

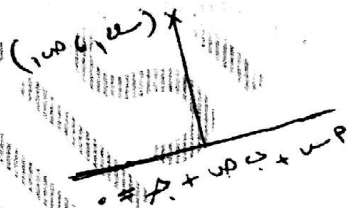
* القَطوع المتروكوية :

* البعد بين نقطتين $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = OP$

* إحداثيات منتصف المسافة بين نقطتين
إحداثيات P هي $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$

* لمحول العمود انزاله من نقطة على مستقيم معلوم

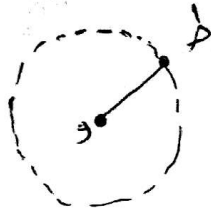
$$\left| \frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right| = d$$



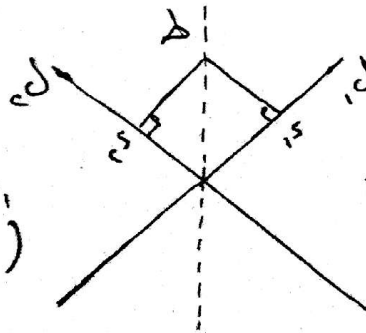
* المحل الهندسي : يعرف بأنه الشكل الهندسي الذي ترسعه نقطة تتحرك تحت شروط معينة ← تحفل على معادلة المحل الهندسي بكتابة الشرط التابع ومن ثم استخدام القوانين للمحول على المعادلة .

مثل : المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بعد ثابت من نقطة ثابتة في المستوى هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها البعد الثابت .

الشرط هو $r = ثابت$



مثل : المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بعدين متساويين من نقطتين L_1, L_2 في المستوى هو خط مستقيم ينصف الزاوية بين المنقطتين



الشرط هو $(r_1 = r_2)$

(١)

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

* الدائرة: هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث تكون على بعد ثابت من نقطة ثابتة.
 وتسمى النقطة الثابتة المركز (د، هـ) والبعد الثابت هو نصف القطر (ر)
 * الصورة الجبرسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (د، هـ) ونصف قطرها (ر) هي:

$$(x-d)^2 + (y-h)^2 = r^2$$

مثال: اكتب معادلتين مركز و طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

(أ) $(x-5)^2 + (y-1)^2 = 17$ ← المركز (5، 1) $r = \sqrt{17}$

(ب) $x^2 + y^2 = 9$ ← المركز (0، 0) $r = 3$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (5، 0) وطول نصف قطرها 4

الحل: $(x-5)^2 + (y-0)^2 = 16$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (0، 2) وتحتوي بالنقطة (3، 2)

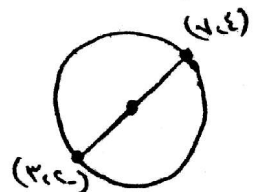
الحل: $r = \sqrt{(3-0)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{9+0} = 3$
 المعادلة: $(x-0)^2 + (y-2)^2 = 3^2$



مثال: اكتب معادلة الدائرة التي طرفي قطر منبرها هما (7، 4) و (2، 0)

الحل: المركز $(\frac{7+2}{2}, \frac{4+0}{2}) = (\frac{9}{2}, 2)$

$r = \sqrt{(5-\frac{9}{2})^2 + (4-2)^2} = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + 2^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{17}{4}}$

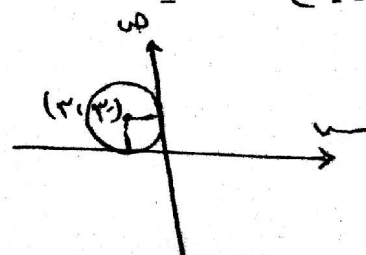


المعادلة: $(x-\frac{9}{2})^2 + (y-2)^2 = \frac{17}{4}$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي 3 وتمس المحورين وتقع في الربع الثاني

الحل: المركز (3، 3) $r = 3$

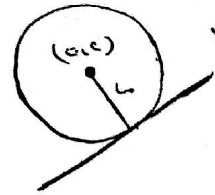
المعادلة: $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$



(2)

سؤال: أكتب معادلة الدائرة التي مركزها (٥،٤) وعين المستقيم ٣ - ٤ + ٥ = ٠

الحل: $r = \frac{|4 + 0 \times 5 + 5 \times 3|}{\sqrt{16 + 9}}$

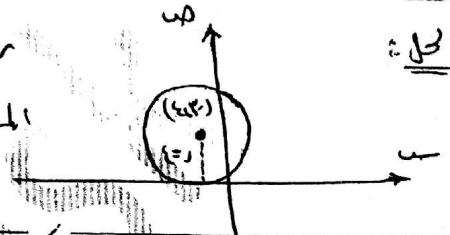


المعادلة: $36 = (x-5)^2 + (y-4)^2$

سؤال: أكتب معادلة الدائرة التي مركزها (-٣، ٤) وعين محور السينات

الحل: $r = 4$

المعادلة: $16 = (x+3)^2 + (y-4)^2$



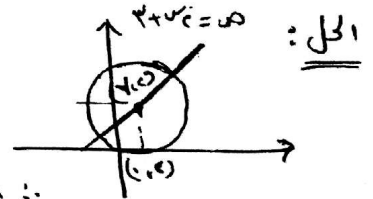
سؤال: أكتب معادلة الدائرة التي مركزها يقع على المستقيم ٣ + ٤ = ٥ عند النقطة (٠، ٤)

الإحداثي السيني للمركز هو ٥ = ٣ + ٤

ولابد إيجاد ٥ = ٣ + ٤ = ٥

∴ المركز (٥، ٤) وبما أن الدائرة مماسية لمحور السينات تكون $r = 4$

∴ المعادلة: $16 = (x-5)^2 + (y-4)^2$



سؤال: أكتب معادلة الدائرة التي عينها المستقيمان ٣ = ٤ و ٧ = ٥

الحل: القطر $7 = 4 - 5 = 1$

∴ $r = 0.5$

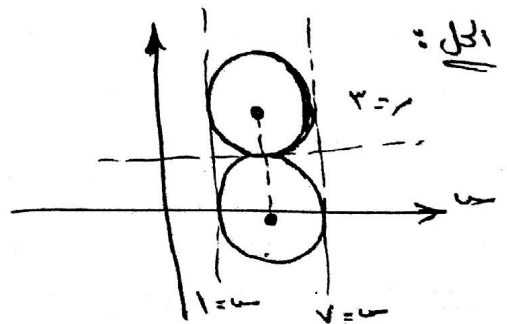
نوجد حالتان:

أ) $(1 - 4) = (3 - c, \frac{7+1}{c})$

المعادلة: $9 = (1 + 4)^2 + (4 - c)^2$

ب) $(0, 4) = (3 + c, \frac{7+1}{c})$

المعادلة: $9 = (0 - 4)^2 + (4 - c)^2$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

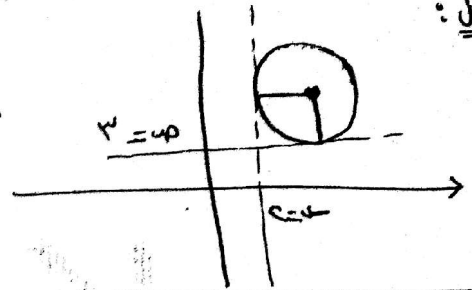
سؤال: اكتب معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين $u = 3$ و $v = 16$ ولها نصف قطرها 2 و تقع في الربع الأول

الحل:

$r = 2$

المركز $(2+3, 2+16) = (5, 18)$

المعادلة: $(x-5)^2 + (y-18)^2 = 2^2$



لا حاجة: عند ذلك انقوس معادلة الدائرة نحصل على الصورة العامة وذلك

بعد فرض $u = 3$ و $v = 16$

وتكون: $x^2 + y^2 + 2Ax + 2By + C = 0$

ويكون المركز $(-A, -B) = (3, 16)$ نصف معادل $u = 3$ نصف معادل $v = 16$

ويكون $r = \sqrt{A^2 + B^2 - C}$

سؤال: جد مركز ونصف قطر الدوائر:

(1) $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 15 = 0$

الحل: المركز $(-1, 2) = (-1, 2)$

$r = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 - (-15)} = \sqrt{16} = 4$

