المساحة

ملخص القوانين

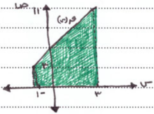
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

* ايجاد مساحة منطقة محصورة بين منحنى اقتران ومحور السينات

مثال

إذا كان ق(س) = ٢س + ٥ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ومحور السينات والمستقيمين س = -١ ، س = ٣

الحل:



$٢\text{س} + ٥ = ٠$

$٢\text{س} = -٥$

$\text{س} = \frac{-٥}{٢}$ خارج الفترة

$$\Leftarrow \text{م} = \int_{-١}^{٣} ٢\text{س} + ٥ \ \text{دس}$$

$$= \text{س}^٢ + ٥\text{س} \Big|_{-١}^{٣}$$

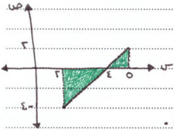
$$= ٩ + ١٥ - (١ - ٥)$$

$$= ٢٤ - -٤ = ٢٨$$

مثال

ق(س) = ٢س − ٨ احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين الاقتران ومحور السينات والمستقيمين س = ٢ ، س = ٥

الحل:



$٢\text{س} - ٨ = ٠$

$٢\text{س} = ٨$

$\text{س} = ٤ \quad ٤ \in$

$$\text{م} = \int_{٢}^{٤} |٢\text{س} - ٨| \text{دس} + \int_{٤}^{٥} ٢\text{س} - ٨ \ \text{دس}$$

$$= \left|\text{س}^٢ - ٨\text{س}\right|_{٢}^{٤} + \text{س}^٢ - ٨\text{س} \Big|_{٤}^{٥}$$

$$= |(١٦ - ٣٢) - (٤ - ١٦)| + (٢٥ - ٤٠) - (١٦ - ٣٢)$$

$$= |-١٦ - -١٢| + -١٥ - -١٦$$

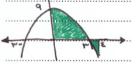
$$= |-٤| + ١$$

$$= ٤ + ١ = ٥$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٩ − س² ومحور السينات على الفترة [٠ ، ٤]

الحل:



$٩ - \text{س}^٢ = ٠$

$\text{س}^٢ = ٩$

$\text{س} = \pm ٣$

$$\text{م} = \int_{٠}^{٣} ٩ - \text{س}^٢ \ \text{دس} + \int_{٣}^{٤} |٩ - \text{س}^٢| \text{دس}$$

$$= \left[٩س - \frac{س^{٣}}{٣}\right]_{٠}^{٣} + \left|\left[٩س - \frac{س^{٣}}{٣}\right]_{٣}^{٤}\right|$$

$$(٢٧ - ٩) - (٠) + \left|\left(٣٦ - \frac{٦٤}{٣}\right) - (٢٧ - ٩)\right|$$

$$١٨ + \left|\left(\frac{١٠٨ - ٦٤}{٣} - \frac{١٨}{١}\right)\right|$$

$$١٨ + \left|\frac{٤٤}{٣} - \frac{٥٤}{٣}\right|$$

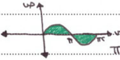
$$١٨ + \left|\frac{-١٠}{٣}\right|$$

$$١٨ + \frac{١٠}{٣} = \frac{٥٤}{٣} + \frac{١٠}{٣} = \frac{٦٤}{٣}$$

مثال

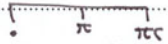
اذا كان ق(س) = جا س ، س ∈ [٠، ٢π]
جد المساحة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ومحور السينات في الفترة [٠، ٢π]

الحل:



جا س = ٠

س = ٠ ، π ، ٢π



$$م = \int_{٠}^{π} جا\,س\,دس + \left|\int_{π}^{٢π} جا\,س\,دس\right|$$

$$= -جتا\,س\,\Big]_{٠}^{π} + \left|-جتا\,س\,\Big]_{π}^{٢π}\right|$$

$$= (-جتا\,π - -جتا\,٠) + \left|(-جتا\,٢π - -جتا\,π)\right|$$

$$= --١ + ١ + |-١ - ١|$$

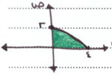
$$= ٢ + |-٢|$$

$$= ٤$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) = ٢ − √س وكل من محوري السينات والصادات

الحل:



$٢ - \sqrt{س} = ٠$

$٢ = \sqrt{س}$

$٤ = س$

$$م = \int_{٠}^{٤} ٢ - \sqrt{س}\,دس$$

$$= ٢س - \frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}}\Big]_{٠}^{٤}$$

$$= ٢س - \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}}\Big]_{٠}^{٤}$$

$$= \left(٨ - \frac{٢}{٣} \times ٨\right) - (٠)$$

$$= ٨ - \frac{١٦}{٣}$$

$$= \frac{٢٤ - ١٦}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

مثال

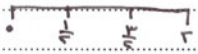
جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = جتا(πس) ومحور السينات في الفترة [٠، ٢]

الحل:

جتا πس = صفر

$\Leftarrow πس = \frac{π}{٢} \Leftarrow س = \frac{١}{٢}$

$\Leftarrow πس = \frac{٣π}{٢} \Leftarrow س = \frac{٣}{٢}$



ESAM SHIKH
0796300625

$\text{م} = \int_{0}^{\frac{1}{2}} \text{جتا}\,\pi\text{س}\,\text{دس} + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} |\text{جتا}\,\pi\text{س}|\,\text{دس} + \int_{\frac{3}{2}}^{2} \text{جتا}\,\pi\text{س}\,\text{دس}$

$= \frac{\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi} \Big|_{0}^{\frac{1}{2}} + \Big| \frac{\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi} \Big|_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \Big| + \frac{\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi} \Big|_{\frac{3}{2}}^{2}$

$= \left(\frac{\text{جا}\frac{\pi}{2}}{\pi} - \frac{\text{جا}\,0}{\pi}\right) + \left|\left(\frac{\text{جا}\frac{3\pi}{2}}{\pi} - \frac{\text{جا}\frac{\pi}{2}}{\pi}\right)\right|$

$+ \left(\frac{\text{جا}\,2\pi}{\pi} - \frac{\text{جا}\frac{3\pi}{2}}{\pi}\right)$

$= \left(\frac{1}{\pi} - 0\right) + \left|\left(\frac{-1}{\pi} - \frac{1}{\pi}\right)\right| + \left(\frac{0}{\pi} - \frac{-1}{\pi}\right)$

$= \frac{1}{\pi} + \left|\frac{-2}{\pi}\right| + \frac{1}{\pi}$

$= \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} = \frac{4}{\pi}$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق(س)} = 4\text{س}^3 - 4\text{س}$ ومحور السينات

الحل:

$4\text{س}^3 - 4\text{س} = 0$

$4\text{س}(\text{س}^2 - 1) = 0$

$4\text{س}(\text{س} - 1)(\text{س} + 1) = 0$

$\text{س} = 0$ ، $\text{س} = 1$ ، $\text{س} = -1$

$\text{م} = \int_{-1}^{0} 4\text{س}^3 - 4\text{س}\,\text{دس} + \int_{0}^{1} |4\text{س}^3 - 4\text{س}|\,\text{دس}$

$= \text{س}^4 - 2\text{س}^2 \Big|_{-1}^{0} + \Big| \text{س}^4 - 2\text{س}^2 \Big|_{0}^{1} \Big|$

$= 0 - (1 - 2) + |(1 - 2) - (0)|$

$= 1 + |-1|$

$= 1 + 1 = 2$

مثال

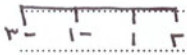
اذا كان $\text{ق(س)} = 3\text{س}^2 - 3$ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) ومحور السينات والمستقيمين $\text{س} = -3$ ، $\text{س} = 2$

الحل:

$3\text{س}^2 - 3 = 0$

$3(\text{س} - 1)(\text{س} + 1) = 0$

$\text{س} = 1$ ، $\text{س} = -1$



$\text{م} = \int_{-3}^{-1} 3\text{س}^2 - 3\,\text{دس} + \int_{-1}^{1} |3\text{س}^2 - 3|\,\text{دس} + \int_{1}^{2} 3\text{س}^2 - 3\,\text{دس}$

$\text{س}^3 - 3\text{س} \Big|_{-3}^{-1} + \Big| \text{س}^3 - 3\text{س} \Big|_{-1}^{1} \Big| + \text{س}^3 - 3\text{س} \Big|_{1}^{2}$

$= (-1 + 3) - (-27 + 9) + |(1 - 3) - (-1 + 3)|$

$+ (8 - 6) - (1 - 3)$

$= (2 - -18) + |(-2 - 2)| + (2 - -2)$

$= 20 + |-4| + 4$

$= 28$

* ايجاد مساحة منطقة محصورة بين منحنيين .

