الأدبي والمعلوماتية

المستوى الرابع

الأستاذ : عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

التحـــــدّي

Scanned by CamScanner

مقدمة:

مبدأ العدّ

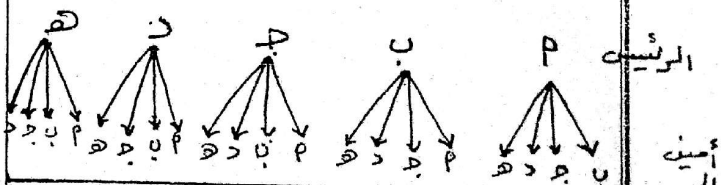
* ينص مبدأ العد على:
إذا أمكننا إجراء عملية ما على خطوتين و أجريت الخطوة الأولى بطرق عددها ن ، والثانية بطرق عددها ن ، فيمكن إجراء هذه العملية بطرق عددها ن × ن

* تعميم مبدأ العد:
إذا أمكننا إجراء عملية ما على خطوات عددها (ل) فالخطوة الأولى تجرى بطرق عددها ن ، الثانية تجرى بطرق عددها ن ، وهكذا حتى الخطوة الأخيرة ل التي تجرى بطرق عددها ن فيمكن إجراء هذه العملية بطرق عددها ن × ن × ... × ن

أمثلة:

[١] بكم طريقة يمكن اختيار رئيس وأمين سر للجنة مكونة من خمسة أشخاص م ، ب ، جـ ، د ، هـ بشرط ألا يشغل أحد الأشخاص المركزين معاً.

الحل:
يمكن اختيار الرئيس بطرق عددها = ٥
أما أمين السر فيتم اختياره بطرق عددها = ٤
فيكون عدد طرق اختيارهما معاً = ٥ × ٤ = ٢٠ طريقة



[٢] بناية يتم الدخول إليها والخروج منها عن طريق (٧) أبواب ، فكم عدد الطرق التي تتيح لشخص أن يدخل من باب ويخرج من باب آخر؟

الحل: عدد طرق الدخول = ٧
عدد طرق الخروج = ٦
عدد طرق عملية الدخول والخروج = ٧ × ٦ = ٤٢ طريقة

[٣] كم عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها خمسة أشخاص في ٧ مقاعد على خط مستقيم ؟؟

الحل: الشخص الأول يجلس بطرق عددها ٧
والثاني بطرق عددها ٦ وهكذا
∴ عدد الطرق التي يجلس بها الأشخاص الخمسة = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ٢٥٢٠ طريقة

[٤] كم كلمة من ثلاثة أحرف يمكن تكوينها من الأحرف {م ، ب ، جـ ، د ، هـ ، و} في الحالتين الآتيتين مع ملاحظة عدم ضرورة أن يكون للكلمة معنى:
(م) إذا لم يكن مسموحاً تكرار أي حرف في الكلمة
(ب) إذا كان التكرار مسموحاً به

الحل:
(م) التكرار غير مسموح به:
عدد طرق اختيار الحرف الأول = ٦
عدد طرق اختيار الحرف الثاني = ٥
عدد طرق اختيار الحرف الثالث = ٤
∴ عدد الكلمات التي يمكن تكوينها = ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠ كلمة

(ب) التكرار مسموح به:
عدد طرق اختيار أي حرف = ٦
∴ عدد الكلمات التي يمكن تكوينها = ٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦

Scanned by CamScanner

* مبدأ العد :-

لإيجاد عدد الطرق التي يمكن بها إجراء عدة عمليات ويمكن إيجاد عدد الطرق عن طريق إيجاد حاصل ضرب $ن_1 \times ن_2 \times ن_3 \times \ldots$

* مثال: لنفرض أن مقصف مدرسة يقدم ٣ أنواع من السندويشات و ٤ أنواع من العصير، فما عدد الطرق التي يمكن للطالب أن يتناول بها وجبة مكونة من عصير وساندويش.