(2) $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 17 = 0$

الحل: المركز $(3, -4) = (3, -4)$

$r = \sqrt{3^2 + (-4)^2 - (-17)} = \sqrt{36} = 6$

(3) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$

المركز $(-2, 3) = (-2, 3)$

$r = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 - (-12)} = \sqrt{25} = 5$

(4)

نقسم على 3

الاسئلة صلا مسك
.٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٣،١)، (٣،٥)، (١،٥)

الحل: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

تمر ب (١،٥) $\leftarrow x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

① $\leftarrow 0 = 1 + 25 + a + 5b + c$

تمر ب (٣،٥) $\leftarrow x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

② $\leftarrow 13 = 9 + 25 + 3a + 5b + c$

تمر ب (٣،١) $\leftarrow x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

③ $\leftarrow 10 = 9 + 1 + 3a + b + c$

لأخذ المعادلات ونحلها بطريقة الحذف $\leftarrow \begin{cases} 10 = a \\ \frac{1}{5} = b \\ \frac{3}{5} = c \end{cases}$

∴ المعادلة: $x^2 + y^2 + 10x + \frac{1}{5}y + \frac{3}{5} = 0$

مركزها = $10 = 2a$ \leftarrow $a = 5$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٤،١)، (١،٤) ومركزها يقع على

المستقيم $5x - 2y = 11$

الحل: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

تمر ب (١،٤) $\leftarrow x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

① $\leftarrow 17 = 1 + 16 + a + 4b + c$

تمر ب (٤،١) $\leftarrow x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

② $\leftarrow 17 = 16 + 1 + 4a + b + c$

المركز (٢،٢) يقع على $5x - 2y = 11$ \leftarrow $10 - 4 = 11$ \leftarrow $6 = 11$ \leftarrow $5 = 6$ \leftarrow $1 = 6$

نحل المعادلات بالحذف $\leftarrow \begin{cases} 3 = b \\ 2 = a \\ 3 = c \end{cases}$ \leftarrow $1 = a$

المعادلة: $x^2 + y^2 + 10x + \frac{1}{5}y + \frac{3}{5} = 0$

$\leftarrow x^2 + y^2 + 10x + \frac{1}{5}y + \frac{3}{5} = 0$

(٠٠)

الامتداد عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

سؤال ١ : في الدائرة $x^2 + y^2 - 6x + 9 = 0$ إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ فجد r .

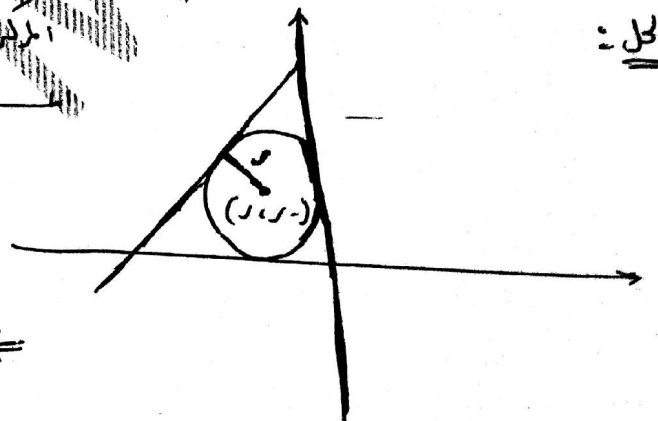
الحل : المركز $(٣, ٠)$ $r = \sqrt{3^2 + 0^2 + 9} = 6$ $\leftarrow r = \sqrt{3^2 + 0^2 + 9} = 6$
 $\leftarrow 16 = 16 + 0 = r^2 \leftarrow r = 4$

سؤال ٢ : في المعادلة $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$ ما قيمة r بحيث تظل هذه المعادلة دائرة .

الحل : المركز $(-٢, ٢)$ $r = \sqrt{(-٢)^2 + 2^2 + 4} = \sqrt{16} = 4$
 يجب تظل دائرة بحيث $r > 0$ أي $r > 4$

سؤال ٣ : أكتب معادلة الدائرة التي ممس الجوارب وتمس المستقيم $3x + 4y - 19 = 0$ ويقع مركزها في الربع الثاني .

المركز (r, r)
 المستقيم $3x + 4y - 19 = 0$
 $|3r + 4r - 19| = r \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $|7r - 19| = 5r$



أو $7r - 19 = 5r$

$2r = 19$

$r = 9.5$

$19 - 7r = 5r$

$19 = 12r$

$r = 1.58$

المعادلة ؟

المعادلة : $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 19 = 0$

$1 = (1-x)^2 + (1+y)^2$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تعكس المحورين وتر بالقطعة (١٠١)

الحل:

المركز: $(-r, r)$

$$r = \sqrt{r^2 + (1+r)^2}$$

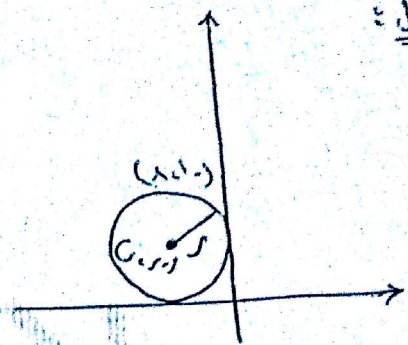
$$r^2 = r^2 + (1+r)^2$$

$$r^2 = r^2 + 1 + 2r + r^2$$

$$0 = 1 + 2r$$

$$0 = (5-r)(13-r)$$

$$r = 5, r = 13$$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

عندما $r=5$

المركز: $(5, 5)$

المعادلة: $1 = (x-5)^2 + (y-5)^2$

عندما $r=13$

المركز: $(-13, 13)$

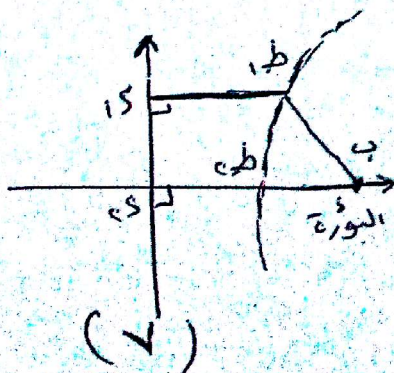
المعادلة: $169 = (x+13)^2 + (y-13)^2$

* القطع المكافئ:

* القطع المخروطي: هو الحل الهندسي (الشكل الهندسي) الذي ترسعه نقطة تتحرك في المستوى بشرط أن تكون نسبة بعدها عن نقطة ثابتة إلى بعدها عن مستقيم ثابت ياروي نسبة ثابتة، هي نسبة النقطتين الثانية بنورة القطع وليس المستقيم الثابت دليل القطع ونسبة النقطتين الاخرى المركز للقطع (ف) وتكون نسبة القطع كما يلي:

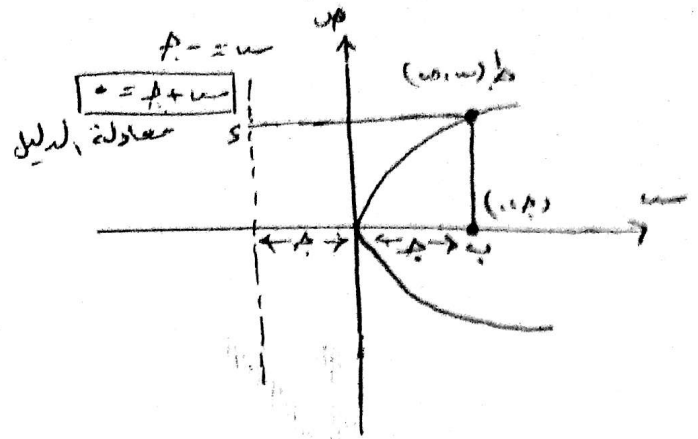
- أولاً: إذا كانت النسبة الثانية تساوي (١) فهي قطع مكافئ
- ثانياً: = = = أقل من (١) = ناقصاً
- ثالثاً: = = = أكبر من (١) = زائداً
- رابعاً: = = = تساوي صفر = دائرة

$$\frac{ط\text{ب}}{ط\text{د}} = \frac{ط\text{د}}{ط\text{د}} = \text{ثابت}$$



* يوجد ٤ حالات القطع المكافئ إذا كان الرأس يقع في نقطة الأصل

هو الحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بشرط أنه يكون بعدها عن نقطة ثابتة يساوي بعدها عن مستقيم ثابت



