$م = س (٢٥٠ - س)$

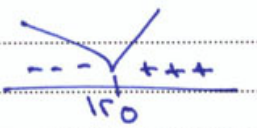
$م = ٢٥٠س - س^{٢}$

$م' = ٢٥٠ - ٢س$

$٠ = ٢٥٠ - ٢س$

$٢س = ٢٥٠$

$س = ١٢٥$



$ص = ٢٥٠ - ١٢٥$

$= ١٢٥$

٢٠٠٩ شتوي

اذا كان ك (س) هو اقتران التكلفة الكلية لانتاج س قطعة من منتج معين د(س) هو اقتران الايراد الكلي فان اقتران الربح الكلي ر(س) يساوي :

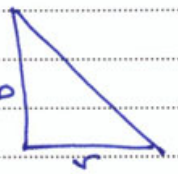
أ) ك(س) - د(س) ب) ك(س) + د(س)

ج) د(س) × ك(س) د) د(س) - ك(س)

٢٠٠٩ شتوي ٧ علامات

اذا كان مجموع طول ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٤٠ سم فجد أكبر مساحة ممكنة للمثلث.

الحل:



$س + ص = ٤٠$

$م = \frac{١}{٢} س \times ص$

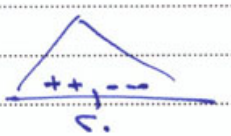
$م = \frac{١}{٢} س \times (٤٠ - س)$

$م = ٢٠س - \frac{١}{٢} س^{٢}$

$م' = ٢٠ - س$

$٠ = ٢٠ - س$

$٢٠ = س$



$م = ٢٠ \times ٢٠ - \frac{١}{٢} (٢٠)^{٢}$

$= ٤٠٠ - \frac{١}{٢} \times ٤٠٠$

$= ٤٠٠ - ٢٠٠ = ٢٠٠$

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠٠٩ صيفي ٦ علامات

اذا كان الايراد الكلي الناتج عن بيع س قطعة من منتج ما هو د(س) = ٣٠س − س^{٢} والتكلفة الكلية ك(س) = ١٠س ، جد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= (٣٠س − س^{٢}) − (١٠س)

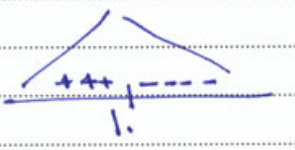
= ٢٠س − س^{٢}

ر′(س) = ٢٠ − ٢س

٠ = ٢٠ − ٢س

٢س = ٢٠

س = ١٠



٢٠٠٩ صيفي ٨ علامات

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ٨٠٠ م^{٢} يمر من أمامها نهر ، أراد صاحبها أن يحيط الجهات الثلاثة الاخرى (عدا التي يمر من أمامها النهر) بسياج جد أبعاد القطعة ليكون طول السياج أقل ما يمكن .

الحل:

م = س × ص

٨٠٠ = س × ص

ل = س + ٢ص

ل = س + ٢ × $\frac{٨٠٠}{س}$

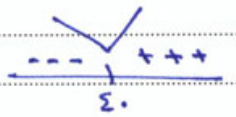
ل′ = ١ − $\frac{١٦٠٠}{س^{٢}}$

٠ = ١ − $\frac{١٦٠٠}{س^{٢}}$

$\frac{١٦٠٠}{س^{٢}}$ = ١

س^{٢} = ١٦٠٠

س = ٤٠



ص = $\frac{٨٠٠}{٤٠}$ = $\frac{٨٠}{٤}$ = ٢٠

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٠ شتوي ٥ علامات

يبيع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بسعر ٩٠ دينار. فاذا كانت التكلفه الكلية لانتاج س وحدة من هذه السلعة اسبوعياً تعطى بالعلاقة

ك (س) = ٠,٢ س^{٣} + ٧٠ س + ١٠٠ دينار.

فجد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٩٠ س - (٠,٢ س^{٣} + ٧٠ س + ١٠٠)

= ٢٠ س - ٠,٢ س^{٣} - ١٠٠

ر'(س) = ٢٠ - ٠,٦ س^{٢}

٢٠١٠ شتوي ٨ علامات

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان حاصل ضربهما ٨١ ومجموعهما أقل ما يمكن.