مثال

جد المساحة المحصورة بين الاقتران ق(س) = ٤ − س² والمستقيم ل(س) = س+٢

الحل:

$4 - \text{س}^2 = \text{س} + 2$

$0 = \text{س}^2 + \text{س} - 2$

$0 = (\text{س}+2)(\text{س}-1)$

$\text{س} = -2 \ ، \ \text{س} = 1$

$\text{م} = \int_{-2}^{1} 4 - \text{س}^2 - (\text{س}+2) \ \text{ءس}$

$= \int_{-2}^{1} 2 - \text{س}^2 - \text{س} \ \text{ءس}$

$= 2\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3} - \frac{\text{س}^2}{2} \Big|_{-2}^{1}$

$= (2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}) - (-4 - \frac{-8}{3} - \frac{4}{2})$

$= \frac{12-2-3}{6} - \frac{-24+16-12}{6}$

$= \frac{7}{6} - \frac{-20}{6} = \frac{27}{6}$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = س² ومنحنى الاقتران ل(س) = ٤س + ٥

الحل:

$\text{س}^2 = 4\text{س} + 5$

$\text{س}^2 - 4\text{س} - 5 = \text{صفر}$

$(\text{س}-5)(\text{س}+1) = 0$

$\text{س} = 5 \ ، \ \text{س} = -1$

$\text{م} = \int_{-1}^{5} 4\text{س} + 5 - \text{س}^2 \ \text{ءس}$

$= 2\text{س}^2 + 5\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3} \Big|_{-1}^{5}$

$= (50 + 25 - \frac{125}{3}) - (2 - 5 + \frac{1}{3})$

$= (75 - \frac{125}{3}) - (-3 + \frac{1}{3})$

$= \frac{225-125}{3} - \frac{-9+1}{3}$

$= \frac{100}{3} - \frac{-8}{3} = \frac{108}{3} = 36$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ٤س² − ٣س ، ه(س) = ٥س

الحل:

$4\text{س}^2 - 3\text{س} = 5\text{س}$

$4\text{س}^2 - 8\text{س} = 0$

$4\text{س}(\text{س}-2) = 0$

$\text{س} = 0 \ ، \ \text{س} = 2$

$\text{م} = \int_{0}^{2} 5\text{س} - 4\text{س}^2 + 3\text{س} \ \text{ءس}$

$\frac{5\text{س}^2}{2} - \frac{4\text{س}^3}{3} + \frac{3\text{س}^2}{2} \Big|_{0}^{2}$

$$\left(\text{٥}\times\text{٢} - \text{٤}\times\frac{\text{٨}}{\text{٣}} + \text{٣}\times\text{٢}\right) - (\text{٠})$$

$$= \text{١٠} - \frac{\text{٣٢}}{\text{٣}} + \text{٦}$$

$$= \text{١٦} - \frac{\text{٣٢}}{\text{٣}} = \frac{\text{٤٨}-\text{٣٢}}{\text{٣}} = \frac{\text{١٦}}{\text{٣}}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = جاس

هـ(س) = جتاس في الفترة [٠، π]

الحل:

جاس = جتاس

⇐ س = $\frac{\pi}{\text{٤}}$

$$م = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} (\text{جتاس} - \text{جاس})\,دس + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} (\text{جاس} - \text{جتاس})\,دس$$

$$= \left[\text{جاس} + \text{جتاس}\right]_{0}^{\frac{\pi}{4}} + \left[-\text{جتاس} - \text{جاس}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\pi}$$

$$= \left(\text{جا}\tfrac{\pi}{4} + \text{جتا}\tfrac{\pi}{4}\right) - \left(\text{جا}\,\text{٠} + \text{جتا}\,\text{٠}\right)$$

$$+ \left(-\text{جتا}\,\pi - \text{جا}\,\pi\right) - \left(-\text{جتا}\tfrac{\pi}{4} - \text{جا}\tfrac{\pi}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - (\cancel{1} + 0) + (\cancel{1} - 0) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{2\times 2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\times\sqrt{2}\times\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = ١ + جاس

هـ(س) = ١ + جتاس في الفترة [$\frac{\pi}{\text{٢}}$ ، $\frac{\text{٣}\pi}{\text{٢}}$]

الحل:

١ + جاس = ١ + جتاس

جاس = جتاس

س = ٢٢٥° = $\frac{\text{٥}\pi}{\text{٤}}$

$$م = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} (1 + \text{جاس} - 1 - \text{جتاس})\,دس + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} (1 + \text{جتاس} - 1 - \text{جاس})\,دس$$

$$= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} (\text{جاس} - \text{جتاس})\,دس + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} (\text{جتاس} - \text{جاس})\,دس$$

$$= \left[-\text{جتاس} - \text{جاس}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} + \left[\text{جاس} + \text{جتاس}\right]_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= \left(-\text{جتا}\tfrac{5\pi}{4} - \text{جا}\tfrac{5\pi}{4}\right) - \left(-\text{جتا}\tfrac{\pi}{2} - \text{جا}\tfrac{\pi}{2}\right)$$

$$+ \left(\text{جا}\tfrac{3\pi}{2} + \text{جتا}\tfrac{3\pi}{2}\right) - \left(\text{جا}\tfrac{5\pi}{4} + \text{جتا}\tfrac{5\pi}{4}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - (0 - \cancel{1}) + (-\cancel{1} + 0) - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي الاقترانين ق(س) = ٤س$^{\text{٣}}$ − ٣س ، هـ(س) = ٥س

الحل:

$٤س^٣ - ٣س = ٥س$

$٤س^٣ - ٨س = ٠$

$٤س(س^٢ - ٢) = ٠$

$٠ ، س = \pm\sqrt{٢}$

$م = \int_{-\sqrt{٢}}^{٠} (٤س^٣ - ٣س - ٥س)\,دس + \int_{٠}^{\sqrt{٢}} (٥س - ٤س^٣ + ٣س)\,دس$

$= \int_{-\sqrt{٢}}^{٠} (٤س^٣ - ٨س)\,دس + \int_{٠}^{\sqrt{٢}} (٨س - ٤س^٣)\,دس$

$= \left. س^٤ - ٤س^٢ \right|_{-\sqrt{٢}}^{٠} + \left. ٤س^٢ - س^٤ \right|_{٠}^{\sqrt{٢}}$

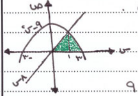
$= ٠ - (٤ - ٨) + (٨ - ٤) - (٠)$

$= ٤ + ٤ = ٨$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين المستقيم ص = ٨س والاقتران ق(س) = ٩ − س^٢ ومحور السينات في الربع الأول.

الحل:



$٩ - س^٢ = ٨س$

$٠ = س^٢ + ٨س - ٩$

$٠ = (س + ٩)(س - ١)$

$س = -٩ ، س = ١$

$م = \int_{٠}^{١} ٨س\,دس + \int_{١}^{٣} (٩ - س^٢)\,دس$

$= \left. ٤س^٢ \right|_{٠}^{١} + \left. ٩س - \frac{س^٣}{٣} \right|_{١}^{٣}$

$= ٤ - ٠ + (٢٧ - ٩) - (٩ - \frac{١}{٣})$

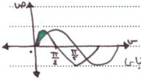
$= ٤ + ١٨ - \frac{٢٦}{٣}$

$= ٢٢ - \frac{٢٦}{٣} = \frac{٦٦}{٣} - \frac{٢٦}{٣} = \frac{٤٠}{٣}$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين ق(س) = جا س ، هـ(س) = جا ٢س الواقعة في الربع الأول.

الحل:



$جا س = جا ٢س$

$جا س = ٢ جا س جتا س$

$١ = ٢ جتا س$

$\frac{١}{٢} = جتا س$

$س = \frac{\pi}{٣}$

$م = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٣}} (جا ٢س - جا س)\,دس$

$= \left. -\frac{جتا ٢س}{٢} + جتا س \right|_{٠}^{\frac{\pi}{٣}}$

$= -\frac{جتا \frac{٢\pi}{٣}}{٢} + جتا \frac{\pi}{٣} - (\frac{-جتا ٠}{٢} + جتا ٠)$

$= \frac{-\frac{-١}{٢}}{٢} + \frac{١}{٢} - (\frac{-١}{٢} + ١)$

$= \frac{١}{٤} + \frac{١}{٢} - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٤}$

مثال

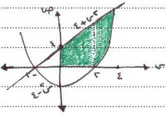
جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول

المحصورة بين منحنى الاقتران

$ق(س) = س^2 - 4$ والمستقيم

$ص = 2س + 4$ والمحورين الاحداثيين

الحل:



$$س^2 - 4 = 2س + 4$$

$$س^2 - 2س - 8 = 0$$

$$(س - 4)(س + 2) = 0$$

$$س = 4 \ ، \ -2$$

$$م = \int_0^2 2س + 4 \, دس + \int_2^4 2س + 4 - س^2 + 4 \, دس$$

$$م = \int_0^2 2س + 4 \, دس + \int_2^4 2س + 8 - س^2 \, دس$$

$$= س^2 + 4س \Big|_0^2 + س^2 + 8س - \frac{س^3}{3} \Big|_2^4$$

$$= (4+4) - (0) + \left(16 + 32 - \frac{64}{3}\right) - \left(4 + 16 - \frac{8}{3}\right)$$

$$= 8 + \left(48 - \frac{64}{3}\right) - \left(20 - \frac{8}{3}\right)$$

$$= 8 + 48 - 20 - \frac{64}{3} + \frac{8}{3}$$

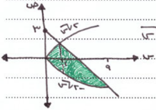
$$= 36 - \frac{56}{3}$$

$$= \frac{108 - 56}{3} = \frac{56}{3}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى العلاقة $ص^2 = 4س$ والمستقيم $س - ص = 3$

الحل:



$$ص^2 = 4س$$

$$ص = \pm 2\sqrt{س}$$

$$س - ص = 3$$

$$ص = س - 3$$

$$2\sqrt{س} = س - 3$$

$$\Leftarrow \boxed{س = 1}$$

$$-2\sqrt{س} = س - 3$$

$$\Leftarrow \boxed{س = 9}$$

$$م = \int_0^1 2س^{\frac{1}{2}} - -2س^{\frac{1}{2}} \, دس + \int_1^9 3 - س - -2س^{\frac{1}{2}} \, دس$$

$$م = \int_0^1 4س^{\frac{1}{2}} \, دس + \int_1^9 3 - س + 2س^{\frac{1}{2}} \, دس$$

$$= 4 \times \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} \Big|_0^1 + 3س - \frac{س^2}{2} + 2 \times \frac{2}{3} س^{\frac{3}{2}} \Big|_1^9$$

$$= \frac{8}{3} \sqrt{س^3} \Big|_0^1 + 3س - \frac{س^2}{2} + \frac{4}{3} \sqrt{س^3} \Big|_1^9$$

$$= \left(\frac{8}{3} - 0\right) + \left(27 - \frac{81}{2} + \frac{4}{3} \times 27\right) - \left(3 - \frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right)$$

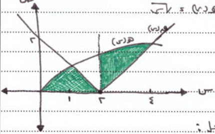
$$= \frac{8}{3} + \left(63 - \frac{81}{2}\right) - \left(\frac{18 - 3 + 8}{6}\right)$$

$$= \frac{16}{6} + \frac{378 - 243}{6} - \frac{23}{6}$$

$$= \frac{16 + 135 - 23}{6} = \frac{128}{6}$$

مثال

جد مساحة المنطقه المظللة في الشكل
حيث $ق(س) = |س-2|$
$هـ(س) = \sqrt{2س}$



الحل:

$م = \int_{0}^{1} \sqrt{2س}\,دس + \int_{1}^{2} 2-س\,دس + \int_{2}^{4} \sqrt{2س} - س + 2\,دس$

$= \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}}\Big|_{0}^{1} + 2س - \frac{س^2}{2}\Big|_{1}^{2} + \frac{2}{3}س^{\frac{3}{2}} - \frac{س^2}{2} + 2س\Big|_{2}^{4}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{س^3}\Big|_{0}^{1} + 2س - \frac{س^2}{2}\Big|_{1}^{2} + \frac{2}{3}\sqrt{س^3} - \frac{س^2}{2} + 2س\Big|_{2}^{4}$

$= (\frac{2}{3} - 0) + ((4-2) - (2-\frac{1}{2}))$

$+ ((\frac{16}{3} - 2 + 4) - (\frac{2\sqrt{8}}{3} - 2 + 4))$

$= \frac{2}{3} + (2 - \frac{3}{2}) + (\frac{16}{3} + 2) - (\frac{2\sqrt{8}}{3} + 2)$

$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{22}{3} - (\frac{2\sqrt{8}+6}{3})$

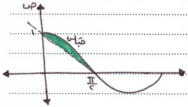
$= \frac{4 + 3 + 44 - 4\sqrt{8} - 12}{6}$

$= \frac{39 - 4\sqrt{8}}{6}$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = جتاس$ والقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(0 ، 1)$ ، $(\frac{\pi}{2} ، 0)$

الحل:



نجد معادلة المستقيم $م = \frac{0-1}{\frac{\pi}{2}-0} = \frac{-1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{\pi}$

$ص - 0 = \frac{-2}{\pi}(س - \frac{\pi}{2})$

$ص = \frac{-2}{\pi}س + 1$

$م = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس - (\frac{-2س}{\pi} + 1)\,دس$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جتاس + \frac{2س}{\pi} - 1\,دس$

$= جاس + \frac{س^2}{\pi} - س\Big|_{0}^{\frac{\pi}{2}}$

$= جا\frac{\pi}{2} + \frac{(\frac{\pi}{2})^2}{\pi} - \frac{\pi}{2} - (جا0 + 0 - 0)$

$= 1 + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} - 0$

$= 1 - \frac{\pi}{4}$.

* ايجاد مساحة المنطقة المحصورة بين ثلاثة منحنيات.

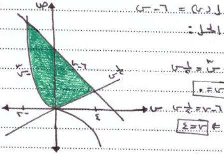
مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية

$\text{ق(س)} = -\text{س}^3$ ، $\text{هـ(س)} = \frac{1}{2}\text{س}$

$\text{ل(س)} = 6 - \text{س}$

الحل:



$-\text{س}^3 = \frac{1}{2}\text{س}$

$\boxed{\text{س} = 0}$

$6 - \text{س} = \frac{1}{2}\text{س}$

$\Leftarrow \boxed{\text{س} = 4}$

$-\text{س}^3 = 6 - \text{س}$

$\Leftarrow \text{س} = -2$

$$\text{م} = \int_{-2}^{0} (6 - \text{س} - -\text{س}^3)\, \text{دس} + \int_{0}^{4} (6 - \text{س} - \tfrac{1}{2}\text{س})\, \text{دس}$$

$$\text{م} = \int_{-2}^{0} (6 - \text{س} + \text{س}^3)\, \text{دس} + \int_{0}^{4} (6 - \tfrac{3}{2}\text{س})\, \text{دس}$$

$$= 6\text{س} - \frac{\text{س}^2}{2} + \frac{\text{س}^4}{4} \Big|_{-2}^{0} + 6\text{س} - \frac{3}{4}\text{س}^2 \Big|_{0}^{4}$$

$$= 0 - (-12 - 2 + 4) + (24 - 12) - (0)$$

$$= 10 + 12$$

$$= 22$$

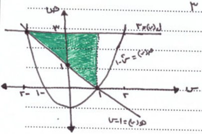
مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية

$\text{ق(س)} = \text{س}^2 - 1$ ، $\text{هـ(س)} = 1 - \text{س}$

$\text{ل(س)} = 3$

الحل:



$1 - \text{س} = \text{س}^2 - 1$

$\Leftarrow \boxed{\text{س} = -2 ، 1}$

$3 = \text{س}^2 - 1$

$\Leftarrow \boxed{\text{س} = -2 ، 2}$

$$\text{م} = \int_{-2}^{1} 3 - (1 - \text{س})\, \text{دس} + \int_{1}^{2} 3 - (\text{س}^2 - 1)\, \text{دس}$$

$$= \int_{-2}^{1} (2 + \text{س})\, \text{دس} + \int_{1}^{2} (4 - \text{س}^2)\, \text{دس}$$

$$= 2\text{س} + \frac{\text{س}^2}{2} \Big|_{-2}^{1} + 4\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3} \Big|_{1}^{2}$$

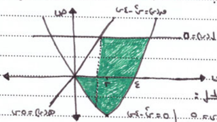
$$= (2 + \tfrac{1}{2}) - (-4 + 2) + (8 - \tfrac{8}{3}) - (4 - \tfrac{1}{3})$$

$$= \frac{5}{2} - -2 + \frac{16}{3} - \frac{11}{3}$$

$$= \frac{15 + 12 + 32 - 22}{6} = \frac{37}{6}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل



الحل:

$٥س = ٥$ ⟸ $\boxed{س = ١}$ | $٥ = س^٢ - ٤س$ ⟸ $س = ٥$ ، -١

$$م = \int_{٠}^{١} ٠ - (س^٢ - ٤س)\, دس + \int_{١}^{٥} ٥ - (س^٢ - ٤س)\, دس$$

$$= \int_{٠}^{١} -س^٢ + ٤س\, دس + \int_{١}^{٥} ٥ - س^٢ + ٤س\, دس$$

$$= \left. \frac{-س^٣}{٣} + ٢س^٢ \right|_{٠}^{١} + \left. ٥س - \frac{س^٣}{٣} + ٢س^٢ \right|_{١}^{٥}$$

$$= \left(\frac{-١}{٣} + ٢\right) - (٠) + \left(٢٥ - \frac{١٢٥}{٣} + ٥٠\right) - \left(٥ - \frac{١}{٣} + ٢\right)$$

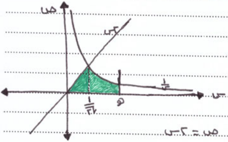
$$= \frac{٥}{٣} + \left(٧٥ - \frac{١٢٥}{٣}\right) - \left(٧ - \frac{١}{٣}\right)$$

$$= \frac{٥ + ١٠٠ - ٢٠}{٣} = \frac{٨٥}{٣}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة في الربع الأول بين منحنى ق(س) = $\frac{١}{س}$ ومحور السينات والمستقيم ٢س - ص = صفر والمستقيم هـ - س = صفر

الحل:



ص = ٢س

س = هـ

$\frac{١}{س} = ٢س$ ⟸ $٢س^٢ = ١$ ⟸ $س^٢ = \frac{١}{٢}$

⟸ $\boxed{س = \frac{١}{\sqrt{٢}}}$ ، $-\frac{١}{\sqrt{٢}}$

$$م = \int_{٠}^{\frac{١}{\sqrt{٢}}} ٢س\, دس + \int_{\frac{١}{\sqrt{٢}}}^{هـ} \frac{١}{س}\, دس$$

$$م = \left. س^٢ \right|_{٠}^{\frac{١}{\sqrt{٢}}} + \left. ٢لو_{هـ}|س| \right|_{\frac{١}{\sqrt{٢}}}^{هـ}$$

$$= \left(\frac{١}{٢} - ٠\right) + ٢لو_{هـ}هـ - ٢لو_{هـ}\frac{١}{\sqrt{٢}}$$

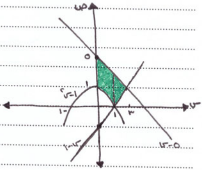
$$= \frac{١}{٢} + ٢ - لو_{هـ}\frac{١}{٢}$$

$$= \frac{٥}{٢} - لو_{هـ}\frac{١}{٢}$$

مثال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) = ١ - س² ومحور الصادات والمستقيم س + ص = ٥ والمستقيم ص = س - ١

الحل:



$٥-س = س-١$

$٦ = ٢س$

$س = ٣$

$م = \int_{٠}^{١} (٥-س)-(١-س^{٢})\,دس + \int_{١}^{٣} (٥-س)-(س-١)\,دس$

$م = \int_{٠}^{١} ٤-س+س^{٢}\,دس + \int_{١}^{٣} ٦-٢س\,دس$

$\left. ٤س - \frac{س^{٢}}{٢} + \frac{س^{٣}}{٣} \right|_{٠}^{١} + \left. ٦س - س^{٢} \right|_{١}^{٣}$

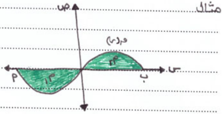
$(٤ - \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}) - (٠) + (١٨-٩) - (٦-١)$

$\frac{٢٤-٣+٢}{٦} + ٩ - ٥$

$\frac{٢٣}{٦} + ٤ = \frac{٢٣+٢٤}{٦} = \frac{٤٧}{٦}$

* الرسم :

مثال



يمثل الشكل المنطقة المحصورة بين منحنى ق(س) ومحور السينات في الفترة [أ، ب] فإذا علمت أن مساحة المنطقة م١ = ٨ وحدات مربعة ومساحة المنطقة م٢ = ٥ وحدات مربعة فجد $\int_{أ}^{ب} ق(س)\, دس$

الحل:

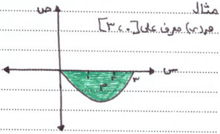
$\int_{أ}^{ب} ق(س)\, دس = \int_{أ}^{٠} ق(س)\, دس + \int_{٠}^{ب} ق(س)\, دس$

$= -٨ + ٥$

$= -٣$

مثال

ق(س) معرف على [٠، ٣]



إذا كانت م = ٦ وحدات مربعة

فجد $\int_{٠}^{٣} (٣ - ق(س))\, دس$

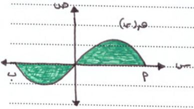
الحل:

$\int_{٠}^{٣} ٣\, دس - \int_{٠}^{٣} ق(س)\, دس$

$= ٢ \times ٣ - -٦$

$= ٦ + ٦ = ١٢$

مثال



إذا كانت مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات تساوي ١٤ وكان $\int_{٠}^{ب} ق(س)\, دس = ٦$

فما قيمة $\int_{أ}^{٠} ق(س)\, دس$

الحل:

$م = \int_{ب}^{٠} |ق(س)|\, دس + \int_{٠}^{أ} ق(س)\, دس$

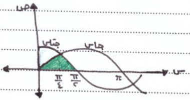
$١٤ = ٦ + \int_{٠}^{أ} ق(س)\, دس$

$\Leftarrow \int_{٠}^{أ} ق(س)\, دس = ٨$

$\Leftarrow \int_{أ}^{٠} ق(س)\, دس = -٨$

ESAM SHIKH
0796300625

مثال

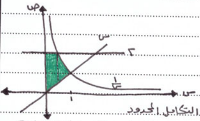


اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن المساحة للمنطقة المظللة.