حسب الشرط: $x = a + s$

$$\left| \frac{a+s}{\sqrt{(a+s)^2 + s^2}} \right| = \sqrt{(a+s)^2 + s^2}$$

نربع الطرفين $|a+s| = \sqrt{(a+s)^2 + s^2}$

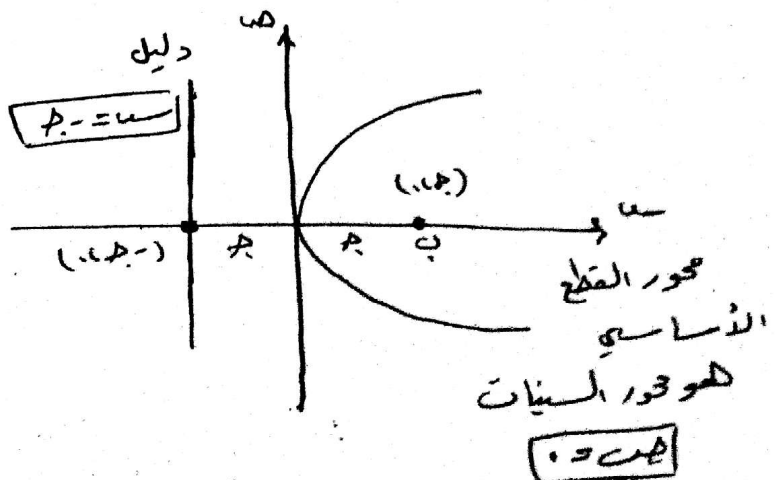
$$a+s = \sqrt{(a+s)^2 + s^2}$$

معادلة القطع المكافئ $\boxed{y^2 = 4ax}$

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

* المحاور المتعددة للقطع المكافئ ومعادلاته:
١) قطع مكافئ سيفي موجب رأسه (٠,٠)

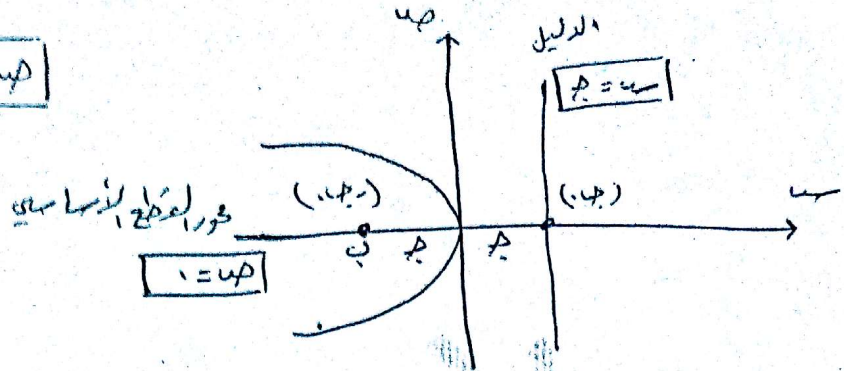
$$\boxed{y^2 = 4ax}$$



(٨)

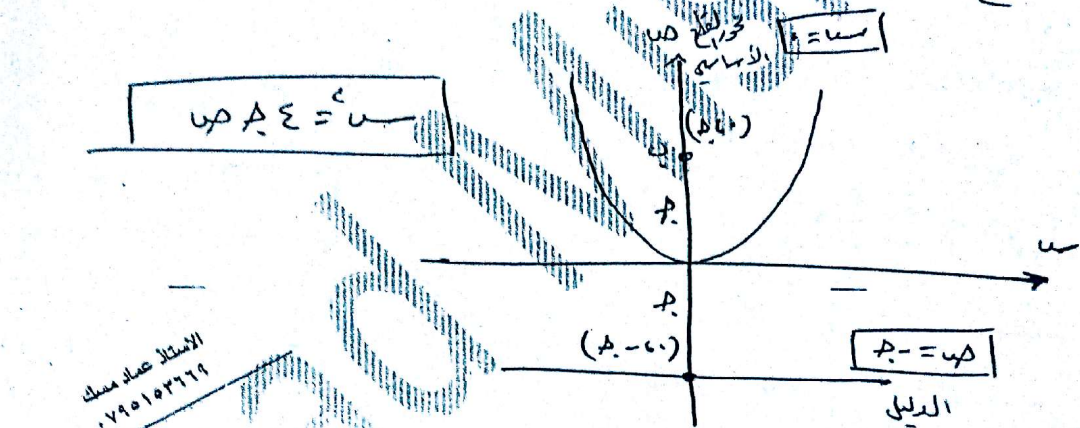
٢) قلمح مكافئ: سيني الب رأسه (٠,٠)

$٧٥ = ٤٠ - ٣٠$



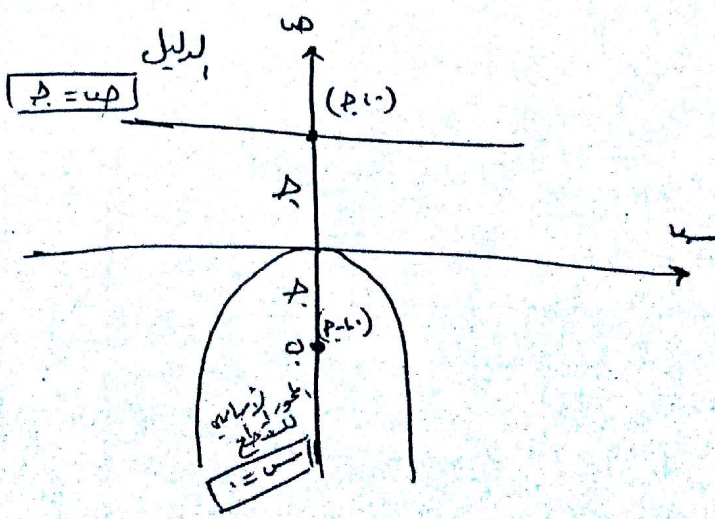
٣) قلمح مكافئ: هادي صوب رأسه (٠,٠)

$٧٥ = ٤٠ - ٣٠$



٤) قلمح مكافئ: هادي الب رأسه (٠,٠)

$٧٥ = ٤٠ - ٣٠$



(٩)

مثال عن جميع المثلثات عند كل قطع من القطوع التالية:

١) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

٢) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

٣) $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1$

٤) $\sin^2 \theta - \cos^2 \theta = 1$

الحل: ١) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

قطع مكافئ يهادي اليه

أخيه (٠، ١)

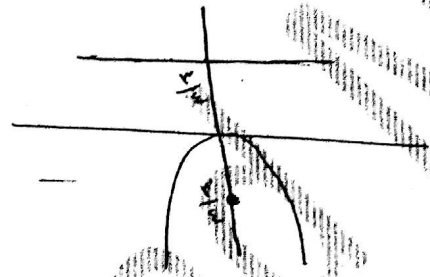
* معادلة محور الأساس $\sin^2 \theta = 0$

$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 = 1$

* البؤرة $(\frac{3}{4}, 0)$

معادلة الدليل $\frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$0 = 3 - 4$



الامتداد عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

٢) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

٣) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

٤) $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$

قطع مكافئ يهادي اليه

أخيه (٠، ٠)

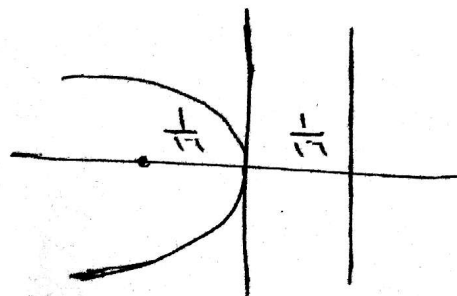
* معادلة محور الأساس $\sin^2 \theta = 0$

$\frac{1}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

* البؤرة $(\frac{1}{16}, 0)$

* معادلة الدليل $\frac{1}{16} = \frac{1}{16}$

$0 = 1 - 16$



٣) $x^2 = 4y$ $x^2 = 4y$
 $x^2 = 4y$

* قطع مكافئ، هادي موجب
 الرأس (٠، ١)

