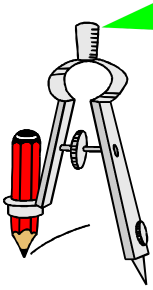
الحسنات في

الرياضيات

الصف الثاني الثانوي العلمي و الصناعي

أمَّا قَبْل مُرَاجَعَة

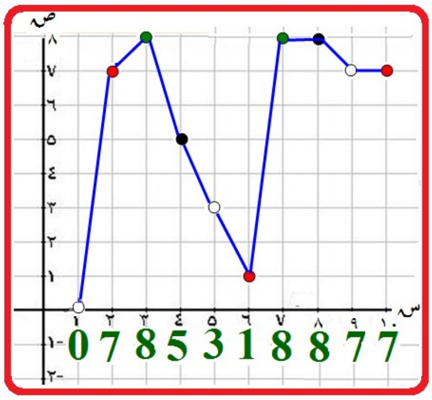
لأهم المفاهيم الأساسية قبل التوجيهي



إعداد المعلم: عبدالقادر الحسنات
078 531 88 77

عبدالقادر الحسنات

π $\sqrt{س}$



نهـا ق(س)
س←

ق̄(س)

I ♥ Maths
$\sqrt{16}$ Ever

I LOVE MATH
SAID NO ONE EVER!

أما قبل : مراجعة لأهم المفاهيم الأساسية في الرياضيات للعلمي

أولاً : الأعداد السالبة والموجبة

أ) الجمع : عند جمع عددين نعتبر الموجب (رصيد) أو (ربح) والسالب (دين) أو (خسارة)

مثال : (- ٨) + (+٣) : تعني إذا كان عليك دين مقداره (٨) دنانير وحصلت على رصيد لتسديد الدين مقداره (٣) دنانير ، بعد التسديد ما هو وضعك المالي ؟

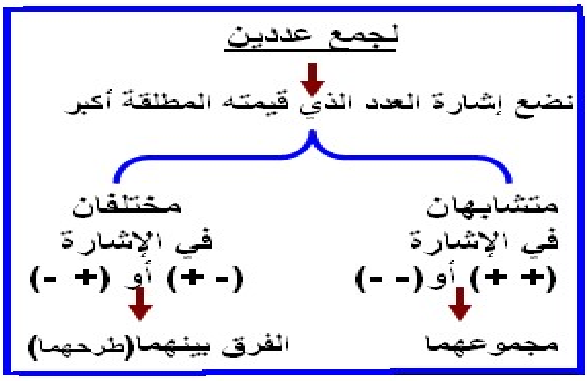
الجواب :يبقى عليك (٥) دنانير دين ، إذاً الناتج (- ٥)

أو :(- ٨) + (+٣) :قمتَ بعمليتين تجاريتين خسرتَ في الأولى (٨) دنانير وربحتَ في الثانية (٣) دنانير ماذا حدث لرأسمالك الأصلي ؟ زادَ أم نقص ؟ الجواب :نقصَ بمقدار (٥) دنانير، إذاً الناتج (- ٥)

كذلك يمكن أن تعتبر الموجب صعود والسالب نزول: (- ٣) + (+٥) :أنت في الطابق الثالث تحت الأرض (-٣) وصعدت خمس طوابق ، فإلى أي طابق تصل (الطابق الثاني فوق الأرض (+٢))

أيضاً : (- ٢) + (-٣) : أنت في الطابق الثاني تحت الأرض ونزلت ثلاث طوابق فتصبح في الطابق الخامس تحت الأرض (-٥)

كما يمكن استخدام القاعدة التالية:



مثال :

١) (-٥) + (+٣) = - ٢
٢) (-٤) + (- ٢) = - ٦
٣) (+٦) + (-٢) = +٤
٤) (+٥) +(- ٥) = صفر

ب) الطرح:عند طرح عددين نحول الطرح إلى جمع ونعكس إشارة المطروح ثم نطبق قاعدة الجمع

مثال : ١) (-٩) - (-٣) = (-٩) + (+٣) = - ٦
٢) (-٧) - (+٢) =(-٧) + (- ٢) = - ٩

٣) (+٤)-(-٢) = (+٤) + (+٢) = +٦
٤) (+٦) - (+٩) =(+٦) + (-٩) = -٣

ملاحظة(١):إذا لم يكن هناك إشارة أمام العددين وكان الجواب (لا يجوز)- أي دون التعامل مع السالب- فنقوم بتبديل مكاني العددين ونضع إشارة سالب أمام الناتج : أ – ب = – (ب – أ)

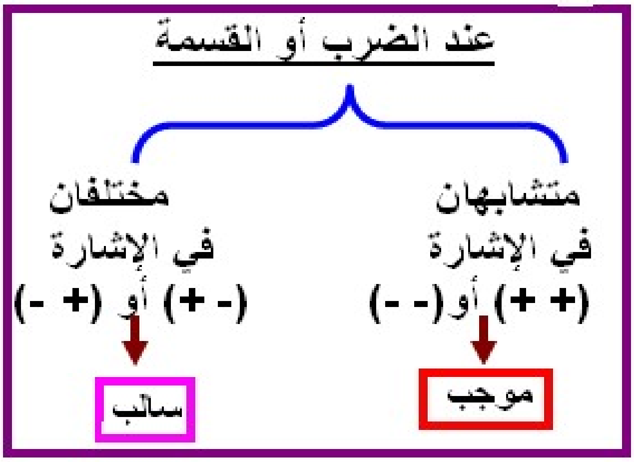
مثلاً : ١) ٦ - ٨ = (لا يجوز) إذاً الناتج = - (٨-٦) = -٢
٢) ٧ – ١٠ = - ٣

ملاحظة(٢): إذا لم يكن هناك إشارة أمام العدد فهو موجب :٦+(-٢) تعني :(+٦)+(-٢)

ملاحظة(٣): إذا لم يكن هناك أقواس مثل : -٢-٥ نضع الأقواس ثم نطبق القاعدة المناسبة
(-٢) – (+٥) =(-٢) +(-٥) = -٧
كذلك : -٣+٧ = (-٣) +(+٧)= +٤
– ٥ – ٤ =(– ٥) + (– ٤) = – ٩
– ٧ + ٣ =(– ٧) + (+٣) = – ٤
– ٢ + ٨ =(– ٢) + (+٨) = +٦

ج) الضرب والقسمة:

عند الضرب أو القسمة لا يوجد أكبر أو أصغر (متشابهان في الإشارة الناتج موجب) ، (مختلفان في الإشارة الناتج سالب)



مثال : ١) (-٥) × (+٣) = - ١٥
٢) (-٤) × (- ٢) = + ٨
٣) (+٦) × (-٢) = -١٢

٤) (+٥) ÷(- ٥) = - ١
٥) (-٥) ÷ (-١) = +٥
٦) (-٨) ÷ (-٢) = +٤

تمارين

١) (-٩) + (-١) =
٢) (-٢) + (+٣) =
٣) (+٨) + (-٩) =
٤) (+٦) + (-٢) =
٥) (-٥) + (+٥)=
٦) (-٧) + (+٣) =
٧) (-١) + (- ٨) =

٨) (+٧)- (-٣) =
٩) (-٧) - (+٩)=
١٠) (+٢) - (+٥) =
١١) (-١) - (-٤) =

١٢) (-٣) ÷ (-٣) =
١٣) (+١١) ÷ (-١) =
١٤) (-٢٤) ÷ (+٣)=
١٥) (+٢)÷ (-١) =

١٦) (-٣) × (-٣) =
١٧) (+٦) × (-٥) =
١٨) (-٥) × (+٨) =

١٩) ٦ – ٩ =
٢٠) – ٣ – ٨ =

ثانياً : الكسور العادية

أ) قاعدة الجمع والطرح :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \pm \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} \times \text{د} \pm \text{ب} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

مثلاً: ١) $\frac{٧}{٥} + \frac{٢}{٣} = \frac{٧\times٣+٢\times٥}{٥\times٣} = \frac{٢١+١٠}{١٥} = \frac{٣١}{١٥}$

٢) $٦ - \frac{٣}{٤} = \frac{٦}{١} - \frac{٣}{٤} = \frac{٦\times٤ - ١\times٣}{١\times٤} = \frac{٢٤-٣}{٤} = \frac{٢١}{٤}$

ب) قاعدة الضرب:

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

مثلاً : $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٦}{٣٥}$

ج) قاعدة القسمة:نحول القسمة إلى ضرب ونقلب المقسوم عليه ثم نطبق قاعدة الضرب السابقة

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{أ} \times \text{د}}{\text{ب} \times \text{ج}}$$

مثلاً : $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٢} = \frac{٢١}{١٠}$

ملاحظة :أي عدد أو متغير يوجد معه (٣ واحدات) مخفية نظهر منها ما يلزم للعملية الحسابية المطلوبة

مثلاً: $٦ = ١ \times \frac{٦}{١}^{١}$

: $٦ + \frac{١}{٢} = \frac{٦}{١} + \frac{١}{٢} = \frac{١٣}{٢}$

كذلك : $٥\,\text{س} + ٥ = ٥ \times \text{س} + ٥ \times ١ = ٥\,(\text{س} + ١)$

أيضاً : $٧^{٢} \times ٧ = ٧^{٢} \times ٧^{١} = ٧^{٢+١} = ٧^{٣}$

ثالثاً: الكسور العشرية: نحولها إلى عادية وذلك بوضع أصفار على يمين الواحد في المقام بعدد المنازل على يمين الفاصلة

مثلاً : $٠,٤ = \frac{٤}{١٠}$ كذلك $٧,٣٦ = \frac{٧٣٦}{١٠٠}$

أيضاً : $٢,٥٪ = \frac{٢,٥}{١٠٠} = \frac{٢٥}{١٠٠٠} = ٠,٠٢٥$ ،

ملاحظة (١) : $٠,٤ = ٠,٤٠ = ٠,٤٠٠$ لذلك $٠,٣ + ٠,٧٤ = ٠,٣٠ + ٠,٧٤ =$

$$\begin{array}{r} ٠,٣٠ \\ +\ ٠,٧٤ \\ \hline ١,٠٤ \end{array}$$

ملاحظة (٢) :عند الضرب نعتبر الفاصلة غير موجودة ونضرب ثم نحرك الفاصلة من اليمين بعدد المنازل على يمين الفاصلة في الأعداد المضروبة

مثلا : $٠,٠٢ \times ٠,٣ = ٠,٠٠٦$ أيضاً : $٢,٣ \times ٠,٥ = ١,١٥$ كذلك $٠,٣ \times ٠,٣ = ٠,٠٩$

رابعاً: المقادير الجبرية:

١) مفهوم (الحد) في الرياضيات :هو أي مقدار جبري لا يحتوي على جمع (+)أو طرح (-)
مثلاً : (٣س^{٢} ص^{٤}) حد واحد بينما (٤س^{٢} + ص- ٥) يتكون من ٣ حدود

٢) يتشابه حدان إذا كان فيهما نفس المتغيرات بنفس القوى
مثلاً : (٣س^{٢} ص) (٥س^{٢} ص) متشابهان بينما (٣س ص^{٢})(٧س^{٢} ص) غير متشابهين

٣) لا يمكن جمع أو طرح إلا الحدود الجبرية المتشابهة – عندها نجمع أو نطرح المعاملات (الأعداد أمام المتغير)
مثلاً : ٣س^{٢} ص+٥س^{٢} ص = ٨س^{٢} ص لكن ٣س^{٢} ص+٥س^{٥} ص = لا يمكن جمعهما

٤) عند الضرب أو القسمة لا يشترط التشابه حيث نضرب أو نقسم المعاملات ونجمع الأسس عند الضرب ونطرحها عند القسمة

مثلاً : ٦س^{٤} ×٥س^{٥} = ٣٠ س^{٩} كذلك ١٢س^{٦} ÷ ٤س^{٢} =٣س^{٤}

خامساً:القوس المسبوق بإشارة سالب : نعكس جميع الإشارات داخله

مثلاً: ٦س^{٢} + ٥س – ٨ – (٤س^{٢} -٣س +١)= ٦س^{٢} + ٥س – ٨ – ٤س^{٢} +٣س – ١
= ٢س^{٢} + ٨س – ٩

