تطبيقات هندسية

ملخص القوانين

مثال

جد قاعدة الاقتران ق علما" بأن منحناه يمر بالنقطة (-١،٣) وأن ميل المماس لمنحنى الاقتران ص = ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة ق'(س) = ٢س - ١

الحل:

$$ق(س) = \int (٢س - ١)\, دس$$

$$= س^{٢} - س + جـ$$

$$٣ = ١ - ١ + جـ$$

$$٣ = ٢ + جـ$$

$$\Leftarrow جـ = ص$$

$$ق(س) = س^{٢} - س$$

مثال

جد قاعدة الاقتران ق علما" بأن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة $ق'(س) = ٣س^{٢} - ٨س$ وأن منحناه يمر بالنقطة (-١،٣)

الحل:

$$ق(س) = \int (٣س^{٢} - ٨س)\, دس$$

$$= س^{٣} - ٤س^{٢} + جـ$$

$$٣ = -١ - ٤ + جـ$$

$$٣ = -٥ + جـ$$

$$٨ = جـ$$

$$ق(س) = س^{٣} - ٤س^{٢} + ٨$$

مثال

جد قاعدة الاقتران ص = ق(س) علما" بأن ميل المماس لمنحناه عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة $\frac{دص}{دس} = س\sqrt{س^{٢} + ٩}$ وأن النقطة (-٤،١) تقع على منحنى الاقتران ص

الحل:

$$ق(س) = \int س\sqrt{س^{٢} + ٩}\, دس$$

$ص = س^{٢} + ٩$

$$دص = ٢س\, دس$$

$$دس = \frac{دص}{٢س}$$

$$= \int س \sqrt{ص}^{\frac{١}{٢}} \frac{دص}{٢س}$$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} ص^{\frac{٣}{٢}} + جـ$$

$$ق(س) = \frac{١}{٣}\sqrt{(س^{٢}+٩)^{٣}} + جـ$$

$$١ = \frac{١}{٣}\sqrt{(٢٥)^{٣}} + جـ$$

$$١ = \frac{١}{٣} \times ١٢٥ + جـ$$

$$١ = \frac{١٢٥}{٣} + جـ$$

$$-\frac{١٢٥}{٣} = جـ \Leftarrow جـ = \frac{٣ - ١٢٥}{٣} = -\frac{١٢٢}{٣}$$

$$ق(س) = \frac{١}{٣}\sqrt{(س^{٢}+٩)^{٣}} - \frac{١٢٢}{٣}$$

مثال
إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران
ص = ق(س) عند النقطة (س، ص)
يساوي $٦ - ٣س + ٩س^{٣}$ فجد
قاعدة الاقتران ق علما بأن
ق(٠) = ٥
الحل:

$$ق(س) = \int (٦ - ٣س + ٩س^{٣})\, دس$$

$$= ٦س - س^{٢} - \frac{٩}{٤}س^{٤} + ج$$

$$٥ = ٠ - ٠ - ٠ + ج$$

$$ج = ٥$$

$$ق(س) = ٦س - س^{٢} - \frac{٩}{٤}س^{٤} + ٥$$

$$\int \frac{دص}{دس}\, دس = \int ص^{-\frac{١}{٢}}\, دص$$

$$= \frac{٢}{١}ص^{\frac{١}{٢}} + ج$$

$$ق(س) = ٢\sqrt{(س^{٤} + ٨)^{٣}} + ج$$

$$٤ = ٢\sqrt{٨^{٣}} + ج$$

$$٤ = \frac{٢}{١} \times ٤ + ج$$

$$٤ = ٦ + ج$$

$$ج = -٢$$

$$\Leftarrow ق(س) = ٢\sqrt{(س^{٤} + ٨)^{٣}} - ٢$$

مثال
جد قاعدة الاقتران ق إذا كان
ميل المماس للمنحنى ص = ق(س)
عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة
$ق'(س) = \frac{٣س}{\sqrt[٣]{س^{٤} + ٨}}$ وكان منحنى
الاقتران ق يمر بالنقطة (٠، ٤)
الحل:

$$ق(س) = \int ٣س(س^{٤} + ٨)^{-\frac{١}{٣}}\, دس$$

$$ص = س^{٤} + ٨$$

$$دس = \frac{دص}{٣س}$$

مثال
إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ل
عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة
$ل'(س) = ٣س(٤ - ٣س)$ فجد قاعدة
الاقتران ل علما بأن منحناه يمر
بالنقطة (٠، ٣).
الحل:

$$ل(س) = \int ٨س - ٦س^{٢}\, دس$$

$$= ٤س^{٢} - ٢س^{٣} + ج$$

$$٣ = ٠ - ٠ + ج$$

$$\Leftarrow ج = ٣$$

$$\Leftarrow ل(س) = ٤س^{٢} - ٢س^{٣} + ٣$$

مثال

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ يعطى بالقاعدة

$هـ'(س) = \frac{٣س^{٤} - ٥س}{س}$ ، $س \neq ٠$

جد هـ(٢) علماً بأن منحنى الاقتران هـ يمر بالنقطة (-١، ٥)