الحل :- عدد الطرق لتناول الوجبة = ٣ × ٤ = ١٢

مثال: أراد شخص السفر من المدينة (س) إلى المدينة (ص) ثم إلى المدينة (ع)، فإذا كان هناك طريقتان للسفر من (س) إلى (ص) و ٥ طرق للسفر من (ص) إلى (ع) فكم عدد الطرق المختلفة للسفر من (س) إلى (ع) مروراً بالمدينة (ص).

الحل :- عدد الطرق من (س) إلى (ع) = ٥ × ٢ = ١٠

---

* مثال :- في صف ٢٠ طالباً بكم طريقة يمكن اختيار ٣ طلاب منهم لتشكيل لجنة ثلاثية - بحيث يكون الأول رئيساً والثاني نائب للرئيس والثالث أميناً للصندوق.

الحل: عدد طرق اختيار الرئيس هو ٢٠ طريقة

" " " = نائب الرئيس هو ١٩ طريقة

" " " = أميناً للصندوق هو ١٨ طريقة

فيكون عدد الطرق = ٢٠ × ١٩ × ١٨ = ٦٨٤٠

---

* مثال :- اذا كان لديك الأرقام {٣، ٥، ٦، ٨، ٤، ٩} كم عدداً مؤلفاً من ثلاثة منازل يمكن تكوينه باستخدام هذه الأرقام -

أ) اذا سمح بتكرار الرقم ب) إذا لم يسمح بتكرار الرقم

الحل :- أ) عدد الأعداد المؤلفة من ٣ منازل = ٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦

ب) عدد الأعداد المؤلفة من ٣ منازل = ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠

Scanned by CamScanner

مثال: اذا كان لديك الأحرف {أ، ب، ج، د، هـ} والأرقام {٢، ٥، ٨، ٧، ٣، الخ} تريد تكوين لوحات وكل لوحة تحوي حرفين ثم رقمين، ما عدد اللوحات التي يمكن تكوينها في الحالات التالية:-

أ) اذا سمح بتكرار الحرف وتكرار الرقم

ب) اذا لم يسمح بتكرار الحرف ولا تكرار الرقم

ج) اذا سمح بتكرار الحرف ولم يسمح بتكرار الرقم

د) اذا لم يسمح بتكرار الحرف وسمح بتكرار الرقم

الحل:- أ) العدد = ٥ × ٥ × ٦ × ٦ = ٩٠٠

ب) العدد = ٥ × ٤ × ٦ × ٥ = ٦٠٠

ج) العدد = ٥ × ٦ × ٥ × ٥ = ٧٥٠

د) العدد = ٥ × ٤ × ٦ × ٦ = ٧٢٠

مثال: ما عدد الطرق التي يمكن أن تجلس بها خمسة أشخاص على خمسة مقاعد مرقمة في صف.

الحل:- هنالك ٥ اماكن أمام الشخص الأول ويبقى ٤ أمام الثاني وهكذا

عدد الطرق = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠ طريقة

ملاحظة:- مضروب العدد الصحيح غير السالب (ن) هو ن!

ن! = ن × (ن-١) × (ن-٢) × (ن-٣) × ـــ ـــ ـــ × ٣ × ٢ × ١

وهنالك حالة خاصة ٠! = ١

مثل: ٤! = ٤ × ٣ × ٢ × ١

٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

٣! = ٣ × ٢ × ١

عماد مسك

Scanned by CamScanner

مثال :- أوجد قيمة كل مما يلي :-

① ٤! ② ١٥! - ١٣! ③ $\frac{٧!}{٥!}$ ④ ١٢! + ١٠!

الحل :- ① ٤! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

② ١٥! - ١٣! = (١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥) - (١ × ٢ × ٣)

= ١٢٠ - ٦ = ١١٤

③ $\frac{٧!}{٥!} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥} = ٦ \times ٧ = ٤٢$

④ ١٢! + ١٠! = (١ × ٢) + ١ = ٢ + ١ = ٣

ملاحظة :- ن! = ن × (ن - ١)!