سادساً:الأسس (القوى)

١) الضرب المكرر يتم تحويله إلى أسس مثلاً : ٥×٥×٥ =(٥)^{٣}

٢) عند الضرب (وتساوي الأساسات) نجمع الأسس مثلاً : (٣)^{٢} × (٣)^{٥} = (٣)^{٧}

٣) عند القسمة (وتساوي الأساسات) نطرح الأسس مثلاً : (٧)^{٨} ÷ (٧)^{٢} = (٧)^{٦}

٤) في حالة قوة القوة نضرب الأسس مثلاً : ((٥)^{٣})^{٢} = (٥)^{٦}

٥) توزيع القوى مثلاً : (س × ص)^{٢} = س^{٢} × ص^{٢}

٦) القوة السالبة يتم تغيير مكانها من البسط إلى المقام أو العكس لتصبح موجبة : (٣)$^{-١}$ = $\left(\frac{١}{٣}\right)^{+١}$

٧) القوة الكسرية يتم تحويلها إلى جذر : (٨)$^{\frac{٥}{٣}}$ = $\left(\sqrt[٣]{٨}\right)^{٥}$ = (٢)^{٥} =٣٢

٨) (٥)^{٢}= ٥ × ٥ = ٢٥ (٥)^{٢} = ١٠ خطأ شائع !! و الصواب:(٥)^{٢}=٥×٥= ٢٥

٩) (أي عدد غير الصفر)^{٠} =١ مثلاً (٧)^{٠} = ١ كذلك (- ٢٠١٦)^{٠} =١

١٠) $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{-١}$ = $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{+١}$ = $\frac{٥}{٣}$

١١) صورة عدد ما في الاقتران هي القيمة الناتجة عن استبدال س بذلك العدد
مثلاً : ق(س) = ٣س - ١ : صورة العدد (٢) هي ق(٢)= ٣×٢ -١ = ٦-١ = ٥
كذلك ق(س) = ٥س^{٢} +٢س-٤ : صورة العدد (٣) هي ق(٣) =٥(٣)^{٢} +٢(٣)-٤
= ٥×٩ +٦ – ٤
= ٤٥+٢ = ٤٧

سابعاً: فك الأقواس :

١) (س +٣)(س +٤) = الأول × الأول + الأول × الثاني + الثاني × الأول + الثاني × الثاني
= س^{٢} + ٣س +٤س + ١٢
= س^{٢} + ٧س + ١٢

٢) (س - ٥)(س - ٤) = س^{٢} - ٥س-٤س + ٢٠ = س^{٢} - ٩س + ٢٠

٣) (س - ٢)(س +٧) = س^{٢} +٧س- ٢س - ١٤= س^{٢} +٥س - ١٤

٤) (س + ٢)(س - ٣) = س^{٢} -٣س+ ٢س - ٦= س^{٢} - س – ٦

٥) (٣س^{٣} +١)(٢س^{٢} +٥) = ٦س^{٥} + ١٥ س^{٣}+ ٢س^{٢} + ٥

٦) (س^{٤} - ١)(س^{٣} +٤س - ٣) = س^{٧} + ٤س^{٥} - ٣س^{٤} - س^{٣} - ٤س + ٣

٧) (س + ٣)^{٢} = (   )^{٢} + ٢ (   ) (   ) + (   )^{٢}
= (س)^{٢} + ٢ (س) (٣) + (٣)^{٢} = س^{٢} + ٦س + ٩

٨) (س + ٥)^{٣} = (   )^{٣} + ٣ (   )^{٢}(   ) + ٣ (   ) (   )^{٢} + (   )^{٣}
= (س)^{٣} + ٣ (س)^{٢}(٥)+٣ (س) (٥)^{٢} + (٥)^{٣} = س^{٣} + ١٥ س^{٢} + ٧٥ س + ١٢٥

ثامناً: ترتيب العمليات الحسابية (الأولويات):

١) الأقواس : ( ) ، [ ] ، { }

٢) الأسس والجذور

٣) الضرب والقسمة

٤) الجمع والطرح

مثلاً : ١) ٣ +٢×٤ = ٥×٤ = ٢٠ خطأ
لأن الضرب قبل الجمع والصواب : ٣+٨ = ١١
٢) ٤ × ٣^{٢} = ١٢^{٢} = ١٤٤ خطأ
لأن الأسس قبل الضرب والصواب : ٤× ٩ = ٣٦

مثال : -٥×٣ - ٢^{٣} + (٨-٣)^{٢} + (-٣)^{٢}
= - ١٥ – ٨ + (٥)^{٢} + ٩
= -٢٣ + ٢٥ + ٩ = ٢+٩ = ١١

كذلك : ٨ + ٢× ٥ – (٧)^{٢}
= ٨ + ١٠ – ٤٩
= ١٨ -٤٩ = - ٣١

ملاحظة: (٥س)^{٢}= (٥)^{٢}×(س)^{٢} = ٢٥س^{٢}
(٣$\sqrt{\text{س}}$)^{٢}= (٣)^{٢}($\sqrt{\text{س}}$)^{٢} = ٩س

تمارين

س١ : جد قيمة

١) ٨س – ١٠ س =

٢) – ٣س^{٢} – ٧س^{٢} =

٣) ٨س × ٣ س =

٤) – ٣س^{٥} × ٧س^{٢} =

٥) س – (- ٥ س) =

٦) – ٤س^{٥} ÷ س^{٢} =

٧) $\frac{٣}{٧}$ + $\frac{١}{٥}$ =

٨) $\frac{٤}{٩}$ - $\frac{٣}{٢}$ =

٩) - $\frac{٢}{٩}$ - $\frac{٥}{٢}$ =

١٠) $\frac{٣}{٥}$ × $\frac{٦}{٩}$ =

١١) - $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{١}{٥}$ =

١٢) $\frac{٢}{٧}$ ÷ $\frac{٣}{٤}$ =

١٣) $\frac{٥}{٢}$ ÷ - $\frac{٣}{٦}$ =

١٤) ٥ ÷ $\frac{٣}{٤}$ =

١٥) $\frac{٥}{٢}$ + ٦ =

س٢) فك الأقواس فيما يأتي في أبسط صورة :

١ - (س + ٦)(س + ٤) =

٢ - (س - ٢)(س - ٣) =

٣ - (س - ١)(س + ٤) =

٤ - (س + ٥)(س - ٣) =

٥ - (٣س + ١)(٢س + ٥) =

٦ - (س^{٢} - ٤)(س - ٧) =

٧ - (س^{٢} - ١)(س^{٣} + ٤س) =

٨ - (س^{٢} - ١)(س^{٣} + ٤س - ٣) =

٩ - (س + ١٠)^{٢} =

١٠ - (س^{٣} - ٣)^{٢} =

س٣) جد قيمة ما يأتي في أبسط صورة :

١) ٦ + ٢ × ٣ - ٥^{٢}

٢) -٢ – (-٢)^{٣} + (٦-٢)^{٢}

٣) -٥ × ٢^{٣} + ٣ × ٤ -٧^{٢}

٤) -١ + ٤^{٣} × (٥-٦)^{٧}

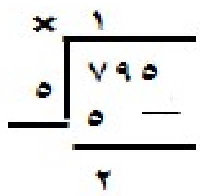
٥) ٣ - ٦ + ٤ × ٥ - $\sqrt{٣٦}$ + (-١)^{٣}

٦) -٢ × ٥ - ٤^{٣} + (٦-١٠)^{٢} + (-١)^{٦}

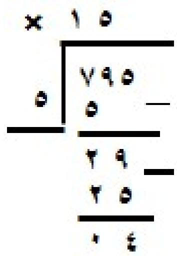
القسمة الخوارزمية :

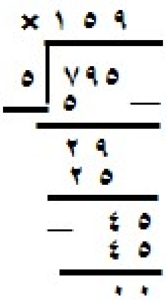
ملاحظة: بعض المسائل تحتاج إلى إيجاد الجواب النهائي وقد يكون على الصورة: ٤٥ ÷ ٨
وهنا يجب استخدام القسمة الخوارزمية(عقدة الطلاب) وسنحاول هنا التعرف على خطواتها

مثال ١ : ٧٩٥ ÷ ٥



الخطوة الأولى:
نقسم ٧ على ٥ والجواب (١)(لأن العدد ٧ فيه ٥ واحدة) نضعه في الأعلى
ثم نضربه في (المقسوم عليه وهو ٥) ويجب أن يكون ناتج الضرب مساوياً
للمقسوم (٧) أو أصغر منه ثم نطرح ويجب أن يكون ناتج الطرح أصغر من المقسوم عليه

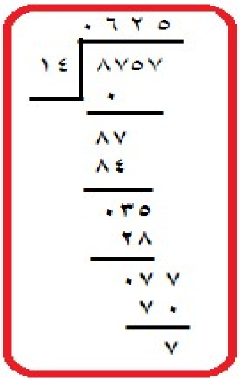


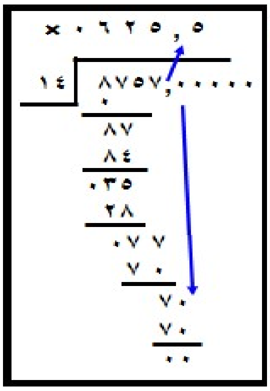


الخطوة الثانية: نقوم بإنزال العدد التالي (٩) فيصبح العدد في الأسفل ٩
ونطبق عليه نفس الخطوات السابقة

الخطوة الثالثة: أخيراً نقوم بإنزال العدد(٥) فيصبح العدد في الأسفل ٤٥
ولأن ٩×٥ = ٤٥ فإن الناتج هو ٩

مثال ٢ : ٨٧٥٧ ÷ ١٤

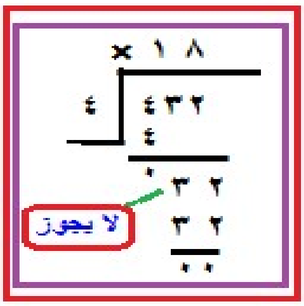




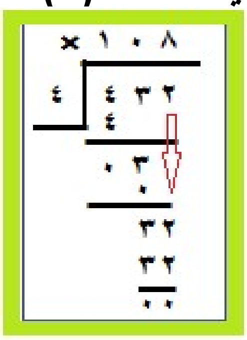
أولاً نقسم ٨على ١٤ والناتج صفراً فنجعلها ٨٧ ونقسمها على ١٤
فيكون الناتج ٦ ونضرب ٦ في ١٤ ثم نطرح فيبقى ٣ وهكذا ٠٠٠
إلى أن يبقى ناتج الطرح ٧ ولا يوجد أعداد أخر لتنزيلها ، عندها
نضع (فاصلة) وبعدها عدد لا نهائي من الأصفار
ننزل الصفر الأول عند العدد ٧ فيصبح (٧٠)
ونرفع الفاصلة إلى الناتج وهكذا مع بقية الأصفار إلى أن يصبح
ناتج الطرح صفراً أو عدد (أعداد) مكرر – دوري

مثال٣: خطأ شائع : ٤٣٢ ÷ ٤
من أكثر الأخطاء التي يقع فيها الطلاب عند القسمة هو مصطلح (لا يجوز) والحقيقة أن هذا المصطلح
لا وجود له في عملية القسمة
فمثلاً عند قسمة ٤٣٢ على ٤ : نقسم ٤ على ٤ والناتج ١ وباقي الطرح صفراً ثم يتم إنزال العدد ٣
وعند قسمته على ٤ يقول الطالب (لا يجوز) لأنه أصغر من المقسوم عليه ويقوم بإنزال العدد التالي
(٢) ويقسم ٣٢ على ٤ والناتج ٨
والخطأ أنه لا يوجد (لا يجوز) في القسمة فنحن نبحث عن عدد عند ضربه في ٤ يكون الناتج ٤ أو أقل
من ٤ والجواب (صفر)
وبعد ضربه في ٤ والطرح نقوم بإنزال العدد التالي ليصبح ٣٢ وتتم عملية القسمة (٨)
ليصبح الناتج ١٠٨ وليس ١٨

