المعادلات التفاضلية

ملخص القوانين

ESAM SHIKH
0796300625

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$\frac{2dص}{1-س} = (2س+1)\,دس$

الحل:

$2\,دص = (1-س)(2س+1)\,دس$

$= (2س+1-2س^2-س)\,دس$

$= -2س^2+س+1\,دس$

$دص = -س^2+\frac{1}{2}س+\frac{1}{2}\,دس$

$\int دص = \int -س^2+\frac{1}{2}س+\frac{1}{2}\,دس$

$ص = -\frac{س^3}{3}+\frac{1}{4}س^2+\frac{1}{2}س+جـ$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$س^3\,دص - ص\,دس = صفر$

الحل:

$س^3\,دص = ص\,دس$

$\frac{دص}{ص} = \frac{دس}{س^3}$

$\frac{دص}{ص} = س^{-3}\,دس$

$\int \frac{دص}{ص} = \int س^{-3}\,دس$

$لو_هـ|ص| = \frac{س^{-2}}{-2}+جـ$

$لو_هـ|ص| = -\frac{1}{2س^2}+جـ$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$دص = 1-ص+س^2-ص\,س^2$

$\frac{دص}{دس} = 1-ص+س^2-ص\,س^2$

الحل:

$\frac{دص}{دس} = 1-ص+س^2(1-ص)$

$\frac{دص}{دس} = (1-ص)(1+س^2)$

$\frac{دص}{1-ص} = (1+س^2)\,دس$

$\int \frac{دص}{1-ص} = \int (1+س^2)\,دس$

$لو_هـ|1-ص| = -س-\frac{س^3}{3}+جـ$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$جتا^2س\,دص + ص\,دس = دص$

الحل:

$جتا^2س\,دص - دص = -ص\,دس$

$(جتا^2س-1)\,دص = -ص\,دس$

$\frac{-دص}{ص} = \frac{دس}{جتا^2س-1}$

$$\frac{دص}{ص} = \frac{-دس}{-جتاس}$$

$$\int \frac{دص}{ص} = \int ظتاس \, دس$$

$$\ln|ص| = -\ln|جتاس| + ج$$

$$دص = جا^{\frac{1}{2}}س \, جتا^{\frac{1}{2}}س \, دس$$

$$دص = (جاس \, جتاس)^{\frac{1}{2}} \, دس$$

$$دص = (\frac{1}{2} جاس)^{\frac{1}{2}} \, دس$$

$$دص = \frac{1}{\sqrt{2}} جا^{\frac{1}{2}}س \, دس$$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$$دس - 3دص = جتاس \, دس$$

الحل:

$$-3دص = جتاس \, دس - دس$$

$$-3دص = (جتاس - 1) \, دس$$

$$دص = \frac{1 - جتاس}{3} \, دس$$

$$\int دص = \int (\frac{1}{3} - \frac{1}{3} جتاس) \, دس$$

$$ص = \frac{1}{3}ص - \frac{1}{3} جاس + ج$$

$$\int \frac{دص}{ص} = \int ظتاس \, دس$$

$$\ln|ص| = \ln|قاس| + ج$$

$$ص = قاس + ج$$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$$قا^{2}س \, دص - جا^{2}س \, دس = 0$$

الحل:

$$قا^{2}س \, دص = جا^{2}س \, دس$$

$$دص = \frac{جا^{2}س}{قا^{2}س} \, دس$$

$$دص = جا^{2}س \, جتا^{2}س \, دس$$

$$دص = (جاس \, جتاس)^{2} \, دس$$

$$دص = (\frac{1}{2} جا2س)^{2} \, دس$$

$$دص = \frac{1}{4} جا^{2}2س \, دس$$

$$\int دص = \int \frac{1}{4} جا^{2}2س \, دس$$

$$ص = \frac{1}{4} \int (\frac{1}{2} - \frac{1}{2} جتا4س) \, دس$$

$$ص = \frac{1}{4} (\frac{1}{2}س - \frac{1}{8} جا4س) + ج$$

$$ص = \frac{1}{8}س - \frac{1}{32} جا4س + \frac{1}{4}ج$$

$$ص = \frac{1}{8}س - \frac{1}{32} جا4س + ج.$$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$$(س^{2} - 3س) \, دص = هـ^{ص} (س^{2} + س - 12) \, دس$$

الحل:

$$هـ^{-ص} \, دص = \frac{س^{2} + س - 12}{س^{2} - 3س} \, دس$$

$$\begin{array}{r|l} 1 & \\ \hline س^{2} - 3س & س^{2} + س - 12 \\ & - س^{2} + 3س \\ \hline & 4س - 12 \end{array}$$

$$\frac{دص}{دس} = 1 + \frac{٤س - ١٢}{س(س-٣)}$$

$$\frac{دص}{دس} = 1 + \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س-٣}$$

$$٤س - ١٢ = أ(س-٣) + ب(س)$$

$$س = ٠ \Leftarrow -١٢ = -٣أ \leftarrow أ = ٤$$

$$س = ٣ \Leftarrow ٠ = ٣ب \leftarrow ب = ٠$$

$$\frac{دص}{دس} = 1 + \frac{٤}{س}$$

$$ص = س + ٤ لو_هـ |س| + جـ$$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{دص}{دس} - ص جتا س = ٠$$

$$\frac{دص}{دس} = ص جتا س$$

$$\frac{دص}{ص} = جتا س \, دس$$

$$لو_هـ |ص| = جا س + جـ$$

$$ص = هـ^{جا س + جـ}$$

مثال

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{دص}{دس} = (س^٢ + ٣س)(س+١)(س-٩)$$

$$دص = (س^٢ + ٣س)(س+١)(س-٩) \, دس$$

$$ص = \int (س^٢ + ٣س)(س+١)(س-٩) \, دس$$

$$ص = \int (س+١)(س-٣)(س+٣) \, دس$$

$$ص = \int (س^٢ - ٢س - ٣)(س+٣) \, دس$$

$$ص = \int س^٣ - ٣س^٢ + س - ٣ \, دس$$

$$ص = \frac{س^٤}{٤} - س^٣ + \frac{س^٢}{٢} - ٣س + جـ$$

مثال

إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $\frac{\sqrt{٢ص+١}}{\sqrt{٣-٢س}}$