= ن × (ن - ١) × (ن - ٢)!

= ن × (ن - ١) × (ن - ٢) × (ن - ٣)! وهكذا

مثل :- ٣٠! = ٣٠ × ٢٩!

= ٣٠ × ٢٩ × ٢٨!

= ٣٠ × ٢٩ × ٢٨ × ٢٧! ... وهكذا

الأستاذ عماد مسك ٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

سؤال :- أوجد قيمة كل مما يلي :

① $\frac{٢٠!}{١٨!}$ ② $\frac{١٠٠!}{٩٩!}$ ③ $\frac{١٢!}{٩! \times ٣!}$

مثال :- ما عدد طرق جلوس ٤٠ طالب على ٤٠ مقعد مرقمة في صف

الحل :- عدد الطرق = ٤٠ × ٣٩ × ٣٨ × ... × ٢ × ١ = ٤٠!

سؤال :- ما عدد طرق جلوس ١٥ طالب على ١٥ مقعد مرقمة في احدى الصفوف ؟

Scanned by CamScanner

مثال :- أوجد قيمة ن في كل مما يلي :-

① ن! = ٢٤ ② ٣ن! = ٣٦٠ ③ (٣ن)! = ٧٢٠

④ ن! - ٤! = ٩٦ ⑤ (٢ن+١)! = ١٢٠ ⑥ ن! = ١

الحل :- ① ن! = ٢٤

ن! = ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٤! ⇐ **ن = ٤**

---

② ٣ن! = ٣٦٠ ⇐ ن! = ٣٦٠ / ٣ = ١٢٠

١٢٠ = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ٥! ⇐ **ن = ٥**

---

③ (٣ن)! = ٧٢٠

٧٢٠ = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٦!

⇐ ٣ن = ٦ ⇐ **ن = ٢**

---

④ ن! - ٤! = ٩٦ ⇐ ن! - (٢٤) = ٩٦

⇐ ن! = ٩٦ + ٢٤ = ١٢٠

⇐ ١٢٠ = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ٥! ⇐ **ن = ٥**

---

⑤ (٢ن+١)! = ١٢٠ ⇐ ١٢٠ = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ٥!

⇐ ٢ن + ١ = ٥ ⇐ ٢ن = ٤ ⇐ **ن = ٢**

---

⑥ ن! = ١ ⇐ **ن = ٠** أو **ن = ١**

Scanned by CamScanner

* التباديل :-

لإيجاد تباديل ثلاثية لمجموعة العناصر {أ، ب، جـ} هي :

أ ب جـ ، أ جـ ب ، ب أ جـ ، ب جـ أ ، جـ أ ب ، جـ ب أ وتباديلها الثنائية هي :

أ ب ، أ جـ ، ب أ ، ب جـ ، جـ أ ، جـ ب وتباديلها الأحادية هي :

أ ، ب ، جـ

ونعبر عن التباديل الثلاثية بالرمز ل(٣،٣) = ٦

= الثنائية بالرمز ل(٢،٣) = ٦

= الأحادية = ل(١،٣) = ٣

$$\Rightarrow \boxed{ل(ن، ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}}$$

مثل :- ل(٣،٥) = ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠

أو $ل(٣،٥) = \frac{٥!}{(٥-٣)!} = \frac{٥!}{٢!}$

$= \frac{٣ \times ٤ \times ٥ \times \cancel{٢!}}{\cancel{٢!}} = ٦٠$

---

* مثال :- جد : أ) ل(٤،٧) ب) ل(٣،١٠) جـ) ل(٢،١٠٠)

الحل :- أ) ل(٤،٧) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ = ٨٤٠ (٧ عدد الحدود، ٤ عدد العناصر)

ب) ل(٣،١٠) = ١٠ × ٩ × ٨ = ٧٢٠

جـ) ل(٢،١٠٠) = ١٠٠ × ٩٩ = ٩٩٠٠

الحد الذي نقف عنده هو (ن - ر + ١)

