المراجعة المكثفة

لمادة الرياضيات

الفرع العلمي

القطوع المخروطية

الفرع العلمي

الأستاذ القدير

أحمد غزال

السؤال الأول :

١- جد معادلة الحل الهندسي للنقطة (س، ص) التي تتحرك في المستوى والتي يكون بعدها عن النقطة (٢،٣) مقداراً ثابتاً (٢) وحدات ؟

الحل الحل الهندسي دائرة

المركز (٢،٣) $\quad$ ر = ٢

$(س-٣)^٢+(ص-٢)^٢=٩$

٢- جد معادلة الدائرة التي مركزها (١١-،٢) وتمر بالنقطة (٣،٢) ؟

الحل $(س-١)^٢+(ص+٢)^٢=ر^٢$

$\because$ ب (٣،٢) $\Leftarrow 1+٥=ر^٢ \Leftarrow ر^٢=٦$

$\Leftarrow$ المعادلة $(س-١)^٢+(ص+٢)^٢=٦$

٣- جد معادلة الدائرة التي مركزها (٢،-٣) وتمس المستقيم ص = س + ٣ ؟

الحل $ر=\frac{|١ص+س+١٣|}{\sqrt{١+١}}$

$ر=\frac{|١٢+-٣+١٣|}{\sqrt{٢}} \Leftarrow ر=\frac{٣}{\sqrt{٢}}$

$\Leftarrow (س-٢)^٢+(ص+٣)^٢=\frac{٩}{٢}$

٤- جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وطول نصف قطرها وحدتين ومركزها في الربع الثاني ؟

الحل ر = ٢ $\quad$ المركز (-٢،٢) = (-ر، ر)

$\Leftarrow (س+٢)^٢+(ص-٢)^٢=٤$

٥- جد معادلة الدائرة التي مركزها (٢،-٣) وتمس محور الصادات ؟

الحل ر = |٢| = ٢ $\Leftarrow$ $(ر=٢)$

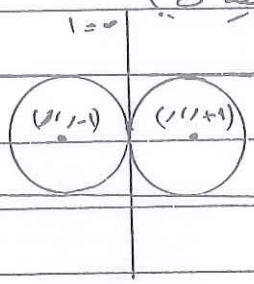
$\Leftarrow (س-٢)^٢+(ص+٣)^٢=٤$

٦- جد معادلة الدائرة التي المستقيمات جـ ∥ ص ، س = ١ ، محور السينات ؟

الحل نصف القطر جـ = ٤

ر = |هـ| $\quad$ هـ = ٠

ر = ٤ $\quad$ $(ر=٤)$



حالة ① المركز (٢،٣) $\Leftarrow (س-٢)^٢+(ص-٣)^٢=٤$

حالة ② المركز (-١،١) $\Leftarrow (س+١)^٢+(ص-١)^٢=٤$

٧- جد معادلة الدائرة التي تمس مركزها المستقيم

هـ = ٣س - ص + ١ وتمس محور السينات عند النقطة (١،٢) ؟

الحل المركز (ك، هـ) تقع على هـ = ٣س - ص + ١

$\Leftarrow هـ=٣ك-٢+١$

تمس محور السينات عند (١،٢) $\quad$ ٥٥ ك = ٢

$\Leftarrow$ $(هـ=٧)$ $\Leftarrow$ نصف السينات $\Leftarrow$ ر = |هـ| $\Leftarrow$ $(ر=٧)$

المركز (٢،٧).

$\Leftarrow (س-٢)^٢+(ص-٧)^٢=٤٩$

٨- جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة (٣،١)

وتمس محور السينات عند النقطة (٥،٠) ؟

الحل نصف قطر السينات عند النقطة (٥،٠)

$\Leftarrow$ المركز (هـ، ك) $\Leftarrow$ $(ك=٥)$ $\Leftarrow (س-٥)^٢+(ص-٥)^٢=ر^٢$

$\Leftarrow (٣،١)$ $\Leftarrow ١٦+(١-٥)^٢=ر^٢$

$ر^٢=١٦+٩-٦ل+ل^٢$

$(ر=\frac{٢٥}{٦}) \Leftarrow ٢٥=٦ل \Leftarrow$

$\Leftarrow (س-٥)^٢+(ص-\frac{٢٥}{٦})^٢=\frac{٦٢٥}{٣٦}$

٩- جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتقع مركزها في الربع الأول وتمس المستقيم $٣س + ٤ص - ٨ = ٠$ ؟

الحل: المركز $(ر، ر)$

$ر = \frac{|٣ر + ٤ر - ٨|}{\sqrt{٩ + ١٦}}$

$ر = \frac{|٧ر - ٨|}{٥}$

$ر = \frac{|-١ر - ٨|}{٥}$

$\Rightarrow ٧ر - ٨ = ٥ر$

$٢ر = ٨$ أو $٧ر - ٨ = -٥ر$

$ر = ٤$ $\quad$ $١٢ر = ٨$

$ر = \frac{٢}{٣}$

المركز $(٤، ٤)$

$(س - ٤)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ١٦$

المركز $(\frac{٢}{٣}، \frac{٢}{٣})$

$(س - \frac{٢}{٣})^٢ + (ص - \frac{٢}{٣})^٢ = \frac{٤}{٩}$

١٠- جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمر بالنقطة $(-١، ٨)$ ؟

الحل: الدائرة في الربع الثاني ، المركز $(ر، ر)$

$ر = \sqrt{(ر + ١)^٢ + (ر - ٨)^٢}$

$ر^٢ = ر^٢ + ٢ر + ١ + ر^٢ - ١٦ر + ٦٤$

$ر^٢ - ١٨ر + ٦٥ = ٠$

$(ر - ١٣)(ر - ٥) = ٠$

$ر = ١٣$ $\quad$ $ر = ٥$

المركز $(-١٣، ١٣)$ $\quad$ المركز $(-٥، ٥)$

$(س + ١٣)^٢ + (ص - ١٣)^٢ = ١٦٩$ $\quad$ $(س + ٥)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٢٥$

١١- جد معادلة الدائرة التي تقع مركزها على المستقيم $س = ٥$ وتمر بالنقطتين $(٨، ٨)$ $(٠، ٨)$