فجد قاعدة هذه العلاقة إذا علمت أن منحناها يمر بالنقطة $(٤، ١)$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{\sqrt{٢ص+١}}{\sqrt{٣-٢س}}$$

$$\frac{دص}{\sqrt{٢ص+١}} = \frac{دس}{\sqrt{٣-٢س}}$$

الحل:

$$\frac{-١}{\frac{دص}{دس}} = س\sqrt{٣+لوهـ س}$$

$$-\frac{دس}{دص} = س\sqrt{٣+لوهـ س}$$

$$-دس = دص \; س\sqrt{٣+لوهـ س}$$

$$\int -دس = \int \frac{دص}{س\sqrt{٣+لوهـ س}}$$

$$ع = ٣ + لوهـ س$$

$$دس = \frac{دع}{\frac{١}{س}} = س \, دع$$

$$\int -س \, دع = \int \frac{دص}{س\sqrt{ع}}$$

$$\int -(ع)^{-\frac{١}{٢}} \, دع$$

$$= -٢ع^{\frac{١}{٢}} + جـ$$

$$ص = -٢\sqrt{٣+لوهـ س} + جـ$$

$$(هـ، ٤)$$

$$٤ = -٢\sqrt{٣+لوهـ هـ} + جـ$$

$$٤ = -٤ + جـ$$

$$٨ = جـ$$

$$ص = -٢\sqrt{٣+لوهـ س} + ٨$$

مثال

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ت = ٢\sqrt{ع}$ حيث ع > صفر، ت: التسارع، ع: السرعة فإذا كانت سرعة الجسيم عند بدء حركته ٩ م/ث فجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٣ ثوان من بدء حركته علماً بأنه قطع مسافة قدرها $\frac{٦٤}{٣}$ متر في أول ثانية من حركته.

الحل:

$$ت = ٢\sqrt{ع}$$

$$\frac{دع}{دن} = ٢\sqrt{ع}$$

$$\frac{دع}{\sqrt{ع}} = ٢ \, دن$$

$$ع^{-\frac{١}{٢}} \, دع = ٢ \, دن$$

$$\int ع^{-\frac{١}{٢}} \, دع = \int ٢ \, دن$$

$$٢ع^{\frac{١}{٢}} = ٢ن + جـ$$

$$٢\sqrt{ع} = ٢ن + جـ$$

$$ع(٠) = ٩$$

$$٢\sqrt{٩} = ٠ + جـ$$

$$جـ = ٦$$

$$٢\sqrt{ع} = ٢ن + ٦$$

$(٢ص+١)^{-\frac{١}{٢}}\,د ص = (٣-٢س)^{-\frac{١}{٢}}\,د س$

$\int (٢ص+١)^{-\frac{١}{٢}}\,د ص = \int (٣-٢س)^{-\frac{١}{٢}}\,د س$

$\frac{(٢ص+١)^{\frac{١}{٢}}}{\frac{١}{٢}} = \frac{(٣-٢س)^{\frac{١}{٢}}}{-\frac{٢}{٣}} + جـ$

$\sqrt{٢ص+١} = -\frac{٣}{٢}\sqrt{٣-٢س} + جـ$

$(٤،١)$

$\sqrt{٩} = -\frac{٣}{٢}\sqrt{١} + جـ$

$٣ = -\frac{٣}{٢} + جـ$

$جـ = ٣ + \frac{٣}{٢}$

$جـ = \frac{٩}{٢}$

$\therefore \sqrt{٢ص+١} = -\frac{٣}{٢}\sqrt{٣-٢س} + \frac{٩}{٢}$

مثال

إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $\frac{س-ص}{هـ^{س}+١}$ حيث هـ العدد النيبري

فجد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(١،٠)$

الحل:

$\frac{د ص}{د س} = \frac{س-ص}{هـ^{س}+١}$

$د ص = \frac{س-ص}{هـ^{س}+١}\,د س$

$هـ^{ص}\,د ص = \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}+١}\,د س$

$\int هـ^{ص}\,د ص = \int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س}+١}\,د س$

$هـ^{ص} = لو_{هـ}|هـ^{س}+١| + جـ$

$(١،٠)$

$هـ^{٠} = لو_{هـ}(هـ^{١}+١) + جـ$

$جـ = ١ - لو_{هـ}(هـ+١)$

$\Leftarrow هـ^{ص} = لو_{هـ}|هـ^{س}+١| + (١ - لو_{هـ}(هـ+١))$

مثال

إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $س\sqrt{٣+لو_{هـ}س}$ فجد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة $(هـ، ٤)$ حيث هـ: العدد النيبري.

ESAM SHIKH
0796300625

$ع = \sqrt{ن + ٣}$

$ع^{٢} = (ن + ٣)$

$\frac{دف}{دن} = (ن + ٣)^{٢}$

$دف = (ن + ٣)^{٢}\, دن$

$\int دف = \int (ن + ٣)^{٢}\, دن$

$ف = \frac{(ن + ٣)^{٣}}{٣} + جـ$

$ف(١) = \frac{٦٤}{٣}$

$\frac{٦٤}{٣} = \frac{٤^{٣}}{٣} + جـ$

$\frac{٦٤}{٣} = \frac{٦٤}{٣} + جـ \Leftarrow جـ = ٠$

$\Leftarrow ف(ن) = \frac{(ن + ٣)^{٣}}{٣}$

$\Leftarrow ف(٣) = \frac{٦^{٣}}{٣} = \frac{٢١٦}{٣} = ٧٢$

مثال

يسير جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $ت = \sqrt{ع}$ حيث $ع > ٠$

ت : الزمن ، ع : السرعة

فإذا كانت سرعة الجسيم عند بدء حركته ٩ وقطع مسافة ٨٠ م في ٤ ثوان فجد المسافة التي قطعها الجسيم بعد ثانيتين من الحركة

الحل :