سؤال :- جد : أ) ل(١،٥) ب) ل(١،٧) جـ) ل(١،١٢)

مثال : أوجد : ل(١،٣) = ٣

ل(١،١٠) = ١٠

ل(١،٦) = ٦

$\therefore \boxed{ل(ن، ١) = ن}$

Scanned by CamScanner

مثال: جد: أ) ل(٣، ٠) ب) ل(٧، ٠)

الحل: أ) ل(٣، ٠) = $\frac{٣!}{(٣-٠)!} = \frac{٣!}{٣!} = ١$

ب) ل(٧، ٠) = $\frac{٧!}{(٧-٠)!} = \frac{٧!}{٧!} = ١$

∴ **ل(ن، ٠) = ١**

---

* مثال: جد: أ) ل(٢، ٢) ب) ل(٤، ٤) ج) ل(٥، ٥)

الحل: أ) ل(٢، ٢) = ٢! = ٢ × ١ = ٢

ب) ل(٤، ٤) = ٤! = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

ج) ل(٥، ٥) = ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ١٢٠

∴ **ل(ن، ن) = ن!**

طريقة إلى النجاح

---

* مثال: كم كلمة باستخدام حروف مختلفة يمكن تكوينها من الحروف أ، ب، جـ، د، هـ، و، ز إذا كانت كل كلمة مكونة من: أ) ٣ حروف ب) ٤ حروف ج) ٥ حروف

الحل: أ) ل(٧، ٣) = ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠

ب) ل(٧، ٤) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ = ٨٤٠

ج) ل(٧، ٥) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣ = ٢٥٢٠

مثال: بكم طريقة يمكن أن يجلس ٥٠ شخص في ٥٠ مقعد مرقمة على خط مستقيم؟

الحل: ل(٥٠، ٥٠) = ٥٠!

مثال: جد قيمة ر في كل مما يلي: أ) ل(٨، ر) = ١٨٦٠ ب) ل(١٠، ر) = ٧٢٠

الحل: أ) ل(٨، ر) = ٨ × ٧ × ٦ × ٥ = ١٨٦٠ ⇐ ∴ **ر = ٤**

ب) ل(١٠، ر) = ١٠ × ٩ × ٨ = ٧٢٠ ⇐ ∴ **ر = ٣**

Scanned by CamScanner

مثال :- جد قيمة ن في كل مما يلي :-

أ) ل(ن،٢) = ٧٢ ب) ل(ن،٣) = ٢١٠ ج) ٣ل(ن،٢) = ٦٠

الحل :- أ) نبحث عن عددين متتاليين حاصل ضربهما يساوي ٧٢

ل(ن،٢) = ٩ × ٨ = ٧٢ ∴ ن = ٩

ب) نبحث عن ٣ أعداد متتالية حاصل ضربها ٢١٠

ل(ن،٣) = ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠ ⇐ ∴ ن = ٧

ج) ٣ل(ن،٢) = ٦٠ ⇐ ل(ن،٢) = $\frac{٦٠}{٣}$ = ٢٠

ل(ن،٢) = ٥ × ٤ ⇐ ∴ ن = ٥

---

* مثال :- إذا كان ل(ن،٣) = ٩ ل(ن،٢) فجد ن

الحل :- ل(ن،٣) = ٩ل(ن،٢)

ن × (ن-١) × (ن-٢) = ٩ × ن × (ن-١)

⇐ ن - ٢ = ٩ ⇐ ن = ١١

---

* مثال :- إذا كان ٣ل(٦،ر) = ٩٠ فما قيمة ر

الحل :- ٣ل(٦،ر) = ٩٠ ⇐ ل(٦،ر) = $\frac{٩٠}{٣}$ = ٣٠

ل(٦،ر) = ٣٠ ⇐ ٦ × ٥ = ٣٠

⇐ ر = ٢

الأستاذ عماد مسك ٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

* التوافيق :-

عندما يكون الاختيار بدون اهتمام لترتيب الأشخاص أو العناصر فهذا يسمى بالتوافيق.