الخطأ:



الصواب :



تمارين

استخدم القسمة الخوارزمية للتأكد من الناتج فيما يأتي :

١) ٢٧٤٠٤ ÷ ٤ = ٦٨٥١

٢) ١٧٢٨٤ ÷ ٥ =٣٤٥٦,٨

٣) ٨٥٤٩٦٧ ÷ ١٢ =٧١٢٤٧,٢٥

٤) ٥٤٨٩٧ ÷ ١٤٥ =٣٧٨,٦

القسمة الخوارزمية لكثيرات الحدود:

مثال(١):إذا كان ق(س) = س^{٣} + ٦س^{٢} - ٤س +٧ ، هـ(س) =س+٤ وأردنا أن نجد ناتج وباقي قسمة ق على هـ فإنا نستخدم القسمة الخوارزمية حيث ق(س) هو المقسوم و هـ(س) المقسوم عليه

نقسم الحد الأعلى قوةً في المقسوم(وهو س^{٣})

على الحد الأعلى قوةً في المقسوم(وهو س)

$\frac{س^{٣}}{س} = \frac{\cancel{س} \times س \times س}{\cancel{س}} = س^{٢}$

ثم نضرب ناتج القسمة وهو (س^{٢})

في جميع حدود المقسوم عليه(س+٤)

ونكتب الناتج وهو (س^{٣}+٤س^{٢}) تحت المقسوم

ونطرح فيكون الناتج (٢س^{٢} - ٤س +٧)

ويجب أن يختفي الحد الذي تمت قسمته ونكرر العملية على جميع الحدود الباقية إلى أن تصبح درجة ناتج الطرح أصغر من درجة المقسوم عليه

س^{٢} + ٢س - ١٢

س+ ٤ | $\cancel{س^{٣}}$ + ٦س^{٢} - ٤س +٧

- $\cancel{س^{٣}}$ +٤س^{٢}

$\cancel{٢س^{٢}}$ - ٤س +٧

- $\cancel{٢س^{٢}}$ + ٨ س

$\cancel{-١٢}$ س + ٧

- - ١٢ $\cancel{س}$ – ٤٨

٥٥

الناتج : س^{٢} + ٢س - ١٢ والباقي (٥٥) (لاحظ أن +٧ - - ٤٨ = ٧ + ٤٨ = ٥٥)

مثال(٢):

(س^{٣} - س^{٢} - ٣س +١) ÷ (س^{٢}+٣س – ٥)

الناتج = س – ٤

الباقي = ١٤س – ١٩

نتوقف لأن درجة ناتج الطرح (١٤س – ١٩)

أصغر من درجة المقسوم عليه(س^{٢}+٣س – ٥)

س - ٤

س^{٢}+٣س – ٥ | $\cancel{س^{٣}}$ - س^{٢} - ٣س +١

- $\cancel{س^{٣}}$ +٣س^{٢} - ٥س

- $\cancel{٤س^{٢}}$ + ٢س + ١

- -$\cancel{٤س^{٢}}$ - ١٢س+٢٠

١٤س – ١٩

ملاحظة : للتأكد من صحة الحل : المقسوم = الناتج × المقسوم عليه + الباقي

س^{٣} - س^{٢} - ٣س +١= (س – ٤)× (س^{٢}+٣س – ٥) + (١٤س – ١٩)

تمارين

١) (س^{٣} + ٣س^{٢} - ٥س +٢) ÷ (س+١) : الناتج = س^{٢}+٢س – ٧ والباقي = ٩

٢) (س^{٥} +٦س^{٤} - ٤س^{٣}-٢س^{٢}+س+١١) ÷ (س^{٢}- س+١):الناتج = س^{٣}+٧س^{٢}+٢س–٧ والباقي(- ٨س + ١٨)

٩

تاسعاً : التحليل إلى العوامل :

خطوات التحليل إلى العوامل:

أولاً: العامل المشترك : دائماً نبدأ بالسؤال التالي : هل يوجد عامل مشترك؟

ثانياً: الفرق بين مربعين: إذا لم يكن هناك عمل مشترك ، نلاحظ فيما إذا كان المقدار (فرق بين مربعين أو مكعبين أو مجموع مكعبين)

ثالثاً: إذا لم يكن كذلك نلاحظ فيما إذا كان (ثلاثي حدود)

رابعاً: إذا لم يكن المقدر أياً مما سبق وكان من الدرجة الثالثة أو أكثر نحلل حده الثابت ونحاول الحصول على صفر (جذر) له مثل (أ) ثم نستخدم القسمة التركيبية (أو الخوارزمية) ونقسمه على (س – أ)

أمثلة:

١) إخراج عامل مشترك: ٤س^{٣} - ٦س = ٢ × ٢ × س × س × س – ٢ × ٣ × س

= ٢س (٢س^{٢} – ٣)

٧س - ٧ = ٧ × س - ١ × ٧ = ٧ (س - ١)

٢) الفرق بين مربعين : س^{٢} - ٩ = (س-٣)(س+٣)

١٦س^{٢} - ١٠٠ = (٤س-١٠)(٤س+١٠)

ملاحظة: س^{٢} + ٩ مقدار أولي ولا يحلل لأن س^{٢} + ٩ = صفر ⇐ س^{٢} = – ٩ لا يوجد لها حل في ح

٣) الفرق بين مكعبين: س^{٣} - ٨ = (الأول)^{٣} - (الثاني)^{٣} = (الأول - الثاني)((الأول)^{٢} + (الأول)(الثاني) + (الثاني)^{٢})

= (س)^{٣} - (٢)^{٣} = (س-٢)(س^{٢}+٢س +٤)

مجموع مكعبين : س^{٣} + ٦٤ = (س)^{٣} + (٤)^{٣} = (س+٤)(س^{٢} - ٤س +١٦)

٤) تحليل ثلاثي الحدود : س^{٢} - ٥س + ٦ = (س-٣)(س-٢)

نبحث عن عددين حاصل ضربهما (٦) ومجموعهما (-٥) وهما -٢،-٣

كذلك: س^{٢} - ٢س - ١٥ = (س-٥)(س+٣) :حاصل ضربهما (-١٥) ومجموعهما (-٢)

أيضاً : س^{٢} + ٤س - ١٢ = (س-٢)(س+٦) :حاصل ضربهما (-١٢) ومجموعهما (+٤)

ملاحظة: (١) هناك حالات لا نجد فيها عددين صحيحين يحققان الشرطين السابقين عندها نستخدم المميز والقانون العام

$$\text{س}_{١،٢} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{المميز}}}{٢\text{أ}}$$ حيث المميز = ب^{٢} – ٤ أ ج

⇐ أس^{٢} + ب س + ج = (س- س$_{١}$)(س – س$_{٢}$)

مثال (١) : ق(س) = ٣س^{٢}+١١ س +٦

الحل: أ = ٣ ، ب= ١١ ، ج=٦

$$\text{س} = \frac{-١١ \pm \sqrt{(١١)^{٢} - ٤\times٣\times٦}}{٢\times٣}$$

$$= \frac{-١١ \pm \sqrt{١٢١ - ٧٢}}{٦} = \frac{-١١ \pm \sqrt{٤٩}}{٦}$$

$$= \frac{-١١ \pm ٧}{٦}$$

$$= \frac{-١١ + ٧}{٦} ، \frac{-١١ - ٧}{٦}$$

$$= \frac{-٤}{٦} ، \frac{-١٨}{٦}$$

$$\text{س} = -\frac{٢}{٣} ، -٣$$

= (س- س$_{١}$)(س – س$_{٢}$)

= (س – – $\frac{٢}{٣}$)(س – – ٣)

= (س + $\frac{٢}{٣}$)(س +٣)

ق(س) = (٣س +٢)(س +٣)

مثال (٢) : ق(س) = ٢س^{٢}+٥ س +٧

الحل: أ = ٢ ، ب= ٥ ، ج=٧

المميز = ب^{٢} - ٤×أ × ج = (٥)^{٢}-٤×٢× ٧ = ٢٥ – ٥٦ = – ٣١ (المميز سالب) ⇐ لا يحلل (أولي)

ملاحظة: (٢) إذا كان الاقتران من الدرجة الثالثة أو أكثر :

نبحث عن عدد يجعله صفراً(من عوامل الحد الثابت) ثم نستخدم **القسمة التركيبية**

مثال (٣): ق(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} - س + ٢ نلاحظ أن ق(٢) = ٨ -٨ – ٢ +٢= ٠

معامل :	س^{٣}	س^{٢}	س	الثابت
جذر المقسوم عليه ٢	١	-٢	-١	٢
		٢	٠	-٢
×	١	٠	-١	٠

إذاً س – ٢ عامل من عوامل ق(س)

ق (س) = (س^{٢} + ٠ س - ١)(س-٢)

ق(س) = (س^{٢}- ١)(س-٢)

فرق بين مربعين

= (س- ١) (س+١)(س-٢)

ملاحظة: ويمكن تحليل هذا الاقتران بطريقة **التجميع المناسب**:

ق(س) = س^{٣} - ٢س^{٢} - س + ٢

= س^{٢}(س-٢) – ١(س-٢)

= (س-٢)(س^{٢} – ١)

=(س-٢)(س– ١)(س+١)

مثال (٤):ق(س) = س^{٣} - ٥س + ٤ نلاحظ أن ق(١) = ١-٥+٤ = ٠ إذاً س – ١ عامل لـ ق(س)

القسمة التركيبية

جذر المقسوم عليه	س^{٣}	س^{٢}	س	الثابت
	١	٠	-٥	٤
١	٠	١	١	-٤
	١	١	-٤	٠

س^{٢} + س - ٤

ق(س) = (س^{٢} + س – ٤)(س-١)

ويمكن تحليل (س^{٢} + س – ٤) عن طريق المميز والقانون العام

مثال (٥):ق(س) = س^{٤} - س^{٣} - ٨ نلاحظ أن ق(٢) =١٦- ٨ - ٨ = ٠ إذاً س – ٢ عامل لـ ق(س)

	س^{٤}	س^{٣}	س^{٢}	س	ثابت
٢	١	-١	٠	٠	-٨
		٢	٢	٤	٨
	١	١	٢	٤	صفر

(س-٢) (س^{٣} + س^{٢} + ٢س+٤)

ق(س) = (س-٢) (س^{٣} + س^{٢} + ٢س+٤)

تمارين

١١

أ) أكمل الفراغ فيما يأتي :

١) س٢ +٥س +٦ = (س)(س)
٢) س٢ + ٨س - ٢٠ = (س)(س)
٣) س٢ +٢س -١٥ = (س)(س)
٤) س٢ -١٧ س + ٣٠ = (س)(س)
٥) س٢ - س -١٢ = (س)(س)

٦) س٢ -٩ س +٢٠ = (س)(س)
٧) س٢ - س -٢٠ = (س)(س)
٨) س٢ + س -٣٠ = (س)(س)
٩) س٢ - ١٩س -٢٠ = (س)(س)
١٠) س٢ + ٨س +١٢ = (س)(س)

١١) س٢ +٧س +٦ = (س)(س)
١٢) س٤ + ١٩س٢ – ٢٠ = (س)(س)
١٣) س٢ +١٤س -١٥ = (س)(س)
١٤) س٢ -١٣ س + ٣٠ = (س)(س)
١٥) س٢ - ٤س -١٢ = (س)(س)

١٦) س٢ -١٢ س + ٢٠ = (س)(س)
١٧) س٢ +٢٢س +٤٠ = (س)(س)
١٨) س٢ +٢٩ س -٣٠ = (س)(س)
١٩) (٢س+١)٢ - ٣س -٤٠ = = ( )( )
٢٠) (٣س-٢)٤ + ٩(٣س-٢)٢ +١٨ = ( )( )