$ت = \sqrt{ع}$

$\frac{دع}{دن} = ع^{\frac{١}{٢}}$

$ع^{-\frac{١}{٢}}\, دع = دن$

$\int ع^{-\frac{١}{٢}}\, دع = \int دن$

$٢ ع^{\frac{١}{٢}} = ن + جـ$

$٢\sqrt{ع} = ن + جـ$

$ع(٩) = ٩$

$٢\sqrt{٩} + جـ$

$٦ = جـ$

$٢\sqrt{ع} = ن + ٦$

$\sqrt{ع} = \frac{١}{٢} ن + ٣$

$ع = (\frac{١}{٢} ن + ٣)^{٢}$

$\frac{دف}{دن} = (\frac{١}{٢} ن + ٣)^{٢}$

$دف = (\frac{١}{٢} ن + ٣)^{٢}\, دن$

$\int دف = \int (\frac{١}{٢} ن + ٣)^{٢}\, دن$

$ف = \frac{٢(\frac{١}{٢} ن + ٣)^{٣}}{٣} + جـ$

$ف(٤) = ٨٠$

$٨٠ = \frac{٢(٢+٣)^{٣}}{٣} + ج$

$٨٠ = \frac{١٢٥ \times ٢}{٣} + ج$

$٨٠ = \frac{٢٥٠}{٣} + ج$

$ج = ٨٠ - \frac{٢٥٠}{٣} = \frac{٢٤٠ - ٢٥٠}{٣}$

$= \frac{-١٠}{٣}$

$ف(ن) = \frac{٢}{٣}(\frac{١}{٢}ن + ٣)^{٣} - \frac{١٠}{٣}$

$ف(٢) = \frac{٢}{٣}(٤)^{٣} - \frac{١٠}{٣}$

$= \frac{١٢٨}{٣} - \frac{١٠}{٣} = \frac{١١٨}{٣}$

مثال

ابتدأ جسيم الحركة من نقطة الأصل على محور السينات وفقاً للعلاقة

$ت = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$ حيث $ع > ٠$

ت التابع ، ع : المرتبة

فإذا كانت سرعته عند بدء الحركة ٤ سم/ث أثبت أن

$ف = ٢ن \sqrt{ع}$

الحل :

$ت = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$

$\frac{دع}{دن} = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$

$\frac{-٣}{٢} دع = -٤ دن$

$\int ع^{\frac{-٣}{٢}} دع = \int -٤ دن$

$-٢ ع^{\frac{-١}{٢}} = -٤ن + ج$

$\frac{-٢}{\sqrt{ع}} = -٤ن + ج$

$ع(٠) = ٤$

$\frac{-٢}{٢} = ٠ + ج \leftarrow ج = -١$

$\frac{-٢}{\sqrt{ع}} = -٤ن - ١$

$\frac{١}{\sqrt{ع}} = ٢ن + \frac{١}{٢}$

$\sqrt{ع} = \frac{١}{٢ن + \frac{١}{٢}}$

$ع = \frac{١}{(٢ن + \frac{١}{٢})^{٢}}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{١}{(٢ن + \frac{١}{٢})^{٢}}$

$دف = (٢ن + \frac{١}{٢})^{-٢} دن$

$\int دف = \int (٢ن + \frac{١}{٢})^{-٢} دن$

$ف = \frac{(٢ن + \frac{١}{٢})^{-١}}{٢ \times -١} + ج$

$ف(٠) = ٠$

$$0 = \frac{-1}{2(\frac{1}{2}+0\times 2)} + ج$$

$$= \frac{-1}{1} + ج$$

$$ج = 1$$

$$ف = \frac{-1}{2(2ن+\frac{1}{2})} + 1$$

وجد المقاومة :

$$ف = \frac{-1}{2(2ن+\frac{1}{2})} + \frac{2(3ن+\frac{1}{2})}{2(2ن+\frac{1}{2})}$$

$$ف = \frac{4ن}{2(2ن+\frac{1}{2})}$$

$$ف = 4ن \times \frac{1}{2(2ن+\frac{1}{2})}$$

$$= 2ن \times \frac{2}{2(2ن+\frac{1}{2})}$$

$$= 2ن \times \frac{1}{(2ن+\frac{1}{2})}$$

$$= 2ن \times \frac{2}{4ن+1}$$

وهو المطلوب .

مثال

قذفت كرة من قمة برج ارتفاعه ٤٥ م عن سطح الأرض الى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث وبتسارع -10 م/ث^2 جد الزمن الذي استغرقته الكرة ليعود إلى سطح الأرض .

الحل :

$$ت = -10$$

$$\frac{دع}{دن} = -10$$

$$دع = -10 \, دن$$

$$\int دع = \int -10 \, دن$$

$$ع = -10ن + ج$$

$$ع(0) = 40$$

$$40 = 0 + ج \Leftarrow ج = 40$$

$$ع = -10ن + 40$$

$$\frac{دف}{دن} = -10ن + 40$$

$$دف = (-10ن + 40) \, دن$$

$$\int دف = \int (-10ن + 40) \, دن$$

$$ف = -5ن^2 + 40ن + ج$$

$$ف(0) = 45$$

$$45 = 0 + 0 + ج \Leftarrow ج = 45$$

$$ف(ن) = -5ن^2 + 40ن + 45$$

$$0 = -5ن^2 + 40ن + 45$$

$$0 = ن^2 - 8ن - 9$$

$$0 = (ن - 9)(ن + 1)$$

$$\Leftarrow ن = 9$$

مثال

قذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث وبتسارع مقداره − ١٠ م/ث^{٢} اذا كان ارتفاعه عن سطح الأرض بعد ثانية واحدة من بدء الحركة يساوي ٨٠ م جد أقصى ارتفاع وصل اليه الجسم

الحل:

$ت = -١٠$

$\frac{دع}{دن} = -١٠$

$دع = -١٠ \, دن$

$\int دع = \int -١٠ \, دن$

$ع = -١٠ن + ج$

$ع(ن) = ٤٠$

$٤٠ = ٠ + ج \leftarrow ج = ٤٠$

$ع = -١٠ن + ٤٠$

$\frac{دف}{دن} = -١٠ن + ٤٠$

$دف = (-١٠ن + ٤٠) \, دن$

$\int دف = \int -١٠ن + ٤٠ \, دن$

$ف = -٥ن^{٢} + ٤٠ن + ج$

$ف(١) = ٨٠$

$٨٠ = -٥ + ٤٠ + ج$

$ج = ٨١$

$ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٤٠ن + ٨١$

عند اعلى ارتفاع تكون السرعة = صفر

$٠ = -١٠ن + ٤٠$

$-٤٠ = -١٠ن$

$ن = \frac{-٤٠}{-١٠}$

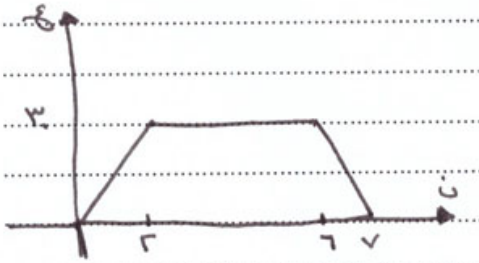
$ن = \frac{٤٠}{١٠} = \frac{٤}{١}$

$ف(\frac{٤}{١}) = -٥ \times \frac{٤}{١} \times \frac{٤}{١} + ٤٠ \times \frac{٤}{١} + ٨١$