الحل: المركز $(٥، هـ)$

$(س - ٥)^٢ + (ص - هـ)^٢ = ر^٢$

$(٠، ٨) \Rightarrow ٩ + (٨ - هـ)^٢ = ر^٢$ ---- ١

$(٨، ٨) \Rightarrow ٩ + (٨ - هـ)^٢ = ر^٢$ ---- ٢

١ - ٢

$هـ^٢ - (٨ - هـ)^٢ = ٠$

$هـ^٢ - ٦٤ + ١٦هـ - هـ^٢ = ٠$

$١٦هـ = ٦٤ \Rightarrow هـ = ٤$

$\Rightarrow ر^٢ = ٩ + ١٦ = ٢٥$

$\Rightarrow (س - ٥)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٢٥$

١٢- جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقط $(٠، ٠)$ $(٢، ٠)$ $(-١، ١)$ ثم جد مركزها وطول نصف قطرها ؟

الحل: $س^٢ + ص^٢ + ل س + ك ص + هـ = ٠$

$(٠، ٠) \Rightarrow ٠ + ٠ + ٠ + ٠ + هـ = ٠ \Rightarrow هـ = ٠$

$(٢، ٠) \Rightarrow ٤ + ٠ + ٢ل + ٠ + ٠ = ٠ \Rightarrow ل = -٢$

$(-١، ١) \Rightarrow ١ + ١ + ل + ك + هـ = ٠$

$٢ - ٢ل - ك = ٠ \Rightarrow ٢ - ٤ - ك = ٠ \Rightarrow ك = -٢$

المعادلة $س^٢ + ص^٢ - ٤س - ٢ص = ٠$

$ل = -٢$ $\quad$ $ك = -١$ $\quad$ $هـ = ٠$

المركز $(٢، ١)$

$ر = \sqrt{ل^٢ + ك^٢ - هـ}$

$= \sqrt{٤ + ١ - ٠}$

$= \sqrt{٥}$

المركز $(-٢، ١)$ $\quad$ $ر = \sqrt{٥}$

١٣- جد معادلة الدائرة التي مركزها بؤرة القطع الناقص $\frac{(س-١)^2}{١٦} + \frac{(ص-٢)^2}{١٢} = ١$ وتمر بركز هذا القطع

الحل:

مركز الناقص (١،٢) القطع سيني

$أ^2 = ١٦$ $ب^2 = ١٢$ $جـ^2 = ٤$

$أ = ٤$ $ب = ٢\sqrt{٣}$ $جـ = ٢$

البؤرتان $(١ \pm ٢، ٢)$

فالحالتان

١) مركز الدائرة (٣،٢) ، ٢) مركز الدائرة (-١،٢)

$ر = جـ = ٢$ $ر = جـ = ٢$

$(س-٣)^2 + (ص-٢)^2 = ٤$ $(س+١)^2 + (ص-٢)^2 = ٤$

١٤- جد معادلة الدائرة التي مركزها بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $س^2 = ٨ص + ١٦$ وتمر بركز الدائرة $\frac{(س-١)^2}{٤} - \frac{(ص-٣)^2}{٢} = ١$

الحل: بؤرة المكافئ

$س^2 = ٨ص + ١٦$

$س^2 = ٨ص - ١٦$

$س^2 = ٨(ص+٢)$

رأس $(٠، -٢)$ $٤جـ = ٨$

$(جـ = ٢)$

التربيع $\Leftarrow$ سالب $\Leftarrow$ مفتوح لأسفل

البؤرة $(٠، -٢-٢) = (٠، -٤)$

مركز الدائرة $(٠، -٤)$ وتمر بـ $(٣، ١)$

$(س-٠)^2 + (ص+٤)^2 = ل^2$

$(٣،١) \Leftarrow ٩ + ٢٥ = ل^2 \Leftarrow ل^2 = ٣٤$

$\Leftarrow س^2 + (ص+٤)^2 = ٣٤$

١٥- جد بؤرة القطع في المعادلة $س^2 + ص^2 + ٨س - ٤ص + ٤ = ٠$ حتى تكون دائرة؟

الحل: $ل = ٨$ $٢ل = ٤$

$ل = ٤$ $ل = ٢$

$ر = \sqrt{ل^2 + ك^2 - هـ} \Leftarrow ر = \sqrt{١٦ + ٤ - هـ} = \sqrt{٢٠ - هـ}$

$\Leftarrow ٢٠ - هـ > ٠ \Leftarrow ٢٠ > هـ$

١٦- إذا كان لدينا القطع $\frac{(س-١)^2}{ل^2+٢} + \frac{(ص-٣)^2}{٣ل} = ١$

جد قيمة ل حتى تكون دائرة؟

$ل^2 + ٢ = ٣ل$

$ل^2 - ٣ل + ٢ = ٠ \Leftarrow (ل-٢)(ل-١) = ٠$

$ل = ٢$ $ل = ١$

١٧- تمر الدائرة $(س، ص)$ في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين: $س = ٣ + ٢جا\theta$

$ص = ٥ + ٢جا\theta$ حيث θ زاوية متغيرة

جد معادلة المحل الهندسي الذي تمسه الدائرة وبين نوعه؟

الحل:

$س = ٣ + ٢جا\theta$ $ص = ٥ + ٢جا\theta$

$جا\theta = \frac{س-٣}{٢}$ $جا\theta = \frac{ص-٥}{٢}$

$جا^2\theta + جتا^2\theta = ١$

$\frac{(س-٣)^2}{٤} + \frac{(ص-٥)^2}{٤} = ١$

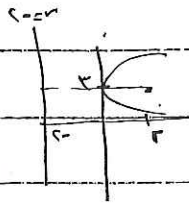
المحل الهندسي دائرة

السؤال الثاني :

١- جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ل(س، ص) في المستوى والتي يكون بعدها عن النقطة (٣،٣) دائماً مساوياً لبعدها عن المستقيم س = -٢

الحل: المحل الهندسي قطع مكافئ

البؤرة (٣،٣) الدليل س = -٢



أ ر أس (٢-، ٣)

(ص - ٣)^٢ = ٤ أ (س - ١)