الحل:

س × ص = ٨١

م = س + ص

م = $\frac{٨١}{س}$ + س

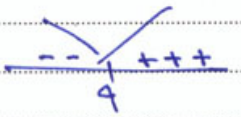
م' = ١ - $\frac{٨١}{س^{٢}}$

٠ = ١ - $\frac{٨١}{س^{٢}}$

$\frac{٨١}{س^{٢}}$ = ١

س^{٢} = ٨١

س = ٩



ص = $\frac{٨١}{٩}$

ص = ٩

٢٠١٠ صيفي ٨ علامات

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ٣٧٥٠ م^{٢} يراد احاطتها بسياج، إذا كانت تكلفة المتر الواحد من جانبين متوازيين ٣ دنانير ومن الجانبين الآخرين دينارين جد أبعاد الأرض لتحقيقه أقل تكلفة.

الحل:

م = س × ص

س × ص = ٣٧٥٠

التكلفه = ٣ (٢ س) + ٢ (ص)

= ٦ س + ٤ ص

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

$ك = ٦س + ٤ \times \frac{٣٧٥٠}{س}$

$ك' = ٦ - ٤ \times \frac{٣٧٥٠}{س^٢}$

$٠ = ٦ - ٤ \times \frac{٣٧٥٠}{س^٢}$

$٦ = ٤ \times \frac{٣٧٥٠}{س^٢}$

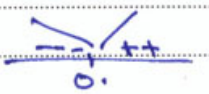
$٦س^٢ = ٤ \times ٣٧٥٠$

$٣س^٢ = ٢ \times ٣٧٥٠$

$س^٢ = ٢ \times ١٢٥٠$

$س^٢ = ٢٥٠٠$

$س = ٥٠$



$ص = \frac{٣٧٥٠}{٥٠}$

$ص = ٧٥$

٢٠١١ شتوي ٧ علامات

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ١٤ وحاصل ضربهما أكبر ما يمكن ؟

الحل:

$س + ص = ١٤$

$ل = س \times ص$

$ل = س(١٤ - س)$

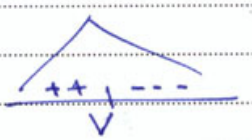
$ل = ١٤س - س^٢$

$ل' = ١٤ - ٢س$

$٠ = ١٤ - ٢س$

$٢س = ١٤$

$س = ٧$



$ص = ١٤ - ٧$

$= ٧$

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١١ صيفي ٦ علامات

اذا كان اقتران الايراد الكلي لمبيعات سلعة ما هو د(س) = ٥٠ س - ٢س^{٢} دينارا^{٠} واقتران التكلفة الكلية ك(س) = ٣٠ س دينارا^{٠} حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما فجد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن.

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٥٠ س - ٢س^{٢} - (٣٠ س)

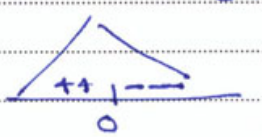
= ٢٠ س - ٢س^{٢}

ر$^{\prime}$(س) = ٢٠ - ٤س

٠ = ٢٠ - ٤س

٤س = ٢٠

س = ٥



٢٠١٢ شتوي ٦ علامات

يبيع مصنع الوحدة من سلعة معينة بـ ٨٠ دينارا^{٠} فاذا كانت التكلفه الكلية بالدينار لانتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعيا تعطى بالعلاقة ك(س) = ٥٠٠٠ + ٦٠س + ٠,٠٠٢س^{٢} فما عدد الوحدات التي يجب انتاجها وبيعها أسبوعيا^{٠} لتحقيق أكبر ربح ممكن

الحل:

ر(س) = د(س) - ك(س)

= ٨٠س - (٥٠٠٠ + ٦٠س + ٠,٠٠٢س^{٢})

ر(س) = ٢٠س - ٥٠٠٠ - ٠,٠٠٢س^{٢}

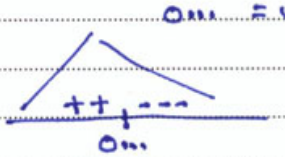
ر$^{\prime}$(س) = ٢٠ - ٠,٠٠٤س

٠ = ٢٠ - $\frac{٤س}{١٠٠٠}$

$\frac{٤س}{١٠٠٠}$ = ٢٠

٤س = ٢٠٠٠٠

س = ٥٠٠٠



المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٢ صيفي ٦ علامات

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ٤٨ ، وحاصل ضربهما أكبر ما يمكن ؟

الحل:

$س + ص = ٤٨$

$ل = س \times ص$

$ل = س(٤٨ - س)$

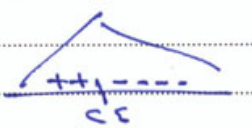
$ل = ٤٨س - س^٢$

$ل' = ٤٨ - ٢س$

$٠ = ٤٨ - ٢س$

$٢س = ٤٨$

$س = ٢٤$



$ص = ٤٨ - ٢٤$

$= ٢٤$

٢٠١٣ شتوي

اذا كان $ك(س) = ٤٠ + ٣س - س^٢$ اقتران التكلفه الكلية لانتاج س قطعة من سلعة ما فإن التكلفه الحدية لانتاج ٢٠ قطعة من السلعة نفسها هي

أ) ٤٠ ب) ١٦٠ ج) ١٢٠ د) ٤٦

٢٠١٣ شتوي ٦ علامات

وجد مصنع لانتاج أجهزه الكترونية أن التكلفه الكليه بالدينار لانتاج س من الاجهزة اسبوعياً تعطى بالاقتران $ك(س) = ٥٠٠ + ٣٠س$ فاذا بيع الجهاز الواحد بسعر $(٢٠٠ - س)$ دينار جد قيمة س التي تجعل الربح الأسبوعي أكبر ما يمكن

الحل:

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

$= س(٢٠٠ - س) - (٥٠٠ + ٣٠س)$

$ر(س) = ٢٠٠س - س^٢ - ٥٠٠ - ٣٠س$

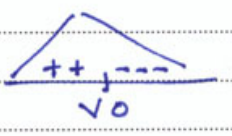
$= ١٥٠س - س^٢ - ٥٠٠$

$ر'(س) = ١٥٠ - ٢س$

$٠ = ١٥٠ - ٢س$

$٢س = ١٥٠$

$س = ٧٥$



المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٣ صيفي

اذا كان ك(س) اقتران التكلفة الكلية
د(س) اقتران الايراد الكلي لمصنع حيث
س عدد الوحدات المنتجة أسبوعياً
يكون الربح الاسبوعي أكبر مايمكن
عندما

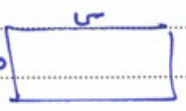
- د(س) = صفر
- ك(س) = د(س)
- د(س) > صفر
- ك(س) = د(س)

٢٠١٢ صيفي

٨ علامات

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها
١٦٠٠ م٢ يراد احاطتها بسياج، إذا
كانت تكلفة المتر الواحد من السياج
٣ دنانير فجد بعدي القطعة اللذين
يجعلان التكلفة أقل مايمكن

الحل:



م = س × ص

١٦٠٠ = س × ص

التكلفة = ٣(س) + ٣(ص)

ك = ٦س + ٦ص

ك = ٦س + ٦ (١٦٠٠/س)

ك' = ٦ + ٦ × (-١٦٠٠/س٢)

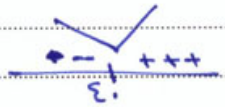
٠ = ٦ + ٦ × (-١٦٠٠/س٢)

٦ = ٦ × ١٦٠٠/س٢

١ = ١٦٠٠/س٢

س٢ = ١٦٠٠

س = ٤٠



ص = ١٦٠٠/٤٠ = ٤٠

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٤ شتوي ٦ علامات

إذا كان اقتران الايراد الكلي لمبيعات منتج ما هو $د(س) = ٨٠س - س^٢$ ديناراً واقتران التكلفة الكلية هو $ك(س) = ٦٠ + ٤س$ ديناراً حيث $س$ عدد الوحدات المنتجة فجد عدد الوحدات التي يجب انتاجها وبيعها لتحقيق أكبر ربح ممكن.

الحل:

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

$= ٨٠س - س^٢ - (٦٠ + ٤س)$

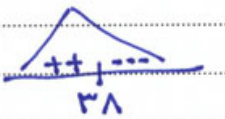
$= ٧٦س - س^٢ - ٦٠$

$ر'(س) = ٧٦ - ٢س$

$٠ = ٧٦ - ٢س$

$٢س = ٧٦$

$س = ٣٨$



٢٠١٤ شتوي ٦ علامات

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ٦٠ وحاصل ضرب أحدهما في مربع الآخر أكبر ما يمكن؟

الحل:

$س + ص = ٦٠$

$ل = س^٢ \times ص$

$ل = س^٢ (٦٠ - س)$

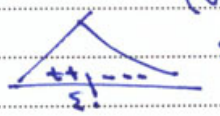
$ل = ٦٠س^٢ - س^٣$

$ل' = ١٢٠س - ٣س^٢$

$٠ = ١٢٠س - ٣س^٢$

$٠ = ٣س(٤٠ - س)$

$س = ٠$ $\quad$ $س = ٤٠$



$ص = ٦٠ - ٤٠ = ٢٠$

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (تطبيقات القيم القصوى) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٤ صيفي ٧ علامات

صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل، ومجموع أبعاده الثلاثة ١٢٠ سم، جد أبعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن ؟

الحل:

$س + س + ص = ١٢٠$

$٢س + ص = ١٢٠$

$ح = س \times س \times ص$

$ح = س^{٢} (١٢٠ - ٢س)$

$ح = ١٢٠ س^{٢} - ٢ س^{٣}$

$ح' = ٢٤٠ س - ٦ س^{٢}$

$٠ = ٢٤٠ س - ٦ س^{٢}$

$٠ = ٦ س (٤٠ - س)$

$س = ٠$ X $س = ٤٠$

$س = ٤٠$ ، $س = ٤٠$ $ص = ١٢٠ - ٨٠$

الطول العرض $= ٤٠$

الارتفاع

٢٠١٤ صيفي ٤ علامات

يبيع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بسعر ١٠ دينارا، فإذا كانت التكلفة الكلية بالدينار لانتاج س وحدة من هذه السلعة أسبوعيا تعطى بالعلاقة $ك(س) = ٠٫٣ س^{٣} + ٦٠ س + ٧٠$ دينارا، فجد الربح الحدي.

الحل:

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

$= ١٠ س - (٠٫٣ س^{٣} + ٦٠ س + ٧٠)$

$ر(س) = ٤٠ س - ٠٫٣ س^{٣} - ٧٠$

$ر'(س) = ٤٠ - ٠٫٦ س$

$٠ = ٤٠ - ٠٫٦ س$

$٠٫٦ س = ٤٠$

$٦ س = ٤٠٠$

المستوى (٣)	**الوحدة** (تطبيقات التفاضل)	**عصام الشيخ**
التخصص (الأدبي)	**الدرس** (تطبيقات القيم القصوى)	**ماجستير رياضيات**

٢٠١٥ شتوي (٧ علامات)

يريد مزارع تسييج قطعة أرض مستطيلة الشكل، إذا كانت تكلفة المتر الواحد من جانبين متوازيين ٤ دنانير ومن الجانبين الآخرين دينارين فجد مساحة أكبر قطعة مستطيلة يمكن تسييجها بمبلغ ٨٠٠ دينار

الحل:

التكلفة $= ٤(٢س) + ٢(٢ص)$

$٨٠٠ = ٨س + ٤ص$

$٢٠٠ = ٢س + ص$

$م = س \times ص$

$م = س(٢٠٠ - ٢س)$

$م = ٢٠٠س - ٢س^{٢}$

$م' = ٢٠٠ - ٤س$

$٠ = ٢٠٠ - ٤س$

$٤س = ٢٠٠$

$س = ٥٠$

$م = ٢٠٠ \times ٥٠ - ٢(٥٠)^{٢} \times ٤$

$= ١٠٠٠٠ \times ٢ - ٥٠٠٠$

$= ١٠٠٠٠ - ٥٠٠٠$

$= ٥٠٠٠$

٢٠١٥ شتوي (٤ علامات)

إذا كان الإيراد الكلي الناتج عن بيع س قطعة من منتج هو $د(س) = ٥س^{٢} + ٦س$ والتكلفة الكلية $ك(س) = ٣س^{٢} + س + ٥٠$ فجد الربح الحدي.

الحل:

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

$= (٥س^{٢} + ٦س) - (٣س^{٢} + س + ٥٠)$

$ر(س) = ٢س^{٢} + ٥س - ٥٠$

$ر'(س) = ٤س + ٥$

Esam Shikh Master Math
0796300625 / 0787945883
esamshikh@gmail.com

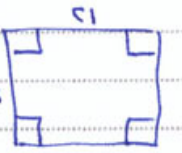
المستوى (٣) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

التخصص (الأدبي) الدرس (تطبيقات القيم القصوى) ماجستير رياضيات

٣٠١٥ صيفي **(٧ علامات)**

يراد عمل صندوق مفتوح من الجهة العليا من صفيحة من المعدن مستطيلة الشكل طولها ٢١ سم وعرضها ١٦ سم وذلك بقطع مربعات متساوية من أركانها الأربعة وثني الأجزاء البارزة إلى الأعلى. جد أكبر حجم ممكن للصندوق.

