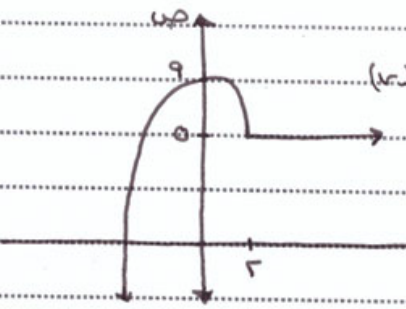
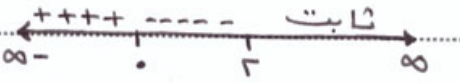
* رسمة هـ(س)

مثال



جد فترات التزايد والتناقص والثبات

الحل:



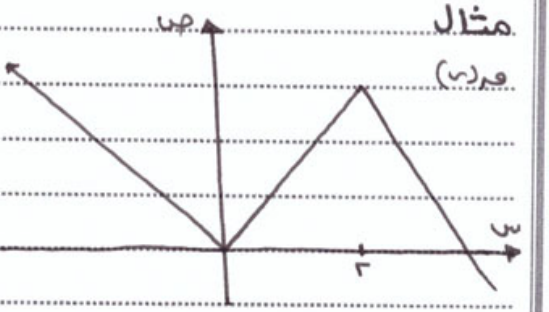
(-∞ ، ٠] هـ متزايد

[٠ ، ٢] هـ متناقص

[٢ ، ∞) هـ ثابت

مثال

هـ(س)



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى هـ(س) جد فترات التزايد والتناقص والاقتران هـ(س)

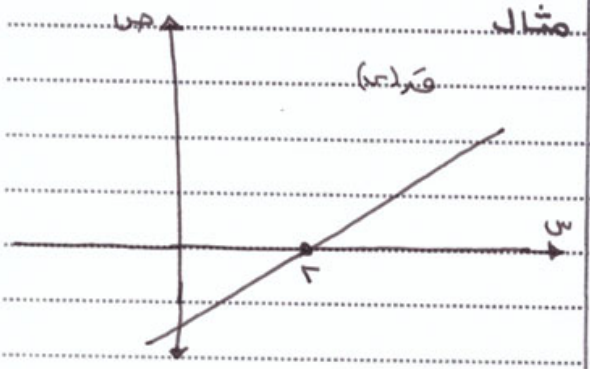
الحل:

(-∞ ، ٢] هـ متناقص

[٢ ، ∞) هـ متزايد

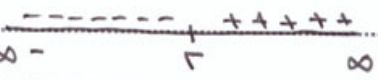
* رسمة هَ(س)

مثال



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى هَ(س) جد فترات التزايد والتناقص والاقتران هـ(س)

الحل:



(-∞ ، ٢] هـ متناقص

[٢ ، ∞) هـ متزايد

* قاعدة الاقتران:

مثال

إذا كان هـ(س) = -س٢ + ٤س + ٣

فجد فترات التزايد والتناقص

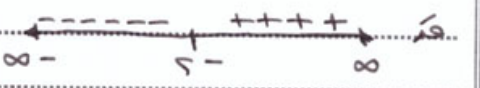
الحل:

هَ(س) = -٢س + ٤

٠ = -٢س + ٤

$٢س = -٤$

$س = \frac{-٤}{٢} = -٢$



$(-\infty, -٢]$ ق متناقص

$[-٢, \infty)$ ق متزايد

مثال

إذا كان $ق(س) = ٤٨س - س^٣$

فجد فترات التزايد والتناقص لـ ق(س)

الحل:

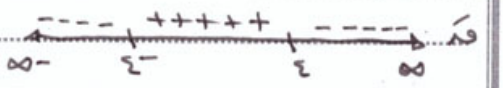
$ق'(س) = ٤٨ - ٣س^٢$

$٠ = ٤٨ - ٣س^٢$

$٣س^٢ = ٤٨$

$س^٢ = ١٦$

$س = \pm ٤$



$(-\infty, -٤]$ ق متناقص

$[-٤, ٤]$ ق متزايد

$[٤, \infty)$ ق متناقص.