ب) حلل إلى العوامل الأولية:

١) ١٢س٣ - ١٨س =
٢) س٤ - ٦٤س =
٣) ٥ - ٥س٢ =
٤) س٣ - ٦٤س =
٥) س٢ - ٨١ =
٦) ٤س٤ - ٦٤س٢ =
٧) $\frac{1}{4}$س٢ - ٢٧ =
٨) ٤س٤ + ٦٤س٢ =
٩) س٣ - ٤س٢ - ٧س + ١٠ =
١٠) س٣ +٥س٢ +٧س +١٢ =

١١) س٤ - ٤س٢ +٢س – ٤ =
١٢) س٥ + س٣ + س٢ +١ =
١٣) (٢س-٥)٢ - ٨١ =
١٤) (س+١)٣ + ٢٧ =

عاشراً: حل المعادلات:

أ) الخطية :

وهي على الصورة : أ س + ب = جـ نتعامل معها مثل الميزان ذو الكفتين

طرف السينات (أ س + ب) **طرف الأعداد (الثوابت)** (جـ)

يجب تجميع الحدود المحتوية على (س) في أحد طرفي المعادلة ثم القسمة على معامل س

مثال ١) ٢س + ٥ = ٩

٢س + ٥ - ٥ = ٩ - ٥

$\frac{٢}{٢}$س = $\frac{٤}{٢}$ ⇐ س = ٢

٢) ٣س – ٨ = ٧س + ١

٣س – ٧س = ١ + ٨

-٤س = ٩ ⇐ س = - $\frac{٩}{٤}$

ب) التربيعية : صورتها العامة : أس٢ + ب س + جـ = ٠ ولها ٣ احتمالات :

١) وجود (س٢) و(عدد ثابت)

فرق بين مربعين

مثلاً : س٢ – ١٦ = ٠

(س-٤)(س+٤) = ٠

(س-٤) = ٠

أو (س+٤) = ٠

وبالتالي : س = ٤ ، س = -٤

٢) وجود (س٢) و (س)

إخراج عامل مشترك

س٢ + ٦س = ٠

س(س+٦) = ٠

س = ٠

أو (س+٦) = ٠

س = ٠ ، س = -٦

٣) وجود (س٢) و (س) و(عدد ثابت)

تحليل ثلاثي الحدود

س٢ + ٤س – ١٢ = ٠

(س+٦)(س- ٢) = ٠

(س+٦) = ٠

أو (س- ٢) = ٠

س = -٦، س = ٢

ملاحظة(١): للمعادلة التربيعية على الأكثر حلان (جذران) : فقد لا يكون لها حل في ح (منحنى الاقتران لا يقطع محور السينات)

مثل : س٢ + ٩ = ٠ أو س٢ + ٦ = ٥

ملاحظة(٢): ويمكن استخدام القانون العام لحل أي معادلة تربيعية على الصورة : أس٢ + ب س+ج = ٠

القانون العام : س = $\frac{-ب \pm \sqrt{المميز}}{٢أ}$ حيث المميز = ب٢ – ٤ أ ج

ولا يوجد حل للمعادلة في ح إذا كان المميز سالباً (وتكون أولية)

مثلاً : س٢ - ٢س – ٣ = ٠ أ = ١ ، ب = -٢ ، ج = -٣

المميز = ب٢ – ٤ أ ج = (-٢)٢ - ٤×١×(-٣) = ٤ - - ١٢ = ١٦ (موجب إذا يوجد لها حلان)

س = $\frac{-- ٢ \pm \sqrt{١٦}}{٢ \times ١}$ = $\frac{٢ \pm ٤}{٢}$ ⇐ س١ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣ ، س٢ = $\frac{-٢}{٢}$ = -١

١٣

تمارين

حل المعادلات الآتية في ح :

١) ٢س + ٢ = -٨

٢) ٣س – ٧ = ٥س – ١

٣) ٤س^{٢} – ٨٠ = ٢٠

٤) ٦س^{٢} + ١٥س = ٠

٥) س^{٢} - ٥س = ٢٤

٦) ٣س^{٢} - ٧س = ٥س^{٢}

٧) س^{٣} - ٢٧ = ٠

٨) ٨س^{٣} + ١ = ٠

٩) س^{٣} + ١٣ س^{٢} + ٣٠س = ٠

١٠) ٤س^{٢} – ٨٠ = ٢٠

١١) ٩س^{٢} + ١٥س^{٢} = ٠

١٢) س^{٢} - ٥س = ١٤

١٣) س^{٣} + ٩ = ١

١٤) س^{٤} – س^{٢} = ٦

١٥) س^{٣} + س^{٢} - ٤س – ٤ = ٠

١٦) س^{٣} + (س - ١)^{٢} - س = ٨

١٧) $\frac{\text{٢س + ٥}}{\text{١ - ٣س}} = \text{٤}$

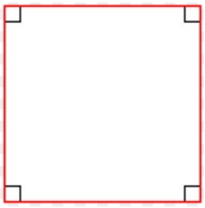
١٨) $\frac{\text{س}^{٢}\text{ + ١}}{\text{٥ - س}} = \text{٥}$

١٩) $\frac{\text{س + ٣}}{\text{س + ١}} = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س - ٣}}$

٢٠) $\frac{\text{س + ٢}}{\text{س + ٥}} = \frac{\text{س - ٥}}{\text{س}^{٢}\text{ - ٢س + ٨}}$

حادي عشر: قوانين ضرورية ومهمة:

١- مساحة المربع = الضلع × نفسه



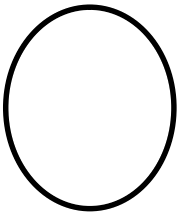
٢- محيط المربع = الضلع× ٤

٣- قطر المربع = الضلع ×$\sqrt{٢}$

٤- مساحة المستطيل = الطول×العرض

٥- محيط المستطيل = ٢× الطول + ٢× العرض

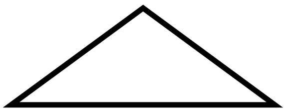
٦- (قطر المستطيل)^{٢} =(الطول)^{٢}+ (العرض)^{٢}



٧- مساحة الدائرة(القرص) = نق^{٢} π

٨- محيط الدائرة(القرص) = ٢ نق π

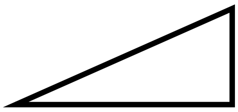
٩- مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع



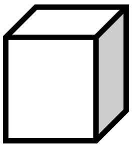
= نصف حاصل ضرب طولي أي ضلعين فيه × جيب الزاوية المحصورة بينهما

١٠- نظرية فيثاغوروس:

(الوتر)^{٢} =(ضلع القائمة الأول)^{٢} + (الضلع الثاني)^{٢}



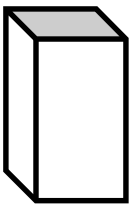
١١- حجم المكعب = (الضلع)^{٣}

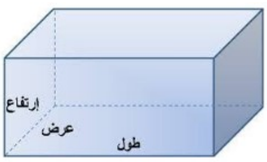


١٢- مساحة المكعب الكلية = ٦ ×مساحة أحد الأوجه

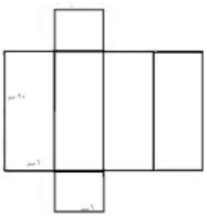
١٣- حجم متوازي المستطيلات = الطول ×العرض× الارتفاع

أو = مساحة القاعدة × الارتفاع

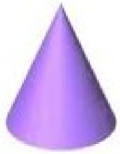


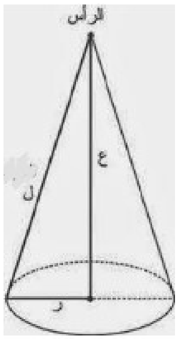


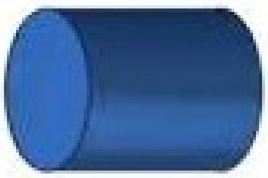
١٤- المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات = محيط القاعدة × الارتفاع



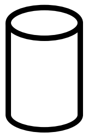
١٥- حجم المخروط = $\frac{1}{3}\pi$ نق^2 ع



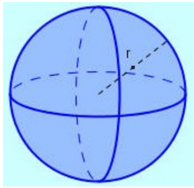




١٦- حجم الأسطوانة = π نق^2 ع



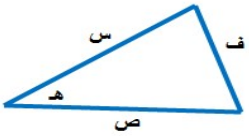
١٧- مساحة سطح الأسطوانة الجانبي = ٢ π نق ع



١٨- حجم الكرة = $\frac{4}{3}\pi$ نق^3

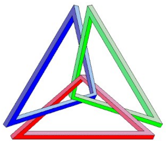
١٩- مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^2

٢٠- (المسافة بين نقطتين)^2 = (س$_2$ – س$_1$)^2 + (ص$_2$ – ص$_1$)^2



٢١- ف^2 = س^2 + ص^2 - ٢س ص جتا هـ (قانون الجتا)

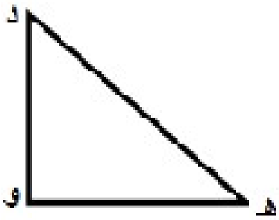
<u>تشابه المثلثات:</u> يتشابه مثلثان :

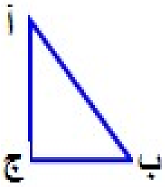


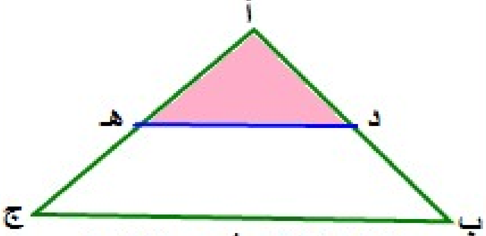
(١) إذا تساوت زوايا المثلث الأول مع ما يناظرها من زوايا المثلث الثاني
(٢) إذا تناسبت الأضلاع المتناظرة في المثلثين
(٣) إذا تناسب ضلعان في المثلث الأول مع ضلعين في المثلث الثاني وكانت الزاوية المحصورة بين الضلعين في المثلث الأول تطابق (تساوي في القياس) الزاوية المناظرة لها في المثلث الثاني

أ ب ج ، د هـ و مثلثان متشابهان : إذاً

$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{د و}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{هـ و}}$







من تشابه المثلثين أ ب ج (الكبير)
أ د هـ (الصغير) ينتج أن:

$\frac{\text{أ ب}}{\text{أ د}} = \frac{\text{ب ج}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{أ ج}}{\text{أ هـ}}$

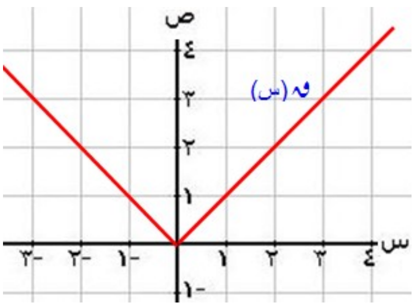
ثاني عشر: اقتران القيمة المطلقة: ق (س) = | أس + ب | أو ق (س) = | أس^{٢} + ب س + ج |

أولاً : اقتران القيمة المطلقة دائماً موجب أو يساوي صفرا ، ورمزه : | |

مثلاً : | -٤ | = + ٤ كذلك | ٧ | = + ٧

ملاحظة مهمة : $\sqrt{س^{٢}}$ = | س |

أي أن ق (س) = | س | = { س ، س ≥ ٠ ؛ - س ، س < ٠ } ورسمته



أو بشكل عام : | ق (س) | = { ق (س) ، ق (س) ≥ ٠ ؛ - ق (س) ، ق (س) < ٠ }

ثانياً: إذا كان | س | < أ (حيث أ موجبة) فإن - أ < س < + أ

إذا كان | س | > أ (حيث أ موجبة) فإن س > أ أو س < - أ

عبد القادر الحسنات
078 531 88 77

ثالثاً : لإعادة تعريف اقتران القيمة المطلقة ، دائما نساوي ما بداخل القيمة المطلقة بالصفر ونجد جذره (جذوره) ثم نعين الجذور على خط الأعداد ونختبر الفترات الناتجة: الموجبة نبقيها كما هي والسالبة نضربها في (-)