الحل:



ح = (٢١ − ٢س)(١٦ − ٢س) (س)

ح = (٣٣٦ − ٤٢س − ٣٢س + ٤س²) س

ح = ٣٣٦س − ٧٤س² + ٤س³

ح′ = ٣٣٦ − ١٤٨س + ١٢س²

٠ = ٣٣٦ − ١٤٨س + ١٢س²

٠ = ٨ × ٤٢ − ٣٧س + ٦س²

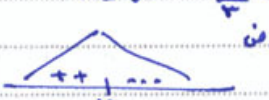
٠ = ٤ × ٢١ − ٣٧س + ٣س²

٠ = ٨٤ − ٣٧س + ٣س²

٠ = (٣س − ٢٨)(س − ٣)

س = ٢٨/٣ س = ٣

مرفوض



ح = ٣ × ١٦ × ٢١ − ٩ × ٧٤ + ٤ × ٢٧

= ٤٥٠

٣٠١٥ صيفي **(٤ علامات)**

يبيع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بسعر ١٥٠ دينار، إذا كانت التكلفه الكلية لانتاج س وحدة من هذه السلعة تعطى بالعلاقة

ك(س) = ٠٫٥س² + ٣٠س + ٢٠٠ دينارا

فجد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= ١٥٠س − (٠٫٥س² + ٣٠س + ٢٠٠)

ر(س) = ١٥٠س − ٠٫٥س² − ٣٠س − ٢٠٠

ر(س) = ١٢٠س − ٠٫٥س² − ٢٠٠

ر′(س) = ١٢٠ − ٠٫٥ × ٢س

ر′(س) = ١٢٠ − س .

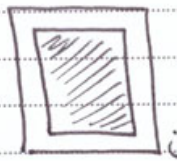
Esam Shikh
0796300625 0796856573

التخصص (الادبي) الوحدة (٣) (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

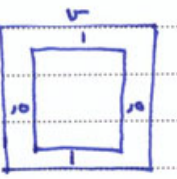
المستوى (٣) الدرس (٣) (تطبيقات القيم القصوى) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ شتوي (٦ علامات)

صحيفة من الورق مستطيلة الشكل محيطها ٨٦ سم يراد طباعة اعلان عليها إذا كان عرض كل من الهامشين في راس الورقة و أسفلها (١ سم) وفي كل من الجانبين (٥ر٠) سم ، فجد بعدي الورقه حتى تكون المساحة المطبوعه أكبر ما يمكن .



الحل :



$2س + 2ص = 86$

$س + ص = 43$

$م = (س - 1)(ص - 2)$

$م = (س - 1)(43 - س - 2)$ $\quad ص = 43 - س$

$م = (س - 1)(41 - س)$

$م = 41س - س^2 - 41 + س$

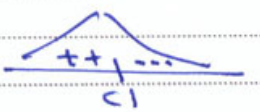
$م = -س^2 + 42س - 41$

$م' = -2س + 42$

$0 = -2س + 42$

$2س = 42$

$س = 21$



$ص = 43 - 21$

$= 22$

٢٠١٦ شتوي ٤ علامات

وجد مصنع لانتاج الالعاب أن التكلفه الكلية لانتاج س لعبة أسبوعيا" تعطى بالاقتران $ك(س) = 60س + 200$ وأن الربح الناتج من بيع س لعبة هو $0.2س^2 + 20س + 65$. جد الايراد الحدي .

الحل :

$ر(س) = د(س) - ك(س)$

$د(س) = ر(س) + ك(س)$

$= (-0.2س^2 + 20س + 65) + (60س + 200)$

$د(س) = -0.2س^2 + 80س + 265$

$د'(س) = -0.4س + 80$

التخصص(الأدبي) الوحدة(٣) (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

المستوى(٣) الدرس(٣) (تطبيقات القيم القصوى) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي

يبيع مصنع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بسعر ٦٠ دينارا، فإذا كانت التكلفة الكلية لانتاج س وحدة من هذه السلعة تعطى بالعلاقة

ك(س) = ٠٫٤ س^{٣} + ١٢ س + ٥٠٠ دينار

فجد الربح الحدي.