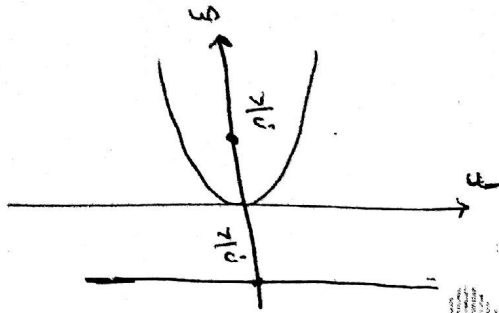
* معادلة المحور التماسي $y = 1$

$\frac{1}{4} = A \leftarrow \frac{1}{4} = 4A$

* البؤرة $(0, \frac{1}{4})$

* معادلة الدليل $x^2 = 4y$

$x^2 = 4y$



٤) $x^2 = 4y$ $x^2 = 4y$
 $x^2 = 4y$

* قطع مكافئ، هادي سببي موجب
 الرأس (٠، ١)

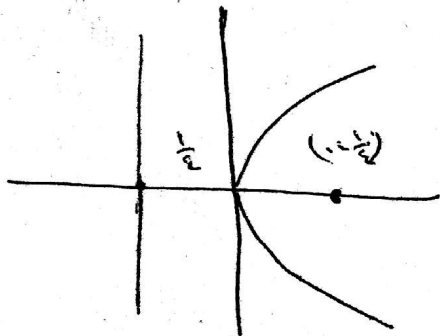
* معادلة محور التماس $y = 1$

$\frac{1}{4} = A \leftarrow 1 = 4A$

* البؤرة $(0, \frac{1}{4})$

* معادلة الدليل $x^2 = 4y$

$x^2 = 4y$

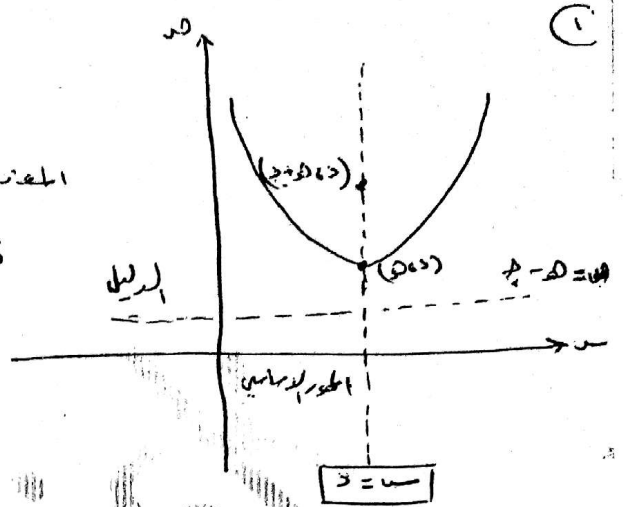


* محور معادلة القطع المكافئ المتعددة عندما يكون الرأس (د، هـ)

المعادلة: $(x - d)^2 = 4p(y - h)$

قطع مكافئ مفتوح

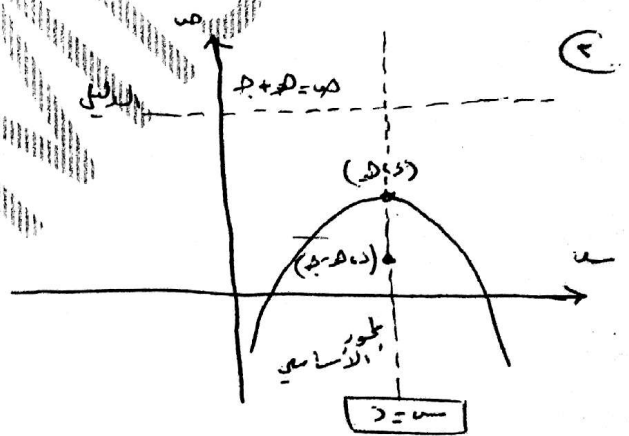
المحور $x = d$



المعادلة: $(x - d)^2 = -4p(y - h)$

قطع مكافئ مفتوح للأسفل

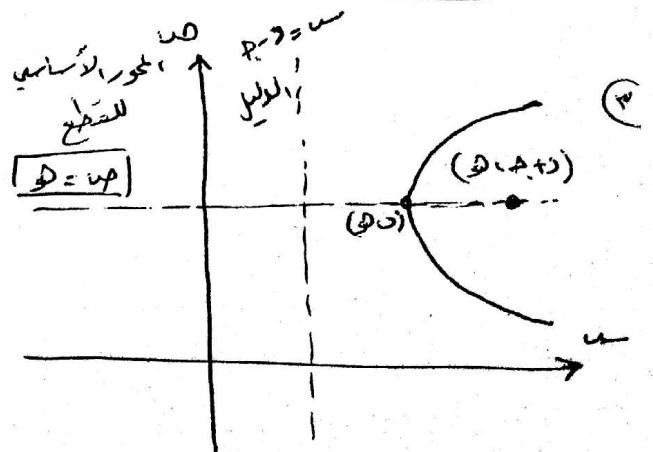
المحور $x = d$



المعادلة: $(y - h)^2 = 4p(x - d)$

قطع مكافئ مفتوح يميناً

المحور $y = h$



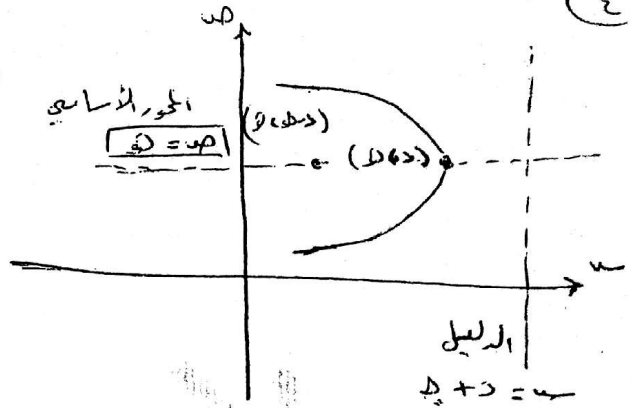
الاستاذ عماد مسك
.٧٩٥١٥٣٦٦٩

٤

المعادلة: $(u - 3)^2 = 4 - (u - 3)$

المحور **أصبت** $(u = 3)$

قطع مكافئ سيفي



- ١) منحني لبيانات القطع المكافئ إذا عرفت معادلته ؛
- ٢) بعد وضع المعادلة بالصورة المناسبة $(u - 3)^2 = 4 - (u - 3)$ يمكن معرفة ما يلي ؛
- ٣) القطع المكافئ سيفي أو صادي بعكس الترتيب فيه
- ٤) القطع موجب أو سالب حسب إشارة معامل الدرجة الأولى فيه
- ٥) الرأس فنصل عليه بموازية المحور الكلي لنصل على الترتيب بالصورة
- ٦) معادلة محور القطع الأساسي فنصل عليه بموازية المحور الكلي لنصل على الترتيب بالصورة
- ٧) البؤرة فنصل عليها بموازية أو طرئ (p) مع الإحداثي السيني أو الإحداثي الصادي للرأس حسب ما يكون القطع موجباً أو سالباً سنياً أو صادياً
- ٨) معادلة دليل القطع فنصل عليها بعكس العمل الذي أجري للوصول على البؤرة

* ملاحظة : يقصد بالقطع أنه سيفي أو صادي بآثار محوره يوازي محور السينات أو الصادات .