(ص - ٣)^٢ = ٨ س

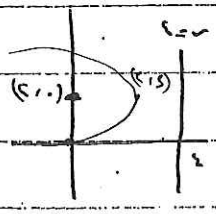
٢- جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته مركز الدائرة الذي معادلته س^٢ - ص^٢ + ٤ ص = ٥ ودليله المستقيم س = ٤ ؟

الحل: س^٢ - ص^٢ + ٤ ص = ٥

س^٢ - (ص^٢ - ٤ ص + ٤) = ٥ - ٤

س^٢ - (ص - ٢)^٢ = ١

المركز (٢، ٠) ← البؤرة



أ = ٢

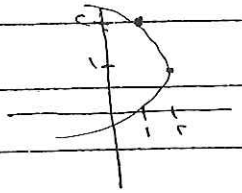
أ ر أس (٢، ٢)

(ص - ٢)^٢ = ٤ أ (س - ٢)

(ص - ٢)^٢ = -٨ (س - ٢)

٣- جد معادلة القطع المكافئ الذي أ ≡ (١،٣) ومحوره يوازي محور السينات والقطع يمر بالنقطة (٢،١) ؟

الحل:



القطع مقعر لليسار

(ص - ١)^٢ = -٤ أ (س - ٢)

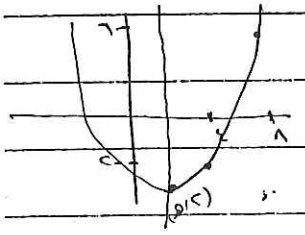
يمر بـ (٢،١) ⇐ ١ = -٤ أ (-١)

أ = ١/٤

⇐ (ص - ١)^٢ = -(س - ٢)

٤- جد معادلة القطع المكافئ الذي مر بالنقطتين (٦،٨) (-٢،٤) ومحوره المستقيم الذي معادلته س = ٢ ؟

المحور س = ٢ ⇐ الرئيسي س



مفتوح للأسفل

أ ر أ س (٢، هـ)

⇐ (س - ٢)^٢ = ٤ أ (ص - هـ)

(٦،٨) ⇐ ٣٦ = ٤ أ (٦ - هـ)

(-٢،٤) ⇐ ٤ = ٤ أ (-٢ - هـ)

بقسم ⇐ ٩ = (٦ - هـ) / (-٢ - هـ) ⇐ ٦ - هـ = -١٨ - ٩ هـ

٨ هـ = -٢٤

هـ = -٣

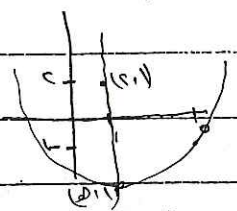
⇐ ٣٦ = ٤ أ (٦ - ٢)

٢٦ = ٢٤ أ ⇐ أ = ١

⇐ (س - ٢)^٢ = ٤ (ص + ٣)

٥- جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرته القطع (٢،١) وعبر النقطة (٥،-١) ورأسه أسفل بؤرته ؟

الحل: المحور يوازي الصادات ورأسه أسفل البؤرة مفتوح للأسفل



أ ر أس (١١هـ)

(س - ١)^٢ = ٤ أ (ص - هـ)

أ = ٢ - هـ ⇐ هـ = ٢ - أ

يمر بـ (٥،-١) ⇐ ١٦ = ٤ أ (-١ - هـ)

$\Leftarrow 16 = 4d(-1+d-2)$

$4 = d^2 - 4d \Leftarrow d^2 - 3d - 4 = 0$

$(d-4)(d+1) = 0$

$d = 4 \quad d = -1$ (مرفوض)

$\Leftarrow d = c - 3 = 4 \Leftarrow d = -4$

البؤرة $(1, -2)$

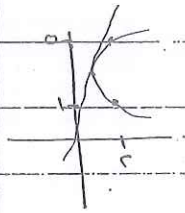
$(x-1)^2 = 16(y+2)$

6- جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل $y = 3x$ ويمر بالنقطة $(2, 5)$ $(1, 2)$

الحل

الرأس (d, h) يمر $y = x^2$

$\Leftarrow y = x^2$



البؤرة $(2, 2d)$

$(y-2d)^2 = 4d(x-d)$

$(5-2d)^2 = 4d(2-d)$

$(1-2d)^2 = 4d(2-d)$

نقسم $\frac{(5-2d)^2}{(1-2d)^2} = 1 \Leftarrow (5-2d)^2 = (1-2d)^2$

$25 - 20d + 4d^2 = 1 - 6d + 4d^2$

$24 = 24d$

$d = 1$

$\Leftarrow h = 3$

الرأس $(3, 1)$ $\Leftarrow (h-3)^2 = 4d(x-1)$

$4 = 4d$

$d = 1$

$\Leftarrow (h-3)^2 = 4(x-1)$

7- أكتب معادلة القطع المكافئ الذي دليله يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط $(0, 12)$ $(14, 1)$ $(16, -1)$ ؟

الدليل يوازي الصادات $\Leftarrow$ المحور يوازي السينات

$\Leftarrow x = ay^2 + by + c$

$(1, 3) \Leftarrow 3 = a + 0 + c \Leftarrow c = 3$

$(14) \Leftarrow 4 = a + b + c \Leftarrow a + b = 1$ ـــ 1

$(-1, 6) \Leftarrow 6 = a - b + c \Leftarrow a - b = 3$ ـــ 2

معادلة 1 + 2 $\Leftarrow 2a = 4 \Leftarrow a = 2$

$\Leftarrow b = -1$

$\Leftarrow x = 2h^2 - h + 3$

$x - 3 = 2h^2 - h$

$\frac{x-3}{2} = h^2 - \frac{h}{2}$

$\frac{x-3}{2} + \frac{1}{16} = h^2 - \frac{h}{2} + \frac{1}{16}$

$\frac{x}{2} - \frac{3}{2} + \frac{1}{16} = (h - \frac{1}{4})(h - \frac{1}{4})$

$\frac{x}{2} - \frac{23}{16} = (h - \frac{1}{4})^2$

$(h - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{2}(x - \frac{23}{8})$

الرأس $(\frac{23}{8}, \frac{1}{4})$ $4d = \frac{1}{2} \Leftarrow d = \frac{1}{8}$

8- تحرك النقطة (x, y) بحيث تحدد موقعها في الفضاء بالمعادلتين:

$x = \cos\theta + \cos\theta \quad y = \cos\theta \cos\theta$

جد معادلة مسار النقطة ثم بين نوع هذا المسار؟

الحل $x = \cos\theta + \cos\theta \quad y = \cos\theta \cos\theta$

$x^2 = (\cos\theta + \cos\theta)^2 \quad y = \frac{1}{2}\cos 2\theta$

$x^2 = 1 + \cos 2\theta \quad \cos 2\theta = 2y$

$\Leftarrow x^2 = 1 + 2y$

$x^2 = 2(y + \frac{1}{2})$

معادلة قطع مكافئ رأسه $(0, -\frac{1}{2})$

٩- تمرين: المنحنى (س ، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها في الحظ بالمعادلتين

س = ن² + ٣ ، ص = ٢ن - ٣

جد معادلة هذا القطع وبين نوعه

الحل: س = ن² + ٣ ، ص = ٢ن - ٣

ن = (ص + ٣)/٢ ، س = ((ص + ٣)/٢)² + ٣

س - ٣ = (ص + ٣)²/٤

(ص + ٣)² = ٤ (س - ٣)

الحل: القطع مكافئ

٨- تمرين: المنحنى (س ، ص) في المستوى بحيث تحدد موقعها في الحظ بالمعادلتين

س = جتا ٢ن ، ص = ٣ جا ن

جد معادلة المسار وبين نوعه؟

الحل:

س = جتا ٢ن ، ص = ٣ جا ن

س = ١ - ٢ جا² ن ، جا ن = ص/٣

س = ١ - ٢ ص²/٩

٢ ص²/٩ = ١ - س

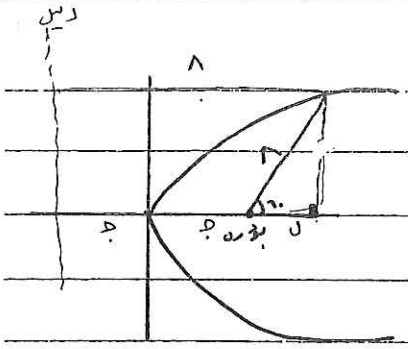
ص² = -٩/٢ (س - ١)

الحل: القطع مكافئ

١١- من خلال الشكل المجاور

جد معادلة القطع المكافئ؟

الحل:



الرأس (٠ ، ٠)

متوسط الوتر: ب ج = ل = ٨

(ص - ص)² = ٤ ب (س - د)

ص² = ٤ ب س

ص² = ٨ س

٤ ب = ٨

ب = ٢

ص = ٢ ل / ٨ = ل / ٤

ل = ٤

١٢- قطع مكافئ معادلته ص² + ٢ص + ٤س - ٧ = ٠

جد ١) إحداثيات الرأس ٢) معادلة الدليل

٣) إحداثيات البؤرة ٤) معادلة المحور

الحل:

ص² + ٢ص = -٤س + ٧

ص² + ٢ص + ١ = -٤س + ٧ + ١

ص² + ٢ص + ١ = -٤س + ٨

(ص + ١)² = -٤ (س - ٢)

التربيع لـ ص ← س

متوسط الوتر

الرأس (٢ ، -١) ٤ ب = ٤ ⇐ ب = ١

البؤرة (٢ - ١ ، -١) = (١ ، -١) معادلة المحور ص = -١

الدليل س = ٢ + ١

س = ٣

السؤال الثالث :

١- جد إحداثيات المركز والبؤرتين فالرؤوس للقطع المخروطي الذي معادلته

$٩س^{٢}+٤ص^{٢}+١٦ص=١٨س+١١$

الحل:

$٩س^{٢}-١٨س+٤ص^{٢}+١٦ص=١١$

$٩(س^{٢}-٢س+١)+٤(ص^{٢}+٤ص+٤)=١١+٩+١٦$

$٩(س-١)^{٢}+٤(ص+٢)^{٢}=٣٦$

$\frac{(س-١)^{٢}}{٤}+\frac{(ص+٢)^{٢}}{٩}=١$

قطع ناقص محاذ

المركز (١، -٢)

$أ^{٢}=٩$ $ب^{٢}=٤$ $جـ^{٢}=٥$

$أ=٣$ $ب=٢$ $جـ=\sqrt{٥}$

الرؤوس (١، -٢±٣) ⇐ (١، ١) (١، -٥)

البؤرتان (١، -٢±$\sqrt{٥}$) ⇐ (١، -٢+$\sqrt{٥}$) (١، -٢-$\sqrt{٥}$)

٢- جد إحداثيات المركز والرؤوس والبؤرتين والانطلاق المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته

$ص^{٢}-٩س^{٢}-٨ص+٣٦س-٢٩=٠$

الحل:

$ص^{٢}-٨ص-٩س^{٢}+٣٦س=٢٩$

$ص^{٢}-٨ص+١٦-٩(س^{٢}-٤س+٤)=٢٩+١٦-٣٦$

$(ص-٤)^{٢}-٩(س-٢)^{٢}=٩$

$\frac{(ص-٤)^{٢}}{٩}-(س-٢)^{٢}=١$

القطع زائد محاذ

المركز (٢، ٤) $أ^{٢}=٩$ $ب^{٢}=١$ $جـ^{٢}=١٠$

$أ=٣$ $ب=١$ $جـ=\sqrt{١٠}$

الرؤوس (٢، ٤±٣) ⇐ (٢، ٧) (٢، ١)

البؤرتان (٢، ٤±$\sqrt{١٠}$) ⇐ (٢، ٤+$\sqrt{١٠}$) (٢، ٤-$\sqrt{١٠}$)

الانطلاق المركزي $=\frac{جـ}{أ}=\frac{\sqrt{١٠}}{٣}$

٣- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٢، ١) وأحد بؤرتيه (-١، ١) ويمر بالنقطة (٣، ٢) ؟

الحل:

بما أن الأحد (١، ٣) (١، -١)

$ب=٣$ (١، ١)

