خصائص التكامل المحدود

ملخص القوانين

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

* خصائص التكامل المحدود

١) $\int_{أ}^{ب} جـ\, ق(س)\, دس = جـ \times \int_{أ}^{ب} ق(س)\, دس$

٢) $\int_{أ}^{ب} \left(ق(س) \pm ع(س)\right) دس$

$= \int_{أ}^{ب} ق(س) \pm \int_{أ}^{ب} ع(س)\, دس$

٣) $\int_{أ}^{أ} ق(س)\, دس = صفر$

٤) $\int_{أ}^{ب} ق(س)\, دس = - \int_{ب}^{أ} ق(س)\, دس$

٥) $\int_{أ}^{جـ} ق(س)\, دس = \int_{أ}^{ب} ق(س)\, دس + \int_{ب}^{جـ} ق(س)\, دس$

ولا يشترط وقوع ب بين أ و جـ

مثال

إذا كان $\int_{1}^{3} ق(س)\, دس = 6$

$\int_{3}^{1} هـ(س)\, دس = -2$ جد قيمة ما يلي:

١) $\int_{1}^{3} 2ق(س)\, دس$

٢) $\int_{1}^{3} \left(3هـ(س) - 6ق(س) + 4\right) دس$

الحل:

١) $\int_{1}^{3} 2ق(س)\, دس$

$= 2 \times \int_{1}^{3} ق(س)\, دس$

$= 2 \times 6 = 12$

٢) $\int_{1}^{3} \left(3هـ(س) - 6ق(س) + 4\right) دس$

$= 3\int_{1}^{3} هـ(س)\, دس - 6\int_{1}^{3} ق(س)\, دس + \int_{1}^{3} 4\, دس$

$= 3 \times -2 - 6 \times 6 + 4(3-1)$

$= -6 - 36 + 8$

$= -42 + 8 = -34$

مثال

إذا كان $\int_{-1}^{2} 2ل(س)\, دس = -2$

$\int_{-1}^{2} ع(س)\, دس = 5$ جد قيمة

١) $\int_{-1}^{2} \frac{5ع(س)}{2}\, دس$

٢) $\int_{-1}^{2} \left(3ع(س) - 3ل(س) - 3س\right) دس$

الحل:

$\int_{-1}^{2} 2\,ل(س)\,دس = -2$

$\Leftarrow 2\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس = -2$

$\Leftarrow \int_{-1}^{2} ل(س)\,دس = -1$

الآن

(1) $\int_{-1}^{2} \frac{5\,ع(س)}{2}\,دس$

$= \frac{5}{2}\int_{-1}^{2} ع(س)\,دس$

$= \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{2}$

(2) $\int_{-1}^{2} (2ع(س) - 3ل(س) - 2س)\,دس$

$= 2\int_{-1}^{2} ع(س)\,دس - 3\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس - \int_{-1}^{2} 2س\,دس$

$= 2\times 5 - 3\times -1 - س^2 \Big|_{-1}^{2}$

$= 10 + 3 - (4 - 1)$

$= 10 + 3 - 3 = 10$

مثال

إذا كان $\int_{2}^{5} (3هـ(س) - 4)\,دس = 18$

فجد قيمة $\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس$

الحل:

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس - \int_{2}^{5} 4\,دس = 18$

$\Leftarrow 3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس - 4\times 3 = 18$

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس = 30$

$\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس = 10$

مثال

إذا كان $\int_{-1}^{2} \frac{ل(س)}{2}\,دس = 3$

$\int_{2}^{-1} (هـ(س) + 1)\,دس = 5$ فجد قيمة

(1) $\int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس$

(2) $\int_{-1}^{2} (3هـ(س) - 2س + 3ل(س))\,دس$

الحل:

$\boxed{\int_{-1}^{2} ل(س)\,دس = 6}$

$\int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس + \int_{2}^{-1} 1\,دس = 5$

$\int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس + 1(-1-2) = 5$

$\int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس + -3 = 5$

$\boxed{\int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس = 8}$

(1) $\int_{2}^{-1} \text{هـ(س)}\ \text{ءس} = -6$

(2) $\int_{-1}^{2} \left(3\,\text{هـ(س)} - 2\text{س} + 3\,\text{ل(س)}\right) \text{ءس}$