مثال

$هـ(س) = ٧ + س$ جد فترات

التزايد والتناقص للاقتران هـ(س)

الحل:

$هـ'(س) = ١$

$\Leftarrow$ هـ'(س) دائماً موجب

$\Leftarrow$

$(-\infty, \infty)$ هـ متزايد

مثال

$ق(س) = ٣ - ٤س$ جد فترات

التزايد والتناقص للاقتران ق(س)

الحل:

$ق'(س) = -٤$

$\Leftarrow$ ق'(س) دائماً سالب

$\Leftarrow$

$(-\infty, \infty)$ ق متناقص

مثال

اذا كان $ق(س) = ٨س - س^٢$

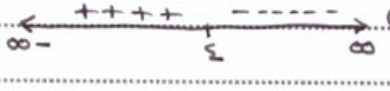
جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

الحل:

$ق'(س) = ٨ - ٢س$

$٠ = ٨ - ٢س$

$٢س = ٨ \Leftarrow س = ٤$



$(-\infty, ٤]$ ق متزايد

$[٤, \infty)$ ق متناقص

مثال

إذا كان $هـ(س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢$

فجد فترات التزايد والتناقص

للاقتران $هـ(س)$.

الحل:

$هـ'(س) = ١٢س^٢ - ١٢س$

$٠ = ١٢س^٢ - ١٢س$

$٠ = ١٢س(س - ١)$

$س = صفر$ أو $س = ١$

$هـ'$ ++++ ---- ++++

$-\infty$ ٠ ١ ∞

$(-\infty, ٠]$ هـ متزايد

$[٠, ١]$ هـ متناقص

$[١, \infty)$ هـ متزايد.

مثال

إذا كان $هـ(س) = (س+٢)(س+٣)$

فجد فترات التزايد والتناقص

للاقتران $هـ(س)$.

الحل:

$هـ(س) = س^٢ + ٣س + ٢س + ٦$

$هـ(س) = س^٢ + ٥س + ٦$

$هـ'(س) = ٢س + ٥$

$٠ = ٢س + ٥$

$-٥ = ٢س$

$س = -\frac{٥}{٢}$

---- ++++++

$-\frac{٥}{٢}$

$(-\infty, -\frac{٥}{٢}]$ هـ متناقص

$[-\frac{٥}{٢}, \infty)$ هـ متزايد

مثال

إذا كان $هـ(س) = (٢س - ٤)^٢$

فجد فترات التزايد والتناقص

الحل:

$هـ(س) = ٤س^٢ - ١٦س + ١٦$

$هـ'(س) = ٨س - ١٦$

$٠ = ٨س - ١٦$

$١٦ = ٨س$

$س = ٢$

---- ++++

٢

$(-\infty, ٢]$ هـ متناقص

$[٢, \infty)$ هـ متزايد

مثال

بين أن الاقتران $هـ(س) = س^٣ + ٢س + ٥$

يكون متزايداً لكل $س$ جميعها

الحل:

$هـ'(س) = ٣س^٢ + ٢$

$٠ = ٣س^٢ + ٢$

$-٢ = ٣س^٢$

$-\frac{٢}{٣} = س^٢$ مستحيل (مرفوض)

⇐ نعوض في المشتقة لمعرفة الإشارة

ق'(٠) = ٠ + ٢ = ٢ ⇐ موجب

⇐

ق'(س) + + + + + + + + + +

⇐ ق متزايد لكل الأعداد الحقيقية

(-∞ ، ∞) ق متزايد.

مثال

إذا كان ق(س) = و(س) فأثبت

أن ق(س) = و(س) + جـ

حيث جـ عدد ثابت.

الحل:

ق(س) = و(س)

ق(س) - و(س) = صفر

(ق(س) - و(س))' = صفر

⇐ ق(س) - و(س) = عدد ثابت

ولكن جـ

⇐ ق(س) - و(س) = جـ

⇐ ق(س) = و(س) + جـ

وهو المطلوب.