$= \frac{-٤٠}{٥} + \frac{٨٠}{٥} + ٨١$

$= \frac{٤٠ + ٤٠٥}{٥} = \frac{٤٠٩}{٥}$

مثال



يمثل الشكل العلاقة بين السرعة والزمن لجسم يتحرك على خط مستقيم جد المسافة المقطوعة في الفترة الزمنية $[٠, ٧]$

الحل:

$[0, 2]$

$(0,0)$ ، $(2, 30)$

$$\frac{30-0}{2-0} = \frac{30}{2} = 15$$

$$ع - 0 = 15(ن - 0)$$

$$ع = 15ن$$

$[2, 6]$

$$ع = 30$$

$[6, 7]$

$(6, 30)$ ، $(7, 0)$

$$\frac{0-30}{7-6} = -30$$

$$ع - 0 = -30(ن - 7)$$

$$ع = -30ن + 210$$

$$ع(ن) = \begin{cases} 15ن & 0 \le ن < 2 \\ 30 & 2 < ن < 6 \\ -30ن + 210 & 6 < ن \le 7 \end{cases}$$

$$ف(ن) = \int ع(ن)\, د ن$$

$$ف(ن) = \begin{cases} \frac{15}{2}ن^2 & 0 \le ن < 2 \\ 30ن & 2 < ن < 6 \\ -15ن^2 + 210ن & 6 \le ن \le 7 \end{cases}$$

مثال

يزداد عدد سكان مدينة حسب العلاقة

$$\frac{د ع}{د ن} = 0.025 ع$$ حيث

ع عدد السكان ، ن الزمن بالسنوات

إذا علمت أن عدد سكان المدينة بلغ ٢٠٠٠٠ نسمة عام ٢٠١٥ فجد عدد سكانها بعد ٤٠ عاما.

الحل:

$$\frac{د ع}{د ن} = \frac{25}{1000} ع$$

$$\frac{د ع}{ع} = \frac{25}{1000} د ن$$

$$\int \frac{د ع}{ع} = \int \frac{25}{1000} د ن$$

$$\ln|ع| = \frac{25}{1000} ن + ج$$

$$ع(0) = 20000$$

$$\ln 20000 = \frac{25}{1000} \times 0 + ج$$

$\log_{\text{هـ}} ٢٫٠٠٠ = \text{جـ}$

عدد السكان بعد ٤٠ سنة

$\log_{\text{هـ}} ع = \frac{٢٥}{١٠٠٠} \times ٤٠ + \log_{\text{هـ}} ٢٫٠٠٠$

$\log_{\text{هـ}} ع = ١ + \log_{\text{هـ}} ٢٫٠٠٠$

$\Leftarrow ع = \text{هـ}^{١ + \log_{\text{هـ}} ٢٫٠٠٠} \approx ٥٤٣٦٥$

آلة صناعية قيمتها عند الشراء ٢٥٠٠ دينار إذا كانت قيمتها تتناقص بمرور الزمن وفق العلاقة

$\frac{\text{د ق}}{\text{د ن}} = \frac{-٥٠٠}{(\text{ن}+١)^{٢}}$ حيث

ق قيمة الآلة ن: الزمن بالسنوات

احسب قيمة هذه الآلة بعد ٣ سنوات من شرائها.

الحل:

$\frac{\text{د ق}}{\text{د ن}} = \frac{-٥٠٠}{(\text{ن}+١)^{٢}}$

$\text{د ق} = -٥٠٠ (\text{ن}+١)^{-٢}\ \text{د ن}$

$\int \text{د ق} = \int -٥٠٠ (\text{ن}+١)^{-٢}\ \text{د ن}$

$\text{ق} = \frac{-٥٠٠ (\text{ن}+١)^{-١}}{-١} + \text{جـ}$

$\text{ق}(\text{ن}) = \frac{٥٠٠}{\text{ن}+١} + \text{جـ}$

$\text{ق}(٠) = ٢٥٠٠$

$\text{ق}(٠) = \frac{٥٠٠}{١} + \text{جـ}$

$٢٥٠٠ = ٥٠٠ + \text{جـ}$

$\text{جـ} = ٢٠٠٠$

$\text{ق}(\text{ن}) = \frac{٥٠٠}{\text{ن}+١} + ٢٠٠٠$

$\text{ق}(٣) = \frac{٥٠٠}{٤} + ٢٠٠٠$

$= ١٢٥ + ٢٠٠٠ = ٢١٢٥$

التخصص(العلمي) الوحدة(١) (التكامل) عصام الشيخ

المستوى(٤) الدرس( ) (المعادلات التفاضلية) ماجستير رياضيات

٣.١٣ صيفي **(٧ علامات)**

قذفت كرة من قمة برج ارتفاعه ٤٥ مترا عن سطح الارض إلى أعلى بسرعه ابتدائية مقدارها ٤٠ م/ث وتتابع مقداره -١٠ م/ث جد الزمن الذي استغرقته الكرة للعود إلى الأرض.