الحل:

$$م = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} جاس \, دس + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} جتاس \, دس$$

مثال



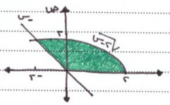
اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن المساحة للمنطقة المظللة

الحل:

$$٢ = \frac{1}{س} \Leftarrow س = \frac{1}{2}$$

$$م = \int_{0}^{\frac{1}{2}} ٢ - س \, دس + \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{س} - س \, دس$$

مثال

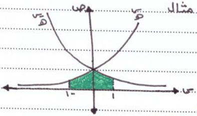


اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن المساحة للمنطقة المظللة.

الحل:

$$م = \int_{-2}^{0} \sqrt{٢-س} - -س \, دس + \int_{0}^{2} \sqrt{٢-س} \, دس$$

مثال

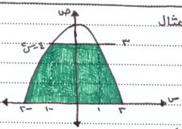


اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن المساحة للمنطقة المظللة.

الحل:

$$م = \int_{-1}^{0} هـ^{س} \, دس + \int_{0}^{1} هـ^{-س} \, دس$$

مثال



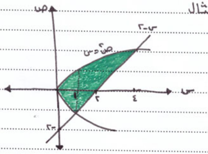
اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن المساحة للمنطقة المظللة.

الحل:

$$٤-س^2 = ٣ \Leftarrow س^2 = ١ \Leftarrow س = \pm ١$$

$$م = \int_{-2}^{-1} ٤-س^2 \, دس + \int_{-1}^{1} ٣ \, دس + \int_{1}^{2} ٤-س^2 \, دس$$

مثال



اكتب التكامل المحدود الذي يعبر عن مساحة المنطقة المظللة :

الحل :

ص² = س ⟸ ص = $\pm\sqrt{س}$

$\sqrt{س} = س - ٢ \Leftarrow \boxed{س = ٤}$

$-\sqrt{س} = س - ٢$

$\Leftarrow \boxed{س = ١}$

$$م = \int_{٠}^{١} \left(\sqrt{س} - -\sqrt{س}\right) دس + \int_{١}^{٤} \left(\sqrt{س} - (س-٢)\right) دس$$

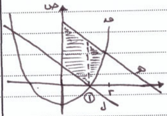
الأسئلة الوزارية

٢٠٠٨ شتوي — ٨ علامات

جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين محور الصادات ومنحنيات الاقترانات

م(س) = س^٢ - ١ ، هـ(س) = ٥ - س ، ل(س) = ١ - س

الحل:



نجد نقط تقاطع م، ل

س^٢ - ١ = ١ - س ⟸ س^٢ + س - ٢ = ٠

(س + ٢)(س - ١) = ٠

س = -٢ ، س = ١

نجد نقط تقاطع م، هـ

س^٢ - ١ = ٥ - س ⟸ س^٢ + س - ٦ = ٠

(س + ٣)(س - ٢) = ٠

س = -٣ ، س = ٢

م = ∫ من ٠ إلى ١ (٥ - س) - (١ - س) دس + ∫ من ١ إلى ٢ (٥ - س) - (س^٢ - ١) دس

= ∫ من ٠ إلى ١ ٤ دس + ∫ من ١ إلى ٢ (٦ - س - س^٢) دس

= ٤ × ١ + [٦س - س^٢/٢ - س^٣/٣] من ١ إلى ٢

= ٤ + (١٢ - ٢ - ٨/٣) - (٦ - ١/٢ - ١/٣)

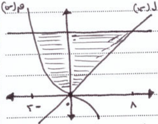
= ٣٧/٦ وحدة مربعة.

٢٠٠٨ صيفي — ١٠ علامات

إذا كان م(س) = -س^٣ ، د(س) = ٨

ل(س) = -س ، فجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة.

الحل:



نجد نقطة تقاطع م، د

-س^٣ = ٨ ⟸ س^٣ = -٨ ⟸ س = -٢

نجد نقطة تقاطع د(س)، ل(س)

س = ٨

نجد نقطة تقاطع ل(س)، م(س)

-س^٣ = س ⟸ س^٣ + س = ٠

س(س^٢ + ١) = ٠

⟸ س = ٠

م = ∫ من -٢ إلى ٠ (٨ - -س^٣) دس + ∫ من ٠ إلى ٨ (٨ - س) دس

= [٨س + س^٤/٤] من -٢ إلى ٠ + [٨س - س^٢/٢] من ٠ إلى ٨

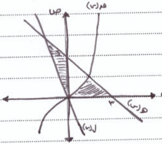
= (٠ - (-١٦ + ٤)) + (٦٤ - ٣٢ - ٠)

= ١٢ + ٣٢ = ٤٤

رياضيات المستوى (٤) الوحدة (التكامل) عصام الشيخ

التخصص (العلمي) الدرس (حساب المساحة) ماجستير رياضيات

٢٠٠٩ شتوي (١١ علامة)



جد مجموع مساحتي المنطقتين المظللتين المبينتين في الشكل حيث $\text{ق}(\text{س}) = 2\text{س}^3$

$\text{هـ}(\text{س}) = 3 - \text{س}$ ، $\text{ل}(\text{س}) = -2\text{س}$

الحل:

$\text{هـ}(\text{س}) = \text{ل}(\text{س})$

$3 - \text{س} = -2\text{س}$

$3 = -\text{س} \Leftarrow \text{س} = -3$

$\text{هـ}(\text{س}) = \text{ق}(\text{س})$

$3 - \text{س} = 2\text{س}^3$

$\Leftarrow \text{س} = 1$

$$\text{م} = \int_{-3}^{0} 3 - \text{س} - -2\text{س}\, \text{دس} + \int_{0}^{1} 2\text{س}^3\, \text{دس}$$

$$+ \int_{1}^{3} 3 - \text{س}\, \text{دس}$$

$$= \int_{-3}^{0} 3 + \text{س}\, \text{دس} + \int_{0}^{1} 2\text{س}^3\, \text{دس} + \int_{1}^{3} 3 - \text{س}\, \text{دس}$$

$$= 3\text{س} + \frac{\text{س}^2}{2}\Big|_{-3}^{0} + \frac{\text{س}^4}{2}\Big|_{0}^{1} + 3\text{س} - \frac{\text{س}^2}{2}\Big|_{1}^{3}$$

$$= \left(0 - \left(-9 + \frac{9}{2}\right)\right) + \left(\frac{1}{2} - 0\right) + \left(\left(9 - \frac{9}{2}\right) - \left(3 - \frac{1}{2}\right)\right)$$

$$= 9 - \frac{9}{2} + \frac{1}{2} + 9 - \frac{9}{2} - 3 + \frac{1}{2}$$

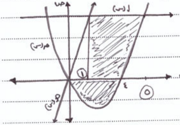
$$= 18 - \frac{18}{2} - 3 + 1$$

$$= 18 - 9 - 3 + 1$$

$$= 9 - 3 + 1$$

$= 6 + 1 = 7$ وحدات مساحة.

٢٠٠٩ صيفي ١٠ علامات



جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل حيث

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2 - 4\text{س}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = 5\text{س}$

$\text{ل}(\text{س}) = 5$

الحل:

نجد نقطة تقاطع هـ ، ل

$5\text{س} = 5 \Leftarrow \text{س} = 1$

نجد نقطة تقاطع ل ، ق

$\text{س}^2 - 4\text{س} = 5 \Leftarrow \text{س}^2 - 4\text{س} - 5 = 0$

$(\text{س} - 5)(\text{س} + 1) = 0$

$\text{س} = 5$ ، $\text{س} = -1$

$\text{م} = \left| \int_{٠}^{١} (\text{س}^٢ - ٤\text{س})\, \text{دس} \right| + \int_{١}^{٥} (٥ - \text{س}^٢ + ٤\text{س})\, \text{دس}$

$= \left| \frac{\text{س}^٣}{٣} - ٢\text{س}^٢ \right|_{٠}^{١} + ٥\text{س} - \frac{\text{س}^٣}{٣} + ٢\text{س}^٢ \Big|_{١}^{٥}$

$= \left| \frac{١}{٣} - ٢ - ٠ \right| + \left(٢٥ - \frac{١٢٥}{٣} + ٥٠\right) - \left(٥ - \frac{١}{٣} + ٢\right)$

$= \left| \frac{١}{٣} - \frac{٦}{٣} \right| + \left(٧٥ - \frac{١٢٥}{٣} - ٥ + \frac{١}{٣} - ٢\right)$

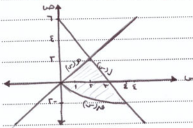
$= \left| \frac{-٥}{٣} \right| + \left(٦٨ - \frac{١٢٤}{٣}\right)$