$\frac{(ص-١)^{٢}}{أ^{٢}}+\frac{(س-٢)^{٢}}{٩}=١$

بما أن (٣، ٢) ⇐ $\frac{١}{أ^{٢}}+\frac{٤}{٩}=١$

$\frac{٩}{أ^{٢}}=١-\frac{٤}{٩}$

$\frac{٩}{أ^{٢}}=\frac{٥}{٩}$ ⇐ $أ^{٢}=\frac{٨١}{٥}$

$\frac{(ص-١)^{٢}}{\frac{٨١}{٥}}+\frac{(س-٢)^{٢}}{٩}=١$

٤- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (١، ١) وأحد رؤوسه (١، ٦) وانطلاقه المركزي (٠,٨) ؟

الحل: المركز (١، ١) القطع رأسي

أحد بؤرتيه (-٣، ١)

$جـ=٤$ $\frac{جـ}{أ}=٠,٨$

$\frac{٤}{أ}=\frac{٨}{١٠}$ ⇐ $أ=٥$

$أ^{٢}=ب^{٢}+جـ^{٢}$

$٢٥=ب^{٢}+١٦$ ⇐ $ب^{٢}=٩$

$\frac{(س-١)^{٢}}{٩}+\frac{(ص-١)^{٢}}{٢٥}=١$

٥- قطع مخروطي انطلاقه المركزي $\frac{٣}{٥}$ وأحد رأسيه (١، ١) والبؤرة القريبة من هذا الرأس (١، ٤) جد معادلته ؟ $هـ=\frac{جـ}{أ}=\frac{٣}{٥}$ قطع ناقص

$أ-جـ=٢$ ⇐ $أ-\frac{٣}{٥}أ=٢$

$\frac{٢}{٥}أ=٢$ ⇐ $أ=٥$

أحد رأسيه (١، ٦) قطع ناقص رأسي

البؤرة القريبة (١، ٤)

$أ-جـ=٢$ ⇐ $٥-جـ=٢$ ⇐ $جـ=٣$

$ب = جـ = ؟$

$ب = \frac{3}{5} ب = ؟$

$\frac{4}{5} ب = ؟ \Leftarrow ب = 5 \Leftarrow ب = 3$

$جـ^2 = ب^2 - ب^2$

$9 = 25 - ب^2 \Leftarrow ب^2 = 16$

المركز $(-3، 1)$

$\frac{(س+2)^2}{25} + \frac{(ص-1)^2}{16} = 1$

المركز

$(-2، 1)$ $(1، 1)$ $(3، 1)$

٦- قطع ناقص إحداثيا المركز $(1، 0)$

بؤرتاه هما النقطتان $(-1، 1)$ $(1، 1)$ ويمر بالنقطة الأصل ؟

جد معادلة هذا القطع ؟

الحل: قطع ناقص

البؤرتان $(-1، 1)$ $(1، 1)$

المركز $(0، 1)$

$جـ = 1 - -1$

$جـ = 2$

$ب = 1$

$جـ^2 = ب^2 - ب^2$

$4 = ب^2 - 1 \Leftarrow ب^2 = 5$

$\frac{(س-0)^2}{5} + \frac{(ص-1)^2}{1} = 1$

٧- جد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه $(5، 0)$ ومعادلة أحد خطي تقاربه $ص = 2س$

الحل: $\frac{ب}{ا} = 2$

$ب = 2ا$

$جـ^2 = ا^2 + ب^2$

$25 = ا^2 + 4ا^2$

$ا^2 = 5 \Leftarrow ب^2 = 20$

$\frac{س^2}{5} - \frac{ص^2}{20} = 1$

٨- جد معادلة القطع الناقص الذي إحدى بؤرتيه $(4، 1)$ وإحدى طرفي محوره الأصغر $(3، 1)$ ومحوره الأصغر يوازي محور السينات ؟

الحل: إحدى بؤرتيه $(4، 1)$ القطع ناقص

إحدى طرفي الأصغر $(3، 1)$ صادرة

المركز $(3، 1)$

$ب = 2 - 1$ $ب = 4 - 1$

$ب = 4$ $ب = 3$

$جـ^2 = ب^2 - ب^2$

$16 = ب^2 - 9 \Leftarrow ب^2 = 25$

$\frac{(س-3)^2}{25} + \frac{(ص-1)^2}{9} = 1$

٩- قطع ناقص بؤرتاه $ب(5، 1)$ $ب(-3، 1)$

وإختلافه المركزي $\frac{1}{2}$ جد

١- معادلة القطع

٢- إذا كانت $ن(س، ص)$ نقطة تقع على محيط القطع

جد: محيط المثلث المكون من النقطة والبؤرتين ؟

الحل: $ب(5، 1)$ $ب(-3، 1)$

$ن جـ = 4$ (3، 3) قطع ناقص

$ب = 8$

$\frac{(س-1)^2}{16} + \frac{(ص-1)^2}{12} = 1$

المركز $(1، 1)$

$\frac{س^2}{ب^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$

$\frac{س^2}{ب^2} + \frac{ص^2}{\frac{3}{4} ب^2} = 1$

$ن جـ (3، 1) \Leftarrow \frac{1}{ب^2} + \frac{9}{\frac{3}{4} ب^2} = 1$

$\frac{12}{ب^2} = 1 \Leftarrow ب^2 = 13$

$ب^2 = \frac{39}{4}$

$\frac{ع^2}{13} + \frac{ص^2}{\frac{39}{4}} = 1$

$ب^2 = ب^2 - ب^2$

$\frac{1}{4} ب^2 = ب^2 - ب^2$

$ب^2 = \frac{3}{4} ب^2$

$\frac{ه}{ب} = \frac{1}{ج} \Leftarrow \frac{ه}{ب} = \frac{ج}{ب} \times \frac{1}{ج} \Leftarrow$ $\boxed{ب = ٤}$

$ه^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$٤ = ١٦ - ب^٢ \Leftarrow$ $\boxed{ب = ١٢}$

$\frac{(س-٣)^٢}{١٦} + \frac{(ص-٣)^٢}{١٢} = ١$

٢- محيط المثلث المكون من البؤرتين

$ه + ج = ٢ج + ٢ه = ٨ + ٤ = \boxed{١٢}$

١- ما الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي

فيه البعدين البؤري يساوي البعد بين

طرفي محوره الأكبر والأصغر؟

الحل

$ه^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$٤ ج^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$+ ج^٢ = ب^٢ - ج^٢$