الحل:

$$\frac{دع}{دن} = -١٠$$

$$\int دع = \int -١٠ \, دن$$

$$ع = -١٠ن + ج$$

$$ع(٠) = ٤٠$$

$$٤٠ = ٠ + ج \Leftarrow ج = صفر$$

$$ع = -١٠ن + ٤٠$$

$$\frac{دف}{دن} = -١٠ن + ٤٠$$

$$\int دف = \int (-١٠ن + ٤٠) \, دن$$

$$ف = -٥ن^٢ + ٤٠ن + ج$$

$$ف(٠) = ٤٥$$

$$٤٥ = ٠ + ٠ + ج$$

$$\Leftarrow ج = ٤٥$$

$$\Leftarrow ف = -٥ن^٢ + ٤٠ن + ٤٥$$

عندما يعود الجسم للارض تكون ف = صفر

$$\Leftarrow \quad ٠ = -٥ن^٢ + ٤٠ن + ٤٥$$

$$٠ = ن^٢ - ٨ن - ٩$$

$$٠ = (ن - ٩)(ن + ١)$$

$ن = ٩ ، ن = -١$ مرفوضة

$$\Leftarrow ن = ٩$$

الأسئلة الوزارية :

٢٠١٢ شتوي ٦ علامات

يسير جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت = م ع^{\frac{1}{3}}$ ، ع كمية حيث ت : التسارع ، ع : السرعة . إذا تحرك الجسيم من السكون فجد قيمة الثابت م التي تجعل سرعته ٨ سم/ث بعد ٣ ثوان من بدء حركته

الحل:

$ت = م ع^{\frac{1}{3}}$

$\frac{دع}{دن} = م ع^{\frac{1}{3}}$

$ع^{-\frac{1}{3}} دع = م دن$

$\int ع^{-\frac{1}{3}} دع = \int م دن$

$\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = م ن + ج$

عندما ن = ٠ ، ع = ٠

$\Leftarrow ٠ = ٠ + ج \Leftarrow \boxed{ج = ٠}$

$\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = م ن$

عندما ن = ٣ ، ع = ٨

$\frac{3}{2} \sqrt[3]{٨^{٢}} = م \times ٣$

$\frac{3}{2} \times ٤ = م ٣$

$٦ = م ٣$

$\Leftarrow م = ٢$

٢٠١٤ شتوي ٨ علامات

تحركت كرة من السكون على خط مستقيم بتسارع مقداره $(\frac{٢}{\sqrt{ن}} + ن)$ م/ث^{٢} حيث ن الزمن بالثواني فإذا علمت أن سرعة الكرة ٥٠ م/ث عندما ن = ٩ ثانية ، وأن الكرة قطعت مسافة مقدارها ٢٢ متراً بعد ٤ ثوان من بدء الحركة . جد المسافة التي قطعتها الكرة بعد ٩ ثوان من بدء حركتها.

الحل:

$ت = \frac{٢}{\sqrt{ن}} + ن$

$\frac{دع}{دن} = ٢ ن^{-\frac{1}{2}} + ن$

$\int دع = \int (٢ ن^{-\frac{1}{2}} + ن) دن$

$ع = \frac{٢ ن^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \frac{ن^{٢}}{٢} + جـ$

عندما ن = ٩ ← ع = ٥٠

$٥٠ = ٤ \times ٩^{\frac{1}{2}} + \frac{٨١}{٢} + جـ$

$٥٠ = ١٢ + \frac{٨١}{٢} + جـ$

$جـ = ٥٠ - \frac{١٠٥}{٢} = \frac{-٥}{٢}$

$ع = ٤ ن^{\frac{1}{2}} + \frac{ن^{٢}}{٢} - \frac{٥}{٢}$

$\int دف = \int (٤ ن^{\frac{1}{2}} + \frac{ن^{٢}}{٢} - \frac{٥}{٢}) دن$

$ف = \frac{٤ ن^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{ن^{٣}}{٦} - \frac{٥}{٢} ن + جـ$

عندما ن = ٤ فإن ف = ٢٢

$٢٢ = \frac{٨}{٣}\sqrt{٤^{٣}} + \frac{٤^{٣}}{٦} - ٥ \times ٤ + جـ$

$٢٢ = \frac{٦٤}{٣} + \frac{٦٤}{٦} - ٢٠ + جـ$

$٢٢ = \frac{١٢٨ + ٦٤ - ٦٠}{٦} + جـ$

$٢٢ = \frac{١٣٢}{٦} + جـ$

$٢٢ = ٢٢ + جـ \leftarrow جـ = ٠$

$ف(ن) = \frac{٨}{٣}\sqrt{ن^{٣}} + \frac{ن^{٢}}{٦} - ٥ن$

$ف(٩) = \frac{٨}{٣}\sqrt{٩^{٣}} + \frac{٩^{٢}}{٦} - ٥ \times ٩ = \boxed{٩}$

لكن ع(٠) = ٩

$\sqrt{٩} = ٣ = ٠ + جـ \leftarrow جـ = ٣$

$ع^{\frac{١}{٢}} = ن + ٦$

$ع^{\frac{١}{٢}} = \frac{ن}{٢} + ٣$

$ع = (\frac{١}{٢}ن + ٣)^{٢}$

$\frac{دف}{دن} = (\frac{١}{٢}ن + ٣)^{٢}$

$دف = (\frac{١}{٢}ن + ٣)^{٢} دن$

٢٠١٤ صيفي (٧ علامات)

يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة

$ت = \sqrt{ع}$ ، ع > صفر ت: تابع

الجسيم ، ع : سرعة الجسيم ، فإذا علمت

أن السرعة الابتدائية للجسيم ٩ م/ث

وقطع مسافة ٨٠ متراً في ٤ ثوانٍ

فجد المسافة التي قطعها بعد ثانيتين

من بدء حركته .

الحل:

$ت = \frac{دع}{دن} = \sqrt{ع}$

$دع = ع^{\frac{١}{٢}} دن$

$ع^{-\frac{١}{٢}} دع = دن$

$\int ع^{-\frac{١}{٢}} دع = \int دن$

$دف = \int (\frac{١}{٢}ن + ٣)^{٢} دن$

$دف = \int \frac{١}{٤}ن^{٢} + ٣ن + ٩ \; دن$

$ف = \frac{١}{١٢}ن^{٣} + \frac{٣}{٢}ن^{٢} + ٩ن + جـ$

$٨٠ = \frac{٦٤}{١٢} + \frac{١٢ \times ٣}{٢} + ٤ \times ٩ + جـ$

$٨٠ = \frac{١٦}{٣} + ٢٤ + ٣٦ + جـ$

$٢٠ = \frac{١٦}{٣} + جـ \leftarrow جـ = ٢٠ - \frac{١٦}{٣}$

$جـ = \frac{٤٤}{٣}$

$ف(ن) = \frac{ن^{٣}}{١٢} + \frac{٣ن^{٢}}{٢} + ٩ن + \frac{٤٤}{٣}$

$ف(٣) = \frac{٨}{١٢} + \frac{١٢}{٢} + ١٨ + \frac{٤٤}{٣}$

$\leftarrow ف(٣) = \frac{١١٨}{٣}$

المستوى (٤) الوحدة (التكامل) عصام الشيخ

التخصص (العلمي) الدرس (المعادلة التفاضلية) ماجستير رياضيات

٣.١٥ شتوي (٣ علامات)