مثال ١: اعد تعريف ق (س) = | ٢س – ٦ |

الحل :نجد صفر الاقتران : ٢س – ٦ =٠ ⇐ ٢س =٦ ⇐ س = ٣

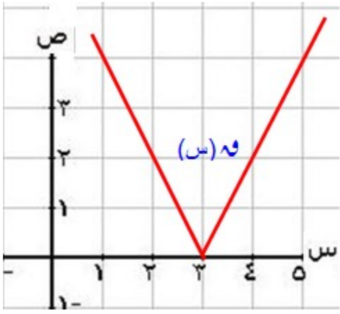
نعين ٣ على خط الأعداد :

نختار عددا مثل (٤) ونعوضه في (٢س-٦) فيكون الناتج (٢×٤ -٦) = ٨-٦ = + ٢ ⇐ نضع إشارة (+)

نختار عددا مثل (١) ونعوضه في (٢س-٦) فيكون الناتج (٢×١ -٦) = ٢-٦ = - ٤ ⇐ نضع إشارة (-)

إذاً ق (س) = | ٢س – ٦ | = { ٢س – ٦ ، ٢س – ٦ ≥ ٠ ؛ - (٢س – ٦) ، ٢س – ٦ < ٠ }

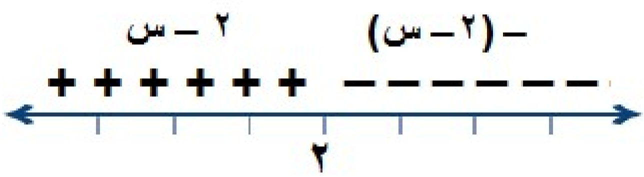
= { ٢س – ٦ ، س ≥ ٣ ؛ - ٢س + ٦ ، س < ٣ }



مثال ٢: اعد تعريف ق (س) = ٥ + | ٢ - س |

الحل : نجد صفر الاقتران : ٢- س =٠

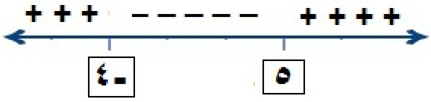
⇐ س =٢ نعين ٢ على خط الأعداد :



إذاً ق (س) = ٥+ | ٢ - س| = { ٥ + ٢- س ، ٢ - س ≥ ٠ ؛ ٥ + ٢ – س ، ٢ - س < ٠ } = { ٣ + س ، ٢ ≥ س ؛ ٧ – س ، ٢ < س }

مثال ٣: اعد تعريف ق (س) = | س٢ - س – ٢٠ |

الحل : نجد صفر الاقتران : س٢ - س – ٢٠ =٠



(س- ٥)(س+ ٤) = ٠ ⇐ س =٥ ، س = -٤

إذاً ق (س) =
س٢ - س – ٢٠ ، س ⩾ ٥
- (س٢ - س – ٢٠) ، -٤ < س < ٥
س٢ - س – ٢٠ ، س ⩽ -٤

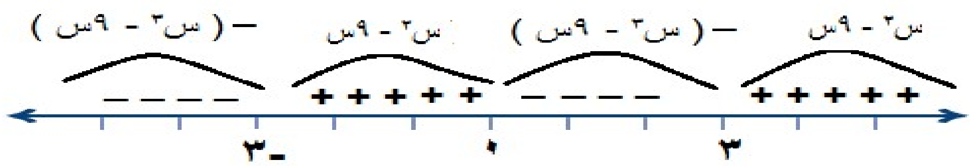
ملاحظة: لا يهم إشارة التساوي في أي فترة

عبد القادر الحسنات
078 531 88 77

مثال ٤: اعد تعريف ق (س) = | س٣ - ٩س |

الحل : نجد أصفار الاقتران : س٣ - ٩س =٠

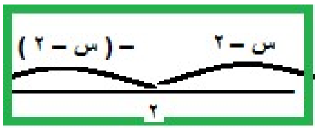
س (س- ٣)(س+ ٣) = ٠ ⇐ س = ٠ ، س =٣ ، س = -٣

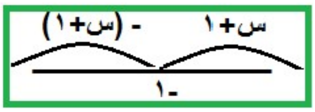


مثال ٥: اعد تعريف ق (س) = | جاس | ، س ∈ [٠ ، ٢ π]

الحل : نجد صفر الاقتران : جاس= ٠ ⇐ س = π ⇐ ق(س) =
جاس ، ٠ ⩽ س ⩽ π
- جاس ، π < س < ٢π

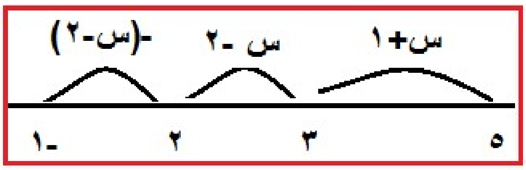
مثال ٦: اعد تعريف ق (س) =
| س - ٢ | ، -١ ⩽ س < ٣
| س+١ | ، ٣ ⩽ س ⩽ ٥





الحل:

ق (س) =
٢ – س ، -١ ⩽ س < ٢
س – ٢ ، ٢ ⩽ س < ٣
س+١ ، ٣ ⩽ س < ٥



تمارين

أعد تعريف الاقترانات الآتية بدون استخدام رمز القيمة المطلقة

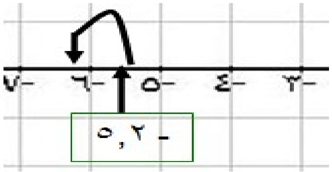
١) ق (س) = | ٣س - ٣ |
٢) ق (س) = | س٢ - ٥س - ٦ |
٣) ق (س) = | س٣ + ٩س |
٤) ق (س) = | جتا س |

ثاني عشر: اقتران أكبر عدد صحيح (الاقتران الدرجي) ق (س) = [س]

اقتران أكبر عدد صحيح لعدد حقيقي مثل (أ) هو القيمة الصحيحة الأصغر من (أ) مباشرة

ورمزه = [أ]

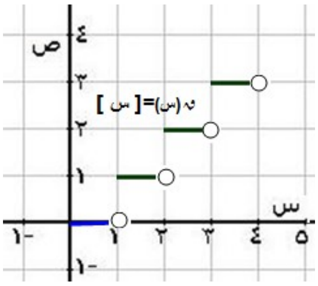
مثلاً [٣.٦] =٣



نحدد الأعداد الصحيحة الأصغر من (٣,٦) وهي

٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ .... وان اكبر هذه الأعداد هو: ٣ لذلك [٣.٦] = ٣

كذلك [٤] = ٤ أيضاً [٧,٤] = ٧ ، [-٩] = -٩ و [- ٥,٢] = - ٦



رسمة منحنى ق (س) = [أ س + ب] دائماً على شكل درج

إعادة التعريف : ق (س) = [أ س + ب] (أي كتابته بدون استخدام الرمز [ ])

هناك أكثر من طريقة ولكن أسهلها الطريقة التالية:

أولاً : نجد صفر الاقتران (أو صفر المقدار أس + ب وهو $\frac{-ب}{أ}$) ونعينه على خط الأعداد

ثانياً : نجد طول الدرجة وهي(القيمة المطلقة لمقلوب معامل س) = $\frac{١}{|أ|}$

ثالثاً :نضيف ونطرح طول الدرجة من صفر الاقتران (نقطة الارتكاز) حسب الفترة المطلوبة

رابعاً : إذا كانت أ موجبة : تكون المساواة للمتباينة الأولى في بداية الفترة (مثلا : ٣ ⩽ س < ٧)

خامساً : إذا كانت أ سالبة : تكون المساواة للمتباينة الثانية في نهاية الفترة (مثلا : ٣ < س ⩽ ٧)

سادساً: دائماً نعوض العدد الذي عند المساواة في [أ س + ب] ونجد الناتج

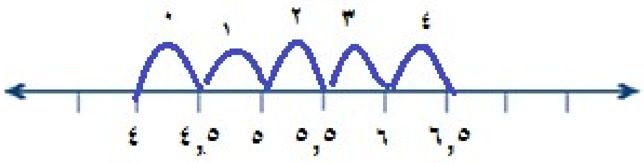
سابعاً : غالباً نحتاج إعادة التعريف حول عدد معين وليس فترة

مثال ١: اعد تعريف ق (س) = [٢س – ٨] ، س ∍ [٤ ، ٦]

الحل :نجد صفر الاقتران : ٢س – ٨ = ٠ ⇐ ٢س =٨ ⇐ س = ٤   (نقطة الارتكاز)

نجد طول الدرجة = $\frac{١}{٢}$

نرسم خط الأعداد :



أ = معامل س موجب :إذاً ٤ ⩽ س < ٤,٥ لذلك نعوض٤(التي عندها المساواة) في [٢س – ٨] = [٢×٤ – ٨] =٠

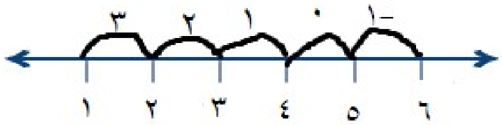
ق (س) =
٠ ، ٤⩽ س < ٤,٥
١ ، ٤,٥⩽ س < ٥
٢ ، ٥ ⩽ س < ٥,٥
٣ ، ٥,٥⩽ س ⩽ ٦

<u>مثال</u> ٢: ق (س) = [٥ – س] ، س ∈ [١ ، ٤]

<u>الحل</u> :نجد صفر الاقتران : ٥ - س = ٠ ⇐ س =٥ (<u>نقطة الارتكاز</u>)

نجد طول الدرجة = ١

نرسم خط الأعداد :

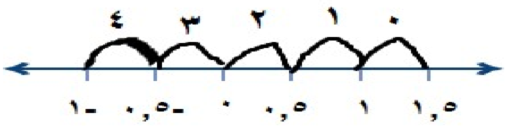


أ = معامل س سالب :إذاً ١ > س ⩾ ٢ لذلك نعوض٢(التي عندها المساواة) في [٥- س] = [٥ – ٢] = [٣] =٣

ق (س) = { ٤ ، س = ١
٣ ، ١ > س ⩾ ٢
٢ ، ٢ > س ⩾ ٣
١ ، ٣ > س ⩾ ٤

<u>مثال</u> ٣: ق (س) = [٣ – ٢س] ، س ∈ [-١ ، ١]

<u>الحل</u> :نجد صفر الاقتران : ٣ - ٢س = ٠ ⇐ س =١,٥ (<u>نقطة الارتكاز</u>)



نجد طول الدرجة = $\frac{١}{٢}$

نرسم خط الأعداد :

أ = معامل س سالب :إذاً -١ > س ⩾ -٠,٥ لذلك نعوض-٠,٥ (التي عندها المساواة) في [٣ – ٢س]=[٣+١] =٤

<u>مثال</u> ٤: ق (س) = [$\frac{١}{٣}$ س + ٥] ، س ∈ [٦ ، ١٢]

<u>الحل</u> :نجد صفر الاقتران : $\frac{١}{٣}$ س + ٥ =٠ ⇐ س = - ١٥ (نقطة الارتكاز)

نجد طول الدرجة = مقلوب $\frac{١}{٣}$ = ٣

نرسم خط الأعداد :

أ = معامل س موجب :إذاً ٦ ⩽ س < ٩ لذلك نعوض٦ (التي عندها المساواة) في [$\frac{١}{٣}$ س + ٥] = [٧] =٧

ق (س) = { ٧ ، ٦ ⩽ س < ٩
٨ ، ٩ ⩽ س < ١٢
٩ ، ١٢ ⩽ س < ١٥ أو س = ١٢

<u>مثال</u> ٥: ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ س -١] ، حول العدد ٤

<u>الحل</u> :نجد صفر الاقتران : $\frac{١}{٢}$ س -١ = ٠ ⇐ س = ٢ (<u>نقطة الارتكاز</u>)