$= \frac{٥}{٣} + ٦٨ - \frac{١٢٤}{٣}$

$= ٦٨ - \frac{١١٩}{٣}$

$= \frac{٢٠٤ - ١١٩}{٣} = \frac{٨٥}{٣}$ وحدة مساحة

٢٠١٠ شتوي ١٠ علامات



جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل

حيث $\text{ق(س)} = -\sqrt{\text{س}}$ ، $\text{هـ(س)} = \text{س}$

$\text{ل(س)} = ٦ - ٢\text{س}$

الحل:

$\text{ل(س)} = \text{هـ(س)}$

$\Leftarrow ٦ - ٢\text{س} = \text{س} \Leftarrow ٦ = ٣\text{س} \Leftarrow \boxed{\text{س} = ٢}$

$\text{ل(س)} = \text{ق(س)}$

$\Leftarrow ٦ - ٢\text{س} = -\sqrt{\text{س}}$

$\Leftarrow \text{س} = ٤$ واضح من الرسم ،

$\text{ق(س)} = \text{هـ(س)}$

$-\sqrt{\text{س}} = \text{س} \Leftarrow \text{س} = ٠$ (من الرسم)

$\text{م} = \int_{٠}^{٢} (\text{س} - -\sqrt{\text{س}})\, \text{دس} + \int_{٢}^{٤} (٦ - ٢\text{س} - -\sqrt{\text{س}})\, \text{دس}$

$= \int_{٠}^{٢} \text{س} + \text{س}^{\frac{١}{٢}}\, \text{دس} + \int_{٢}^{٤} ٦ - ٢\text{س} + \text{س}^{\frac{١}{٢}}\, \text{دس}$

$\frac{\text{س}^٢}{٢} + \frac{\text{س}^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} \Big|_{٠}^{٢} + ٦\text{س} - \text{س}^٢ + \frac{٢}{٣}\text{س}^{\frac{٣}{٢}} \Big|_{٢}^{٤}$

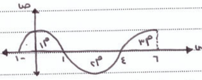
$= \left(\frac{٤}{٢} + \frac{٢}{٣}\sqrt{٨} - ٠\right) + \left(٢٤ - ١٦ + \frac{٢}{٣}\sqrt{٦٤} - (١٢ - ٤ + \frac{٢}{٣}\sqrt{٨})\right)$

$= ٢ + \cancel{\frac{٤}{٣}\sqrt{٨}} + \cancel{٨} + \frac{١٦}{٣} - \cancel{٨} - \cancel{\frac{٤}{٣}\sqrt{٨}}$

$= ٢ + \frac{١٦}{٣}$

$= \frac{٦+١٦}{٣} = \frac{٢٢}{٣}$ وحدة مساحة.

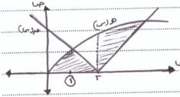
٢٠١٠ شتوي



اذا كان الشكل يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على $[-١، ٦]$ وكانت م١ = ٣ وحدات مربعة
م٢ = ٤ وحدات مربعة ، م٣ = ٢ وحدة مربعة
فإن $\int_{٦}^{-١} ق(س)\,دس =$

أ) ٩　　ب) -٩
ج) ١　　د) -١

٢٠١٠ صيفي　　١٠ علامات



جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل
حيث $ق(س) = |س-٢|$ ، $هـ(س) = \sqrt{س}$.

الحل:

$|س-٢| = \begin{cases} س-٢ & ، س \geq ٢ \\ ٢-س & ، س < ٢ \end{cases}$

تقاطع ق ، هـ حيث $س < ٢$

$٢-س = \sqrt{س}$　　نربع الطرفين

$٤ - ٤س + س^٢ = س$

$س^٢ - ٥س + ٤ = ٠$　　$(س-٤)(س-١)$

$س = ٤$ ، $س = ١$

تقاطع ق ، هـ حيث $س > ٢$

$س - ٢ = \sqrt{س}$

$س^٢ - ٤س + ٤ = س$

$س^٢ - ٥س + ٤ =$ صفر $\Leftarrow$ $س = ٤$

$م = \int_{٠}^{١} \sqrt{س}\,دس + \int_{١}^{٢} (٢-س)\,دس + \int_{٢}^{٤} \left(\sqrt{س} - (س-٢)\right) دس$

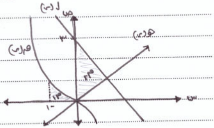
$\frac{٢}{٣} س^{\frac{٣}{٢}} \Big|_{٠}^{١} + \left(٢س - \frac{س^٢}{٢}\right)\Big|_{١}^{٢} + \left(\frac{٢}{٣}س^{\frac{٣}{٢}} - \frac{س^٢}{٢} + ٢س\right)\Big|_{٢}^{٤}$

$\left(\frac{٢}{٣}\sqrt{١^٣} - ٠\right) + \left((٤-٢) - (٢-\frac{١}{٢})\right) + \left(\frac{٢}{٣}\sqrt{٤^٣} - \cancel{٨} + \cancel{٨}\right) - \left(\frac{٢}{٣}\sqrt{٢^٣} - ٢ + ٤\right)$

$\frac{٢}{٣} + \cancel{٢} - \frac{٣}{٢} + \left(\frac{١٦}{٣} - \frac{٢\sqrt{٨}}{٣} - \cancel{٢}\right)$

$\frac{٤ - ٩ + ٣٢ - ٤\sqrt{٨}}{٦} = \frac{٢٧ - ٤\sqrt{٨}}{٦}$

٢٠١١ شتوي (٩ علامات)



جد مجموع مساحتي المنطقتين م٢ ، م٣ المظللتين في الشكل حيث ق(س) = -س٣
هـ(س) = س ، ل(س) = ٣ - ٢س

الحل

نجد نقطة تقاطع هـ ، ل

س = ٣ - ٢س ⟸ ٣س = ٣ ⟸ س = ١

$$م_2 = \int_{-1}^{0} -س^3 \, دس + \int_{0}^{1} ٣ - ٢س - س \, دس$$

$$= \int_{-1}^{0} -س^3 + \int_{0}^{1} ٣ - ٣س \, دس$$

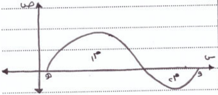
$$= -\frac{س^4}{٤} \Big|_{-1}^{0} + ٣س - \frac{٣س^2}{٢} \Big|_{0}^{1}$$

$$= (٠ - \frac{-١}{٤}) + (٣ - \frac{٣}{٢} - ٠)$$

$$\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٢}$$

$$= \frac{٢ + ١٢}{٨} = \frac{١٤}{٨} = \frac{٧}{٤}$$

٢٠١١ شتوي



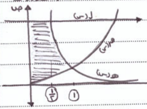
اذا كان الشكل يمثل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [هـ ، و] وكانت م١ = ٤ وحدات مربعة ، م٢ = ٣ وحدات مربعة فإن

$$\int_{و}^{هـ} ق(س) \, دس =$$

أ) ٧ ب) -٧

ج) ١ د) -١

٢٠١١ صيفي   ٩ علامات



جد مساحة المنطقة المظللة بالشكل المجاور

حيث $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^2$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \frac{1}{\text{س}^2}$ ، $\text{ل}(\text{س}) = 4$

الحل:

نجد نقطة تقاطع هـ ، ل

$\frac{1}{\text{س}^2} = 4 \Leftarrow \text{س}^2 = \frac{1}{4} \Leftarrow \text{س} = \pm\frac{1}{2}$

نجد نقطة تقاطع ق ، هـ

$\text{س}^2 = \frac{1}{\text{س}^2} \Leftarrow \text{س}^4 = 1 \Leftarrow \text{س} = \pm 1$

$$\text{م} = \int_{0}^{\frac{1}{2}} (4 - \text{س}^2)\,\text{دس} + \int_{\frac{1}{2}}^{1} \left(\frac{1}{\text{س}^2} - \text{س}^2\right)\text{دس}$$

$$= \left(4\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3}\right)\Big|_{0}^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{\text{س}^{-1}}{-1} - \frac{\text{س}^3}{3}\right)\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}$$

$$= 4\text{س} - \frac{\text{س}^3}{3}\Big|_{0}^{\frac{1}{2}} + \frac{-1}{\text{س}} - \frac{\text{س}^3}{3}\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}$$

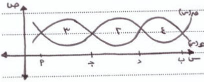
$$= \left(2 - \frac{1}{24} - 0\right) + \left(\left(-1 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{-1}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{24}\right)\right)$$

$$= 2 - \frac{1}{24} + \frac{-4}{3} - \left(-2 - \frac{1}{24}\right)$$

$$\frac{48 - \cancel{1} - 32 + 48 + \cancel{1}}{24}$$

$$\frac{96 - 32}{24} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$$

٢٠١١ صيفي



اذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين في الفترة [أ ، ب] وكانت مساحات المناطق بين الاقترانين كما هو مبين في الشكل فإن

$$\int_{\text{جـ}}^{\text{ب}} (\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}))\,\text{دس} =$$

أ) ٦   ب) −٢

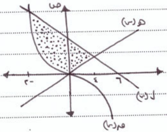
جـ) ٢   د) −٥

٢٠١٢ شتوي ١٠ علامات

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات التالية

$ق(س) = -س^3$ ، $هـ(س) = \frac{1}{2}س$ ، $ل(س) = ٦ - س$

الحل:



$ق(س) = ل(س) \Leftarrow -س^3 = ٦ - س$

$\Leftarrow \boxed{س = -٢}$

$هـ(س) = ل(س) \Leftarrow \frac{1}{2}س = ٦ - س$

$\frac{٣س}{٢} = ٦$

$٣س = ١٢ \Leftarrow \boxed{س = ٤}$

$هـ(س) = ق(س) \Leftarrow \frac{1}{2}س = -س^3 \Leftarrow \boxed{س = ٠}$

$م = \int_{-٢}^{٠} (٦ - س - -س^3) دس + \int_{٠}^{٤} (٦ - س - \frac{1}{2}س) دس$

$= \int_{-٢}^{٠} (٦ - س + س^3) دس + \int_{٠}^{٤} (٦ - \frac{٣}{٢}س) دس$

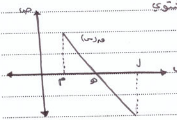
$٦س - \frac{س^2}{٢} + \frac{س^4}{٤} \Big|_{-٢}^{٠} + ٦س - \frac{٣س^2}{٤} \Big|_{٠}^{٤}$

$= (٠) - (-١٢ - ٢ + ٤) + (٢٤ - ١٢) - (٠)$

$= ١٠ + ١٢$

$= ٢٢$ وحدة مساحة.