$٥ ج^٢ = ٢ ب^٢$

$\frac{ج^٢}{ب^٢} = \frac{٢}{٥} \Leftarrow$ $\boxed{\frac{ج}{ب} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}}$ (الاختلاف المركزي)

١- دائرة رسم داخل قطع ناقص

مشكلان بالمركز (٠،٠) إذا كانت بؤرتا

محور الدائرة هما بؤرتا القطع ١، ٣

ما الاختلاف المركزي للقطع الناقص؟

مساحة القطع = ٣ × مساحة الدائرة

$\pi ب ه = ٣ \times \pi ب^٢$

$ه = ٣ب \Leftarrow$ $\boxed{ب = \frac{ه}{٣}}$ (نصف المحور الأصغر)

نصف المحور الأكبر

$ه^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$ج^٢ = ه^٢ - ب^٢$

$ج^٢ = ه^٢ - \frac{ه^٢}{٩}$

$ج^٢ = \frac{٨}{٩} ه^٢$

$\frac{ج^٢}{ه^٢} = \frac{٨}{٩} \Leftarrow$ $\boxed{\frac{ج}{ه} = \frac{٢\sqrt{٢}}{٣}}$ (الاختلاف المركزي)

١٢- جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه

$(٠،٠)$ إذا كان $س^٢ + ٤ص^٢ + ٨ = ٠$

وإحدى بؤرتيه $(-\frac{٤}{٨}، ٠)$ أي $(-\frac{١}{٢}، ٠)$

وطول المحور الأكبر يوازي محور السينات والاختلاف

المركزي $\frac{٣}{٥}$ ؟

الحل

$س^٢ + ٤ص^٢ = ٨$

$س^٢ = -٤(ص^٢ - ٢)$

القطع ناقص أفقي

المحور الأكبر

إذا $س = (٠،-ج)$

المركز $(٠،-ج)$ يرمز $(٠،٠)$ ← طرف أحد

$ب = ٠ - -ج$

$\boxed{ب = ج}$

$\frac{ج}{ه} = \frac{٣}{٥} \Leftarrow ج = \frac{٣}{٥} ه$

$ه^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$ج^٢ = ه^٢ - ب^٢$

$\frac{٩}{٢٥} ه^٢ = ه^٢ - ٤$

$٤ = \frac{١٦}{٢٥} ه^٢ \Leftarrow$ $\boxed{ه^٢ = \frac{٢٥}{٤}}$

$\Leftarrow \frac{س^٢}{\frac{٢٥}{٤}} + \frac{(ص+٢)^٢}{٤} = ١$

١٣- جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره

الأصغر (٤) وحداث وبؤرتاه هما نقطتا تقاطع

المكان الذي تعادله $س^٢ = ٨ص$ مع محور الناقص

الذي معادلته $ص^٢ = ٠ - س^٢$ ؟

أكلا $ج^٢ = ٤ \Leftarrow$ $\boxed{ب = ج}$

$س^٢ = ٨ص$ $ص^٢ = ٠ - س^٢ \Leftarrow ص^٢ = ٠ - ص$

$ص^٢ + ص - ٠ = ٠$

$(ص+٥)(ص-٤) = ٠$

$ص = ٤$ $ص = -٥$

$س^٢ = ٣٢$

$س = \pm ٤\sqrt{٢}$

البؤرتان $(٤\sqrt{٢}، ٤)$ $(-٤\sqrt{٢}، ٤)$

المركز $(٠،٤)$ ..... (٢،١)

$ج = ٤$

$\boxed{ه = ٨}$ $\Leftarrow ه^٢ = ب^٢ + ج^٢$

$\frac{س^٢}{٤} + \frac{(ص-٤)^٢}{٨} = ١$

١٤- جد معادلة القطع الناقص الذي يمس المستقيم ص = ٢ س + ٥ عند النقطة التي تشترك فيها مع المستوى الذي يكون مجموع بعديها عن النقطتين الثابتتين ب(٠،٢) ، ب'(٦،٢) يساوي ١٠ وحدات.

الحل: المحل الهندسي قطع ناقص

البؤرتان (٠،٢) ، (٦،٢)

$2ج = 6$ ، المركز $(2،2)$ ، $ه = 3$

$ج^2 = ا^2 - ب^2$

$9 = 25 - ب^2 \Leftarrow (ب^2 = 16)$

$\Leftarrow \frac{(ص-3)^2}{25} + \frac{(س-3)^2}{16} = 1$

١٥- جد معادلة القطع الناقص الذي يمس كل من المستقيمات س = ١ ، س = ٥

ص = ٠ ، ص = ١٠

الحل:

$\Delta س = 5 - 1$ ، $\Delta ص = 10 - 0$

$\Delta س = 4$ ، $\Delta ص = 10$

القطع ص = ٠ ، ص = ١٠

$2ب = 4$ ، $2ا = 10$

$(ب = 2)$ ، $(ا = 5)$

المركز $(\frac{1+5}{2}، \frac{0+10}{2})$

$(3، 5)$

$\frac{(ص-5)^2}{25} + \frac{(س-3)^2}{4} = 1$

١٦- في القطع الناقص

$3س^2 + 4ص^2 = 9$ جد بؤرتيه

ثم جد معادلة الدائرة التي مركزها المركز وتمس محور السينات؟

الحل: $3س^2 + 4ص^2 = 9$

$\frac{س^2}{3} + \frac{ص^2}{\frac{9}{4}} = 1$

$\Leftarrow$ ثم يكون $س = \pm ج$ ، $ج = \frac{\frac{9}{4}}{3} < 3$

$\Leftarrow (ا < 3)$

١٧- جد معادلة القطع الزائد الذي فيه ص = ١

رأساه هما النقطتان (-٢،٠) ، (٢،٠) وبؤرتاه (٣،٠) ، (-٣،٠)

الحل: $(ا = 2)$ ، $(ج = 3)$

$ج^2 = ا^2 + ب^2$

$\frac{س^2}{4} - \frac{ص^2}{ب^2} = 1$

$\frac{س^2}{4} - \frac{ص^2}{5} = 1$

بـ (٣،١)

$\frac{9}{4} - \frac{1}{ب^2} = 1 \Leftarrow \frac{4}{ب^2} = \frac{5}{4} \Leftarrow (ب^2 = \frac{16}{5})$