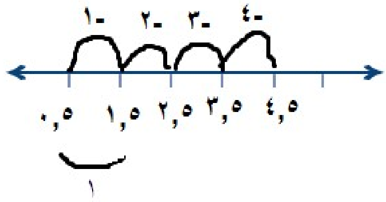
طول الدرجة = ٢

تعويض ٤ في ق(س) يعطي عدداً صحيحاً لذلك فهو نقطة تشعب

ق (٣) = [$\frac{١}{٢}$ ×٣ -١] = [$\frac{١}{٢}$] = صفر ، كذلك ق (٥) = [$\frac{١}{٢}$ ×٥ -١] = [١,٥] = ١

ق (س) = { ٠ ، ٢ ⩽ س < ٤
١ ، ٤ ⩽ س < ٦

مثال ٦: ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ − س] ، حول العدد ٣,٥



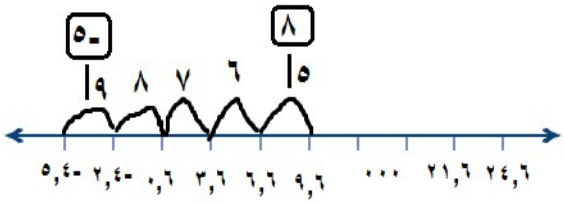
الحل: نجد صفر الاقتران : $\frac{١}{٢}$ − س = ٠ ⇐ س = ٠,٥ (نقطة الارتكاز)

نجد طول الدرجة = | مقلوب (-١) | = ١

ق (س) = { -٣ ، ٢,٥ < س ⩽ ٣,٥
-٤ ، ٣,٥ < س ⩽ ٤,٥

مثال ٧: ق (س) = [٨,٢ - $\frac{١}{٣}$ س] ، س ∈ [-٥ ، ٨]

الحل: نجد صفر الاقتران : ٨,٢ - $\frac{١}{٣}$ س = ٠ ⇐ س = ٢٤,٦ (نقطة الارتكاز)



نجد طول الدرجة = القيمة المطلقة لمقلوب (- $\frac{١}{٣}$) = ٣

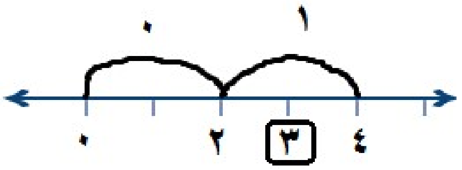
-٥,٤ < س ⩽ -٢,٤

نعوض -٢,٤ في [٨,٢ - $\frac{١}{٣}$ س] = [٩] = ٩

ق (س) = { ٩ ، -٥ ⩽ س ⩽ -٢,٤
٨ ، -٢,٤ < س ⩽ ٠,٦
٧ ، ٠,٦ < س ⩽ ٣,٦
٦ ، ٣,٦ < س ⩽ ٦,٦
٥ ، ٦,٦ < س ⩽ ٨

عبد القادر الحسنات
078 531 88 77

مثال ٨: ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ س] ، حول العدد ٣



الحل: نجد صفر الاقتران : $\frac{١}{٢}$ س = ٠ ⇐ س = ٠ (نقطة الارتكاز)

طول الدرجة = ٢

ق (س) = { ١ ، ٢ ⩽ س < ٤

تمارين

أعد تعريف الاقترانات الآتية في الفترة المطلوبة

١) ق (س) = [٢س − ٦] ، س ∈ [٣ ، ٦]

٢) ق (س) = [٣ − س] ، س ∈ [٢ ، ٥]

٣) ق (س) = [٥ − ٢س] ، س ∈ [-٢ ، ١]

٤) ق (س) = [$\frac{١}{٣}$ س − ١] ، س ∈ [٣ ، ٩]

٥) ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ س - ٣] ، حول العدد ٤

٦) ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ س - ٣] ، حول العدد ٥

٧) ق (س) = [$\frac{١}{٢}$ − س] ، حول العدد ٤,٥

٨) ق (س) = [٣,٦ - $\frac{١}{٣}$ س] ، س ∈ [-٢ ، ٤]

٢١

رابع عشر: الاقترانات المثلثية والمتطابقات

١) جا^{2}س + جتا^{2}س = ١   ومنها   جا^{2}س = ١ - جتا^{2}س   كذلك   جتا^{2}س = ١ - جا^{2}س

وبالقسمة على جتا^{2}س ينتج أن

٢) ظا^{2}س + ١ = قا^{2}س   ومنها   ظا^{2}س = قا^{2}س – ١   كذلك   قا^{2}س – ظا^{2}س = ١

أما عند قسمة المتطابقة الأولى على جا^{2}س فإن الناتج هو المتطابقة

٣) ١ + ظتا^{2}س = قتا^{2}س   ومنها   ظتا^{2}س = قتا^{2}س – ١   كذلك   قتا^{2}س – ظتا^{2}س = ١

---

٤) جتا(س - ص) = جتاس جتاص + جاس جاص   ٥) جتا(س + ص) = جتاس جتاص - جاس جاص

٦) جا(س - ص) = جاس جتاص - جتاس جاص   ٧) جا(س + ص) = جاس جتاص + جتاس جاص

٨) ظا(س + ص) = $\dfrac{\text{ظاس + ظاص}}{\text{١ - ظاس ظاص}}$ ٩) ظا (س - ص) = $\dfrac{\text{ظاس - ظاص}}{\text{١ + ظاس ظاص}}$

---

١٠) جا س + جا ص = ٢ جا $\dfrac{\text{س + ص}}{\text{٢}}$ × جتا $\dfrac{\text{س - ص}}{\text{٢}}$: (بعد جمع (٦) و (٧) والتبسيط)

(مجموع جيبي زاويتين = ٢ × جيب نصف مجموع الزاويتين × جتا نصف الفرق بين الزاويتين)

١١) جا س - جا ص = ٢ جتا $\dfrac{\text{س + ص}}{\text{٢}}$ جا $\dfrac{\text{س - ص}}{\text{٢}}$:(من (١٠) نضع جا س + جا ص= جا س - - جا ص = جا س – جا(- ص)

(الفرق بين جيبي زاويتين = ٢ × جتا نصف مجموع الزاويتين × جيب نصف الفرق بين الزاويتين)

١٢) جتا س + جتا ص = ٢ جتا $\dfrac{\text{س + ص}}{\text{٢}}$ جتا $\dfrac{\text{س - ص}}{\text{٢}}$: (بعد جمع (٤) و (٥) والتبسيط)

(مجموع جتايي زاويتين = ٢ × جتا نصف مجموع الزاويتين × جتا نصف الفرق بين الزاويتين)

١٣) جتا س - جتا ص = - ٢ جا $\dfrac{\text{س + ص}}{\text{٢}}$ جا $\dfrac{\text{س - ص}}{\text{٢}}$: (بعد طرح (٥) من (٤) والتبسيط)

(الفرق بين جتايي زاويتين = - ٢ × جيب نصف مجموع الزاويتين × جيب نصف الفرق بين الزاويتين)

١٤) جا٢س = ٢جاس جتا س　　　جيب الزاوية = ٢ × جيب نصفها × جتا نصفها

١٥) جتا٢س = جتا^{٢} س ـ جا^{٢} س

= ٢ جتا^{٢} س ـ ١

= ١ ـ ٢ جا^{٢} س　　　جتا الزاوية = ١ ـ ٢جا^{٢}نصفها

١٦) ظا ٢س = $\frac{\text{٢ظاس}}{\text{١ ـ ظا}^{٢}\text{ س}}$

١٧) جا $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = ± $\sqrt{\frac{\text{١ ـ جتا س}}{\text{٢}}}$　　　جا^{٢} $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = $\frac{\text{١ ـ جتا س}}{\text{٢}}$　　　جا^{٢}س = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (١ ـ جتا ٢س)

١٨) جتا $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = ± $\sqrt{\frac{\text{١ + جتا س}}{\text{٢}}}$　　　جتا^{٢} $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = $\frac{\text{١ + جتا س}}{\text{٢}}$　　　جتا^{٢}س = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ (١ + جتا ٢س)

١٩) ظا $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = ± $\sqrt{\frac{\text{١ ـ جتا س}}{\text{١ + جتا س}}}$　　　ظا^{٢} $\frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = $\frac{\text{١ ـ جتا س}}{\text{١ + جتا س}}$

عبدالقادر الحسنات 078 531 88 77

٢٠) جا (س+ص) + جا(س- ص) = ٢ جا س جتاص　　　٢١) جا (س+ص) - جا(س- ص) = ٢ جتا س جاص

٢٢) جتا (س+ص) + جتا(س- ص) = ٢ جتا س جتاص　　　٢٣) جتا (س+ص) - جتا(س- ص) = - ٢جا س جاص

ظا س = $\frac{\text{جاس}}{\text{جتا س}}$

قا س = $\frac{\text{١}}{\text{جتا س}}$

ظتا س = $\frac{\text{١}}{\text{ظا س}}$

ظتا س = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جاس}}$

قتا س = $\frac{\text{١}}{\text{جا س}}$

$\frac{\text{١}}{\text{س}^{\text{م}}}$ = س$^{\text{-م}}$

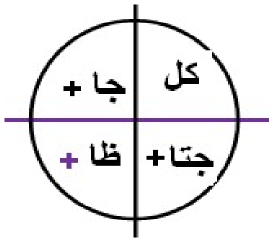
$\sqrt[\text{م}]{\text{س}^{\text{ن}}}$ = س$^{\frac{\text{ن}}{\text{م}}}$

$\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ - ١ = $\frac{\text{أ ـ ب}}{\text{ب}}$

جا(٩٠ – س) = جتا س
أو جا($\frac{\pi}{٢}$ – س) = جتا س

جتا(٩٠ – س) = جا س
أو جتا($\frac{\pi}{٢}$ – س) = جا س

ظا(٩٠ – س) = ظتا س
أو ظا($\frac{\pi}{٢}$ – س) = ظتا س



كل جيب يُظلل جتا

جيب الزاوية = جتا متممتها

جتا الزاوية = جيب متممتها

جا(٩٠ + س) = جتا س
أو جا($\frac{\pi}{٢}$ + س) = جتا س

جتا(٩٠ + س) = - جا س
أو جتا($\frac{\pi}{٢}$ + س) = - جا س

ظا(٩٠ + س) = - ظتا س
أو ظا($\frac{\pi}{٢}$ + س) = - ظتا س

جا(١٨٠ + س) = - جا س
أو جا(π + س) = - جا س

جتا(١٨٠ + س) = - جتا س
أو جتا(π + س) = - جتا س

ظا(١٨٠ + س) = ظتا س
أو ظا(π + س) = ظتا س

جا (– س) = – جا س

جتا(– س) = جتا س

ظا(– س) = – ظا س

جا(١٨٠ – س) = جا س
أو جا(π – س) = جا س

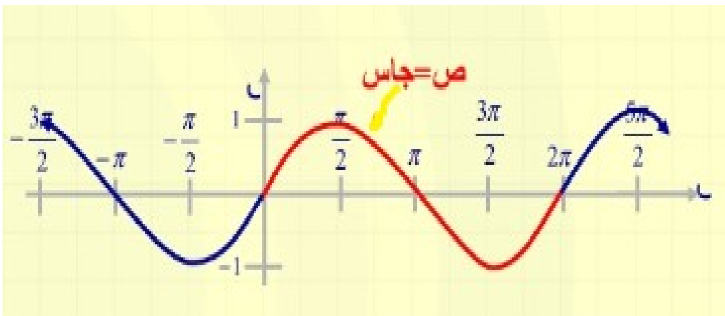
جتا(١٨٠ – س) = - جتا س
أو جتا(π – س) = - جتا س