٢٠١٢ شتوي



في الشكل التكامل الذي يعبر عن المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات والمستقيمين س = م ، س = ل هو

أ) $\int_{م}^{ل} ق(س) دس$

ب) $\int_{م}^{ل} - ق(س) دس$

جـ) $\int_{م}^{ل} |ق(س)| دس$

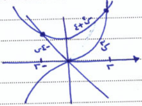
د) $\int_{م}^{ل} ٢|ق(س)| دس$

٢٠١٢ صيفي (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة

$\text{ق(س)} = \text{س}^{٣}$ ، $\text{هـ(س)} = \text{س}^{٢} + ٤$ ، $\text{ل(س)} = -٤\text{س}$

الحل:



$\text{س}^{٢} + ٤ = -٤\text{س}$

$\text{س} = -٢$

$\text{س}^{٣} = \text{س}^{٢} + ٤$

$\Leftarrow \text{س} = ٢$

$\text{م} = \int_{-٢}^{٠} \text{س}^{٢} + ٤ - -٤\text{س} \; \text{دس} + \int_{٠}^{٢} \text{س}^{٢} + ٤ - \text{س}^{٣} \; \text{دس}$

$\left. \frac{\text{س}^{٣}}{٣} + ٤\text{س} + ٢\text{س}^{٢} \right|_{-٢}^{٠} + \left. \frac{\text{س}^{٣}}{٣} + ٤\text{س} - \frac{\text{س}^{٤}}{٤} \right|_{٠}^{٢}$

$(٠) - (\frac{-٨}{٣} - \cancel{٨} + \cancel{٨}) + (\frac{٨}{٣} + ٨ - ٤) - (٠)$

$\frac{٨}{٣} + \frac{٨ + ٢٤ - ١٢}{٣}$

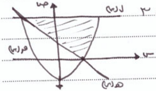
$\frac{٢٦}{٣} + \frac{٢٠}{٣}$

$\frac{٢٨}{٣}$

٢٠١٣ شتوي (٩ علامات)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاث الآتية:

$\text{ق(س)} = \text{س}^{٢} - ١$ ، $\text{هـ(س)} = ١ - \text{س}$ ، $\text{ل(س)} = ٣$



الحل:

$\text{ق} = \text{هـ} \Leftarrow \text{س}^{٢} - ١ = ١ - \text{س}$

$\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢ = ٠$

$(\text{س} + ٢)(\text{س} - ١) = ٠$

$\text{س} = -٢$ ، $\text{س} = ١$

$\text{هـ} = \text{ل} \Leftarrow ١ - \text{س} = ٣$

$-٢ = \text{س}$

$\text{ق} = \text{ل} \Leftarrow \text{س}^{٢} - ١ = ٣$

$\text{س}^{٢} = ٤ \Leftarrow \text{س} = ٢ ، -٢$

$\text{م} = \int_{-٢}^{١} ٣ - (١ - \text{س}) \; \text{دس} + \int_{١}^{٢} ٣ - (\text{س}^{٢} - ١) \; \text{دس}$

$= \int_{-٢}^{١} ٢ + \text{س} \; \text{دس} + \int_{١}^{٢} ٤ - \text{س}^{٢} \; \text{دس}$

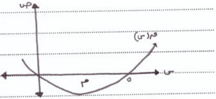
$\left. ٢\text{س} + \frac{\text{س}^{٢}}{٢} \right|_{-٢}^{١} + \left. ٤\text{س} - \frac{\text{س}^{٣}}{٣} \right|_{١}^{٢}$

$(٢ + \frac{١}{٢}) - (-٤ + ٢) + (٨ - \frac{٨}{٣}) - (٤ - \frac{١}{٣})$

$= \frac{٥}{٢} + ٢ + \frac{١٦}{٣} - \frac{١١}{٣}$

$= \frac{٩}{٢} + \frac{٥}{٣} = \frac{٢٧ + ١٠}{٦} = \frac{٣٧}{٦}$

٢٠١٢ شتوي



في الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق
اذا كانت المساحة (م) المحصورة بين
منحنى ق ومحور السينات تساوي ٨
وحدات مربعة فإن

$\int_{0}^{5} (1 - \text{ق}(\text{س}))\, d\text{س}$ تساوي

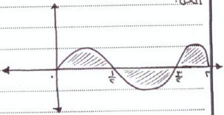
أ) −٣ ب) ٣

ج) −١٣ د) ١٣

٢٠١٢ صيفي ٧ علامات

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى
الاقتران ق(س) = جتا(πس)
ومحور السينات بالفترة [٠، ٢]

الحل:



$\text{جتا}\,\pi\text{س} = \text{صفر}$

$\pi\text{س} = \frac{\pi}{2} \,,\, \frac{3\pi}{2}$

$\text{س} = \frac{1}{2} \,,\, \frac{3}{2}$

$$\text{م} = \int_{0}^{\frac{1}{2}} \text{جتا}\,\pi\text{س}\, d\text{س} + \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} -\text{جتا}\,\pi\text{س}\, d\text{س} + \int_{\frac{3}{2}}^{2} \text{جتا}\,\pi\text{س}\, d\text{س}$$

$$= \left.\frac{\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi}\right|_{0}^{\frac{1}{2}} + \left.\frac{-\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi}\right|_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} + \left.\frac{\text{جا}\,\pi\text{س}}{\pi}\right|_{\frac{3}{2}}^{2}$$

$$= \left(\frac{\text{جا}\frac{\pi}{2} - \text{جا}\,0}{\pi}\right) - \left(\frac{\text{جا}\frac{3\pi}{2} - \text{جا}\frac{\pi}{2}}{\pi}\right) + \left(\frac{\text{جا}\,2\pi - \text{جا}\frac{3\pi}{2}}{\pi}\right)$$

$$= \frac{1-0}{\pi} - \left(\frac{-1-1}{\pi}\right) + \left(\frac{0--1}{\pi}\right)$$

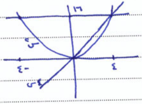
$$= \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} + \frac{1}{\pi} = \frac{4}{\pi}$$

٢٠١٤ شتوي   ١٠ علامات

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الآتية

$ق(س) = س^٢ \ ، \ هـ(س) = ٤س \ ، \ ل(س) = ١٦$

الحل:



$س^٢ = ١٦ \Leftarrow س = \pm ٤$

$س^٢ = ٤س \leftarrow س = ٤$

$$م = \int_{-٤}^{٠} ١٦ - س^٢ \, دس + \int_{٠}^{٤} ١٦ - ٤س \, دس$$

$$١٦س - \frac{س^٣}{٣} \Big|_{-٤}^{٠} + ١٦س - ٢س^٢ \Big|_{٠}^{٤}$$

$$٠ - \left(-٦٤ + \frac{٦٤}{٣}\right) + (٦٤ - ٣٢) - ٠$$

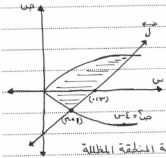
$$\frac{١٩٢ - ٦٤}{٣} + ٣٢$$

$$\frac{١٢٨}{٣} + \frac{٣٢}{١}$$

$$\frac{١٢٨ + ٩٦}{٣}$$

$$= \frac{٢٢٤}{٣}$$

٢٠١٤ صيفي   (٨ علامات)

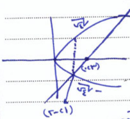


جد مساحة المنطقة المظللة المحصورة بين منحنى العلاقة $ص^٢ = ٤س$ والمستقيم $\overleftrightarrow{ل}$ في الشكل أعلاه.

الحل:

$ص^٢ = ٤س$

$ص = \pm\sqrt{٤س}$



جد معادلة المستقيم

$$م = \frac{-٢ - ٠}{١ - ٣} = \frac{-٢}{-٢} = ١$$

$ص = (س - ٣) \leftarrow \boxed{ص = س - ٣}$

$\sqrt{٤س} = س - ٣ \leftarrow س = ٩$

$$م = \int_{٠}^{١} \sqrt{٤س} - -\sqrt{٤س} \, دس + \int_{١}^{٩} \sqrt{٤س} - (س - ٣) \, دس$$

$$\frac{\frac{٢}{٣}\sqrt{(٤س)^٣}}{٤} \times ٢ \Big|_{٠}^{١} + \frac{\frac{٢}{٣}\sqrt{(٤س)^٣}}{٤} - \frac{س^٢}{٢} + ٣س \Big|_{١}^{٩}$$

$$\left(\frac{١}{٣} \times ٨ - ٠\right) + \left(\frac{١ \times ٢١٦}{١٢} - \frac{٨١}{٢} + ٢٧\right) - \left(\frac{١}{٣} - \frac{١}{٢} + ٣\right)$$

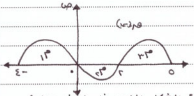
$$\frac{٨}{٣} + \frac{٢١٦}{١٢} - \frac{٨١}{٢} + ٢٧ - \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} - ٣$$

$$= \frac{٦٤}{٣}$$

المستوى (٤) **الوحدة (التكامل)** **عصام الشيخ**

التخصص(العلمي **) الدرس (ايجاد المساحة** **) ماجستير رياضيات**

٢٠١٥ شتوي (٥علامات)



معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى ق(س)

إذا كانت $\text{م}_1 = ٧$ ، $\text{م}_2 = ٤$ ، $\text{م}_3 = ٥$

جد ما يأتي :

١) $\int_{٢}^{-٤} \frac{\text{ق(س)}}{٢} \, \text{دس}$

٢) المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق ومحور السينات في الفترة [-٤، ٥]

الحل :

١) $\int_{٢}^{-٤} \frac{\text{ق(س)}}{٢} \, \text{دس} = \frac{٤ - ٧}{٢}$

$= \frac{-٣}{٢}$

٢) م = ٧ + ٤ + ٥ = ١٦ وحدة مربعة.