$\Leftarrow \frac{س^2}{4} - \frac{ص^2}{\frac{16}{5}} = 1$

١٨- جد معادلة القطع الزائد الذي معادلتا محوريه س = -٢ ، ص = ٢

مارا ببؤرتيه (٤،٢) وطول محوره المرافق ٤ وحدات؟

الحل: المركز (-٢،٢)

امحور بؤرتيه (٤،٢) قطع زائد سيني

$\boxed{ا = 2}$ $2ب = 4 \Leftarrow (ب = 2)$

$ج^2 = ا^2 + ب^2$

$36 = ا^2 + 4 \Leftarrow (ا^2 = 32)$

$\Leftarrow \frac{(س+2)^2}{32} - \frac{(ص-2)^2}{4} = 1$

١٩- جد معادلة القطع الذي اختلافه المركزي $(\frac{1}{2})$ وامحور بؤرتيه (١١،٢) مرأساه يبعدان عن كل البؤرتين (١٠،٢) ، (١٢،٢)؟

الحل: $\frac{ج}{ا} = \frac{1}{2} \Leftarrow (ا = 2ج)$

امحور بؤرتيه (١١،٢)

ا ر أ = ب (٢،١٠) $\Leftarrow 2ا = 2ب + 2ج$

$9 = ا + ج$

$9 = 2ج + ج$

$(ج = 3)$ ، $(ا = 6)$

$ب^2 = ا^2 - ج^2$

$ب^2 = 36 - 9 = 27$

$\frac{(س-11)^2}{36} + \frac{(ص-2)^2}{27} = 1$

$ج = ٩ - ٢ = ٧$

$ج^٢ = ٢^٢ + ب^٢$

$٢٦ = ٩ + ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٢٧$

(٢،١) (٢،٢٠) (٢،١١)

المركز $= (٢،\frac{١٠+٣}{٢}) = (٢،٧)$

قطع $\frac{(س-٧)^٢}{٩} - \frac{(ص-٢)^٢}{٢٧} = ١$

٢- إذا كان طول المحور القاطع لقطع زائد يساوي ٤ أمثال طول محوره الرافعه فجد الإختلاف المركزي ؟

الحل: $٢ج = ٤ . ٢ب$

$ج = ٤ب \Leftarrow ب = \frac{ج}{٤}$

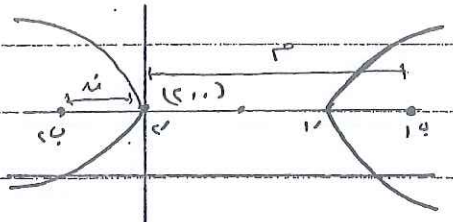
$ج^٢ = ب^٢ + ب^٢$

$ج^٢ = ب^٢ + \frac{ج^٢}{١٦}$

$ج^٢ - \frac{ج^٢}{١٦} = ب^٢ \Leftarrow \frac{١٥}{١٦} ج^٢ = ب^٢$

$\frac{ج}{ب} = \frac{١٧}{٤}$ (١٧)

٣) الشكل المجاور يمثل قطع زائد إختلافه المركزي ٢ إذا كان $م$ نقطة تبعد ٣ أمثال طول محوره الرافعه عن $ب$ فجد مساحة $\triangle$ م ب ن



الحل:

$\frac{ج}{ب} = ١،٥ \Leftarrow ج = ١،٥ ب$ (١)

م × ن ه = ٣ (٢ ب)

$(ج+ب)(ج-ب) = ٢ (٢ ب)$

$ج^٢ - ب^٢ = ٦ ب$

$ب^٢ = ٦ ب \Leftarrow ب^٢ - ٦ ب = ٠$

$ب(ب-٦) = ٠$

تفوق ..... إبداع ..... تميز $\Leftarrow ب = ٦$

$ج^٢ = ب^٢ + ب^٢$

$(\frac{٥}{٤} ب)^٢ = ب^٢ + ٣٦$

$\frac{٢٥}{١٦} ب^٢ = ب^٢ + ٣٦$

$\frac{٩}{١٦} ب^٢ = ٣٦ \Leftarrow ب^٢ = \frac{١٦ \times ٣٦}{٩}$

$ب^٢ = ٦٤$

$ب = ٨$

المركز $= (٥+٠، ٢+٨) = (٥، ١٠)$

$\Leftarrow \frac{(س-٨)^٢}{٦٤} - \frac{(ص-٢)^٢}{٣٦} = ١$

٢٢- جد الإختلاف المركزي للقطع الزائد الذي البعد بين أحد رأسيه عن البؤره البعيده عنه يساوي أربعة أمثال بعده عن البؤره القريبه منه ؟

الحل: $ب + ب = ٤ (ب - ب)$

$ب + ب = ٤ ب - ٤ ب$

$٥ ب = ٣ ب$

$\frac{ج}{ب} = \frac{٥}{٣}$

٢٣- جد معادلة القطع الزائد الذي إحدى بؤرتيه مركز الدائره التي معادلتها $(س-٦)^٢ + (ص-٤)^٢ = ٣٦$ وطول محوره الرافعه يساوي طول قطر هذه الدائره ومعادلة محوره الرافعه $س = ١$

الحل: $٤(س-٣)^٢ + ٤(ص-٢)^٢ = ٣٦$

$(س-٣)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٩$ (١)

المركز (٣،٢) $\quad ج = ٣$

↓

(بؤرتيه (٣،٥)، (٣،-١)) $\quad ب = ٢$ (٢)

المحور الرافعه $س = ١ \Leftarrow$ المركز (١،٢)

$ج^٢ = ب^٢ + ب^٢ \Leftarrow ١٦ = ٩ + ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٧$ (٤)

$\frac{(س-١)^٢}{٧} - \frac{(ص-٢)^٢}{٩} = ١$

٤٤- إذا كان هـ، هـ٢ يمثلان الإختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين اللذين معادلتهما $\frac{س^2}{ل^2} - \frac{ص^2}{ك^2} = 1$ ، $\frac{ص^2}{ك^2} - \frac{س^2}{ل^2} = 1$