ظا(١٨٠ – س) = - ظا س
أو ظا(π – س) = - ظا س

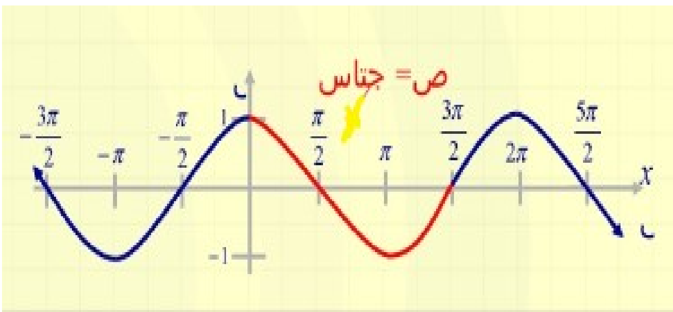
نسب مثلثية لبعض الزوايا الضرورية وقياساتها بالتقدير الدائري (**يجب حفظها**)

هـ	٠	٣٠	٤٥	٦٠	٩٠	١٨٠	٢٧٠	٣٦٠
هـ	٠	$\frac{\pi}{٦}$	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{\pi}{٣}$	$\frac{\pi}{٢}$	π	$\frac{٣\pi}{٢}$	٢π
جا هـ	٠	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	١	٠	١-	٠
جتا هـ	١	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{٢}$	٠	١-	٠	١
ظا هـ	٠	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	١	$\sqrt{٣}$	غير معرّف	٠	غير معرّف	٠

التمثيل البيانى (رسمة) لاقترانى الجيب والجتا :



ق(س) = جـاس



ق(س) = جتاس

ملاحظة: لإيجاد قيم الاقترانات المثلثية لبعض الزوايا نستخدم (زاوية المرجع) مثلاً:

١) جا٢٤٠ = جا(١٨٠+٦٠)=- جا٦٠= - $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢) جتا١٢٠ = جا(١٨٠-٦٠)=- جتا٦٠= - $\frac{١}{٢}$

٣) ظا٢٢٥ = ظا(١٨٠+٤٥)= ظا٤٥= + $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

مثال ١) إذا كان جا هـ = $\frac{٣}{٥}$ ، حيث هـ في الربع الثاني ، جد : جتاهـ ،ظاهـ ، قاهـ ، قتاهـ ، ظتاهـ

الحل:لإيجاد جتا هـ نستخدم المتطابقة:جتا^{٢}س=١- جا^{٢}س ، جتا^{٢}س=١ – $(\frac{٣}{٥})^{٢}$ ومنها جتاهـ = - $\frac{٤}{٥}$

إذاً ظاهـ = - $\frac{٣}{٤}$ ، قاهـ = - $\frac{٥}{٤}$ ، قتاهـ = $\frac{٥}{٣}$ ، ظتاهـ = - $\frac{٤}{٣}$

مثال ٢) إذا كان جا س = $\frac{١٢}{١٣}$ ، جتا ص= $\frac{٣}{٥}$ حيث س ، ص في الربع الأول ، فجد : جا(س + ص)

الحل:لإيجاد جا ص نستخدم المتطابقة:جا^{٢}ص=١- جتا^{٢}ص ، جا^{٢}ص=١ – $(\frac{٣}{٥})^{٢}$ ومنها جاص = $\frac{٤}{٥}$

لإيجاد جتا س نستخدم المتطابقة:جتا^{٢}س=١- جا^{٢}س ، جتا^{٢}س=١ – $(\frac{١٢}{١٣})^{٢}$ ومنها جتاس = $\frac{٥}{١٣}$

جا(س + ص) = جاس جتاص + جتاس جاص = $\frac{١٢}{١٣}$ × $\frac{٣}{٥}$ + $\frac{٥}{١٣}$ × $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٣٦}{٦٥}$ + $\frac{٢٠}{٦٥}$ = $\frac{٥٦}{٦٥}$

مثال٣) حل المعادلة الآتية جبرياً : ٢جاس جتا س = ١

لحل: جا٢س=١ ⇐ ٢س = $\frac{\pi}{٢}$ ⇐ س = $\frac{\pi}{٤}$ ، دورة الاقتران =٢π ÷ معامل س = ٢π ÷ ٢ = π

الحل العام : س = $\frac{\pi}{٤}$ + π × ن حيث ن ∈ ص

تمارين

١) حل المعادلات المثلثية الآتية جبرياً

أ) جتا س = $\frac{١}{٢}$ ب) جا$\frac{١}{٢}$ س = $\frac{١}{٢}$ ج) ٢جا^{٢}س = جاس د) جا ٣س = ١

٢) جد قيمة كل من :

أ) جا ١٥٠ ب) جا ٢٤٠ ج) جا ٣٠٠

د) جتا ١٢٠ هـ) جتا ٢٢٥ و) جتا ٣٣٠

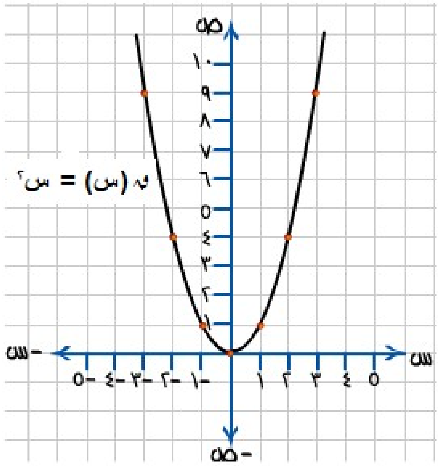
ز) ظا ١٣٥ ح) ظا ٢١٠ ط) ظا ٣١٥

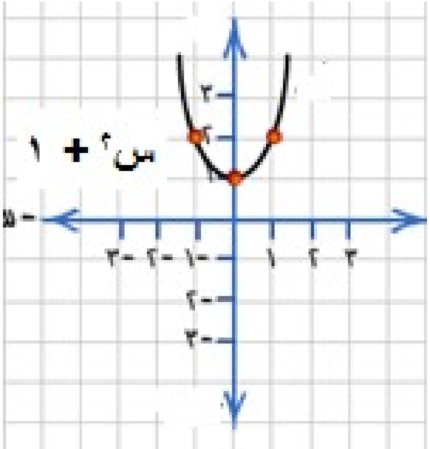
٣) جد المقطع السيني للاقترانات الآتية :

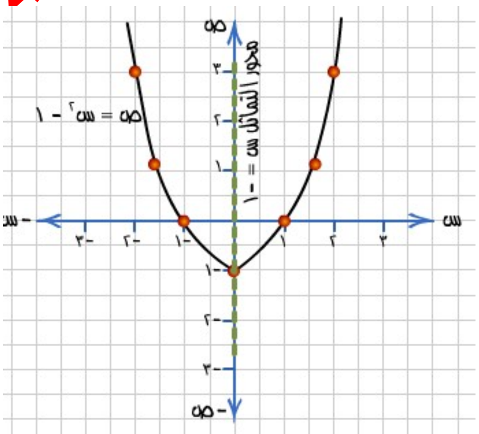
أ) ق(س) = جاس ب) ق(س) = جتاس ج) ق(س) = ظاس

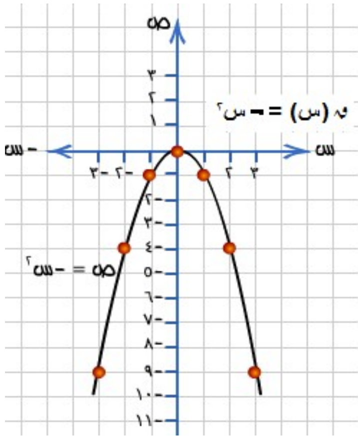
٢٥

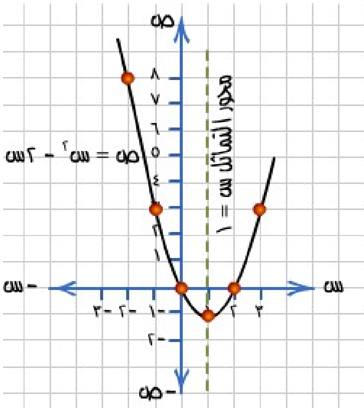
خامس عشر: هناك اقترانات أخرى يجب معرفة تمثيلها البياني وحفظه ، منها :

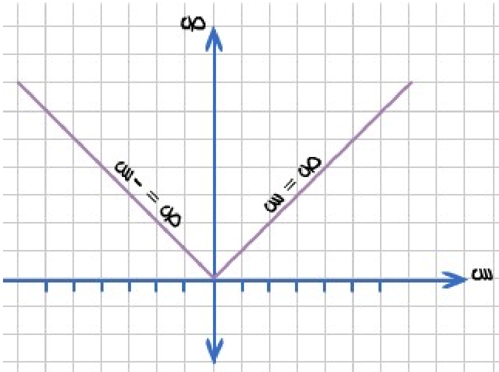


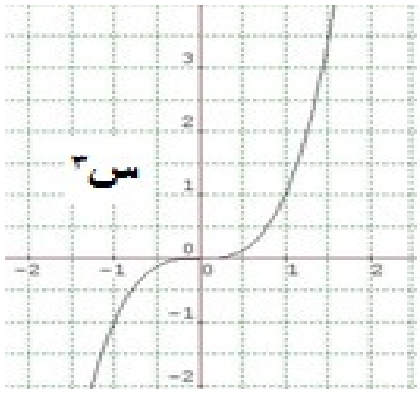


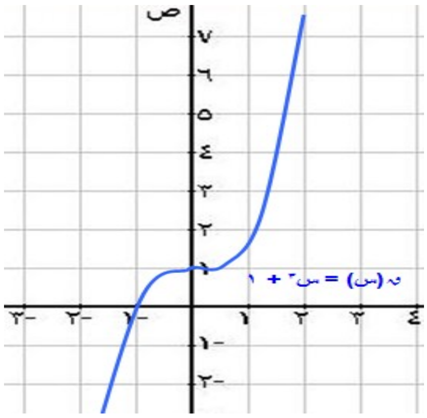


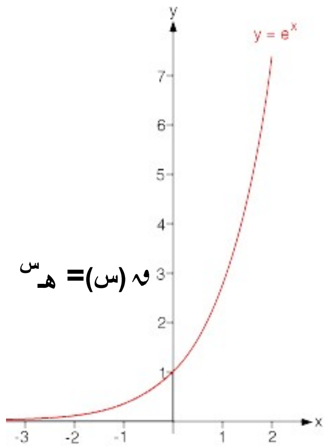


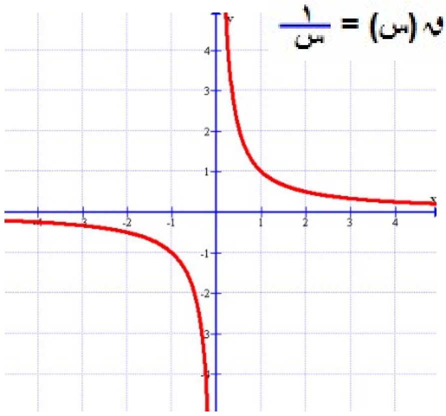


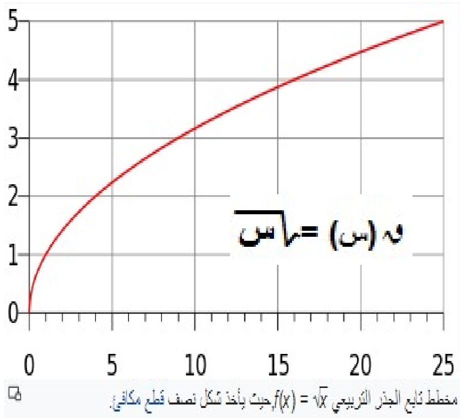


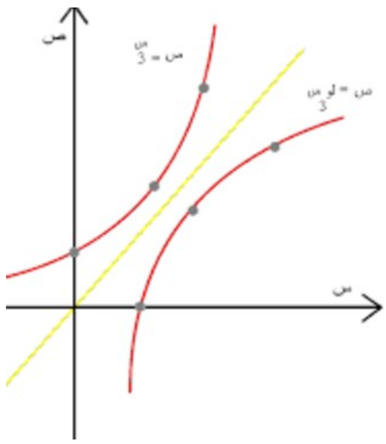












٢٦

سادس عشر: مجال الاقتران مهم جداً

يعتبر مجال الاقتران من أهم مواضيع الرياضيات ، لأنك لا تستطيع التعامل مع الاقترانات الحقيقية دون أن تعرف مجالها ، فما هو المجال؟

مجال الاقتران ق(س) هو مجموعة جميع قيم س التي يمكن تعويضها في الاقتران ق وتعطي قيماً حقيقية أو قيماً معرفة في ح

وهناك عدة ثوابت (حقائق)

١- الاقترانات كثيرة الحدود دائما مجالها ح (جميع الأعداد الحقيقية)

مثلاً : ى(س) = $س^{٢}$ - ٨س – ٦ مجاله ح

٢- الاقترانات النسبية دائما مجالها ح ما عدا أصفار المقام

مثلاً : ى(س) = $\frac{٣س}{س - ٥}$ مجاله ح – { ٥ | لأن ى(٥) = $\frac{٣ \times ٥}{٥ - ٥}$ = $\frac{١٥}{صفر}$: غير معرفة

كذلك : ى(س) = $\frac{٧}{س^{٢} - ٢س – ١٥}$ مجاله ح – { -٣ ، ٥ | لأن

(المقام) = صفر ⇐ $س^{٢}$ - ٢س – ١٥ =٠ ⇐ (س – ٥) (س + ٣) = ٠ ⇐ س= ٥ ، س= - ٣

٣- اقتران ق(س) = $\sqrt{هـ(س)}$ حيث دليل الجذر زوجي : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ...