مثل أن نجد عدد طرق اختيار شخصين من بين ٥ أشخاص بدون الاهتمام لترتيب الشخصين :

$$\binom{٥}{٢} = \frac{١٥}{١٣ ! ٢} = \frac{\cancel{١٣} \times ٤ \times ٥}{\cancel{١٣} \times ١ \times ٢} = \frac{٢٠}{٢} = ١٠$$

$$\Leftarrow \binom{ن}{ر} = \frac{ن !}{ر ! \times (ن - ر) !} \quad \text{وأيضا} = \binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن ، ر)}{ر !}$$

مثال :- أوجد : ⓐ $\binom{٨}{٣}$ ⓑ $\binom{٦}{٤}$ ⓒ $\binom{١٠}{٢}$

الحل :- ⓐ $\binom{٨}{٣} = \frac{١٠٨}{١٥ \times ١٣} = \frac{\cancel{١٥} \times ٦ \times ٧ \times ٨}{\cancel{١٥} \times ١ \times ٢ \times ٣} = ٥٦$

ⓑ $\binom{٦}{٤} = \frac{١٠٦}{١٢ \times ١٤ !} = \frac{\cancel{١٤} \times ٥ \times ٦}{\cancel{١٤} \times ١ \times ٢} = ١٥$

ⓒ $\binom{١٠}{٢} = \frac{١٠ !}{١٨ \times ١٢ !} = \frac{\cancel{١٠} \times ٩ \times ١٠}{\cancel{١٠} \times ١ \times ٢} = ٤٥$

---

* $\boxed{\binom{ن}{٠} = ١}$ مثل :- $\binom{٩}{٠} = \frac{١٩}{١٩ \times ٠ !} = \frac{١}{١} = ١$

* $\boxed{\binom{ن}{ن} = ١}$ مثل : $\binom{٨}{٨} = ١$ ، $\binom{١٥}{١٥} = \frac{١١٥}{١٠ \times ١١٥} = ١$

* $\boxed{\binom{ن}{١} = ن}$ مثل : $\binom{٧}{١} = \frac{١٠٧}{١١ ! \times ١٦ !} = \frac{\cancel{١٦} \times ٧}{\cancel{١٦} \times ١ !} = ٧$ ، $\binom{٣}{١} = ٣$

مثال :- أوجد ناتج : ⓐ $\binom{٥}{٣}$ ، $\binom{٥}{٢}$ ⓑ $\binom{٧}{٤}$ ، $\binom{٧}{٣}$ ⓒ $\binom{٩}{٢}$ ، $\binom{٩}{٧}$

الحل :- ⓐ $\binom{٥}{٣} = \frac{١٥}{١٢ \times ١٣ !} = ١٠$

$\binom{٥}{٢} = \frac{١٥}{١٣ \times ١٢ !} = ١٠$

$\binom{٥}{٣} = \binom{٥}{٢}$

$٣ + ٢ = ٥$

Scanned by CamScanner

ب) $\binom{٧}{٤} = \frac{!٧}{!٣ \times !٤} = \frac{١٢٣٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times ١٢٣٤} = ٣٥$

$\binom{٧}{٣} = \frac{!٧}{!٤ \times !٣} = \frac{١٢٣٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١٢٣٤ \times ١ \times ٢ \times ٣} = ٣٥$

$\binom{٧}{٤} = \binom{٧}{٣}$

$٧ = ٣ + ٤$

ج) $\binom{٩}{٢} = \frac{!٩}{!١٧ \times !٢} = \frac{١٧١٨ \times ٨ \times ٩}{١٧١٨ \times ١ \times ٢} = ٣٦$