أثبت أن $\frac{1}{هـ^2} + \frac{1}{هـ_2^2} = 1$

الحل: $ب^2 = ك^2$ ، $ب^2 = ل^2$

$جـ^2 = ب^2 + ك^2$ ، $جـ^2 = ب^2 + ل^2$

$هـ^2 = \frac{جـ^2}{ب^2} = \frac{ل^2 + ك^2}{ل^2}$ ، $هـ_2^2 = \frac{جـ^2}{ب^2} = \frac{ل^2 + ل^2}{ل^2}$

$= \frac{ل^2}{ل^2 + ك^2} + \frac{ل^2}{ل^2 + ل^2} = \frac{ك^2}{ل^2 + ك^2} + \frac{ل^2}{ل^2 + ل^2} = 1$ #

٤٥- من خلال القطع المخروطي $\frac{(س-1)^2}{م-1} + \frac{(ص-2)^2}{م-3} = 1$

أوجد قيم م بحيث يكون القطع ناقص

ب) قطع زائد

الحل

٤٦) قطع زائد معادلته $س^2 - 2ص^2 + 12ص = ل$

جد قيم ل التي تجعل محور التماثل موازياً لمحور السينات

الحل $س^2 - 2(ص^2 - 6ص + 9) = ل - 18$

$س^2 - 2(ص-3)^2 = ل - 18$

$\frac{س^2}{ل-18} - \frac{(ص-3)^2}{\frac{ل-18}{2}} = 1$

حتى يكون القطع موازياً لمحور السينات قطع زائد

$ل - 18 > 0 \Leftarrow (ل > 18)$

٤٧- إذا كانت النقطة (س، ص) تتحرك بحيث تبقى حسب المعادلتين

$س = 2ظاهـ - 1$ ، $ص = 3ظاهـ + 2$

حيث هـ زاوية متغيرة جد معادلة المسار وبين نوعه؟

الحل $س = 2ظاهـ - 1$ $ص = 3ظاهـ + 2$

$ظاهـ = \frac{س+1}{2}$ $ظاهـ = \frac{ص-2}{3}$

$ظا^2هـ - ظا^2هـ = 1$

$\frac{(س+1)^2}{4} - \frac{(ص-2)^2}{9} = 1$

الحل الكتب قطع زائد

٤٨- إذا كانت النقطة (س، ص) تتحرك في المستوى وتحدد موقعها في الأكثر شمولاً بالمعادلتين

$س = 2جاهـ - 1$ $ص = جتاهـ - 2$

جد معادلة المسار وبين نوعه؟

الحل $جاهـ = \frac{س+1}{2}$ $جتاهـ = ص+2$

$جا^2هـ + جتا^2هـ = 1$

$\frac{(س+1)^2}{4} + (ص+2)^2 = 1$

الحل الكتب قطع ناقص

٢٩- تتحرك النقطة $أ(س، ص)$ في المستوى بحيث يتحدد موقعها في الزمن $ن$ بـ:

$س = ٣(جا ن + جتا ن)$ $ص = ٥(جا ن - جتا ن)$

جـ معادلة المسار الذي تمر عليه $أ$؟

الحل

$\frac{س}{٣} = جا ن + جتا ن$ $\frac{ص}{٥} = جا ن - جتا ن$

$\frac{س^٢}{٩} = (جا ن + جتا ن)^٢$ $\frac{ص^٢}{٢٥} = (جا ن - جتا ن)^٢$

$\frac{س^٢}{٩} = ١ + ٢ جا ن جتا ن$ $\frac{ص^٢}{٢٥} = ١ - ٢ جا ن جتا ن$

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ٢$

$\frac{س^٢}{١٨} + \frac{ص^٢}{٥٠} = ١$

أكمل الكتاب ... قطع ناقص

٣٠- جـ معادلة أكمل الكتاب ... للنقطة $ب(س، ص)$ التي تتحرك في المستوى في الربعين الأول والثالث بحيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين؟

$ب(س، ص)$

$ص = ٠$ $ص = س$

$\frac{|ص|}{١} = \frac{|س|}{١}$

$|ص| = |س|$

$ص = س$ $ص = -س$

مرفوض

٣١- جـ أكمل الكتاب ... للنقطة $ب(س، ص)$ التي تتحرك في المستوى بحيث بعدها عن النقطة $(٤، ٠)$ يساوي $\frac{٣}{٤}$ بعدها عن المستقيم $٤ص - ٩ = ٠$.

الحل

$ب(س، ص)$

$(٤، ٠) = \frac{٣}{٤} \times ص = \frac{٩}{٤}$

$س^٢ + (ص - ٤)^٢ = \frac{٩}{١٦}(٤ص - ١٩)^٢$ نرفع للتربيع

$س^٢ + ص^٢ - ٨ص + ١٦ = \frac{١}{٩}(١٦ص^٢ - ٧٦ص + ٣٦١)$

$س^٢ + ص^٢ - ٨ص + ١٦ = \frac{١٦}{٩}ص^٢ - \frac{٧٦}{٩}ص + ٤$

$س^٢ = \frac{٧}{٩}ص^٢ + \frac{٤}{٩}ص - ٧$

أكمل الكتاب ... قطع زائد

٣٢) جـ معادلة أكمل الكتاب ... للنقطة $ب(س، ص)$ التي تتحرك في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره (٣) وحدات عن المستقيم $٣س + ٤ص = ٥$ وعرّف بناء حركتها بأن المكان $(س، ص) = ١٦(ص - ٢)$

الحل

$د(س، ص)$

بما تبعد ٣ وحدات عن $٣س + ٤ص = ٥$

$\frac{|٣س + ٤ص - ١٥|}{\sqrt{٩ + ١٦}} = ٣$

$|٣س + ٤ص - ١٥| = ١٥$

$٣س + ٤ص - ١٥ = ١٥$ أو $٣س + ٤ص - ١٥ = -١٥$

$٣س + ٤ص - ٣٠ = ٠$ $٣س + ٤ص = ٠$

قرد (٢، ٤) غير (٢، ٤)

$١٢ + ٨ - ٣٠ = ٠$ $٠ = ٠$

$١٥ = ١٥$ $١٥ = -١٥$

محل ✗

∴ أكمل الكتاب ... هو الخط المستقيم $٣س + ٤ص - ٣٠ = ٠$