$= 3\int_{-1}^{2} \text{هـ(س)}\ \text{ءس} - \text{س}^2 \Big|_{-1}^{2} + 3\int_{-1}^{2} \text{ل(س)}\ \text{ءس}$

$= 3 \times -8 - (4 - 1) + 3 \times 6$

$= -24 - 3 + 18$

$= -9$

مثال

إذا كان $\int_{4}^{1} \left(3\,\text{ق(س)} - 5\right) \text{ءس} = 9$

فجد قيمة التكامل الآتي

$\int_{1}^{4} \left(2\,\text{ق(س)} + 1\right) \text{ءس}$

الحل:

$3\int_{4}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} - \int_{4}^{1} 5\ \text{ءس} = 9$

$3\int_{4}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} - 5(-3) = 9$

$3\int_{4}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = 9 - 15$

$3\int_{4}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = -6$

$\Leftarrow \boxed{\int_{4}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = -2}$

الآن

$2\int_{1}^{4} \text{ق(س)}\ \text{ءس} + \int_{1}^{4} 1\ \text{ءس} =$

$2 \times 2 + 1(3)$

$= 4 + 3 = 7$

مثال

إذا كان $\int_{1}^{5} 2\,\text{ق(س)}\ \text{ءس} = 2$

$\int_{1}^{6} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = 4$ جد

(1) $\int_{5}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس}$

(2) $\int_{5}^{6} \text{ق(س)}\ \text{ءس}$

(3) $\int_{-6}^{-6} \text{ق(س)}\ \text{ءس}$

$\int_{1}^{5} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = 1$

الحل:

(1) $\int_{5}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = -1$

(2) $\int_{5}^{6} \text{ق(س)}\ \text{ءس} = \int_{5}^{1} \text{ق(س)}\ \text{ءس} + \int_{1}^{6} \text{ق(س)}\ \text{ءس}$

$= -1 + 4$

$= 3$

③ $\int_{-6}^{-6}$ ق(س) دس = صفر

مثال
إذا كان $\int_{-1}^{2} \frac{ق(س)}{3}$ دس = ٥

$\int_{-1}^{6}$ ق(س) دس = ٤ فجد قيمة

① $\int_{2}^{-1}$ ٢ ق(س) دس

② $\int_{6}^{2}$ ق(س) دس

الحل:

$\boxed{\int_{-1}^{2} ق(س)\, دس = 15}$

⇐ ① $\int_{2}^{-1}$ ٢ ق(س) دس

= ٢ $\int_{2}^{-1}$ ق(س) دس

= ٢ × -١٥ = -٣٠

② $\int_{6}^{2}$ ق(س) دس = $\int_{6}^{-1}$ ق(س) دس + $\int_{-1}^{2}$ ق(س) دس

= -٤ + ١٥

= ١١

مثال
إذا كان $\int_{0}^{ل}$ (٢س-١) دس = ٦

فجد قيمة الثابت ل

الحل:

س² - س $\Big|_{0}^{ل}$ = ٦

ل² - ل - ٠ = ٦

ل² - ل - ٦ = صفر

(ل - ٣)(ل + ٢) = صفر

⇐ ل = ٣ ، ل = -٢

مثال
إذا كان $\int_{3}^{م}$ (٢-٤س) دس = ٠

فجد قيمة الثابت م

الحل:

٢س - ٢س² $\Big|_{3}^{م}$ = صفر

٢م - ٢م² - (٦ - ١٨) = صفر

٢م - ٢م² - -١٢ = صفر

٢م - ٢م² + ١٢ = صفر (÷ -٢)

م² - م - ٦ = صفر

(م - ٣)(م + ٢) = صفر

م = ٣ ، م = -٢

مثال

إذا كان $\int_{ن}^{1} (2س - 3)\, دس = صفر$

فجد قيمة ن .

الحل:

$س^2 - 3س \Big|_{ن}^{1} = صفر$

$(1 - 3) - (ن^2 - 3ن) = صفر$

$-2 - ن^2 + 3ن = صفر$ (×−1)

$ن^2 - 3ن + 2 = صفر$

$(ن - 2)(ن - 1) = صفر$

⇐ ن = ٢ ، ن = ١

مثال

إذا كان $\int_{م+2}^{م^2-4} ق(س)\, دس = صفر$ فجد قيمة الثابت م ؟

الحل:

بما أن قيمة التكامل = صفر ⇐

$م + 2 = م^2 - 4$

$م^2 - م - 6 = 0$

$(م - 3)(م + 2) = 0$

م = ٣ ، م = −٢

مثال

إذا كان $\int_{1}^{ب} (2س - 1)\, دس = صفر$

فجد قيمة ب .