$\binom{٩}{٧} = \frac{!٩}{!٢ \times !٧} = \frac{١٧١٨ \times ٨ \times ٩}{١ \times ٢ \times ١٧١٨} = ٣٦$

$\binom{٩}{٢} = \binom{٩}{٧}$

$٩ = ٧ + ٢$

⇐ ١) $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ن-ر}$

٢) إذا كان $\binom{ن}{ر} = \binom{ن}{ع}$ فإن $ر = ع$ أو $ر + ع = ن$

مثال:- حل المعادلات التالية:-

١) $\binom{١٥}{٧} = \binom{١٥}{س}$

الحل:- $س = ٧$ أو $س + ٧ = ١٥ \Leftarrow$ $س = ٨$

الأستاذ عماد مسك ٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

---

٢) $\binom{٣٤}{١٢} = \binom{٣٤}{٢س + ٦}$

الحل:- $٢س + ٦ = ١٢$ أو $٢س + ٦ + ١٢ = ٣٤$

$٢س = ٦$ $٢س + ١٨ = ٣٤$

$س = ٣$ $٢س = ١٤$

$س = ٧$

---

٣) $\binom{س}{٤} = \binom{س}{٩}$

$س = ٤ + ٩ = ١٣$

Scanned by CamScanner

مثال:- حل المعادلات التالية:-

أ) $\binom{٨}{س} = ١$

الحل:- $س = ٠$ أو $س = ٨$

ب) $\binom{١٥}{س} = ١٥$

الحل:- $س = ١$ أو $س = ١٥ - ١ = ١٤ \Leftarrow$ $س = ١٤$

ج) $\binom{س}{١} = ٩$

الحل:- $س = ٩$

مثال:- حل المعادلة أ) $\binom{ن}{٢} = ٢١$ ب) $\binom{ن}{٢} = ٢٨$

الحل:- أ) $\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن،٢)}{٢!} \Leftarrow ٢١ = \frac{ل(ن،٢)}{٢}$

$\Leftarrow ل(ن،٢) = ٤٢ \Leftarrow ن(ن-١) = ٤٢ \Leftarrow ن = ٧$

ب) $\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن،٢)}{٢!} \Leftarrow ٢٨ = \frac{ل(ن،٢)}{٢} \Leftarrow ل(ن،٢) = ٥٦$

$\Leftarrow ن(ن-١) = ٥٦ \Leftarrow ن = ٨$

مثال:- إذا كان $\binom{ن}{٣} = ١٦٥$ فجد $ل(ن،٣)$

الحل:- $\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن،٣)}{٣!} \Leftarrow ١٦٥ = \frac{ل(ن،٣)}{٦}$ (ضرب تبادلي)

$\Leftarrow ل(ن،٣) = ٩٩٠$

مثال:- اذا كان $ل(ن،ر) = ٢٠$ ، $\binom{ن}{ر} = ١٠$ فجد ن، ر

الحل:- $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!} \Leftarrow ١٠ = \frac{٢٠}{ر!} \Leftarrow ١٠ ر! = ٢٠ \Leftarrow ر! = ٢$

$\Leftarrow ر = ٢$

بالتعويض: $ل(ن،٢) = ٢٠ \Leftarrow ن(ن-١) = ٤٠ \Leftarrow ن = ٥$

Scanned by CamScanner

مثال:- إذا كان ل(ن، ر) = ٢١٠ ، $\binom{ن}{ر}$ = ٣٥ فجد ن، ر

الحل:- $\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن،ر)}{ر!}$ ⇐ $\frac{٢١٠}{ر!}$ = ٣٥ ⇐ ر! = $\frac{٢١٠}{٣٥}$ = ٦

⇐ ر = ٣

بالتعويض: ل(ن، ٣) = ٢١٠

⇐ ن × (ن-١) × (ن-٢) = ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠

⇐ ن = ٧

الاستاذ عماد مسك ٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال:- إذا كان ل(ن، ١) = $\binom{ن}{٢}$ فجد قيمة ن