مثال : عين جميع المعلومات عن كل قطع مع القطوع التالية :

١) $(1 + u - 3)^2 = 4 - (u - 3)$

٢) $10 = u^2 + 4u - 8$

٣) $0 = u^2 + 4u - 8$

٤) $0 = 0 + u - 3$

الاستاذ عماد مسك
٧٩٥١٥٣٦٦٩

الخطوة 1 $(1+u-x) = c \sqrt{c-3u}$ نخطها بالصورة القياسية

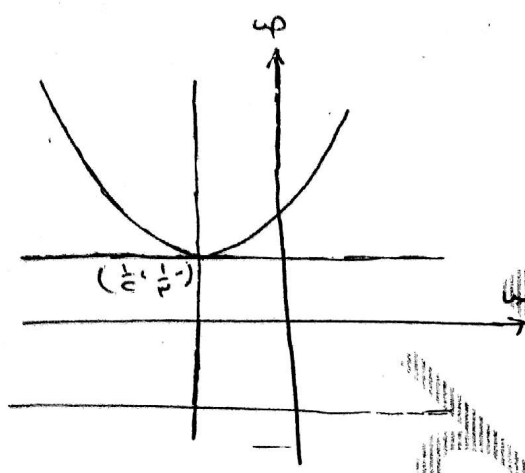
$(\frac{1}{c}-u) \cdot c = (\frac{1}{c}+u)^2$ ←

$(\frac{1}{c}-u) \sqrt{c} = (\frac{1}{c}+u)^2$ ←

$\frac{1}{c}x$
 $(\frac{1}{c}-u) \sqrt{c} = (\frac{1}{c}+u)^2$
 $(\frac{1}{c}-u) \sqrt{c} = (\frac{1}{c}+u)^2$

القطع مكافئ مهادي موجب

الرأس $(\frac{1}{c}, \frac{1}{c})$



$0 = \frac{1}{c} + u$
 $\frac{1}{c} = -u$
 $0 = 1 + u^2$

معادلة محور القطع ←

$\boxed{c = 4}$ ← $1 = 4 \cdot \frac{1}{c}$

* الصورة $(c + \frac{1}{c}, \frac{1}{c}) = (4 + \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

* معادلة الدليل ← $c - \frac{1}{c} = u$

$\frac{1}{c} = u$

$0 = 3 + u^2 c$

2) $10 = c^2 - 4c + 4u$ مع طريقة أكمال المربع

نصنف وننظر $(\frac{1}{c} \text{ معامل } u)$ ← $u = c$

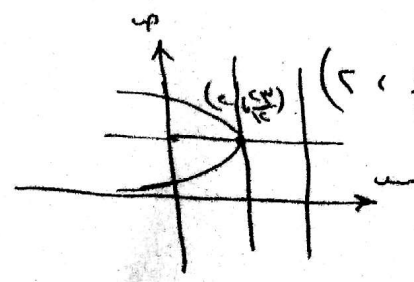
$10 + u - 1c = (c - \frac{1}{c} + u)^2$ ←

$10 + u - 1c = (c - \frac{1}{c} + u)^2$ ← $10 + u - 1c = (c - \frac{1}{c} + u)^2$ ←

$\frac{1}{c}x$ $(\frac{1}{c} - u) \sqrt{c} = (\frac{1}{c} + u)^2$ ← $23 + u - 1c = (c - \frac{1}{c} + u)^2$ ←

قطع مكافئ مهادي موجب

الرأس $(c, \frac{1}{c})$ * معادلة محور القطع $c = u$



$\boxed{\frac{1}{c} = 4}$ ← $2 = 4 \cdot \frac{1}{c}$

* معادلة الدليل $\frac{1}{c} + \frac{1}{c} = u$

(٣) $3 = 3u + u^2 - u^3$

$3 = (u^2 - u^3) - 2u$ \leftarrow $1 = (1-u)^3$ \leftarrow $1 = 1 - 3u + 3u^2 - u^3$

$0 = -3u + 3u^2 - u^3$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

قطع مكافئ $u^2 - 3u + 3 = 0$ الرأس $(1.5, 1.75)$

الرأس $(1.5, 1.75)$

* معادلة محور القطع $u = 1.5$

$u = 1.5$ \leftarrow $u = 1.5$

* البؤرة $(1.5, 1.75)$

* معادلة الدليل $u = 1.5$

$0 = -u(3 - 3u + u^2)$ \leftarrow $0 = -u(3 - 3u + u^2)$

(٤) $0 = 0 + u - u^2$ \leftarrow $0 = u - u^2$

قطع مكافئ $u - u^2 = 0$ الرأس $(0.5, 0.25)$

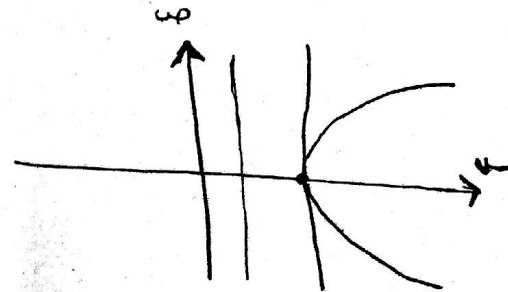
الرأس $(0.5, 0.25)$

* معادلة محور القطع $u = 0.5$

$u = 0.5$ \leftarrow $u = 0.5$

* البؤرة $(0.5, 0.25)$

* معادلة الدليل $u = 0.5$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

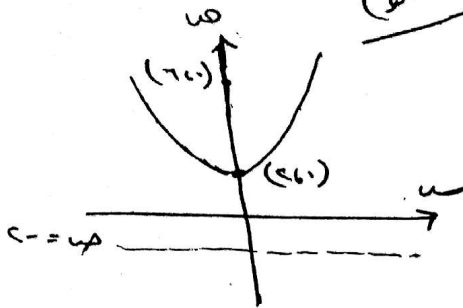
مثال: لكل قطع مكافئ فيما يلي عيناه الرأس والبؤرة واكتب معادلة المحور والدليل.

$$\textcircled{1} \frac{1}{4}x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 32x + 64 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 32x + 64 = 0 \Leftrightarrow (x-16)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 16$$

قطع مكافئ مهادي موجب

$$\frac{1}{4}(x-16)^2 = 0$$



* الرأس (١٦، ٠)

* معادلة المحور $x = 16$

* $4 = p$ $\Leftrightarrow 16 = 4p$

* البؤرة (١٦، ٤) = (٤ + ١٦، ٤)

* معادلة الدليل $y = 4$ $\Leftrightarrow y - 4 = 0$

$$\textcircled{2} x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

قطع مكافئ مهادي موجب

$$\frac{1}{4}(x-3)^2 = 0$$

* الرأس (٣، ٠)

* المحور $x = 3$

* $3 = p$ $\Leftrightarrow 9 = 4p$

* البؤرة (٣، ٣) = (٣ + ٣، ٣)

* الدليل $y = 3$ $\Leftrightarrow y - 3 = 0$

$$\textcircled{3} x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

قطع مكافئ مهادي موجب

$$\frac{1}{4}(x-2)^2 = 0$$

* الرأس (٢، ٠)

* المحور $x = 2$

* $1 = p$ $\Leftrightarrow 4 = 4p$

* البؤرة (٢، ١) = (٢ + ٢، ١)

* الدليل $y = 1$ $\Leftrightarrow y - 1 = 0$

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

$$0 + 507 = 1 + 5 \iff 0 - 4 + 8 + 5 = 07 \iff 07 = 1 + 5$$

$$2 + 0 + 507 = (1 + 5 + 5) \iff 0 + 507 = (5 + 5) \iff$$

$$(10 + 40) 7 = (1 + 5) \iff 9 + 507 = (1 + 5) \iff$$

$$(1,0 + 40) \frac{7}{2} = (1 + 5) \iff$$

قطع وشق صادي يوجب

$$\frac{(10 - 40) 7}{(1 + 5)}$$

$$(1,0 + 40) \frac{3}{2} = (1 + 5) \iff$$

* الرأس (1,0 - 1)

* المحور 1 - 5

$$\frac{3}{8} = 3 \iff \frac{3}{2} = 3$$

* البؤرة $(\frac{9}{8}, 1) = (\frac{3}{8} + \frac{3}{2}, 1)$

* الدليل $10 - 5 = \frac{3}{8} - \frac{3}{2} = 10 - 5$

* ملاحظة: كتابة معادلة الخط المماس يجب معرفة إحداثيات الرأس و $\frac{3}{2}$

مثال: اكتب معادلة القطع المماس الذي:

أ) رأسه (5, 4) وبؤرته (16, 9)

ب) رأسه (14, 3) وبؤرته (16, 9)

الحل: أ) $1 - 0 = 1$

المعادلة: $(1 - 5) = 5 - 10$
 $(5 - 4) 16 = (5 - 10)$

ب) $7 = (3 - 1) - 6 = 7$

المعادلة: $(7 - 5) = (5 - 10)$

$$(3 + 5) 8 = (1 - 5)$$

* ملاحظة: إذا علم الرأس والبؤرة فإننا نأخذ المعادلة مباشرة
إذا علم الرأس والدليل فإننا نأخذ المعادلة مباشرة