الحل:

$س^2 - س \Big|_{1}^{ب} = صفر$

$ب^2 - ب - (1 - 1) = صفر$

$ب^2 - ب = صفر$

$ب(ب - 1) = صفر$

⇐ ب = صفر ، ب = ١

مثال

إذا كان $\int_{م^3+1}^{-7} ق(س)\, دس = صفر$

فجد قيمة الثابت م .

الحل:

$م^3 + 1 = -7$

$م^3 = -8$

⇐ م = −٢

مثال

إذا كان

$\int_{م-١}^{٥م+٧}$ ق(س) دس = صفر

فجد قيمة الثابت م .

الحل:

م − ١ = ٥م + ٧

−٨ = ٤م

$\boxed{م = -٢}$

ESAM SHIKH
0796300625

الأسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ شتوي

إذا علمت أن $\int_{\text{٠}}^{\text{٢}} \text{ق(س) دس} = \text{٤}$ ، $\int_{\text{٢}}^{\text{٣}} \text{٦ق(س) دس} = \text{١٢}$

فإن $\int_{\text{٠}}^{\text{٣}} \text{ق(س) دس}$ يساوي

$\int_{\text{٠}}^{\text{٢}} + \int_{\text{٢}}^{\text{٣}}$

أ) -١٦ ب) ١٦ جـ) ٦ د) -٦

٢٠٠٨ شتوي ٤ علامات

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{\text{٣}} - \text{٤} & \text{، ٠} \le \text{س} \le \text{٢} \\ \text{٢س} & \text{٢} < \text{س} \le \text{٤} \end{cases}$

فأوجد $\int_{\text{٠}}^{\text{٤}} \text{ق(س) دس}$

الحل:

$\int_{\text{٠}}^{\text{٢}} (\text{س}^{\text{٣}} - \text{٤}) \text{ دس} + \int_{\text{٢}}^{\text{٤}} \text{٢س دس}$

$\left[\frac{\text{س}^{\text{٤}}}{\text{٤}} - \text{٤س}\right]_{\text{٠}}^{\text{٢}} + \left[\text{س}^{\text{٢}}\right]_{\text{٢}}^{\text{٤}}$

$\left(\frac{\text{١٦}}{\text{٤}} - \text{٨}\right) - (\text{٠}) + (\text{١٦} - \text{٤})$

$-\text{٤} + \text{١٢}$

٨

٢٠٠٨ صيفي

إذا كان $\int_{\text{١}}^{\text{٢}} \text{٣ق(س) دس} = \text{١٢}$ ، فإن

قيمة $\int_{\text{٢}}^{\text{١}} \text{ق(س) دس}$ تساوي :

أ) -٤ ب) ٤ جـ) ٣ د) -٣

٢٠٠٩ شتوي

$\int_{\text{٢}}^{\text{٢}} (\text{٣س}^{\text{٢}} - \text{٢س} + \text{٥}) \text{ دس}$ يساوي

أ) ٢٢ ب) ١٤ جـ) ١٠ د) صفر

٢٠٠٩ شتوي

إذا علمت أن $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ق(س) دس} = \text{٨}$ ، فإن

$\int_{\text{ب}}^{\text{أ}} \text{٢ ق(س) دس}$ يساوي :

أ) -١٦ ب) -٨ جـ) ٨ د) ١٦

٢٠٠٩ صيفي

قيمة $\int_{\text{٤}}^{\text{٤}} (\text{س}^{\text{٣}} + \sqrt{\text{٧س}} - \text{٣}) \text{ دس}$ تساوي

أ) صفر ب) ٤ جـ) ٨ د) ١٤

٢٠٠٩ صيفي

إذا علمت أن $\int_{1}^{3}$ ق(س) دس = ٦

$\int_{5}^{3}$ ق(س) دس = ٢ ، فإن قيمة

$\int_{1}^{5}$ ق(س) دس تساوي : $\int_{1}^{3} + \int_{3}^{5}$

٦ + −٢

أ) −٤   ب) ٨   جـ) ١٢   د) ٤

٢٠١٠ شتوي

إذا علمت أن $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس = $\frac{٣}{٤}$ ، فإن