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= ٦٠ س − (٠٫٤ س^{٣} + ١٢ س + ٥٠٠)

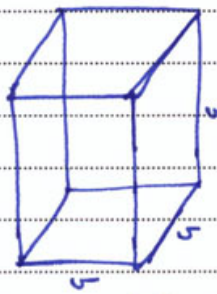
ر(س) = ٤٨ س − ٠٫٤ س^{٣} − ٥٠٠

ر′(س) = ٤٨ − ٠٫٨ س

٢٠١٦ صيفي

صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل فإذا كان مجموع محيط قاعدته وارتفاعه ٨٤ سم جد أبعاد الصندوق التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن.

الحل:



محيط القاعدة + الارتفاع = ٨٤

٤ س + ص = ٨٤

ص = ٨٤ − ٤ س

ح = الطول × العرض × الارتفاع

= س × س × ص

ح = س^{٢} (٨٤ − ٤ س)

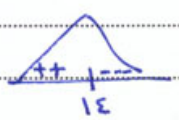
ح = ٨٤ س^{٢} − ٤ س^{٣}

ح′ = ١٦٨ س − ١٢ س^{٢}

٠ = ١٦٨ س − ١٢ س^{٢}

٠ = ١٢ س (١٤ − س)

س = ٠ أو س = ١٤



ص = ٨٤ − ٤ × ١٤

= ٨٤ − ٥٦ = ٢٨

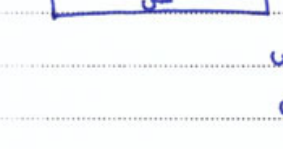
الطول = ١٤

العرض = ١٤ الارتفاع = ٢٨

٢٠١٧ صيفي

قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها ٢٠٠ م^2 يراد احاطتها بسياج من ثلاث جهات تكلفة المتر الواحد منه ٥ دنانير ما ابعاد قطعة الارض لتكون تكلفة السياج اقل ما يمكن .

الحل :



م = س × ص

٢٠٠ = س × ص

التكلفة = ٥ (٢س + ص)

ك = ١٠ س + ٥ ص

لكن ص = $\frac{٢٠٠}{س}$

ك = ١٠ س + ٥ × $\frac{٢٠٠}{س}$

ك = ١٠ س + $\frac{١٠٠٠}{س}$

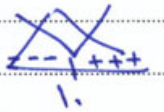
ك' = ١٠ − $\frac{١٠٠٠}{س^2}$

٠ = ١٠ − $\frac{١٠٠٠}{س^2}$

$\frac{١٠٠٠}{س^2}$ = ١٠

١٠ س^2 = ١٠٠٠

س^2 = ١٠٠ ⇐ س = ١٠



ص = $\frac{٢٠٠}{١٠}$ = ٢٠

٢٠١٨ شتوي قديم

قطعة ارض مستطيلة الشكل محيطها ٤٠٠ م ما بعدا القطعة اللذان يجعلان مساحتها اكبر ما يمكن

الحل :

محيطها = ٢س + ٢ص

٤٠٠ = ٢س + ٢ص

٢٠٠ = س + ص

م = س × ص لكن ص = ٢٠٠ − س

م = س (٢٠٠ − س)

م = ٢٠٠ س − س^2

م' = ٢٠٠ − ٢س

٠ = ٢٠٠ − ٢س

٢س = ٢٠٠

س = ١٠٠

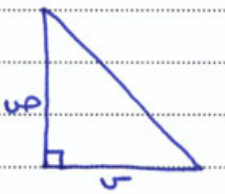
ص = ٢٠٠ − ١٠٠

= ١٠٠

٥.١٨ مثال صعب

إذا كان مجموع طولي ضلعي لقائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٦٠ سم، جد أكبر مساحة ممكنة لهذا المثلث.

الحل:



$س + ص = ٦٠$

$م = \frac{١}{٢} س \times ص$ لكن

$ص = ٦٠ - س$

$م = \frac{١}{٢} س (٦٠ - س)$

$م = ٣٠ س - \frac{١}{٢} س^{٢}$

$م' = ٣٠ - س$

$٠ = ٣٠ - س$

$س = ٣٠$

$م = ٣٠ \times ٣٠ - \frac{١}{٢} (٣٠)^{٢}$