سؤال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:
 (أ) رأسه (١,٤) ودليله $b = 3$
 (ب) رأسه (٤,٣) ودليله محور السينات

الحل: (أ) $0 = 3 - b \Rightarrow 3 = 0 - b$

$0 = (c - 1) - 3 = 4$

المعادلة: $(d - 4) = c - 1$

$(c + 3) = 1 - 4$

(ب) $4 = 0 - c = 4$

المعادلة: $(d + 3) = c - 4$

$(c - 3) = 4 - 3$

ملحوظة: إذا علم البؤرة والدليل طرقت المعادلة بنزها ناوي b ويكون الرأس في منتصف المسافة بنزها

سؤال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

(أ) بؤرته (١,١) ودليله $b = 5$

(ب) بؤرته (٤,٣) ودليله محور الصادات

الحل: (أ) الرأس $(1, 1) = \left(\frac{0+1}{c}, 1\right) = (c, 1)$

$3 = c - 0 = 3$

المعادلة: $(d - 1) = c - 5$

$(c - 5) = 1 - 5$

(ب) الرأس $(3, 3) = \left(3, \frac{3+4}{c}\right)$

$c = c - 4 = 4$

المعادلة: $(d - 3) = c - 4$

$(c - 4) = 3 - 4$

ملاحظة: اذا علم الرأس واتجاه المحور ونقطة يمر بها القطع، في هذه الحالة نكتب الصورة العامة للمعادلة ونستفيد بتعويض النقطة في المعادلة لإيجاد D .

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

- أ) رأسه $(٦, ٣)$ ومحوره يوازي السين والقطع يمر بالنقطة $(١, -٢)$
- ب) رأسه $(٣, -٤)$ ومحوره يوازي الصادات والقطع يمر بالنقطة $(١, ١)$

الحل: المعادلة: $(٥٥ + هـ) = ٤(د - ٣)$
 $(٦ - ٥٥) = ٤(٣ - د)$

ب) $(١, -٢) \leftarrow (٦ - ٤) = ٤(٣ - د)$

$١ = ٤ \leftarrow ١٦ = ١٢ \leftarrow$

المعادلة: $(٦ - ٥٥) = ٤(٣ - د)$

ج) المعادلة: $(د - ٣) = ٤(٥٥ - هـ)$

$(٣ - ٥٥) = ٤(١ - هـ)$

ب) $(١, ١) \leftarrow (٣ - ٥٥) = ٤(١ - هـ)$

$٤ = ٤ \leftarrow ١٦ = ٦٤ \leftarrow$

المعادلة: $(٣ - ٥٥) = ٤(١ - هـ)$

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $(١, ٥)$ ويمر بالنقطتين $(١, ٤)$ ، $(٥, ٤)$

الحل: المعادلة: $(د - ٥) = ٤(هـ - ٥)$
 الرأس على محور الصادات $\leftarrow D = ٥$

المعادلة: $٥ = ٤(هـ - ٥)$

$(١, ٤) \leftarrow (٥ - ١) = ٤(هـ - ٥)$ ^① بالقسمة $\leftarrow \frac{٥ - ١}{٤ - ٥} = \frac{١}{٤}$

$(٥, ٤) \leftarrow (٥ - ٥) = ٤(هـ - ٥)$ ^②

$٣ - ٥ = ٤ \leftarrow ٣ - ٥ = ٩ \leftarrow ٤ - ٤ = ٥ - ٥ \leftarrow$

بالتعويض في ^① $٤ = ٤(٣ + ١ - هـ) \leftarrow ٤ = ٤(٣ + ١ - هـ) \leftarrow ١ = ٤ - ٤ \leftarrow$

المعادلة: $٣ = ٤(٣ + ٥)$

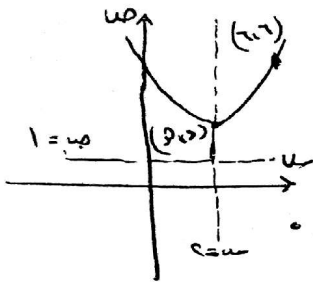
(١٩)

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $u=c$ ودليله $u=1$ واقطع يمر بالنقطة (٦,٦).

الحل: الرأس (د, هـ) ومحوره $u=c \iff c=d \iff$
الدليل $u=1 \iff 1=d-a \iff 1+a=d$

\iff الرأس $(c, 1+c)$

المعادلة: $(u-c) \cdot a \cdot \epsilon^c = (d-u) \cdot a \cdot \epsilon^c \iff (c-u) \cdot a \cdot \epsilon^c = ((1+a)-u) \cdot a \cdot \epsilon^c$
بمجرد (٦,٦) $\iff (c-6) \cdot a \cdot \epsilon^c = ((1+a)-6) \cdot a \cdot \epsilon^c$



\iff بالقسمة على $a \cdot \epsilon^c$ $(c-6) = ((1+a)-6)$

$\iff (a-5) \cdot a = \epsilon \iff a - a \cdot 5 = \epsilon$

$\iff 0 = (1-a)(\epsilon-a) \iff 0 = \epsilon + a \cdot 0 - \epsilon \cdot a$

$\iff \epsilon = a$

أولاً: $\boxed{\epsilon = a} \iff$ المعادلة: $(u-c) \cdot a \cdot \epsilon^c = (u-c) \cdot a \cdot \epsilon^c$

ثانياً: $\boxed{a=1} \iff$ المعادلة: $(u-c) \cdot \epsilon = (u-c) \cdot \epsilon$

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $u=3$ ودليله $u=1$ واقطع يمر بالنقطة (٧,٦).

الحل: الرأس (د, هـ) ومحوره $u=3 \iff 3=d \iff$
الدليل $u=1 \iff 1=d-a \iff 1+a=d$

المعادلة: $(u-3) \cdot a \cdot \epsilon^c = (d-u) \cdot a \cdot \epsilon^c$

$\iff (3-u) \cdot a \cdot \epsilon^c = ((1+a)-u) \cdot a \cdot \epsilon^c$

بمجرد (٧,٦) $\iff (3-7) \cdot a \cdot \epsilon^c = ((1+a)-7) \cdot a \cdot \epsilon^c$

\iff بالقسمة على $a \cdot \epsilon^c$ $(3-7) = ((1+a)-7)$

$\iff 3 - 7 = 1 + a - 7 \iff 3 - 7 = a - 6 \iff 3 - 7 + 6 = a - 6 + 6 \iff 2 = a$

$\iff a = 2$

أولاً: $\boxed{\epsilon = a} \iff$ المعادلة: $(u-3) \cdot a \cdot \epsilon^c = (u-3) \cdot a \cdot \epsilon^c$

ثانياً: $\boxed{a=1} \iff$ المعادلة: $(u-3) \cdot \epsilon = (u-3) \cdot \epsilon$

(٢٠)

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه ينس الصادات ويمر بالنقطتين (٤،١) و (١،٩)

الحل: الرأس (٥،٠) يقع على الصادات $\leftarrow d = 0$

المعادلة: $(h-5)^2 = e(h-s)$

$(h-5)^2 = e(h-s)$

بمجرد (٤،١) $\leftarrow (4-5)^2 = e(4-s)$ بالنسبة ①

بمجرد (١،٩) $\leftarrow (1-5)^2 = e(1-s)$ ②

$\frac{1}{9} = \frac{e(h-4)}{e(h-1)}$

نأخذ الجذر التربيعي:

$\frac{1}{3} = \frac{h-4}{h-1}$

أولاً: $\frac{1}{3} = \frac{h-4}{h-1}$

ثانياً: $\frac{1}{3} = \frac{h-4}{h-1}$

$h+1 = 3h-12$

$h+12 = 3h-1$

$13 = 2h$

$h = 6.5$

بالتعويض في ①:

$1 \times e = e(0-4)$

$e = -4$

المعادلة: $(h-5)^2 = -4(s)$

$h-1 = 3h-12$

$h-12 = 3h-1$

$h-12 = 3h-1$

$h-11 = 3h$

$h = 11$

بالتعويض في ②:

$1 \times e = e(9-4)$

$e = 5e$

المعادلة: $(h-5)^2 = 5(s)$

مثال: جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرتيه (٥،١) ومعادلة دليبه هي: $h-11 = 3s$

الحل: القطع مكافئ سالب لأنه دليبه ينقل على ص و سالب لأنه الدليل ص = ١١ \leftarrow رأسه

الإحداثي الصادي للبؤرة $h=5$

$(s-d)^2 = e(h-s)$ \leftarrow الرأس $(1, 11) = (1, 11)$

$3 = e$

المعادلة: $(s-1)^2 = 3(s-5)$

(٢،١)

سؤال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات ورأسه على المستقيم $3x = y$ ويمر بالنقطتين $(3, 4)$ ، $(3, 0)$

الحل: الرأس $(d, 4)$ يقع على المستقيم $3x = y \rightarrow d = 4$ ويكون الرأس $(4, d)$

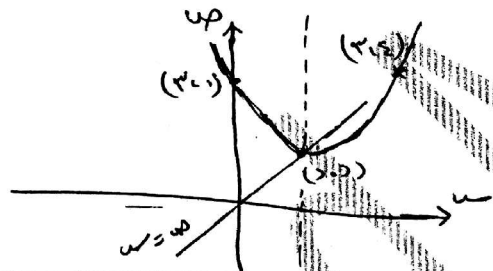
المعادلة: $(d - 3)^2 = 4(d - 4)$

بمجرد $(3, 0) \leftarrow (d) = 4 = (d - 3)^2$ بالقسمة: $\frac{d}{(d - 4)} = \frac{1}{1}$
 بـ $(3, 4) \leftarrow (d - 4) = (d - 3)^2$

$d = 4 = (d - 4)^2 \rightarrow d + 8 - 16 = 0 \rightarrow d - 8 = 0 \rightarrow \boxed{d = 8}$

بالعويض في ①: $(4) = (d - 3)^2 \rightarrow 4 = d^2 - 6d + 9 \rightarrow \boxed{1 = d}$

المعادلة: $(x - 4)^2 = 4(x - 8)$



الاستاذ عماد مسك
٧٩٥١٥٣٦٦٩

سؤال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه يقع على المستقيم $3x = y$ ولقطوع يمر بالنقطتين $(1, 4)$ ، $(8, 4)$ ومحوره يوازي السين

الحل: الرأس $(d, 4)$ يقع على المستقيم $3x = y \rightarrow d = 4$ ويكون الرأس $(4, d)$

المعادلة: $(d - 1)^2 = 4(d - 4)$

$(d - 8)^2 = 4(d - 4)$

بمجرد $(1, 4) \leftarrow (d - 4) = (d - 1)^2$ $\rightarrow d = 1$ \rightarrow نقيم

بـ $(8, 4) \leftarrow (d - 4) = (d - 8)^2 \rightarrow d = 8$
 $\frac{d}{(d - 4)} = \frac{1}{1} \rightarrow d + 32 - 64 = 0 \rightarrow d - 32 = 0 \rightarrow \boxed{d = 32}$

$d = 32 = (d - 4)^2 \rightarrow d^2 - 8d + 16 = 0 \rightarrow \boxed{d = 32}$

نعوض في ①: $4 = (d - 4)^2 \rightarrow 4 = d^2 - 8d + 16 \rightarrow$

المعادلة: $(x - 4)^2 = 4(x - 32)$

مثال: جرد صادرة القطع المكافئ الذي رأسه (٣، -٤) وبيوترته (٣، -٦) و (٣، -٧)
 الحل: مع الواضح أن القطع سهمي موجب لأنه الإحداثي الذي تغيرت هو الإحداثي السيني
 وصوبت لأنه الإحداثي البيوتره زاد عنه الإحداثي الرأس

المعادلة: $(x-3)^2 = a(y+4)$

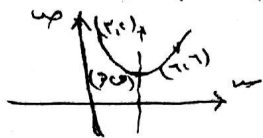
$0 = 9 - 7 = a$

∴ المعادلة: $(x+3)^2 = c(y-5)$

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادرات وبيوترته (٣، ٤) ويمر بالنقطة (٦، ٦)

الحل: يوجد هالتان إما أنه يحده الرأس فوق البيوتره أو تحت البيوتره

أ الرأس تحت البيوتره ← الرأس (٣، ٤) والبيوتره (٣، ٤) ← $c = 0$
 ← الرأس (٣، ٤) ← $(x-3)^2 = a(y-4)$



المعادلة: $(x-3)^2 = a(y-4)$

$(9-3)^2 = a(4-4)$

ب:

يرد (٦، ٦) ← $(6-3)^2 = c(6-4)$ ← $9 = 2c$ ← $c = 4.5$

← $4 = 9 + 3a$ ← $4 - 9 = 3a$ ← $-5 = 3a$ ← $a = -1.67$

← $a = 1$

نأخذ $a = 1$ ← المعادلة: $(x-3)^2 = (y-4)$

ب الرأس فوق البيوتره ← الرأس (٣، ٤) والبيوتره (٣، ٤) ← $c = 0$
 ← الرأس (٣، ٤) ← $(x-3)^2 = a(y+4)$

المعادلة: $(x-3)^2 = a(y-4)$

$(9-3)^2 = a(4-4)$

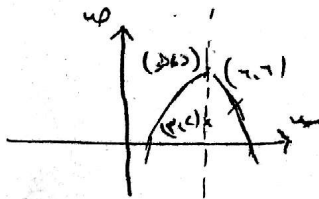
ب:

يرد (٦، ٦) ← $(6-3)^2 = c(6-4)$ ← $9 = 2c$ ← $c = 4.5$

← $4 = 9 + 3a$ ← $4 - 9 = 3a$ ← $-5 = 3a$ ← $a = -1.67$

← $a = 1$

← $a = 1$



نأخذ $a = 1$ ← المعادلة: $(x-3)^2 = (y-4)$

مثال: إيجاد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات ولبؤرته $(-3, 3)$ ويمر بالنقطة $(1, 0)$ ويقع رأسه على عين بؤرته

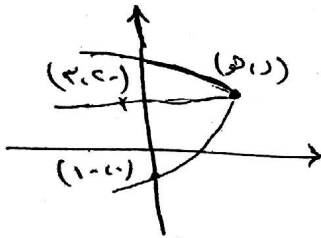
قطع مكافئ يفتتح إلى اليمين

الحل: الرأس (h, k) والبؤرة $(3, -3)$ $\therefore h = 3$

$$k - p = 3 \iff 3 - p = 3 \iff p = 0$$

المعادلة: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ $\Rightarrow (x - 3)^2 = 4(0)(y - 3)$

$$\Rightarrow (x - 3)^2 = 0 \iff x = 3$$



بمجرد $(1, 0) \iff (3 - 1)^2 = 4(0 - 3) \iff 4 = -12$ (غير صحيح)

$$\iff (3 + p - 1)^2 = 4(0 - 3) \iff (2 + p)^2 = -12$$

$$\iff 1 = 4 - p \iff p = 3$$

$$1 = 3 - p \iff p = 2 \iff \boxed{p = 2}$$

نأخذ $\boxed{p = 2}$ \iff المعادلة: $(x - 3)^2 = 8(y - 3)$

مثال: أكتب معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته على المستقيم $3x = 4y$ ويمر بالنقطة $(7, 9)$ ويكون رأسه $(1, 1)$

الحل: نضع الرأس $(h, k) = (1, 1)$ \iff البؤرة تقع على المستقيم $3x = 4y$ \iff البؤرة (c, d) وتكون $d = 3c$ \iff $3c + 3 = 4(3c + 1) \iff 3c + 3 = 12c + 4 \iff -9c = 1 \iff c = -1/9$

المعادلة: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ $\Rightarrow (x - 1)^2 = 4p(3c + 1 - 1)$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 = 4p(3c)$$