$\int_{ب}^{أ}$ ق(س) دس يساوي

أ) $\frac{٣}{٤}$ ب) $-\frac{٣}{٤}$ جـ) $\frac{٤}{٣}$ د) $-\frac{٤}{٣}$

٢٠١٠ شتوي

إذا علمت أن $\int_{٠}^{٣}$ ق(س) دس = ٥ ، فإن

$\int_{٠}^{٣}$ (ق(س) − ٢) دس يساوي :

أ) ٩   ب) ٣   جـ) ١   د) −١

٢٠١٠ شتوي   ٦ علامات

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س^٢ - ٢ & ١ \le س \le ٢ \\ ٢س + ٦ & ٢ < س \le ٤ \end{cases}$

فاحسب $\int_{١}^{٤}$ ق(س) دس .

الحل :

$\int_{١}^{٢}$ (٣س² − ٢) دس + $\int_{٢}^{٤}$ (٢س + ٦) دس

[س³ − ٢س]$_{١}^{٢}$ + [س² + ٦س]$_{٢}^{٤}$

(٩ − ٤) − (١ − ٢) + (١٦ + ٢٤) − (٤ + ١٢)

٥ − −١ + ٤٠ − ١٦

٦ + ٢٤

٣٠

٢٠١٠ صيفي

إذا كان $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس = −٣ ، $\int_{جـ}^{ب}$ ق(س) دس = ٤

فإن $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) دس يساوي

−٣ + −٤

أ) ١   ب) −٧   جـ) −١   د) ٧

٢٠١٠ صيفي　　٥ علامات

إذا كان $\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{هـ}^{\text{س}} & 1 \le \text{س} \le 3 \\ \text{س} & 3 < \text{س} \le 5 \end{cases}$

جد $\int_{1}^{5} \text{ق(س)}\ \text{دس}$.

الحل:

$\int_{1}^{3} \text{هـ}^{\text{س}}\ \text{دس} + \int_{3}^{5} \text{س}\ \text{دس}$

$\text{هـ}^{\text{س}} \Big|_{1}^{3} + \frac{\text{س}^2}{2} \Big|_{3}^{5}$

$\text{هـ}^3 - \text{هـ}^1 + \frac{25 - 9}{2}$

$\text{هـ}^3 - \text{هـ} + \frac{16}{2}$

$\text{هـ}^3 - \text{هـ} + 8$

٢٠١٠ شتوي

اذا كان $\int_{1}^{2} \text{ق(س)}\ \text{دس} = 6$ ، فإن

$\int_{2}^{1} \text{ق(س)}\ \text{دس}$ يساوي :

أ) صفر　　ب) $\frac{1}{6}$　　جـ) -6　　د) $-\frac{1}{6}$

٢٠١١ شتوي

$\int_{1}^{1} \frac{1}{\text{س}}\ \text{دس}$ يساوي

أ) صفر　　ب) $\frac{-1}{\text{س}^2}$

جـ) لو$_{\text{هـ}}$|س| + جـ　　د) س^{-1} + جـ

٢٠١١ صيفي

اذا كان $\int_{2}^{1} \text{ق(س)}\ \text{دس} = 5$ ،

$\int_{2}^{3} 3\,\text{ق(س)}\ \text{دس} = 9$ ، فإن

$\int_{1}^{3} \text{ق(س)}\ \text{دس}$ يساوي　$\int_{1}^{2} + \int_{2}^{3}$

$-5 + 3$

أ) ٤　　ب) ٢　　جـ) -2　　د) -4

٢٠١١ صيفي　　٥ علامات

إذا كان $\int_{0}^{2} \frac{-\text{ق(س)}}{2}\ \text{دس} = 6$

فجد قيمة $\int_{0}^{2} (3\text{س}^2 + 3\,\text{ق(س)})\ \text{دس}$

الحل:

$\int_{0}^{2} \frac{-\text{ق(س)}}{2}\ \text{دس} = 6$

$\Leftarrow \int_{0}^{2} \text{ق(س)}\ \text{دس} = -12$

الآن

$\int_{0}^{2} 3\text{س}^2\ \text{دس} + 3\int_{0}^{2} \text{ق(س)}\ \text{دس} =$

$= \text{س}^3 \Big|_{0}^{2} + 3\int_{0}^{2} \text{ق(س)}\ \text{دس} =$

$= (8 - \text{صفر}) + 3(-12) =$

$8 - 36 = -28$

Esam Shikh Abdallah
0790862308

٢٠١٢ شتوي

إذا كان $\int_{1}^{3} \text{ق(س)} \, \text{دس} = 10$ ، فإن

$\int_{1}^{3} (2\text{س} + \text{ق(س)}) \, \text{دس}$ يساوي

$\text{س}^2 \Big]_{1}^{3} + 10$

أ) ١٦   ب) ١٩   ج) ١٢   د) ٩

٢٠١٢ صيفي

إذا كان $\int_{6}^{7} 2\text{ق(س)} \, \text{دس} = 10$ ، فإن قيمة

$\int_{7}^{6} \text{ق(س)} \, \text{دس}$ تساوي :

أ) -١٠   ب) ٥   ج) ١٠   د) -٥

٢٠١٢ شتوي   ٥ علامات

إذا كان $\int_{-1}^{1} \text{ق(س)} \, \text{دس} = 6$ ، $\int_{3}^{1} \text{ق(س)} \, \text{دس} = -2$

فجد $\int_{-1}^{3} (\text{ق(س)} + 5) \, \text{دس}$

الحل:

$\int_{-1}^{3} \text{ق(س)} \, \text{دس} + \int_{-1}^{3} 5 \, \text{دس}$

$\int_{-1}^{1} \text{ق(س)} \, \text{دس} + \int_{1}^{3} \text{ق(س)} \, \text{دس} + 5(4)$

$6 + 2 + 20$

$= 28$

٢٠١٢ صيفي   ٥ علامات

إذا كان $\int_{3}^{5} \frac{\text{ق(س)}}{2} = 4$ ، $\int_{9}^{5} \text{ق(س)} \, \text{دس} = 12$

فجد قيمة $\int_{3}^{9} (\text{ق(س)} - 7) \, \text{دس}$

الحل:

$\int_{3}^{9} \text{ق(س)} \, \text{دس} - \int_{3}^{9} 7 \, \text{دس}$

$\int_{3}^{5} \text{ق(س)} \, \text{دس} + \int_{5}^{9} \text{ق(س)} \, \text{دس} - 7 \times 6$

$8 + -12 - 42$

$-4 - 42$

$= -46$

Esam Shikh Abdallah
0790862308

٢٠١٣ شتوي — ٦ علامات

اذا كان $\int_{-٢}^{٥} \text{ق(س) دس} = ٦$ ، $\int_{٥}^{-٢} \tfrac{١}{٢}\,\text{ع(س) دس} = ٤$ فجد

$$\int_{-٢}^{٥} \left(٣\,\text{ق(س)} + \text{ع(س)} - \text{س}\right)\text{دس}$$

الحل:

$$٣\int_{-٢}^{٥} \text{ق(س) دس} + \int_{-٢}^{٥} \text{ع(س) دس} - \int_{-٢}^{٥} \text{س دس}$$

$$٣ \times ٦ + -٨ - \left.\frac{\text{س}^٢}{٢}\right|_{-٢}^{٥}$$

$$١٨ - ٨ - (٢٥ - ٤)$$

$$١٠ - ٢١$$

$$= -١١$$

٢٠١٣ صيفي — ٦ علامات

اذا كان $\int_{-١}^{٦} \text{ق(س) دس} = ٨$ ، $\int_{-١}^{٣} ٢\,\text{ق(س) دس} = ١٠$ ، فجد

$$\int_{٣}^{٦} \left(\text{ق(س)} + ٢\text{س}\right)\text{دس}$$

الحل:

$$\int_{٣}^{٦} \text{ق(س) دس} + \int_{٣}^{٦} ٢\text{س دس}$$

$$\int_{٣}^{-١} \text{ق(س) دس} + \int_{-١}^{٦} \text{ق(س) دس} + \left.\text{س}^٢\right|_{٣}^{٦}$$

$$-٥ + ٨ + (٣٦ - ٩)$$

$$٣ + ٢٧$$

$$= ٣٠$$

٢٠١٤ شتوي   ٤علامات

إذا كان $\int_{-١}^{٦} (٣\text{ق}(\text{س}) - ٢)\,\text{دس} = ١٠$

$\int_{٢}^{٦} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٤$ ، فجد

$\int_{-١}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$.

