اقتران اللوغاريتم الطبيعي

ملخص القوانين

قاعدة الاشتقاق

① إذا كان ق(س) = لو س ← ق′(س) = $\dfrac{1}{س}$

② إذا كان ق(س) = لو ل(س) ، ل>٠ ← ق′(س) = $\dfrac{ل'(س)}{ل(س)}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو(س²+٥) جد ق′(س)

الحل: ق′(س) = $\dfrac{٢س}{س²+٥}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو جا س جد ق′(س)

الحل: ق′(س) = $\dfrac{جتا س}{جا س}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو(٢س² + ٣س) جد ق′(س)

الحل: ق′(س) = $\dfrac{جتا س}{جا س}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو √(س+٧) جد ق′(س)

الحل: ق′(س) = لو(س+٧) = $\dfrac{١}{س+٧}$

ق′(س) = لج $\dfrac{س^{س}}{س+√س}$ = $\dfrac{١}{س+√س}$

مثال: ق(س) = لو(س-٤) جد ق′(س)

ق′(س) = $\dfrac{١}{س-٤}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو |س-٤| جد ق′(س)

الحل: = $\dfrac{١}{س-٤}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو(س حتا س) جد ق′(س)

الحل:

مثال: إذا كان ق(س) = لو |س-٥|+١٠ جد ق′(س)

الحل: ق′(س) = $\dfrac{٢}{س+٥}$

مثال: إذا كان ق(س) = لو $\dfrac{حتا س}{س-٣}$ جد ق′(س)

الحل:

قاعدة التكامل

ف م س = لو ظا س ـ لو (٤ـ٣ س)

$$\textcircled{1} \int \frac{1}{س} \, دس = لو ا س ا + ج$$

لو ظا س ـ س ـ لو (٤ـ٣ س)

$$\textcircled{2} \int \frac{1}{٣-٢س} \, دس = لو ا ٣ـ٢ س ا + ج$$

ق د س = ظا س ـ س ـ حتى

$$\frac{١}{ظا س} ـ ٣ـ٤ س$$

ـ س ظا س + ٣ـ س

٣ـ٤ س

مثال: جد $\int \frac{١}{٣ س} \, دس$

الحل: $\int \frac{١}{٣ س} \, دس$

* مثال: جد معكوس المشتقة بالتزايد

ف م س = ١/س

الحل: $\int \frac{١}{٣ س} \, دس = ٣ لو ا س ا + ج$

الحل: ف م س = لو ا س ا + ج

مثال: جد $\int \frac{١}{ظا س} \, دس$

مثال: جد معكوس المشتقة بالتزايد

ف م س = ٣ـ س

٧ + ٣ـ س

الحل: = $\int \frac{ظا س}{حتا س}$

الحل: = لو ا حتا س ا + ج

ف م س = لو ا ٣ـ س + ٧ ـ س ا + ج

مثال: جد $\int \frac{١}{٣ ٥ـ ٣ س} \, دس$

$\int \frac{١}{٥ـ ٣ س} \, دس$

الحل:

$$\frac{١}{٣} لو ا ٣ س ـ ٥ ا$$

لو ١٨٠،١ ــ لو ٩،٠٢ــ ـــــــــــــــــــ لو ١ ــ لو ٥ ــــ ـــ ٢ ٢ ... = ١لو٠م ، ٢لو٥ ، ١لو٥ ــ ــ	= لو ٢×٢،٠٥ ــ لو١٠ ــ لو ٣،٠ــ = لو ٣٢ ــ لو ٢ ـــ ـــ ٢ ٢ لو ٣٢ = لو ١١ ـــ ـــ

مثال:
فرد(س) = لو ٣ــس جد فرد(س)
 	
الحل:
فرد(س) = ٢ = ١
        ـــ   ـــ
         ٣   ٣
	مثال: جد
	قا+س
	ـــــــ
	٢+ظا+س
	
	الحل:
	= س
	  ـ

مثال:
فرد(س) = لو جا+س جد فرد(س)
 	
الحل:
فرد(س) = ٠جتا×٥ = ٠جتا×٥ = ٥
            ـــــ   ـــــ
             ٥جا   جا
 	
= ١٥ ــ ٥ظتا+س
  ــــــ
   جا×س
	لو ٢+ظا ٥+ا
	ـــــــــــ
	    ٢
	   ــ
	
	= لو ٢+ظا + ا ــ لو ٢ـ ظا ٥ـ
	  ـــ ــ ـــ
	
	= لو ٣ ــ لو ٣
	  ـــ ـــ
	
	= صفر

مثال:
اذا كان فرد(س) = لو ٣س ١ + ٣س ٢ـ ١٠ـ
جد فرد(س)
 	
الحل:
فرد(س) = ٣س ٢ـ ٣+
         ــــــــ
         ٣س ٢+ س ١٠ـ
	*
	١
	ــــــــ
	٩ + ٢س
	