يجب أن يكون ما بداخل الجذر غير سالب (أكبر من أو يساوي صفراً)

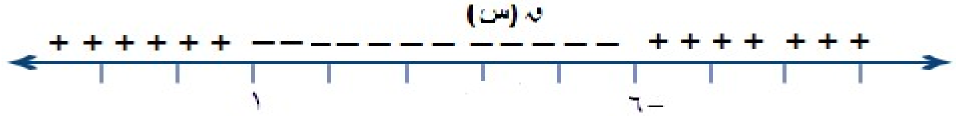
مثلاً : ى(س) = $\sqrt{س-٥}$: المجال : س- ٥ ≥ ٠ ⇐ س ≥ ٥

أيضاً : ى(س) = $\sqrt{٢س +٨}$: المجال : ٢س + ٨ ≥ ٠ ⇐ س ≥ -٤

كذلك : أيضاً : ى(س) = $\sqrt[٨]{س^{٢}+٥س–٦}$: المجال : $س^{٢}$ + ٥س – ٦ ≥ ٠

هنا نبحث في إشارة ق(س) : وبداية نحلله إلى العوامل الأولية $س^{٢}$ + ٥س – ٦ = (س +٦)(س - ١)

س = - ٦ ، س= ١ نعينهما على خط الأعداد :



المجال : عندما يكون ق(س) موجبا أو يساوي صفر : [-٦ ، ∞) ، (-∞ ، ١]

٤- اقتران ق(س) = جاس أو جتا س : المجال : جميع قيم س

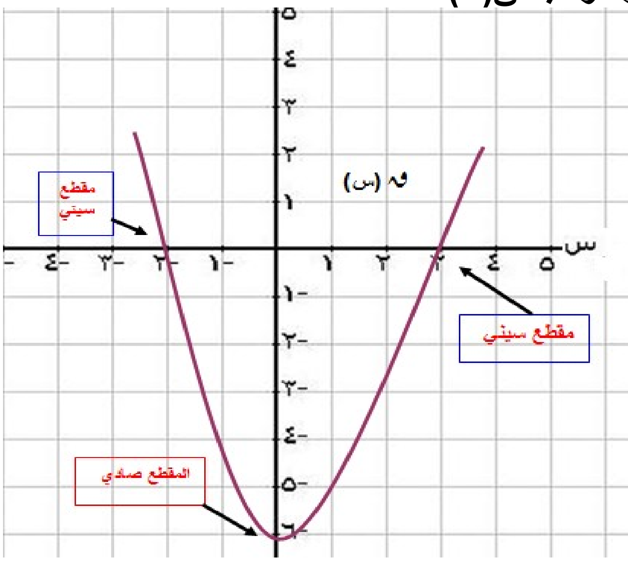
لكن ق(س) = ظاس : جميع قيم س ما عدا القيم التي تجعل المقام (جتاس) صفراً وهي (٩٠ + ٣٦٠ ن)

٥- اقتران ق(س) = لـو (هـ (س)) : المجال : ما بداخل اللوغريتم يجب أن يكون موجبا

مثلاً : ى(س) = لـو (٢س – ١٢) : المجال : ٢س- ١٢ > ٠ ⇐ س > ٦

سابع عشر: المقطع السيني والصادي لمنحنى الاقتران

لإيجاد المقطع السيني لأي اقتران نضع ص = صفراً أو نساويه بالصفر ق(س) =٠
ولإيجاد المقطع الصادي لأي اقتران نضع س = صفراً أو نجد ق(٠)



مثال : جد المقطعين السيني والصادي للاقترانات الآتية

أ) ق(س) = س^{٢} - س − ٦

الحل: المقطع السيني : ق(س) = س^{٢} - س − ٦ = ٠

(س − ٣) (س + ٢) = ٠

س = ٣ ⇐ (٣ ، ٠)

س = -٢ ⇐ (-٢ ، ٠)

المقطع الصادي: ص = ق(٠) = (٠)^{٢} - (٠) − ٦ = ٠

ص = -٦ ⇐ (٠ ،- ٦)

ب) ق(س) = لــو (س − ٥)

الحل: المقطع السيني : ق(س) = لــو (س − ٥) = ٠ ⇐ (١٠)^{٠}= س-٥ ⇐ س − ٥ = ١ ⇐ س=٦

المقطع الصادي: ص = ق(٠) = لــو (٠− ٥) = لــو (− ٥) غير معرفة في ح

إذاً لا يوجد مقطع صادي

ج) ق(س) = ٢^{س}

الحل: المقطع السيني : ق(س) = ٠ مستحيل ⇐ لا يقطع محور السينات

المقطع الصادي: ص = ق(٠) = (٢)^{٠}= ١ ⇐ المقطع الصادي هو (٠ ، ١)

تمارين

جد المقطع السيني ، الصادي ، المجال والمدى لكل من الاقترانات الآتية :

١- ق(س) = س^{٣} − ٨

٢- ق(س) = س^{٢} − ٤س − ٥

٣- ق(س) = ٩ − س^{٢}

٤- ق(س) = س^{٢} − ٤

٥- ق(س) = ٥$^{س - ٢}$

٦- ق(س) = لــو (س^{٢} − س − ٢)

٧- ق(س) = $\sqrt{س^{٢}+٢س − ٣}$

٨- ق(س) = $\frac{١}{س − ٨}$

٩- ق(س) = $\frac{س}{\sqrt{٢س − ٨}}$

١٠- ق(س) = ٧

عبد القادر الحسنات
078 531 88 77

ثامن عشر: قوانين الأسس واللوغاريتمات

أ) هناك سبع قواعد مهمة في الأسس :

١) عند الضرب نجمع الأسس (إذا كانت الأساسات متساوية) : $س^{م} \times س^{ن} = س^{م+ن}$: $٣^{٥} \times ٣^{٢} = ٣^{٧}$

٢) عند القسمة نطرح الأسس (إذا كانت الأساسات متساوية) : $س^{م} \div س^{ن} = س^{م-ن}$: $٤^{٥} \div ٤^{٣} = ٤^{٢}$

٣) في حالة قوة القوة : نضرب الأسس $(س^{ن})^{م} = س^{م \times ن}$: $(٥^{٣})^{٤} = (٥)^{١٢}$

٤) في حالتي الضرب والقسمة يمكن توزيع القوة رغم اختلاف الأساسات : $(س \times ص)^{م} = س^{م} \times ص^{م}$

٥) عند تغيير مكان العدد من البسط إلى المقام أو العكس نعكس إشارة قوته : $\boxed{\frac{١}{س^{م}} = س^{-م}}$: $٣^{-٢} = \frac{١}{٩}$

٦) القوة الكسرية نحولها إلى جذر : $\boxed{س^{\frac{ن}{م}} = \sqrt[م]{س^{ن}}}$: $(٨)^{\frac{٥}{٣}} = (\sqrt[٣]{٨})^{٥}$

٧) $(\text{أي عدد غير الصفر})^{٠} = ١$ مثلاً : $٧^{٠} = ١$ كذلك $(٢٠١٧)^{٠} = ١$ أيضاً $(١٤٣٨)^{٠} = ١$

ب) مفهوم اللوغاريتم : $لو_{٢}\, ٨$:تعني كم مرة نضرب العدد ٢ في نفسه ليساوي ٨؟ أو ٢ أس كم يساوي(٨) الجواب ٣

قاعدة : $لو_{ص}\, س = م$ إذا وفقط إذا $ص^{م} = س$

*) هناك سبع قواعد مهمة في اللوغاريتمات :

١) $لو_{س}\, ١ = \text{صفر}$ ، $س \neq ١$ ٢) $لو_{س}\, س = ١$ ، $س \neq ١$ ٣) $لو_{ص}\, س^{م} = م \times لو_{ص}\, س$

٤) $لو_{ص}\, أ + لو_{ص}\, ب = لو_{ص}\, (أ \times ب)$: مجموع لوغاريتمي عددين للأساس نفسه = لوغاريتم (حاصل ضرب العددين)

٥) $لو_{ص}\, أ - لو_{ص}\, ب = لو_{ص}\, (أ \div ب)$: الفرق بين لوغاريتمي عددين للأساس نفسه = لوغاريتم (قسمة العددين)

٦) $لو_{ص}\, أ \times لو_{م}\, ص = لو_{م}\, أ$

٧) $لو_{ص}\, ب = لو_{م}\, ب \div لو_{م}\, ص$

٢٩

تمارين

السؤال الأول : جد قيمة كلاً مما يأتي :

١) $(٣)^{-٢}$ ٢) $(٤)^{٠}$ ٣) $(١٦)^{\frac{١}{٤}}$ ٤) $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ٥) $(\frac{٣}{٤})^{-٢}$

٦) $(٨)^{\frac{٤}{٣}}$ ٧) $(\frac{١}{٣})^{٢}$ ٨) $(-١)^{٥}$ ٩) (٨) ١٠) $(٠,٤٩)^{\frac{١}{٢}}$

١١) $لو_{٢} ٨$ ١٢) لو ٠,٠١ ١٣) $لو_{٤} ٤$ ١٤) لو ١ ١٥) لو ١٠٠

١٦) لو ١٠ ١٧) $لو_{٢} ٦٤$ ١٨) $لو_{٤} ٦٤$ ١٩) $لو_{٣} \sqrt{٣}$ ٢٠) $لو_{٥} ٨١ \times لو_{٣} ٥$

السؤال الثاني: جد المجال والمدى لكل من الاقترانات الآتية :

١) $ق(س) = ٢^{س-١}$ ٢) $ق(س) = لو_{هـ} (٢س+٨)$ ٣) $ق(س) = لو (س^{٢} -٢س - ٣)$

السؤال الثالث: جد المقطع السيني والمقطع الصادي إن وجد لكل من الاقترانات الآتية :

١) $ق(س) = ٢^{٣س-٥}$ ٢) $ق(س) = لو_{٣} (س- ٣)$ ٣) $ق(س) = لو(س^{٢}+ ٤س – ١٢)$

السؤال الرابع: أ) إذا كان لوص= ٠,٦ فجد : لو $\sqrt{ص}$ ، لو $ص^{٣}$

ب) إذا كان لوص = ٠,٢ ، لوس= ٠,٣ فجد لو (س ص)

ج) إذا كان لو٢٥= ١,٤ ، فجد لو (٢,٥)

د) إذا كان لو١٧= ١,٢٣ ، لو٦ = ٠,٧٨ فجد $لو_{٦} ١٧$

هـ) إذا كان لوس= ٠,٥ ، لوص= ٠,٤ فجد $لو_{ص} س$

و) أثبت أن $لو_{٤} ٨ + لو_{٤} ٦ – لو_{٤} ٣ = ٢$