الحل:

$هـ(س) = \int \frac{٣س^{٤} - ٥س}{س} \, د س$

$= \int \frac{س^{٣}(٣س - ٥)}{س} \, د س$

$= س^{٣} - ٥س + جـ$

$٥ = ١ + ٥ + جـ$

$-١ = جـ$

$\therefore هـ(س) = س^{٣} - ٥س - ١$

$\therefore هـ(٢) = ٨ - ١٠ - ١$

$= -٧$

مثال

جد قيمة $و(١)$ علماً بأن ميل المماس لمنحنى الاقتران $ص = و(س)$ عند النقطة $(٢، ص)$ يعطى بالقاعدة $و'(س) = ٦\sqrt[٣]{(٣س - ١)^{٢}}$ وأن منحناه يمر بالنقطة $(٢، ٥)$

الحل:

$و(س) = \int ٦(٣س - ١)^{\frac{٢}{٣}} \, د س$

$= ٦ \times \frac{(٣س - ١)^{\frac{٥}{٣}}}{\frac{٥}{٣} \times ٣} + جـ$

$و(س) = \frac{٩}{٥}\sqrt[٣]{(٣س - ١)^{٥}} + جـ$

الحل:

$و(س) = \int ٢٥(٥س + ٤)^{٤} \, د س$

$= \frac{٢٥(٥س + ٤)^{٥}}{٥ \times ٥} + جـ$

$و(س) = (٥س + ٤)^{٥} + جـ$

$٧ = (-٥ + ٤)^{٥} + جـ$

$٧ = -١ + جـ$

$٨ = جـ$

$\therefore و(س) = (٥س + ٤)^{٥} + ٨$

$\therefore و(١) = ٩^{٥} + ٨$

$= ٥٩٠٤٩ + ٨ = ٥٩٠٥٧$

مثال

جد قيمة $و(١)$ علماً بأن ميل المماس للمنحنى $ص = و(س)$ عند النقطة $(٢، ص)$ يساوي $٢٥(٥س + ٤)^{٤}$ وأن منحنى الاقتران $و$ يمر بالنقطة $(-١، ٧)$.

$0 = \frac{9}{4} \sqrt[3]{(-1)^4} + ج$

$0 = \frac{9}{4} \times 1 + ج$

$0 - \frac{9}{4} = ج$

$ج = \frac{0-9}{4} = \frac{11}{4}$

$ص = \frac{9}{4} \sqrt[3]{(س-1)^4} + \frac{11}{4}$

$ص(14) = \frac{9}{4} \sqrt[3]{(27)^4} + \frac{11}{4}$

$= \frac{9}{4} \times 81 + \frac{11}{4}$

$= \frac{729 + 11}{4} = \frac{740}{4}$

مثال

إذا كان ميل المماس للاقتران ص=ق(س) عند النقطة (س، ص) يعطى بالقاعدة ق'(س) = ٢هـ^س + ٢س فجد قاعدة الاقتران ق علماً بأن منحناه يمر بالنقطة (٠، ٤)

الحل:

$ق(س) = \int (2هـ^س + 2س)\, دس$

$= 2هـ^س + س^2 + ج$

$4 = 2هـ^0 + 0 + ج$

$4 = 2 + ج$

$ج = 2$

$\Leftarrow$

$ق(س) = 2هـ^س + س^2 + 2$

التخصص(الأدبي) الوحدة(١) (التكامل وتطبيقاته) عصام الشيخ

المستوى(٤) الدرس(١) (التكامل عين المحدود) ماجستير رياضيات

الأسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ صيفي (٥ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة (x, y) هو $6-2x$، فجد قاعدة الاقتران f علماً بأن $f(1) = 2$

الحل :

$f(x) = \int 6-2x \, dx$

$f(x) = 6x - x^2 + c$

$2 = 6 - 1 + c$

$2 = 5 + c$

$\Leftarrow c = -3$

$\Leftarrow f(x) = 6x - x^2 - 3$

$f(3) = 27 - 9 + 5$

$= 18 + 5 = 23$

٢٠١١ صيفي ٤ علامات

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة (x, y) يساوي $4x^3 - 6x$ فجد قاعدة الاقتران f علماً بأن منحناه يمر بالنقطة $(2, 5)$

الحل :

$f(x) = \int (4x^3 - 6x) \, dx$

$f(x) = x^4 - 3x^2 + c$

$5 = 16 - 4 \times 3 + c$

$5 = 16 - 12 + c$

$5 = 4 + c \Leftarrow c = 1$

$\Leftarrow f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$

٢٠١٣ صيفي (٥ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة (x, y) يساوي $(3x^2 - 1)$ فجد قاعدة الاقتران f، علماً بأن منحنى الاقتران f يمر بالنقطة $(2, 4)$

الحل : $f(x) = \int 3x^2 - 1 \, dx$

$= x^3 - x + c$

$4 = 8 - 2 + c$

$4 = 6 + c \Leftarrow c = -2$

$f(x) = x^3 - x - 2$

٢٠١٤ صيفي (٤ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة (x, y) يساوي $(x - \frac{1}{x^2})$ وكان المنحنى يمر بالنقطة $(1, c)$ فجد قاعدة الاقتران f.