الحل:- ل(ن، ١) = ن

$\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن،٢)}{٢!} = \frac{ن \times (ن-١)}{٢}$

∴ $\frac{ن(ن-١)}{٢}$ = ن ⇐ ن(ن-١) = ٢ن ⇐ ن^{٢} - ن - ٢ن = ٠

⇐ ن^{٢} - ٣ن = ٠ ⇐ ن(ن-٣) = ٠ ⇐ ن = ٠ (مرفوض)

⇐ ن = ٣

مثال:- إذا كان $\binom{ن}{ن-٢}$ = ل(٣، ٢) فجد قيمة ن

الحل:- ل(٣، ٢) = ٣ × ٢ = ٦

$\binom{ن}{ن-٢} = \binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن،٢)}{٢!} = ٦$

⇐ ل(ن، ٢) = ١٢ ⇐ ١٢ = ٣ × ٤ ⇐ ن = ٤

مثال:- امتحان مكون من ٩ أسئلة، بكم طريقة يمكن لشخص اختيار ٦ أسئلة للاجابة عنها.

الحل:- عدد الطرق = $\binom{٩}{٦} = \frac{٩!}{٦! \times ٣!} = \frac{٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٦} = ٨٤$

Scanned by CamScanner

مثال:- من بين ٥ طلاب نريد تكوين لجنة، ما عدد طرق تكوين اللجنة إذا كانت تحوي: ① ٣ طلاب ② ٣ طلاب على الأقل

الحل:- ① عدد الطرق $= \binom{٥}{٣} = \frac{!٥}{!٢ \times !٣} = \frac{!٣ \times ٤ \times ٥}{١ \times ٢ \times !٣} = ١٠$

② ٣ طلاب + ٤ طلاب + ٥ طلاب

$= \binom{٥}{٣} + \binom{٥}{٤} + \binom{٥}{٥} = ١٠ + ٥ + ١ = ١٦$

مثال: بكم طريقة يمكن اختيار ٤ طلاب ومعلمين اثنين لتشكيل لجنة من بين ٧ طلاب و ٥ معلمين

الحل:- عدد طرق اختيار الطلاب $= \binom{٧}{٤} = \frac{!٧}{!٣ \times !٤} = \frac{!٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{١ \times ٢ \times ٣ \times !٤} = ٣٥$

عدد طرق اختيار المعلمين $= \binom{٥}{٢} = \frac{!٥}{!٣ \times !٢} = \frac{!٣ \times ٤ \times ٥}{!٣ \times ١ \times ٢} = ١٠$

$\Leftarrow$ عدد طرق اختيار اللجنة $= ١٠ \times ٣٥ = ٣٥٠$

مثال:- مجلس ادارة مشكوله من (٨ رجال) و (٥ سيدات) نريد تكوين لجنة رياضية منهم، ما عدد طرق تشكيل اللجنة في الحالات التالية؟

① اذا كان في اللجنة رجلين وسيدتين

② اذا كان في اللجنة ٣ رجال على الأقل

③ رئيس اللجنة ونائبه من الرجال والباقي سيدات.

الحل:- ① عدد الطرق = عدد طرق اختيار رجلين × عدد طرق اختيار سيدتين

$= \binom{٨}{٢} \times \binom{٥}{٢} = ٢٨ \times ١٠ = ٢٨٠$

② ٣ رجال على الأقل تعني ٣ رجال وسيدة واحدة أو ٤ رجال

$= \binom{٨}{٣}\binom{٥}{١} + \binom{٨}{٤} = ٥٦ \times ٥ + ٧٠ = ٢٨٠ + ٧٠ = ٣٥٠$

③ عدد الطرق = عدد طرق اختيار الرئيس × عدد طرق اختيار النائب × عدد طرق اختيار السيدتين