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (التزايد والتناقص) **) ماجستير رياضيات**

الأسئلة الوزارية :

٢٠٠٨ شتوي ٨ علامات

جد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران $ق(س) = س(٤٨ - س^٢)$

الحل:

$ق(س) = ٤٨س - س^٣$

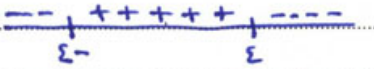
$ق'(س) = ٤٨ - ٣س^٢$

$٠ = ٤٨ - ٣س^٢$

$٣س^٢ = ٤٨$

$س^٢ = ١٦$

$س = \pm ٤$



$(-\infty ، -٤]$ متناقص

$[-٤ ، ٤]$ متزايد

$[٤ ، \infty)$ متناقص

٢٠٠٨ صيفي

اذا كان $ق(س) = ١ - س^٢$ فإن الاقتران $ق$ يكون متزايداً في الفترة

أ) $[٠ ، \infty)$ ب) $[-١ ، ١]$

ج) $(-\infty ، ٠]$ د) $[٠ ، ١]$

٢٠٠٩ شتوي ٧ علامات

اذا كان $ق(س) = ٢س^٣ - ٢٤س + ٢$

فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق$.

الحل:

$ق'(س) = ٦س^٢ - ٢٤$

$٠ = ٦س^٢ - ٢٤$

$٢٤ = ٦س^٢$

$س^٢ = ٤$

$س = \pm ٢$

$(-\infty ، -٢]$ متزايد

$[-٢ ، ٢]$ متناقص

$[٢ ، \infty)$ متزايد

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (التزايد والتناقص) **ماجستير رياضيات**

٢٠٠٩ صيفي ٦علامات

اذا كان $ق(س) = ٣س^٤ - س^٣ + ١$

فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران $ق(س)$

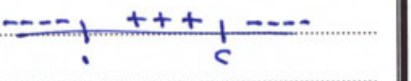
الحل:

$ق'(س) = ٦س^٣ - ٣س^٢$

$٠ = ٦س^٣ - ٣س^٢$

$٠ = ٣س^٢(٢ - س)$

$س = ٠ ، س = ٢$



$(-\infty ، ٠]$ متناقص

$[٠ ، ٢]$ متزايد

$[٢ ، \infty)$ متناقص

٢٠١٠ شتوي ٦علامات

جد فترات التزايد والتناقص للاقتران

$ق(س) = س^٢(٦ - س)$

الحل:

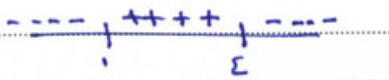
$ق(س) = ٦س^٢ - س^٣$

$ق'(س) = ١٢س - ٣س^٢$

$٠ = ١٢س - ٣س^٢$

$٠ = ٣س(٤ - س)$

$س = ٠ ، س = ٤$



$(-\infty ، ٠]$ متناقص

$[٠ ، ٤]$ متزايد

$[٤ ، \infty)$ متناقص

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (التزايد والتناقص) **ماجستير رياضيات**

٢٠١٠ صيفي ٦ علامات

اذا كان $ق(س) = ١٢س - س^٣$

جد فترات التزايد والتناقص للاقتران

الحل:

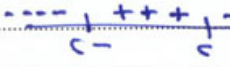
$ق'(س) = ١٢ - ٣س^٢$

$٠ = ١٢ - ٣س^٢$

$٣س^٢ = ١٢$

$س^٢ = ٤$

$س = \pm ٢$

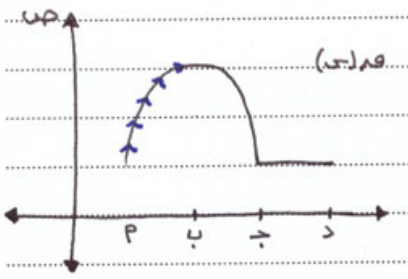


$(-\infty, -٢]$ متناقص

$[-٢, ٢]$ متزايد

$[٢, \infty)$ متناقص

٢٠١١ شتوي



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى $ق(س)$

أي الفترات الآتية يكون فيها $ق(س)$ متزايد ؟

أ) $[ب، جـ]$ ب) $[أ، ب]$

جـ) $[أ، جـ]$ د) $[ب، د]$

٢٠١١ صيفي ٧ علامات

جد فترات التزايد والتناقص للاقتران

$ق(س) = س^٣ - ٤٨س + ٥$

الحل:

$ق'(س) = ٣س^٢ - ٤٨$

$٠ = ٣س^٢ - ٤٨$

$٤٨ = ٣س^٢$

$س^٢ = ١٦$

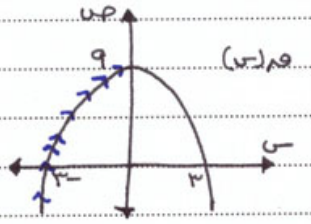
$س = \pm ٤$

$(-\infty, -٤]$ متزايد

$[-٤, ٤]$ متناقص

$[٤, \infty)$ متزايد

٢٠١٠ صيفي



جد فترات التزايد

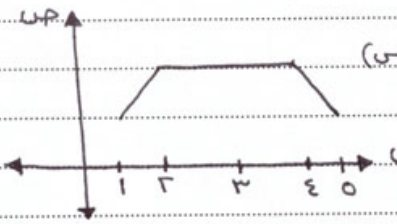
الحل:

$(-\infty, ٠]$ متزايد

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص (الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (التزايد والتناقص) **ماجستير رياضيات**

٢.١١ صيفي



معتمداً الشكل الذي يمثل قَ(س) المعرف على الفترة [٠، ٥] أي الفترات الآتية يكون منها دائماً قَ(س) = صفر

أ) (١، ٢) ب) (١، ٤)

ج) (٢، ٤) د) (٢، ٥)

٢.١٢ بنتوي ٥ علامات

اذا كان قَ(س) = $س^3 - 3س^2 + 4$

فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

الحل:

قَ(س) = $3س^2 - 6س$

$0 = 3س^2 - 6س$

$0 = 3س(س - 2)$

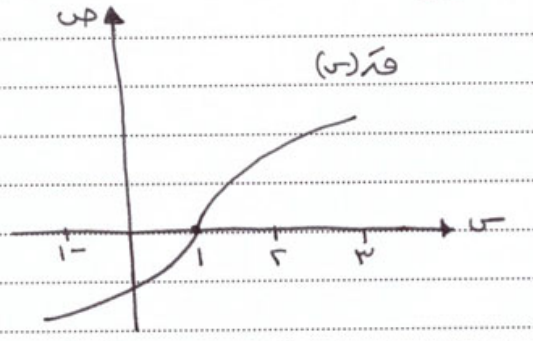
$س = 0 ، س = 2$

$(-\infty، 0]$ متزايد

$[0، 2]$ متناقص

$[2، \infty)$ متزايد

٢.١٣ صيفي



اعتماداً على الشكل الذي يمثل قَ(س) في الفترة [-١، ٣] يكون الاقتران قَ(س) متزايداً في الفترة

أ) [-١، ٣] ب) [١، ٣]

ج) [-١، ١] د) [٠، ٣]

٢.١٣ بنتوي

اذا كان قَ(س) = $48س - س^3$ ، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران قَ

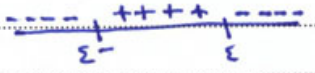
الحل:

قَ(س) = $48 - 3س^2$

$0 = 48 - 3س^2$

$3س^2 = 48$

$س^2 = 16 \leftarrow س = \pm 4$



$(-\infty، -4]$ متناقص

$[-4، 4]$ متزايد

$[4، \infty)$ متناقص

المستوى (٣) الوحدة (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

التخصص (الادبي والمعلوماتية) الدرس (التزايد والتناقص) ماجستير رياضيات

٢٠١٤ صيفي

اذا كان $ق(س) = س^٤ - ٦س^٣ + ٢$

جد فترات التزايد للاقتران ق

الحل:

$ق'(س) = ١٢س^٣ - ١٢س$

$٠ = ١٢س^٣ - ١٢س$

$٠ = ١٢س(س^٢ - ١)$

$س = ٠ \quad س = ١$

+++ | --- | +++

٠ ١

$(-\infty, ٠]$ ق تزايد

$[٠, ١]$ تناقص

$[١, \infty)$ تزايد

٢٠١٤ شتوي ٦ علامات

اذا كان $ق(س) = س^٣ - ٣س^٢$ ، جد

فترات التزايد والتناقص للاقتران ق

الحل:

$ق'(س) = ٣س^٢ - ٦س$

$٠ = ٣س^٢ - ٦س$

$٠ = ٣س(س - ٢)$

$س = ٠ \quad س = ٢$

+++ | --- | +++

٠ ٢

$(-\infty, ٠]$ تزايد

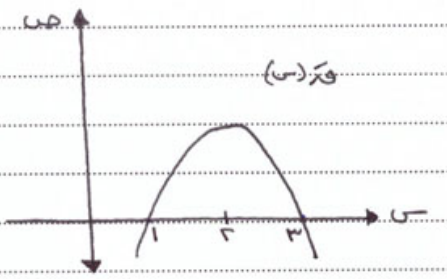
$[٠, ٢]$ تناقص

$[٢, \infty)$ تزايد

المستوى (٣) **الوحدة** (تطبيقات التفاضل) **عصام الشيخ**

التخصص(الادبي والمعلوماتية) **الدرس** (التزايد والتناقص) **ماجستير رياضيات**

٣.١٤ صيفي



معتمداً على الشكل الذي يمثل ق'(س)
جد فترات التزايد والتناقص للاقتران
ق(س)

الحل:

$(-\infty, 1]$ متناقص

$[1, 3]$ متزايد

$[3, \infty)$ متناقص

٣.١٥ شتوي (٥ علامات)

إذا كان $ق(س) = ٢س^{٣} - س^{٢} + ٤$

فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران
ق .

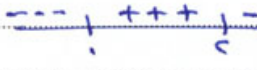
الحل:

$ق'(س) = ٦س - ٣س^{٢}$

$٠ = ٦س - ٣س^{٢}$

$٠ = ٣س(٢ - س)$

$س = ٠ ، س = ٢$

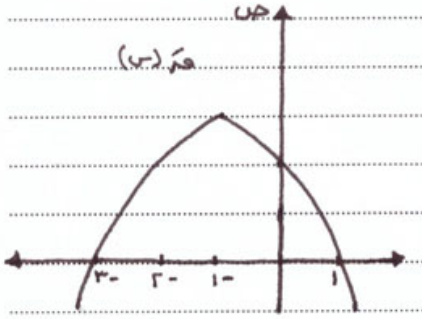


$(-\infty, 0]$ متناقص

$[0, 2]$ متزايد

$[2, \infty)$ متناقص

٣.١٥ صيفي



اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى المشتقة
الأولى للاقتران ق(س) جد فترات التزايد
والتناقص للاقتران ق .

الحل:

$(-\infty, -3]$ متناقص

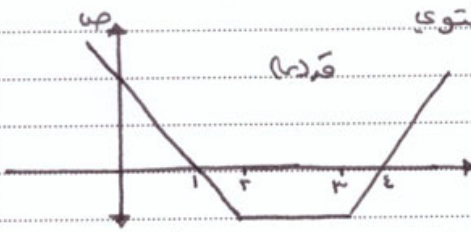
$[-3, 1]$ متزايد

$[1, \infty)$ متناقص

التخصص(الادبي) الوحدة (٣) (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

المستوى(٣) الدرس (١) (التزايد والتناقص) ماجستير رياضيات

٣.١٦ شتوي



يمثل الشكل منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق(س) ، جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س).

الحل:

$(-\infty, 1]$ متزايد

$[1, 4]$ متناقص

$[4, \infty)$ متزايد

٣.١٦ صيفي

إذا كان $ق(س) = ٦س^{٤} - س^{٣} + ٤$

فجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق.