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{دص}{دس} = \sqrt[3]{\frac{ص}{س}}$$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص^{\frac{1}{3}}}{س^{\frac{1}{3}}}$$

$$ص^{-\frac{1}{3}}\, دص = س^{-\frac{1}{3}}\, دس$$

$$\int ص^{-\frac{1}{3}}\, دص = \int س^{-\frac{1}{3}}\, دس$$

$$\frac{3}{2} ص^{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} س^{\frac{2}{3}} + ج$$

٣.١٧ شتوي (٦ علامات)

حل المعادلة التفاضلية الآتية :

$$\frac{دص}{دس} = \frac{3س ص - ص - 12س + 4}{ص^2 - 16}$$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص(3س-1) - 4(3س-1)}{(ص-4)(ص+4)}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{(ص-4)(3س-1)}{(ص-4)(ص+4)}$$

$$(ص+4)\, دص = (3س-1)\, دس$$

$$\int (ص+4)\, دص = \int (3س-1)\, دس$$

$$\frac{ص^2}{2} + 4ص = \frac{3}{2}س^2 - س + ج$$

التخصص(العلمي) الوحدة(١) (التكامل) عصام الشيخ

المستوى(٤) الدرس(٤) (المعادلة التفاضلية) ماجستير رياضيات

٢٠١٦ صيفي (٨ علامات)

ابتدأ جسيم الحركة من نقطة الاصل على محور السينات وفق العلاقة

$\frac{ت}{ت} = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$ ، ع > صفر

حيث ت : تسارع الجسيم ، ع سرعة الجسيم فاذا كانت سرعته عند بدء الحركة ٤ سم/ث أثبت أن

$ف_ن = ٢ن \sqrt{ع}$.

الحل :

$\frac{ت}{ت} = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$

$\frac{دع}{دن} = -٤ ع^{\frac{٣}{٢}}$

$\int دع \, ع^{-\frac{٣}{٢}} = \int -٤ \, دن$

$-٢ ع^{-\frac{١}{٢}} = -٤ن + جـ$

$ع(٠) = ٤$

$\frac{-٢}{\sqrt{ع}} = -٤ن + جـ$

$\frac{-٢}{٢} = ٠ + جـ \Leftarrow جـ = -١$

$\frac{-٢}{\sqrt{ع}} = -٤ن - ١$

$\sqrt{ع} = \frac{-٢}{-٤ن-١} = \frac{٢}{٤ن+١}$

$ع = \frac{٤}{(٤ن+١)^٢} = ٤ (٤ن+١)^{-٢}$

$\frac{دف}{دن} = ٤ (٤ن+١)^{-٢}$

$\int دف = \int ٤ (٤ن+١)^{-٢} \, دن$

$ف = \frac{٤ (٤ن+١)^{-١}}{٤ \times -١} + جـ$

$ف = \frac{-١}{٤ن+١} + جـ$

$ف(٠) = ٠$

$٠ = \frac{-١}{١} + جـ$

$٠ = -١ + جـ \Leftarrow جـ = ١$

$ف = \frac{-١}{٤ن+١} + ١$

$ف = \frac{-١}{٤ن+١} + \frac{٤ن+١}{٤ن+١}$

$ف = \frac{٤ن}{٤ن+١}$

$ف = ٢ن \times \frac{٢}{٤ن+١}$

$ف = ٢ن \times \sqrt{ع}$

وهو المطلوب .

التخصص(المعلمي) الوحدة(١) (التكامل) عصام الشيخ

المستوى(٤) الدرس( ) (المعادلة التفاضلية) ماجستير رياضيات

٣.٠٨ شتوي (٦علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $\frac{٢ص^{٣}}{(٣س+٥)^{\frac{٤}{٣}}}$

فجد قاعدة هذه العلاقة علما بأن منحناها يمر بالنقطة $(١، ٥)$.

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٢ص^{٣}}{(٣س+٥)^{\frac{٤}{٣}}}$$

$$ص^{-٣}\, دص = \frac{٢}{(٣س+٥)^{\frac{٤}{٣}}}\, دس$$

$$\int ص^{-٣}\, دص = \int ٢(٣س+٥)^{-\frac{٤}{٣}}\, دس$$

$$\frac{ص^{-٢}}{-٢} = ٢ \times \frac{(٣س+٥)^{\frac{١}{٣}}}{٣} + جـ$$

$$\frac{-١}{٢ص^{٢}} = ٢\sqrt[٣]{(٣س+٥)} + جـ$$

$$\frac{-١}{٢ \times ٥^{٢}} = ٢\sqrt[٣]{٨} + جـ$$

$$\frac{-١}{٥٠} = ٤ + جـ \Leftarrow جـ = \frac{-١}{٥٠} - ٤$$

$$\Leftarrow جـ = -\frac{٢٠١}{٥}$$

$$\Leftarrow \frac{-١}{٢ص^{٢}} = ٢\sqrt[٣]{٣س+٥} - \frac{٢٠١}{٥}$$

٣.٠٩ صيفي (٦علامات)

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت = ٢\sqrt{ع}$ حيث $ع > ٠$ ، ت: الزمن

ع: السرعة فإذا كانت سرعة الجسيم عند بدء الحركة ٩ م/ث فجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٣ ثوان من بدء الحركة علما بأنه قطع مسافة قدرها $\frac{٦٤}{٣}$ م في أول ثانيه من حركته.