الحل:

$\int_{-١}^{٦} \text{ق}(\text{س})\,\text{س} + \int_{٦}^{٢} \text{ق}(\text{س})\,\text{س}$

$٦ \quad + \quad -١٤$.

$= \quad -٨$

$٣\int_{-١}^{٦} \text{ق}(\text{س}) - \int_{-١}^{٦} ٢ = ١٠$

$٣\int_{-١}^{٦} \text{ق} - ٢ \times ٧ = ١٠$

$٣\int_{-١}^{٦} \text{ق} = ٢٤$

$\int_{-١}^{٦} \text{ق}\,\text{س} = ٦$

٢٠١٤ صيفي   (٥علامات)

إذا كان $\int_{٣}^{٥} \left(\frac{\text{ق}(\text{س})}{٢} - ١\right)\text{دس} = ٦$

$\int_{٨}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = ١٠$ فجد

$\int_{٣}^{٨} (\text{ق}(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس}$.

الحل:

$\int_{٣}^{٥} \frac{\text{ق}(\text{س})}{٢}\,\text{س} - \int_{٣}^{٥} ١\,\text{س} = ٦$

$\int_{٣}^{٥} \frac{\text{ق}(\text{س})}{٢}\,\text{س} - ١(٢) = ٦$

$\int_{٣}^{٥} \frac{\text{ق}(\text{س})}{٢}\,\text{س} = ٨$

$\Leftarrow \int_{٣}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{س} = ١٦$

الآن

$\int_{٣}^{٨} \text{ق}(\text{س})\,\text{س} + \int_{٣}^{٨} ٢\text{س}\,\text{س}$

$\int_{٣}^{٥} \text{ق}(\text{س})\,\text{س} + \int_{٥}^{٨} \text{ق}(\text{س})\,\text{س} + \text{س}^٢ \Big|_{٣}^{٨}$

$١٦ + -١٠ + (٦٤ - ٩)$

$٦ + (٥٥)$

$= ٦١$

Esam Shikh Abdallah
0790862308

٢٠١٥ شتوي (٤ علامات)

إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^2 + 1 & ، -1 \le س < 3 \\ 4س - 2 & ، 3 \le س \le 4 \end{cases}$$

فجد $\int_{-1}^{4} ق(س)\, دس$

الحل:

$$\int_{-1}^{3} (س^2 + 1)\, دس + \int_{3}^{4} (4س - 2)\, دس$$

$$\left. \frac{س^3}{3} + س \right|_{-1}^{3} + \left. 2س^2 - 2س \right|_{3}^{4}$$

$$\left(\frac{27}{3} + 3\right) - \left(\frac{-1}{3} + -1\right) + (32 - 8) - (18 - 6)$$

$$12 - \left(\frac{-1 - 3}{3}\right) + (24 - 12)$$

$$12 - \frac{-4}{3} + 12$$

$$24 - \frac{4}{3}$$

$$\frac{72 - 4}{3} = \frac{68}{3}$$

٢٠١٥ شتوي (٤ علامات)

إذا كان ق(س) متصلاً وكان ق(١) = ٤ ، ق(٢) = ١٢ ، $\int_{1}^{2} م\, ق'(س)\, دس = 16$

حيث م ثابت ، فجد قيمة م .