	= س ١لو٩ + ٢س+ا + ب
	
	مثال: جد
	٢
	ــ
	٣
	١
	ــــــ
	٩ ــ ٢س

مثال: فرد(س) = لو (س+٥س + ٢) جرفرد(س) **الحل**:	٢ ــ ٣ لو ٩،٠٢ـ١٦ ـــــــــــ ٢

$$\text{فر(س)} = \dfrac{\text{ص} - ٢}{١ + \text{ص}٥}$$

$$\text{فر(س)} = \dfrac{٥\text{ص} - ٢ + ٥}{٥\text{ص} + ٣}$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{(لو}_٢\text{ س)}^٣ \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = ٣\text{(لو}_٢\text{ س)}^٢ \times \text{لو س}$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{س}^٣ \text{ لو}_٥ \text{ س} \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = ٣\text{س}^٢ \text{ لو}_٥ \text{ س} + \text{س}^٣ \text{ لو س}$$

مثال:

$$\text{فر(س)} = \text{لو}_٥ \dfrac{(٣ - ٤\text{ص})}{(٧ - ٣\text{ص})}^٥$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{لو}_٥ (٢ + \text{س}^٢) \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = ٦\text{لو}_٥(٤\text{ص}+٥) - ٥\text{لو}_٥(٧-٣\text{ص})$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = \dfrac{١}{٢ + \text{س}^٢}$$

$$\text{فر(س)} = ٦ \cdot \dfrac{٨}{٤\text{ص}+٥} - \dfrac{٢}{٧-٣\text{ص}}$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{لو}_٥(\text{جتا}\text{س}) \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = \text{لو}_٢ \text{س}^٢ + \text{لو}_٢ \text{طا}\text{س}$$

مثال:

$$\text{فر(س)} = \text{لو}_٢ \text{س}^٢ + ٤\text{ص}^٢ + ٤\text{ص} \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = \dfrac{٢\text{س}}{\text{س}^٢} + \dfrac{\text{قا}^٢\text{س}}{\text{طا}\text{س}}$$

$$\text{فر(س)} = \dfrac{١}{\text{س}} + \dfrac{١٠\text{ص} + ٣}{٥\text{ص}^٢ + ٣\text{ص}}$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{لو}_٥ \left(\dfrac{\text{س}}{١+\text{س}}\right) \quad \text{جد فر(س)}$$

مثال:

$$\text{ف(س)} = \text{لو}_٥(\text{طا} \text{لو}_٥ \text{س}) \quad \text{جد فر(س)}$$

الحل:

$$\text{فر(س)} = \text{لو}_٥ \text{س} - \text{لو}_٥(\text{س}+١)$$

ق(س) _ ق(ص) = قا ظا س + قا ثا س + ٣س	ق(س) = قا(لو س) × ١
ق(س) = (ظا س + قا س) قا س + ٣س٢	
(ظا س + قا س)	**مثال:**
ق(س) = قا س + ٣س٢	إذا كان ق(س) = لو (س + √س٢ + ١)
	أثبت أن ق(س) = ١ / √س٢ - ١
مثال:	**الحل:**
بين أن الاقتران ق(س) = لو ظا س	ق(س) = ١ / ١+س٢ / √س٢ + ١ / ١ - س٢
هو معكوس المشتقة لاقتران	
ق(س) = ظا س	ق(س) = ١ / √س٢ + ١ × ١ - س٢ + س / √س٢ + ١
الحل:	
ق(س) = لو ظا س	= √س٢ - ١ + س / (√س٢ + ١)(√س٢ - ١)
ق(س) = ظا س / ظا س	= (√س٢ + ١)(√س٢ - ١) / (√س٢ + ١)(√س٢ - ١)
ق(س) = ظا س	= س / √س٢ - ١
= ق ق(س) ق(س)	= ١ / √س٢ - ١
ق ق هو معكوس المشتقة لاقتران ق(س)	
مثال:	
جـد: √٣ - س / ٣ + س	= ١ / √س٢ - ١
	مثال:
الحل:	إذا كان (ق(س))(ق(س)) = د(س) + لو قا س + ظا س + ٣س
	لو √س + ١٢س + جـ
	فأثبت أن
	ق(س) = ٣س + قا س
	الحل:

مثال:

جد ∫ $\frac{١ + ٣س^٢}{جا س + س^٣}$ دس

الحل :

لو (جا س + س^٣) = ص + ج

= لو | جا س + س^٣ | + ج

مثال:

جد ∫ قتاص^٢ س + ٥ دس

الحل :

∫ (٥ + قتاص^٢ س) دس

∫ ٥ دس + ∫ قتاص^٢ س دس

= ٥ س − قتا س + ج

= لو | ظاص | + م

مثال:

جد ∫ $\frac{س − ٢}{س^٢ − ٤ص}$ دس

الحل :

∫ $\frac{٢}{(س − ٢)(س + ٢)}$ دس

= ∫ $\frac{١}{س + ٢}$ دس

لو | س + ٢ | + ج

لو ٧ − لو ٥ = لو $\frac{٧}{٥}$

مثال:

جد ∫ $\frac{٣ص}{٥ + ص}$ دس

الحل :

لو | س^٢ + ١٠ص | + م

مثال:

جد ∫ $\frac{ص + ٥}{ص}$ دس

الحل :

مثال:

جد ∫ $\frac{س − ١}{(س − ١)^٢}$ دس

الحل :

∫ $\frac{ص − ١}{ص^٢}$ دس

= لو | ٢ص − ٢ | + م

$$- \frac{1}{3}\, \text{لو}\, س + 1 + \text{لو}\, س + 1 + \text{لو}\, س + 1$$

$$= (- \text{لو}\, س - \text{لو} 2) + (\text{لو}\, س - \text{لو})$$

$$= - \text{لو} 2 + \text{لو} س = \text{لو}\, س$$

مثال:
جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{2 - س}{س^2 + 3}$$

الحل:

$$\int \frac{\dots}{\dots} = \text{لو}\, س + 1 + \text{ج}$$

مثال:
جد معكوس المشتقة للاقتران

$$ق(س) = \frac{3 \text{جا} 3 س}{س^2 + 3 س + 5}$$

الحل:

$$\int \frac{3 \text{جا} 3 س}{س^2 + 3 س + 5}\, = \text{لو} |س^2 + 3 س + 5| + ج$$

مثال:
جد: $\int \frac{2 - س}{س^2 + 1}$

الحل:

مثال:
جد: $\int \frac{3 \text{جا} س}{س^2 + 1}$

الحل:

$$\frac{1}{3} \text{لو} |1 + 3 س| + 3 \text{جا} س + ج$$

مثال:
جد: $\int \frac{|2 - س|}{1 + 2 س}$

الحل:

الأسئلة الوزارية

2012 شتوي

إذا كان جـ، كـ، = كان لـ(جـ ÷ ك) = ٣

فما قيمة الناتج جـ

(أ) هـ³ (ب) هـ⁶ جـ ٤ هـ ٣ هـ صيفي

الحل:

$$\ln e = 3$$

$$\ln e^6 - \ln e = 3$$

$$\ln e^6 = 3 + \ln e$$

$$\ln e^6 = 3 + 1$$

قيمة جـ

$$\frac{1}{3-س} دس$$ صيفي

سداسي

2012 شتوي

إذا كان عدد ... جـ = هـ² + لوحا جا + ...

فإن قـ.هـ = سداسي

(أ) ظاهـ² (ب) ظاهـ + ظاهـ² جـ ٢ظاهـ

د: هـ + ظاهـ س

الحل:

قـ.هـ = ... ، ظاهـ²

$$\frac{}{ظاهـ} ظاهـ²$$

___

(النصف الأيسر)

صيفي

قيمة جـ

$$\frac{1}{3-س} دس$$

سداسي

(■) لو(هـ²+هـ +١)

(■) لو(هـ²+هـ) (■) لو(هـ²+هـ+١)

الحل:

$$\ln|س²-١| لو$$

$$\frac{3-س}{هـ-١} = لو(هـ²+هـ+٢)$$

2.15 صفحة (تعلم)

لماذا كان: هـ د س = لو هـ س

فرض: س > 1

$$2 - \text{هـ}^{2} \quad \text{س}, \text{هـ}^{1} \quad \text{س}$$

الحل:

$$\text{فرب} = \text{هـ}^{2} + 1$$

$$\text{ف}^{1} \text{س} = \frac{2}{\text{هـ}^{2}}$$

$$\text{ف}^{1}(2) = \text{هـ}^{2} \times 2 = 3$$

2.15 مشتق   (تعلم)

جد:

$$\left(\frac{\text{هـ}^{2} - 2}{3\text{س}} \right) \text{لـ}$$

الحل:

$$\left\{ \frac{8 - 7\text{س} + 6\text{س}^{2} - \text{هـ}}{3\text{س}} \right\}$$

$$\left\{ \frac{3}{\text{س}^{2}} - 6 + 3\text{س} - \text{لـ}\text{س}^{2} \right\}$$

2.15 صفحة   (25 علامة)

اذا كان:

$$\left(\frac{\text{س}}{\text{قتا}} \right) = \text{قتا}\text{س} + \text{ظتا}\text{س}، \frac{\text{س}}{2}$$

$$4 \text{لوا}\text{س} - \text{لـ} + \frac{\text{لـ}}{2} + \frac{\text{لـ}}{2\text{س}^{2}} - \frac{\text{لـ}}{\text{س}^{2}} + \text{لـ}$$

اثبت أن   ف د س = ح، قتا س

الحل:

$$\text{ف}^{1}\text{س} = - \frac{\text{قتا}\text{س}(\text{قتا}\text{س}) - \text{قتا}\text{س}}{\text{قتا}\text{س} + \text{ظتا}\text{س}}$$

$$\text{ف}^{1}\text{س} - 3 = - \frac{\text{قتا}\text{س}(\text{ظتا}\text{س} + \text{قتا}\text{س})}{(\text{ظتا}\text{س} + \text{قتا}\text{س})}$$

$$\text{ف}^{1}\text{س} = 3 - \text{س}، \text{قتا}\text{س}$$

وهو المطلوب.