٢٠١٥ شتوي (٨علامات)

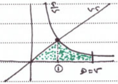
جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الأول والمحصورة بين منحنى الاقتران $\text{ق(س)} = \frac{٢}{\text{س}}$ ومحور السينات والمستقيم ٢س - ص = ٠ والمستقيم هـ س = ص

(هـ : العدد النيبيري).

الحل :

ص = ٢س

س = هـ



$٢\text{س} = \frac{٢}{\text{س}} \Leftarrow \text{س} = ١$

$\text{م} = \int_{٠}^{١} ٢\text{س} \, \text{دس} + \int_{١}^{\text{هـ}} \frac{٢}{\text{س}} \, \text{دس}$

$= \text{س}^٢ \Big|_{٠}^{١} + ٢ \,\text{لو}_{\text{هـ}} |\text{س}| \Big|_{١}^{\text{هـ}}$

$= (١ - ٠) + ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{هـ} - ٢\,\text{لو}_{\text{هـ}}١$

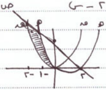
$= ١ + ٢ = ٣$

المستوى (٤)	**الوحدة** (التكامل)	**عصام الشيخ**
التخصص (العلمي)	**الدرس** (حساب المساحة)	**ماجستير رياضيات**

٢٠١٥ صيفي **(٨ علامات)**

جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الثاني والمحصورة بين منحنيي الاقترانين $ق(س) = س^{٢}$ ، $هـ(س) = س^{٢} - ٢س$ والمستقيم $ص = ٢ - س$

الحل:



$ص = هـ(س)$

$٢ - س = س^{٢} - ٢س \Leftarrow س^{٢} - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢$ ، $\boxed{س = -١}$

$ص = ق(س)$

$٢ - س = س^{٢} \Leftarrow س^{٢} + س - ٢ = صفر$

$(س + ٢)(س - ١) = ٠$

$\boxed{س = -٢}$ ، $س = ١$

$$م = \int_{-٢}^{-١} (ص - ق)\, دس + \int_{-١}^{٠} (هـ - ق)\, دس$$

$$= \int_{-٢}^{-١} (٢ - س - س^{٢})\, دس + \int_{-١}^{٠} (\cancel{س^{٢}} - ٢س - \cancel{س^{٢}})\, دس$$

$$= ٢س - \frac{س^{٢}}{٢} - \frac{س^{٣}}{٣} \Big|_{-٢}^{-١} + \frac{-\cancel{٢}س^{٢}}{\cancel{٢}} \Big|_{-١}^{٠}$$

$$= \left(-٢ - \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}\right) - \left(-٤ - \frac{٤}{٢} + \frac{٨}{٣}\right) + (٠ - -١)$$

$$= \frac{-١٢ - ٣ + ٢}{٦} - \frac{-٢٤ - ١٢ + ١٦}{٦} + ١$$

$$= \frac{-١٣ - -٢٠}{٦} + \frac{٦}{٦}$$

$$= \frac{٧}{٦} + \frac{٦}{٦} = \frac{١٣}{٦} \text{ وحدة مساحة .}$$

التخصص (العلمي) الوحدة (١) (التكامل) (عصام الشيخ

المستوى (٤) الدرس (٧) (حساب المساحة) (ماجستير رياضيات

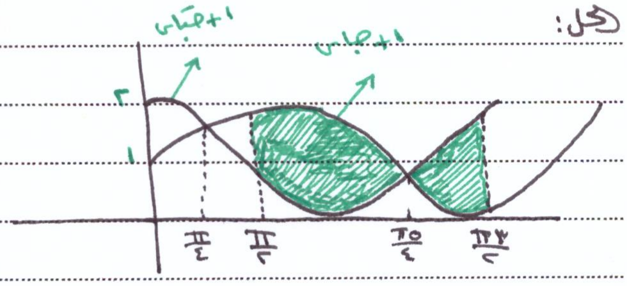
٢٠١٦ شتوي (٦ علامات)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين ق(س) = ١ + جاس

هـ(س) = ١ + جتاس في الفترة

$[\frac{\pi}{2} ، \frac{3\pi}{2}]$

الحل:



١ + جاس = ١ + جتاس

جاس = جتاس

س = ٤٥ ، ٢٢٥

$$م = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} (١ + جاس - ١ - جتاس) + \int_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}} (١ + جتاس - ١ - جاس)$$

$$-جتاس - جاس \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{4}} + جاس + جتاس \Big|_{\frac{5\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{2}}$$

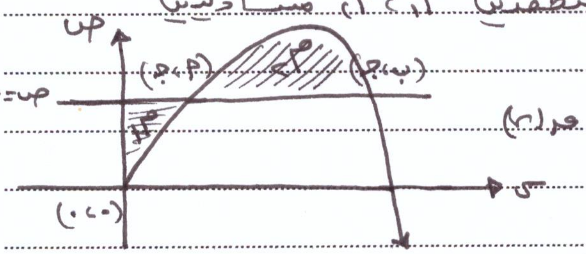
$$(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}) - (0 + 1) + (-1 - 0) - (-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}})$$

$$\frac{2}{\sqrt{2}} + 1 - 1 + \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{2}}$$

٢٠١٦ صيفي (٨ علامات)

رسم المستقيم ص = جـ فقطع منحنى الاقتران ق(س) = ٢س − ٣س^3 في النقطتين (أ، جـ)، (ب، جـ) حيث أ، ب، جـ أعداد حقيقية موجبة مكوناً المنطقتين م١، م٢ كما في الشكل جد قيمة جـ التي تجعل مساحتي المنطقتين م١، م٢ متساويتين



الحل:

م١ = م٢

$$م_1 = \int_{0}^{أ} (جـ - ٢س + ٣س^3) \, دس$$

$$جـس - س^2 + \frac{٣س^4}{4} \Big|_{0}^{أ}$$

$$= أجـ - أ^2 + \frac{٣أ^4}{4}$$

$$م_2 = \int_{أ}^{ب} (٢س - ٣س^3 - جـ) \, دس$$

$$س^2 - \frac{٣س^4}{4} - جـس \Big|_{أ}^{ب}$$

$$(ب^2 - \frac{٣ب^4}{4} - ب جـ) - (أ^2 - \frac{٣أ^4}{4} - أجـ)$$

$\Leftarrow$

$\cancel{\text{جـ}\,\text{م}} - \cancel{\text{م}^2} + \frac{\cancel{3}\,\text{م}^4}{\cancel{4}} = \text{ب}^2 - \frac{3\,\text{ب}^4}{4} - \text{ب}\,\text{جـ} - \cancel{\text{م}^2} + \frac{\cancel{3}\,\text{م}^4}{\cancel{4}} + \cancel{\text{جـ}}\,\text{م}$

$\Leftarrow \text{ب}^2 - \frac{3\,\text{ب}^4}{4} - \text{ب}\,\text{جـ} = \text{صفر}$

لكن

$\text{ق}(\text{ب}) = \text{جـ}$

$2\text{ب} - 3\text{ب}^3 = \text{جـ} \quad (*)$

$\Leftarrow$

$\text{ب}^2 - \frac{3\,\text{ب}^4}{4} - \text{ب}\,(2\text{ب} - 3\text{ب}^3) = 0$

$\text{ب}^2 - \frac{3}{4}\text{ب}^4 - 2\text{ب}^2 + 3\,\text{ب}^4 = \text{صفر}$

$-\text{ب}^2 - \frac{3}{4}\text{ب}^4 + \frac{3\,\text{ب}^4 \times 4}{1 \times 4} = \text{صفر}$

$-\text{ب}^2 - \frac{3}{4}\text{ب}^4 + \frac{12}{4}\text{ب}^4 = \text{صفر}$

$-\text{ب}^2 + \frac{9}{4}\text{ب}^4 = \text{صفر}$

$\text{ب}^2\left(-1 + \frac{9}{4}\text{ب}^2\right) = \text{صفر}$

$\Leftarrow \frac{9}{4}\text{ب}^2 - 1 = \text{صفر}$

$\frac{9}{4}\text{ب}^2 = 1$

$\text{ب}^2 = \frac{4}{9} \Leftarrow \text{ب} = \frac{2}{3}$

$\Leftarrow \text{جـ} = 2 \times \frac{2}{3} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$= \frac{4}{3} - 3 \times \frac{8}{27}$

$= \frac{4}{3} - \frac{8}{9}$

$= \frac{12}{9} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9}$

التخصص(العلمي) الوحدة(١) (التكامل)	عصام الشيخ
المستوى(٤) الدرس( ) (حساب المساحة)	ماجستير رياضيات

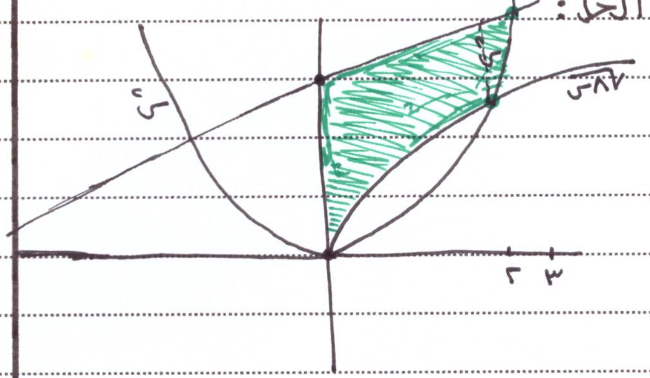
٢٠١٧ شتوي (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات :

$\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^{٢}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \sqrt{٨\text{س}}$ ، $\text{ل}(\text{س}) = \text{س}+٦$

ومحور الصادات .