الحل:

$$م \int_{1}^{2} ق'(س)\, دس = 16$$

$$م\,(ق(2) - ق(1)) = 16$$

$$م\,(12 - 4) = 16$$

$$8م = 16$$

$$\Leftarrow م = 2$$

المستوى (٤) — الوحدة (التكامل وتطبيقاته) — عصام الشيخ

التخصص (الأدبي) — الدرس (خواص التكامل المحدود) — ماجستير رياضيات

٢٠١٥ صيفي (٤ علامات)

إذا كان

$$\int_{1}^{7} 4\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 8 \quad ، \quad \int_{5}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -9$$

فجد $\int_{1}^{5} \left(3\,\text{ق}(\text{س}) - \frac{3}{2}\text{س}^2\right)\text{دس}$

الحل :

$$3\int_{1}^{5} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{1}^{5} \frac{3}{2}\text{س}^2\,\text{دس}$$

$$3\left(\int_{1}^{7} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{7}^{5} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}\right) - \frac{\text{س}^3}{2}\Big|_{1}^{5}$$

$$3\left(2 + 9\right) - \left(\frac{125}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$3 \times 11 - \frac{124}{2}$$

$$33 - 62$$

$$-29$$

٢٠١٦ شتوي (٤ علامات)

إذا كان

$$\int_{0}^{2} \left(\text{ق}(\text{س}) - 4\right)\text{دس} = 6$$

$$\int_{0}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -1$$

فجد $\int_{2}^{3} \left(\text{ق}(\text{س}) + 3\text{س}^2\right)\text{دس}$

حل:

تجهيز

$$\int_{0}^{2} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - \int_{0}^{2} 4\,\text{دس} = 6$$

$$\int_{0}^{2} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} - (4 \times 2) = 6$$

$$\int_{0}^{2} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 14$$

$$\Leftarrow \int_{2}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{2}^{3} 3\text{س}^2\,\text{دس} =$$

$$\int_{2}^{0} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{0}^{3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \text{س}^3\Big|_{2}^{3}$$

$$-14 + -1 + (27 - 8)$$

$$-15 + 19$$

$$= 4$$

Esam Shikh Abdallah
0790862308

التخصص (الأدبي) الوحدة (١) (التكامل وتطبيقاته .) عصام الشيخ

المستوى (٤) الدرس (٣) (خواص التكامل المحدود) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي (٤ علامات)

إذا كان $\int_{١}^{٦} (٣ - \text{هـ}(س))\, دس = ٧$

$\int_{٢}^{٦} ق(س)\, دس = -٥$

فجد $\int_{١}^{٢} (\frac{١}{٢}\text{هـ}(س) - ٤س)\, دس$

الحل:

$\frac{١}{٢}\int_{١}^{٢} \text{هـ}(س)\, دس - \int_{١}^{٢} ٤س\, دس$

$\frac{١}{٢}\left(\int_{١}^{٦} \text{هـ}(س)\, دس + \int_{٦}^{٢} \text{هـ}(س)\, دس\right) - ٢س^{٢}\Big|_{١}^{٢}$

$\frac{١}{٢}(٨ + ٥) - (٨ - ٢)$

$\frac{١}{٢} \times ١٣ - ٦$

$\frac{١٣}{٢} - \frac{٦}{١} = \frac{١٣ - ١٢}{٢}$

$= \frac{١}{٢}$

$\int_{١}^{٦} ٣ - \int_{١}^{٦} \text{هـ} = ٧$

$١٥ - \int_{١}^{٦} \text{هـ} = ٧$

$\int_{١}^{٦} \text{هـ} = ٨$

٢٠١٧ شتوي (٥ علامات)

إذا كان $\int_{-١}^{٥} \text{هـ}(س)\, دس = ٢$

$\int_{٢}^{٥} (١ - ق(س))\, دس = ٧$

فجد $\int_{-١}^{٢} (\text{هـ}(س) - ٦س^{٢})\, دس$

الحل:

$\int_{-١}^{٢} \text{هـ}(س)\, دس - \int_{-١}^{٢} ٦س^{٢}\, دس$

$\left(\int_{-١}^{٥} \text{هـ}(س) + \int_{٥}^{٢} \text{هـ}(س)\right) - ٢س^{٣}\Big|_{-١}^{٢}$

$(٢ + ٤) - (٢ \times ٨ - ٢ \times -١)$

$٦ - (١٦ - -٢)$

$٦ - ١٨ = -١٢$

$\int_{٢}^{٥} ١ - \int_{٢}^{٥} \text{هـ} = ٧$

$٣ - \int_{٢}^{٥} \text{هـ} = ٧$

$\int_{٢}^{٥} \text{هـ} = ٧ - ٣$

-٤

ESAM SHIKH
0796300625

٢٠١٨ شتوي قديم

اذا كان ق اقتراناً متصلاً وكان

$\int_{-٢}^{٠} ٢ق(س)\,دس = ٦$ فإن

$\int_{٠}^{-٢} ق(س)\,دس$ يساوي:

أ) -٣ ب) ٣ ج) -٦ د) ٦

الحل:

$\int_{-٢}^{٠} ق(س)\,دس = ٣ \Leftarrow$

$\int_{٠}^{-٢} ق(س)\,دس = -٣$.