بمجرد $(7, 9) \iff (7 - 1)^2 = 4p(3(-1/9)) \iff 36 = -4p$

$$\iff 36 = -4p \iff p = -9$$

$$\iff p = -9 \iff \boxed{p = -9}$$

$$\boxed{p = -9} \iff \boxed{0 = p} \iff 1 = (p - 0)(p - 0) \iff 1 = p^2$$

عندما $\boxed{0 = p}$ \iff المعادلة: $(x - 1)^2 = 0$

عندما $\boxed{1 = p}$ \iff المعادلة: $(x - 1)^2 = 4(1 - 1)$

ملاحظة : اذا علمت ٣ نقاطا يمر بها القطع وعلم اتجاه محور لتضم احدى الصيغتين : (أ) $u = p + s + c$ عندما يكون المحور موازيا لمحور الصادات
 (ب) $u = p + s + c$ عندما يكون المحور موازيا لمحور السينات

مثال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط
 $(2, 0), (-1, 6), (0, 1)$

الحل : $u = p + s + c$

بمجرد (٢, ٠) $\leftarrow p + c = 2$ (١)

(-١, ٦) $\leftarrow p + s - c = 6$ (٢)

(٠, ١) $\leftarrow p + s + c = 0$ (٣)

(٢) + (٣) $\leftarrow p + s = 6$ (٤)

نعوض في (١) $\leftarrow p + c = 2$ (٥)

نعوض في (٢) $\leftarrow p + 2 + p = 6$ (٦)

$p = 2$

نعوض في (٥) $\leftarrow p + c = 2$ (٧)

المعادلة : $u = p + s + c = 2 + s + c = 1 + s - c$

سؤال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي دليله يوازي محور الصادات ويمر
 بالنقاط $(1, 4), (1, 6), (0, 3)$

* أمثلة تطبيقية على القطع المكافئ

مثال : حدد حجم رأس السطوان الذي حيز العلاقة $f(x) = x^2 - 5x + 6$ في
 أقصى ارتفاع باستخدام القطع المكافئ

الحل : المطلوب هو نقطة الرأس $\leftarrow f(x) = x^2 - 5x + 6 = \frac{1}{0}x^2 - \frac{5}{0}x + \frac{6}{0}$

$\leftarrow (x - \frac{5}{2})^2 = \frac{1}{0}(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{0}(x - \frac{5}{2})^2 + 16 + \frac{1}{0}x^2 - \frac{5}{0}x + \frac{6}{0}$

∴ الرأس (٤, ١)

∴ أقصى ارتفاع ١٠ م بعد ٤ ثواني

سؤال: بنى جسر على شكل قطع مكافئ طويل قاعدته الأفقية ١٢ م و أعلى

ارتفاع ٣٩

أ) أكتب معادلة الجسر على اعتبار أنه متمثل حول الصادات .

ب) حدد ارتفاع الجسر على بعد ٤ م من مركز القاعدة .

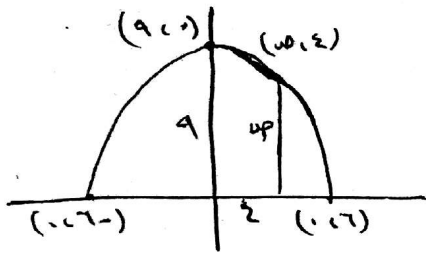
الحل: (٩٠)

المعادلة: $(٣-٥) = ٤ - ٤(٥-٩)$

$(٩-٥٥) = ٤ - ٤(١-٥)$

بحر ب $(١٠٦) \Leftarrow (٦) = ٤ - ٤(٩-١٠)$

$\Leftarrow ٣٦ = ٤ - ٤(٩) \Leftarrow \boxed{١ = ٤}$



المعادلة: $(٩-٥٥) = ٤ - ٤(٩-١٠)$

بحر ب $(٥٥, ٤) \Leftarrow ١٦ = ٤ - ٤(٩-٥٥)$

$\Leftarrow ٣٦ + ٥٥(٤) = ١٦$

$\Leftarrow ٥٥(٤) = ١٦ - ٣٦ = -٢٠ \Leftarrow \boxed{٥ = ٥٥}$

سؤال: أطلقت قذيفة من مستوى سطح الأرض وعادت إلى نفس المستوى وكانت سارها على منحني قطع مكافئ، فإذا كان أعلى ارتفاع وصلته القذيفة ٥٠ م وأقصى مدى أفقي لها هو ٤٠ م، اعتبراً نقطة انطلاق القذيفة $(٠, ٠)$ ، حدد ما يلي:

أ) معادلة القطع المكافئ

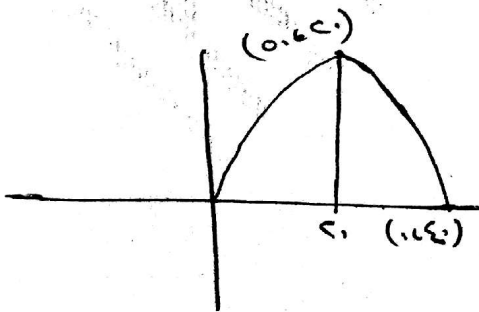
ب) ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون لهذا الارتفاع ماوياً للارتفاع بين نقطة انطلاق القذيفة ومقطعها على الأرض .

الحل: (٥١٠)

المعادلة: $(٢٠-٥١) = ٤ - ٤(٥١-٥١)$

بحر ب $(١٠٠) \Leftarrow (٢٠-١) = ٤ - ٤(٥١-١)$

$\Leftarrow ٢٠ = ٤ - ٤(٥٠) \Leftarrow \boxed{٢ = ٥٠}$



المعادلة: $(٢٠-٥١) = ٤ - ٤(٥١-٥١)$

ب) الارتفاع = المسافة الأفقية أي أن $٥١ = ٥١$
 بالتعويض في المعادلة: $(٢٠-٥١) = ٤ - ٤(٥١-٥١)$

$\Leftarrow ٣٠ = ٤ - ٤(٥١-٥١) \Leftarrow ٣٠ = ٤ - ٤(٥١-٥١)$

$\Leftarrow ٣٠ = ٤ - ٤(٥١-٥١) \Leftarrow ٣٠ = ٤ - ٤(٥١-٥١)$

(٢٦)

مثال : مستنداً على الشكل حدد مساحة المنطقة المظلمة

الحل : نجد معادلة القطع المكافئ الرأس (٤٥٠)

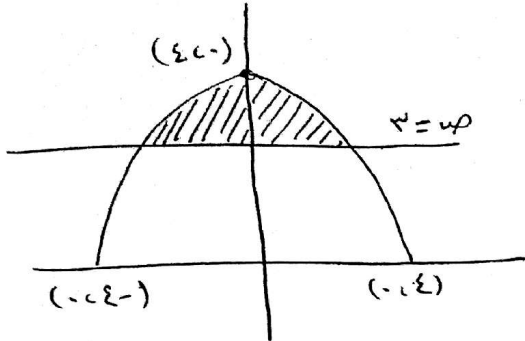
المعادلة: $(x-3)^2 = 4 - (y-4)^2$

سأ = $4 - (y-4)^2$

عبر (٠،٤) $\Rightarrow 16 = 4 - (4-4)^2$

$\Rightarrow 16 = 16 \Rightarrow \boxed{A=1}$

المعادلة: سأ = $4 - (y-4)^2$



لدينا نقاط تقاطع مع المستقيم $y=3$ نعوضها في المعادلة

سأ = $4 - (3-4)^2 \Rightarrow سأ = 3$

نحول المعادلة سأ = $4 - (y-4)^2$ بولادة $y = 4 - \sqrt{4 - سأ}$

$\Rightarrow 4 - \sqrt{4 - سأ} = 3 \Rightarrow \sqrt{4 - سأ} = 1 \Rightarrow 4 - سأ = 1 \Rightarrow سأ = 3$

$\Rightarrow \int_0^6 (4 - (y-4)^2) dy = 3 \Rightarrow \int_0^6 (4 - (y^2 - 8y + 16)) dy = 3$

$= \int_0^6 (4 - y^2 + 8y - 16) dy = \int_0^6 (-y^2 + 8y - 12) dy = 3$

$= \left(-\frac{y^3}{3} + 4y^2 - 12y \right) \Big|_0^6 = 3$

مسألة : أكتب معادلة القطع المكافئ الذي قوره المستقيم $y=3$ و يمر

بالنقطتين (١-٦٣) ، (٣٠٥)

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

(٢٧)