الحل:

$ق'(س) = ١٢س^{٣} - ٣س^{٤}$

$٠ = ١٢س^{٣} - ٣س^{٤}$

$٠ = ٣س^{٣}(٤ - س)$

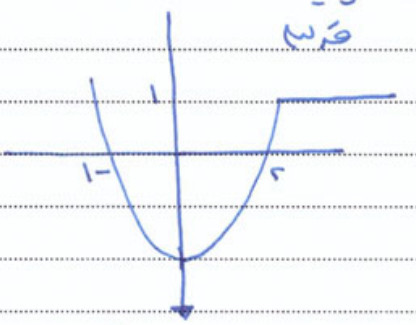
$س = ٠ \quad ، \quad س = ٤$

$(-\infty, 0]$ متناقص

$[0, 4]$ متزايد

$[4, \infty)$ متناقص

٢٠١٧ شتوي



جد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق س

الحل:

$(-\infty, -1]$ متزايد

$[-1, 2]$ متناقص

$[2, \infty)$ متزايد

٢٠١٧ شتوي

ق س $= \frac{1}{4}س^4 - \frac{1}{3}س^3 - 2س^2 + 7$

جد فترات التزايد والتناقص.

الحل:

ق'س $= س^3 - س^2 - 2س$

$0 = س^3 - س^2 - 2س$

$0 = س(س-2)(س+1)$

$س = 0$ أو $س = 2$ أو $س = -1$

$(-\infty, -1]$ متزايد

$[-1, 2]$ متناقص

$[2, \infty)$ متزايد

٢٠١٧ شتوي

بين أن الاقتران ق س $= س^5 + 3س$ متزايد على مجموعة الأعداد الحقيقية.

الحل:

ق'س $= 5س^4 + 3$

$0 = 5س^4 + 3$

$-3 = 5س^4$

$-\frac{3}{5} = س^4$ مستحيل اذن

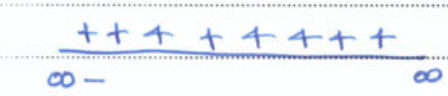
لا يوجد اصفار للمشتقة

نعوض أي عدد في ق'

ق'(١) $= 5(1)^4 + 3 = 5 + 3 = 8$

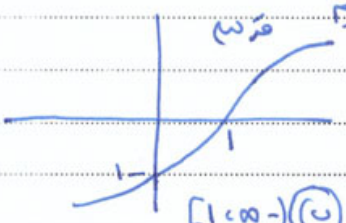
$8 > 0$ موجب

ق' موجبة دائما



ق متزايد على ح.

٢٠١٨ شتوي قديم



ق متناقص في

أ) $(-\infty, -1]$ ب) $(-\infty, 1]$

جـ) $[-1, 1]$ د) $[0, 1]$

التخصص(الأدبي) الوحدة(٣) (تطبيقات التفاضل) عصام الشيخ

المستوى(٣) الدرس( ) (التزايد والتناقص) ماجستير رياضيات

٢٠١٨ شتوي قديم

اذا $ص = -٢س^{٣} + ٦س + ٤$

جد فترات التزايد والتناقص

الحل:

$ص' = -٦س^{٢} + ٦$

$٠ = -٦س^{٢} + ٦$

$-٦ = -٦س^{٢}$

$١ = س^{٢}$

$س = \pm ١$

$(-\infty, -١]$ متناقص

$[-١, ١]$ متزايد

$[١, \infty)$ متناقص

٢٠١٨ شتوي جديد

اذا كان $ص = س(٢٧ - س^{٢})$

جد فترات التزايد والتناقص

للاقتراب قد

الحل:

$ص = ٢٧س - س^{٣}$

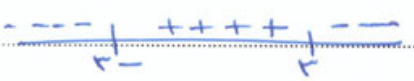
$ص' = ٢٧ - ٣س^{٢}$

$٠ = ٢٧ - ٣س^{٢}$

$٣س^{٢} = ٢٧$

$س^{٢} = ٩$

$س = \pm ٣$



$(-\infty, -٣]$ متناقص

$[-٣, ٣]$ متزايد

$[٣, \infty)$ متناقص.