الحل:

$$ت = ٢\sqrt{ع}$$

$$\frac{دع}{دن} = ٢ ع^{\frac{١}{٢}}$$

$$\int دع\, ع^{-\frac{١}{٢}} = \int ٢\, دن$$

$$٢ ع^{\frac{١}{٢}} = ٢ن + جـ$$

$$٢\sqrt{ع} = ٢ن + جـ$$

$$ع(٠) = ٩$$

$$٣ \times ٢ = ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ٦$$

$$٢\sqrt{ع} = ٢ن + ٦$$

$$\sqrt{ع} = ن + ٣$$

$$ع = (ن+٣)^{٢}$$

$$\frac{دف}{دن} = (ن+٣)^{٢}$$

$$\int دف = \int (ن+٣)^{٢}\, دن$$

$$ف = \frac{(ن+٣)^{٣}}{٣} + جـ$$

$$\frac{٦٤}{٣} = \frac{٤^{٣}}{٣} + جـ$$

$$٦٤ = \frac{٦٤}{٣} + جـ \Leftarrow جـ = ٠$$

$$\Leftarrow ف = \frac{(ن+٣)^{٣}}{٣}$$

$$ف(٣) = \frac{٦^{٣}}{٣} = \frac{٢١٦}{٣} = ٧٢$$

٣.١٦ مستوى (٧علامات)

إذا كان تسارع جسيم يعطى بالعلاقة ت(ن) = ٣ن + ٢ وعلمت أن سرعته الابتدائية ٦م/ث والمسافة التي قطعها بعد ثانية واحدة من بدء الحركة ١٢م فجد المسافة التي يقطعها بعد ٣ ثوان من بدء الحركة.

الحل:

ت = ٣ن + ٢

$\frac{دع}{دن}$ = ٣ن + ٢

$\int دع = \int (٣ن + ٢)\, دن$

ع = $\frac{٣}{٢}ن^{٢}$ + ٢ن + حـ

ع(٠) = ٦

٦ = ٠ + ٠ + حـ ⇐ حـ = ٦

ع = $\frac{٣}{٢}ن^{٢}$ + ٢ن + ٦

$\frac{دف}{دن}$ = $\frac{٣}{٢}ن^{٢}$ + ٢ن + ٦

$\int دف = \int (\frac{٣}{٢}ن^{٢} + ٢ن + ٦)\, دن$

ف = $\frac{١}{٢}ن^{٣}$ + ن^{٢} + ٦ن + حـ

ف(١) = ١٢

١٢ = $\frac{١}{٢}$ + ١ + ٦ + حـ

٥ = $\frac{١}{٢}$ = حـ

$\frac{٩}{٢}$ = حـ

ف = $\frac{١}{٢}ن^{٣}$ + ن^{٢} + ٦ن + $\frac{٩}{٢}$

ف(٣) = $\frac{٢٧}{٢}$ + ٩ + ١٨ + $\frac{٩}{٢}$

= $\frac{٣٦}{٢}$ + ٢٧

= ١٨ + ٢٧ = ٤٥

٢٠١٨ مستوى قديم (٦ علامات)

حل المعادلة التفاضلية

$\frac{دص}{دس} = قا^{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}س)$

علما بأن ص=١ ، س = ٠

الحل:

$دص = ص^{-\frac{1}{2}} دس$

$\int ص^{-\frac{1}{2}} دص = \int قا^{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2}س) دس$

$\frac{ص^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \frac{ظا(\frac{1}{2}س)}{\frac{1}{2}} + جـ$

$٢ص^{\frac{1}{2}} = ٢ظا(\frac{1}{2}س) + جـ$

$٢ = ٠ + جـ$

$جـ = ٢$

$٢ص^{\frac{1}{2}} = ٢ظا(\frac{1}{2}س) + ٢$

$ص^{\frac{1}{2}} = ظا(\frac{1}{2}س) + ١$

٢٠١٨ مستوى قديم (٨ علامات)

تحرك جسيم مثاله يكون على خط مستقيم وفق العلاقة $ت = ٢\sqrt{ع}$ حيث ت الزمن ع المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٣ ثواني من بدء الحركة.

الحل:

$\frac{دع}{دن} = ٢ع^{\frac{1}{2}}$

$\int ع^{-\frac{1}{2}} دع = \int ٢ دن$

$\frac{ع^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = ٢ن + جـ$ ، ع(٠) = ٠

$٠ = ٠ + جـ$

$جـ = ٠$

$ع^{\frac{1}{2}} = ٢ن$ ×$\frac{1}{2}$

$ع^{\frac{1}{2}} = \frac{٤ن}{٣}$

$ع = (\frac{٤ن}{٣})^{٢}$

$\frac{دف}{دن} = (\frac{٤ن}{٣})^{٢}$

$\int دف = \int (\frac{٤ن}{٣})^{٢} دن$

$ف = \frac{(\frac{٤ن}{٣})^{٥}}{\frac{٤}{٣}} + جـ$

$ف(ن) = \frac{٣}{٤} \times \frac{١}{٥} (\frac{٤ن}{٣})^{٥} + جـ$

$ف(٣) = \frac{٣}{٢٠} (\frac{٤ \times ٣}{٣})^{٥} = \frac{٣}{٢٠} \times ٢^{٥} = \frac{٣ \times ٣٢}{١٠} + جـ$

٢٠١٨ مستوى جديد (١٢ علامة)

تحرك جسيم من السكون على خط مستقيم وفق العلاقة ت(ن) = ع^٣ حيث ت المسافة ع السرعة جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٦ ثواني من بدء حركته.

الحل:

$\frac{دع}{دن} = ع^{\frac{1}{2}}$

$ع^{-\frac{1}{2}}\, دع = دن$

$\int ع^{-\frac{1}{2}}\, دع = \int دن$

$2ع^{\frac{1}{2}} = ن + جـ$

$ع(٠) = ٠$

$٠ = ٠ + جـ$

$جـ = ٠$

$2ع^{\frac{1}{2}} = ن$

$ع^{\frac{1}{2}} = \frac{ن}{2}$

$ع = (\frac{ن}{2})^2$

$\frac{دف}{دن} = (\frac{ن}{2})^2$

$دف = (\frac{ن}{2})^2 دن$

$ف = \frac{1}{5}(\frac{ن}{2})^5 + جـ$

$ف(ن) = \frac{1}{5} \times \sqrt[5]{(\frac{ن}{2})^5} + جـ$

$ف(٦) = \frac{3}{5} \sqrt[5]{(3 \times 2)^5} + جـ$

$= \frac{3}{5} \times 4 + جـ = \frac{3 \times 32}{5} + جـ = \frac{96}{5} + جـ$

٢٠١٥ شتوي (٦ علامات)

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $\frac{-ص(س-١)}{س^2}$

فجد قاعدة هذه العلاقة إذا علمت أن منحناها يمر بالنقطة $(١، -١)$

الحل :