الحل :



$\sqrt{٨\text{س}} = \text{س}^{٢} \Leftarrow \text{س} = ٢$

$\text{س}+٦ = \text{س}^{٢} \Leftarrow \text{س} = ٣$

$$\text{م} = \int_{٠}^{٢} \text{س}+٦ - \sqrt{٨\text{س}}\ \text{ءس} + \int_{٢}^{٣} \text{س}+٦ - \text{س}^{٢}\ \text{ءس}$$

$$\left. \frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٦\text{س} - \frac{\frac{٢}{٣}(٨\text{س})^{\frac{٣}{٢}}}{٨} \right|_{٠}^{٢} + \left. \frac{\text{س}^{٢}}{٢} + ٦\text{س} - \frac{\text{س}^{٣}}{٣} \right|_{٢}^{٣}$$

$$= ٢+١٢ - \frac{١}{١٢}\sqrt{١٦^{٣}} + \left(\frac{٩}{٢} + ١٨ - ٩\right) - \left(٢+١٢ - \frac{٨}{٣}\right)$$

$$= ١٤ - \frac{٦٤}{١٢} + \left(\frac{٩}{٢} + ٩\right) - \left(١٤ - \frac{٨}{٣}\right)$$

$$= \cancel{١٤} - \frac{١٦}{٣} + \frac{٩}{٢} + ٩ - \cancel{١٤} + \frac{٨}{٣}$$

$$= \frac{٩}{١} - \frac{٨}{٣} + \frac{٩}{٢} = \frac{٥٤ - ١٦ + ٢٧}{٦}$$

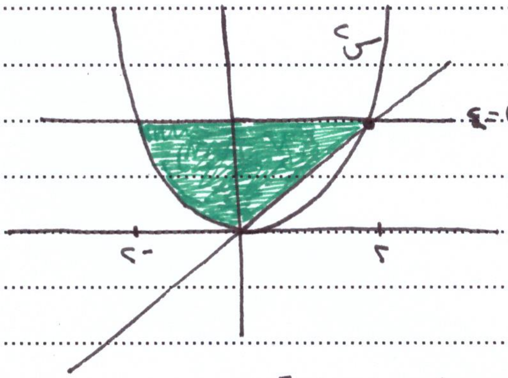
$$= \frac{٦٥}{٦}$$

٢٠١٨ شتوي قديم (٨ علامات)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة الآتية.

$\text{ق}(\text{س}) = ٢\text{س}$ ، $\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^٢$ ، $\text{ل}(\text{س}) = ٤$

الحل:



$\text{س}^٢ = ٢\text{س} \Leftarrow \text{س} = ٠ ، ٢$

$\text{س}^٢ = ٤ \Leftarrow \text{س} = \pm ٢$

$\text{م} = \int_{-٢}^{٠} (٤ - \text{س}^٢)\, \text{دس} + \int_{٠}^{٢} (٤ - ٢\text{س})\, \text{دس}$

$= \left(٤\text{س} - \frac{\text{س}^٣}{٣}\right)\Big|_{-٢}^{٠} + \left(٤\text{س} - \text{س}^٢\right)\Big|_{٠}^{٢}$

$= (٠) - \left(-٨ - \frac{-٨}{٣}\right) + (٨ - ٤) - (٠)$

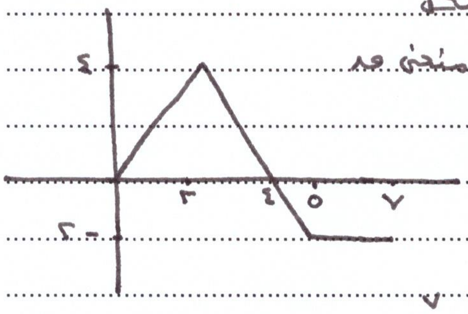
$= +٨ - \frac{٨}{٣} + ٤$

$= ١٢ - \frac{٨}{٣}$

$= \frac{٣٦ - ٨}{٣} = \frac{٢٨}{٣}$

٢٠١٨ شتوي قديم (٣ علامة)

معتمداً الشكل الذي يمثل منحنى هـ



فإن قيمة $\int_{٠}^{٧} |\text{هـ}(\text{س})|\, \text{دس}$ تساوي

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١١ د) ١٣

الحل:

$٠ \leftarrow ٢$: ٢س

$٢ \leftarrow ٥$: $-٢\text{س} + ٨$

$٥ \leftarrow ٧$: -٢

$\text{م} = \int_{٠}^{٢} ٢\text{س}\, \text{دس} + \int_{٢}^{٤} (-٢\text{س} + ٨)\, \text{دس} + \int_{٤}^{٥} (٢\text{س} - ٨)\, \text{دس} + \int_{٥}^{٧} ٢\, \text{دس}$

$= \text{س}^٢\Big|_{٠}^{٢} + (-\text{س}^٢ + ٨\text{س})\Big|_{٢}^{٤} + (\text{س}^٢ - ٨\text{س})\Big|_{٤}^{٥} + ٤$

$= (٤ - ٠) + \big((-١٦ + ٣٢) - (-٤ + ١٦)\big) + \big((٢٥ - ٤٠) - (١٦ - ٣٢)\big) + ٤$

$= ٤ + (١٦ - ١٢) + (-١٥ - -١٦) + ٤$

$= ٤ + ٤ + ١ + ٤$

$= ١٣$

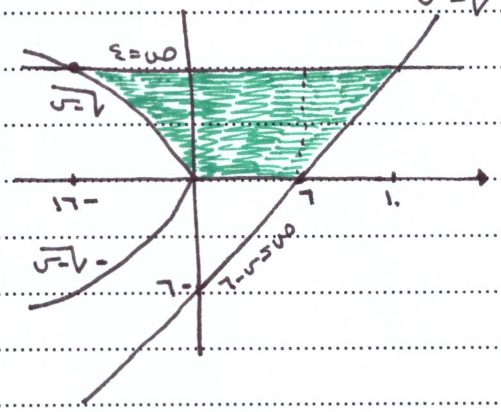
٢٠١٨ شتوي جديد (١٦ علامة)

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى العلاقة $\text{ص}^2 = -\text{س}$ والمستقيمات $\text{ص} = \text{س} - ٦$ ، $\text{ص} = ٤$ ، $\text{ص} = ٠$

الحل:

$\text{ص}^2 = -\text{س}$

$\text{ص} = \pm\sqrt{-\text{س}}$



$٤ = \sqrt{-\text{س}} \Leftarrow -\text{س} = ١٦ \Leftarrow \text{س} = -١٦$

$\text{س} - ٦ = ٤ \Leftarrow \text{س} = ١٠$

$$\Leftarrow \text{م} = \int_{-١٦}^{٠} \left(٤ - \sqrt{-\text{س}}\right)\text{دس} + \int_{٠}^{٦} ٤\,\text{دس} + \int_{٦}^{١٠} \left(٤ - (\text{س} - ٦)\right)\text{دس}$$

$$= \left[٤\text{س} - \frac{٢}{٣}\frac{(-\text{س})^{\frac{٣}{٢}}}{-١}\right]_{-١٦}^{٠} + ٤ \times ٦ + \int_{٦}^{١٠} (-\text{س} + ١٠)\,\text{دس}$$

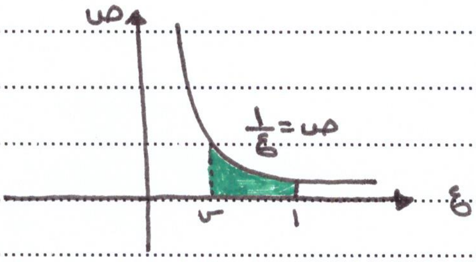
$$= ٠ - \left(٤\times -١٦ + \frac{٢}{٣}\sqrt{(--١٦)}^{\,٣}\right) + ٢٤ + \left[\frac{-\text{س}^2}{٢} + ١٠\text{س}\right]_{٦}^{١٠}$$

$$= ٦٤ - \frac{٢}{٣}(٦٤) + ٢٤ + \left(\left(\frac{-١٠٠}{٢} + ١٠٠\right) - \left(\frac{-٣٦}{٢} + ٦٠\right)\right)$$

$$= ٦٤ - \frac{١٢٨}{٣} + ٢٤ + (٥٠ - ٤٢)$$

$$= ٩٦ - \frac{١٢٨}{٣} = \frac{٢٨٨ - ١٢٨}{٣} = \frac{١٦٠}{٣}$$

٢٠٠٩ شتوي



مساحة المنطقة المظللة في الشكل =

أ) $-$ لو$_{هـ}$ ب   ب) لو$_{هـ}$ ب   ج) هـ^{ب} د) $-$ هـ^{ب}

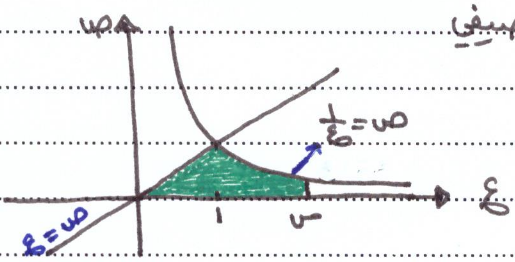
الحل:

م = $\int_{ب}^{1} \frac{1}{س}\, دس$

$=$ لو$_{هـ}|س| \Big]_{ب}^{1}$

$=$ لو$_{هـ}$ ١ $-$ لو$_{هـ}$ ب $= -$ لو$_{هـ}$ ب

٢٠٠٩ صيفي



مساحة المنطقة المظللة المبينة في الشكل تساوي:

أ) $\frac{1}{2}$ $-$ لو$_{هـ}$ ب   ب) $\frac{1}{2}$ + لو$_{هـ}$ ب

ج) ١ + لو$_{هـ}$ ب   د) $-$١ + لو$_{هـ}$ ب

الحل:

م = $\int_{0}^{1} س\, دس + \int_{1}^{ب} \frac{1}{س}\, دس$

$= \frac{س^2}{2}\Big]_{0}^{1} +$ لو$_{هـ}|س| \Big]_{1}^{ب}$

$(\frac{1}{2} - 0) +$ لو$_{هـ}$ ب $-$ لو$_{هـ}$ ١

$\frac{1}{2} +$ لو$_{هـ}$ ب