الحل : $f(x) = \int x - x^{-2} \, dx$

$= \frac{1}{2}x^2 - \frac{x^{-1}}{-1} + c$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x^{-1} + c$

$1 = \frac{1}{2} \times 2 + \frac{1}{1} + c$

$1 = 1 + 2 + c \Leftarrow c = -2$

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{x} - 2$

ESAM SHIKH
0796300625

التخصص(الأدبي) الوحدة(١) (التكامل وتطبيقاته) عصام الشيخ

المستوى(٤) الدرس(١) ( ) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي (٤ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي $\frac{٣س - س^{٣}}{س^{٣}}$ فجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (-١، ٦).

الحل:

$$ق(س) = \int \frac{٣س - س^{٣}}{س^{٣}} \, د س$$

$$= \int ٣ س^{-٢} - ١ \, د س$$

$$= ٣ \times \frac{س^{-١}}{-١} - س + ج$$

$$= -\frac{٣}{س} - س + ج$$

$$٦ = -\frac{٣}{-١} - (-١) + ج$$

$$٦ = ٣ + ١ + ج$$

$$ج = ٢$$

$$ق(س) = \frac{٣}{س} - س + ٢$$

ESAM SHIKH
0796300625

٣.١١ شتوي ٥ علامات

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عند النقطة (س ، صـ) يساوي $3س^2$ ، فأكتب قاعدة الاقتران هـ علماً بأنه يمر بالنقطة (١،٠)

الحل:

$$هـ(س) = \int 3س^2 \, د س$$

$$= \frac{3س^{2+1}}{2+1} + جـ$$

$$1 = \frac{1^3}{3} + جـ$$

$$1 = \frac{1}{3} + جـ$$

$$جـ = \frac{2}{3}$$

$$هـ(س) = \frac{3س^3}{3} + \frac{2}{3}$$

المستوى (٤) الوحدة (التكامل وتطبيقاته) عصام الشيخ

التخصص (الأدبي والمعلوماتية) الدرس ( ) ماجستير رياضيات

٣.١٥ شتوي ٤ علامات

إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) عند النقطة (س، ص) يساوي $\frac{3-س}{ص}$ وكان المنحنى يمر بالنقطة (٣، ١) فجد قاعدة الاقتران ق.

الحل:

$$ق(س) = \int \frac{3-س}{ص} \, د س$$

$$= \int \frac{3-س}{\frac{1}{2}ص^{2}} \, د س$$

$$1 = -1 + ج$$

$$ج = 2$$

$$ق(س) = -ص^{2} + 3س + 2$$

٢٠١٧ صيفي

اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $٣س^{٢}$ جد قاعدة الاقتران $ق$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة $(١، ٠)$

الحل:

$$ق(س) = \int ٣س^{٢} \, دس$$

$$= س^{٣} + جـ$$

$$١ = ١^{٣} + جـ$$

$$١ = ١ + جـ$$

$$جـ = ٠$$

$$\therefore ق(س) = س^{٣} - ٢ .$$

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $(٤س - ٦)$ جد قاعدة الاقتران $ق$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة $(٢، -١)$

الحل:

$$ق(س) = \int (٤س - ٦) \, دس$$

$$= ٢س^{٢} - ٦س + جـ$$

$$-١ = ٢(٢)^{٢} - ٦(٢) + جـ$$

$$-١ = ٨ - ١٢ + جـ$$

$$-١ = -٤ + جـ$$

$$جـ = ٣$$

$$ق(س) = ٢س^{٢} - ٦س + ٣$$

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران $ق(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $٣س(س+٤)$ جد قاعدة الاقتران $ق$ علما بأن منحناه يمر بالنقطة $(١، ٥)$

الحل:

$$ق(س) = \int (٣س^{٢} + ١٢س) \, دس$$

$$= س^{٣} + ٦س^{٢} + جـ$$

$$٥ = ١ + ٦ + جـ$$

$$٥ = ٧ + جـ$$

$$جـ = -٢$$

$$\therefore ق(س) = س^{٣} + ٦س^{٢} - ٢ .$$

ESAM SHIKH
0796300625