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-ص(س-١)}{س^2}$$

$$\frac{دص}{ص} = \frac{١-س}{س^2}\, دس$$

$$\int \frac{دص}{ص} = \int -\frac{١}{س^2} + \frac{١}{س}\, دس$$

$$\ln|ص| = -\frac{س^{-١}}{-١} + \ln|س| + جـ$$

$$\ln|ص| = \frac{١}{س} + \ln|س| + جـ$$

$$\ln|-١| = -١ + \ln|١| + جـ$$

$$٠ = -١ + ٠ + جـ \Leftarrow جـ = ١$$

$$\ln|ص| = \frac{-١}{س} + \ln|س| + ١$$

٢٠١٥ صيفي (٧ علامات)

يمثل $\frac{دع}{دن}$ معدل نمو عدد سكان مدينة حسب العلاقة $\frac{دع}{دن} = ٠.٠٢٥ع$

حيث ع عدد السكان ، ن الزمن بالسنوات

إذا علمت أن عدد سكان المدينة عام ٢٠١٥ يبلغ ٢٠٠٠ نسمة فجد عدد سكانها بعد ٤٠ عاما

الحل :

$$\frac{دع}{دن} = \frac{٢٥}{١٠٠٠} ع$$

$$\frac{دع}{ع} = \frac{٢٥}{١٠٠٠} دن$$

$$\ln|ع| = \frac{٢٥}{١٠٠٠} ن + جـ$$

$$ع(٠) = ٢٠٠٠$$

$$ع = \frac{٢٥}{١٠٠٠} ن + جـ$$

$$ع = هـ^{جـ}$$

$$٢٠٠٠ = هـ^{جـ}$$

$$ع(٤٠) = هـ^{\frac{٢٥}{١٠٠٠} \times ٤٠ + جـ}$$

$$= هـ^{جـ} \times هـ^{\frac{١}{٣}}$$

$$= ٢٠٠٠ \times ١٫٦$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٢١٦$$

$$= ٢٠٠٠ \times ٢١٦ = ٤٣٤٠٠٠$$

٢٠١٣ شتوي ٩ علامات

إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة $(س، ص)$ يساوي

$$\frac{1}{س\sqrt{٣+\log_{هـ} س}}$$

جد قاعدة العلاقة ص علما بأن منحناها يمر بالنقطة $(هـ، ٤)$ هـ : العدد النيبيري.

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{1}{س\sqrt{٣+\log_{هـ} س}}$$

$$\int دص = \int \frac{دس}{س\sqrt{٣+\log_{هـ} س}}$$

$$ع = \sqrt{٣+\log_{هـ} س}$$

$$ع^٢ = ٣ + \log_{هـ} س$$

$$٢ع\, دع = \frac{1}{س} دس$$

$$\int دص = \int \frac{٢ع \cdot س \cdot دع}{س}$$

$$\int دص = \int ٢ دع$$

$$ص = ٢ع + ح$$

$$ص = ٢\sqrt{٣+\log_{هـ} س} + ح$$

$$٤ = ٢\sqrt{٣+\log_{هـ} هـ} + ح \quad \Leftarrow ح = ٠$$

$$ص = ٢\sqrt{٣+\log_{هـ} س}$$

٢٠١٢ صيفي (٥ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $٢س ص$ فجد قيم ص عندما س = ٣ علما بأن منحنى العلاقة يمر بالنقطة $(١، ٢)$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = ٢س ص$$

$$\int \frac{دص}{ص} = \int ٢س\, دس$$

$$\log_{هـ}|ص| = س^٢ + ح$$

$$\log_{هـ} ٢ = ١ + ح \qquad ح = ١-$$

$$\log_{هـ}|ص| = س^٢ - ١$$

$$ص = هـ^{س^٢-١}$$

$$ص_{س=٣} = هـ^{٩-١} = هـ^٨$$

٢٠١٠ صيفي (٥ علامات)

حل المعادلة التفاضلية

$جا^2 س \, د^2 ص + ص \, د س = د ص$

الحل:

$جا^2 س \, د^2 ص - د ص = - ص \, د س$

$(جا^2 س - ١) \, د ص = - ص \, د س$

$$\frac{د ص}{ص} = \frac{- د س}{جا^2 س - ١}$$

$$\frac{د ص}{ص} = \frac{د س}{١ - جا^2 س}$$

$$\frac{د ص}{ص} = \frac{د س}{ظا^2 س}$$

$$\int \frac{د ص}{ص} = \int ظا^2 س \, د س$$

$$\ln |ص| = ظا س + ج$$

$ظا س + ج$

$\Leftarrow ص = هـ$

٢٠٠٨ صيفي (٦ علامات)

حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{س}{ص^2-1}\frac{دص}{دس} = هـ^{-ص}(س+2)$$

الحل:

$$هـ^{ص}\,دص = \frac{(س+2)(ص^2-1)}{س}\,دس$$

$$هـ^{ص}\,دص = \frac{س^3-س+2ص^2-2}{س}\,دس$$

$$هـ^{ص}\,دص = \frac{س^3+2ص^2-س-2}{س}\,دس$$

$$\int هـ^{ص}\,دص = \int\left(ص^2+2ص-1-\frac{2}{س}\right)دس$$

$$هـ^{ص} = \frac{ص^3}{3}+ص^2-ص-2\ln|ص|+جـ$$

٢٠٠٩ شتوي (٦ علامات)

إذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عند النقطة $(س،ص)$ يساوي

$$\frac{هـ^{-ص}(س+4)(س-3)}{س^2-3س}$$

فجد قاعدة هذه العلاقة إذا علمت أن منحناها يمر بالنقطة $(1،0)$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{هـ^{-ص}(س+4)(س-3)}{س(س-3)}$$

$$هـ^{ص}\,دص = \frac{س+4}{س}\,دس$$

$$\int هـ^{ص}\,دص = \int\left(1+\frac{4}{س}\right)دس$$

$$هـ^{ص} = س+4\ln|س|+جـ$$

$$هـ^{0} = 1+4\ln|1|+جـ$$

$$1 = 1+جـ$$

$$\Leftarrow جـ = صفر$$

$$\Leftarrow$$

$$هـ^{ص} = س+4\ln|س|$$