٢٠١٨ شتوي قديم

اذا كان $\int_{١}^{٦} (ق(س)+٣)\,دس = ٨$

، $\int_{٣}^{٦} ق(س)\,دس = ١٥$ جد

$\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس$.

الحل:

$\int_{١}^{٣} ق(س)\,دس = \int_{١}^{٦} ق(س)\,دس + \int_{٦}^{٣} ق(س)\,دس$

لكن $\int_{١}^{٦} ق(س)\,دس + \int_{١}^{٦} ٣\,دس = ٨$

$\int_{١}^{٦} ق(س)\,دس + ٣(٥) = ٨$

$\int_{١}^{٦} ق(س) + ١٥ = ٨$

$\Leftarrow \int_{١}^{٦} ق(س)\,دس = -٧$

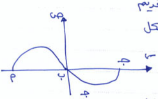
$\Leftarrow$

$\int_{١}^{٦} ق(س)\,دس + \int_{٦}^{٣} ق(س)\,دس$

$= -٧ + -١٥ = -٢٢$

٢٠١٨ شتوي قديم

معتمداً الشكل



اذا كان $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,دس = ٣$ ، $\int_{ب}^{جـ} ق(س)\,دس = -٥$

فما قيمة $\int_{أ}^{جـ} ق(س)\,دس$:

أ) -٢ ب) ٨ ج) ٢ د) -٨

الحل:

$\int_{أ}^{جـ} ق(س)\,دس = \int_{أ}^{ب} ق(س)\,دس + \int_{ب}^{جـ} ق(س)\,دس$

$= ٣ + -٥$

$= -٢$

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان

$\int_{-٣}^{١} ق(س)\,دس = ٦$ ، $\int_{-٣}^{٢} ق(س)\,دس = ١٢$

فإن $\int_{١}^{٢} ٣ق(س)\,دس =$

أ) ٦ ب) -٦ ج) -١٨ د) ١٨

التخصص (الأدبي) الوحدة (١) (التكامل وتطبيقاته) عصام الشيخ

المستوى (٤) الدرس ( ) (خواص التكامل المحدود) ماجستير رياضيات

الحل:

$$\int_{1}^{2} 3\,\text{ق}(\text{س})\,\text{دس} =$$

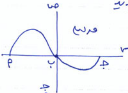
$$3\left(\int_{1}^{-3} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{-3}^{2} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}\right)$$

$$3\,(-6 + 12)$$

$$3 \times 6 = 18$$

٢٠١٨ شتوي جديد

معتمداً الشكل



اذا كان $\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = 6$ ، $\int_{\text{ب}}^{\text{جـ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = -4$

جد $\int_{\text{أ}}^{\text{جـ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

أ) -2 ب) 2 جـ) 10 د) -10

الحل:

$$\int_{\text{أ}}^{\text{جـ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{\text{ب}}^{\text{جـ}} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$$

$$= 6 + (-4)$$

$$= 2$$

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان $\int_{-1}^{4} \text{ل}(\text{س})\,\text{دس} = 3$

$\int_{4}^{-1} \frac{\text{هـ}(\text{س})}{2}\,\text{دس} = 5$ جد

$$\int_{-1}^{4} \left(2\text{ل}(\text{س}) + 2\text{س} + \text{هـ}(\text{س})\right)\text{دس}$$

الحل:

في البداية $\int_{4}^{-1} \text{هـ}(\text{س})\,\text{دس} = 10$

$$\Leftarrow\ 2\int_{-1}^{4} \text{ل}(\text{س})\,\text{دس} + \int_{-1}^{4} 2\text{س}\,\text{دس} + \int_{-1}^{4} \text{هـ}(\text{س})$$

$$2 \times 3 + \text{س}^2\Big|_{-1}^{4} + (-10)$$

$$6 + (16-1) + -10$$

$$6 + 15 + -10$$

$$6 + 5 = 11$$