$= ٨ \times ٧ \times \binom{٥}{٢} = ٥٦ \times ١٠ = ٥٦٠$

Scanned by CamScanner

مثال: في مسابقة ٦ أسئلة علوم و ٥ أسئلة أدب، و يختار المتسابق ٣ أسئلة للاجابة عنها، ما عدد طرق اختيار الأسئلة إذا كان على المتسابق أن يختار:

١) سؤال علوم وسؤالين أدب
٢) جميع الأسئلة من نوع واحد
٣) سؤالين على الأقل علوم

الحل: ١) عدد الطرق $= \binom{٦}{١} \times \binom{٥}{٢} = ٦ \times ١٠ = ٦٠$

٢) عدد الطرق = عدد طرق (سؤالين علوم وسؤال أدب) + عدد طرق ٣ أسئلة علوم

$= \binom{٦}{٢}\binom{٥}{١} + \binom{٦}{٣}$

$= ١٥ \times ٥ + ٢٠ = ٧٥ + ٢٠ = ٩٥$

٣) عدد الطرق = عدد طرق جميع الأسئلة علوم + عدد طرق جميع الأسئلة أدب

$= \binom{٦}{٣} + \binom{٥}{٣} = ٢٠ + ١٠ = ٣٠$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

* المتغير العشوائي المنفصل :-

عند اجراء تجربة لهم بخاصية معينة لنواتج التجربة فمثلاً عند رمي قطعة نقد متزن فإن الفضاء العيني ر = {ص ص ، ص ك ، ك ص ، ك ك} ، فإذا دل المتغير س على عدد مرات ظهور الصورة فإن س (ص ص) = ٢ ، س (ص ك) = ١ ~~س (ك ص) = ١~~ س (ك ك) = ٠ وتكون قيم س {٠، ١، ٢} وإذا ربطنا كل قيمة باحتمالها :

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

ويسمى هذا التوزيع الاحتمالي ويمكن كتابته على الصورة

{(٠، $\frac{1}{4}$) ، (١، $\frac{2}{4}$) ، (٢، $\frac{1}{4}$)} ⇐ نلاحظ أن $\sum$ ل (س) = ١

⇐ $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$ = ١

مثال : عند رمي قطعة نقد ٣ مرات ، سجل الفضاء العيني وإذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة ، اكتب قيم س ، جد التوزيع الاحتمالي لـ س

الحل : ر = {(ص ص ص) ، (ص ص ك) ، (ص ك ص) ، (ص ك ك) ، (ك ص ص) ، (ك ص ك) ، (ك ك ص) ، (ك ك ك)}

١) قيم س هي {٠، ١، ٢، ٣}

٢)

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

مثال : عند تسجيل طفلين حسب الجنس وتسلسل الولادة إذا دل المتغير س على عدد الأطفال الذكور ، اكتب التوزيع الاحتمالي واكتب التوقع .

الحل : ر = {وو ، وب ، بو ، بب}

قيم س هي : {٠، ١، ٢}

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

Scanned by CamScanner

مثال ٥:- اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير هو {(١، ١و٠)، (١، ٣و٠)، (٢، ب)} فجد قيمة ب

الحل:- ١و٠ + ٣و٠ + ب = ١

٤و٠ + ب = ١ ⇐ ب = ١ - ٤و٠ = ٦و٠

مثال ٦:- اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير كما في الجدول التالي فجد ب

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١و٠	١و٠	٤و٠	ب

الحل:- ١و٠ + ١و٠ + ٤و٠ + ب = ١

ب = ١ - ٦و٠ = ٤و٠

---

* **توزيع ذات الحدين:-**

اذا اجريت تجربة ن من المرات وكان احتمال النجاح في المحاولة الواحدة هو (م) وكان س متغيرا عشوائيا يمثل عدد مرات النجاح فإن ل(س = ر) = $\binom{ن}{ر}$ $م^{ر}$ $(١-م)^{ن-ر}$

ويسمى ن ، م معاملي المتغير س

مثال ٧:- عند رمي حطة نقد ١٠ مرات

١) ما احتمال ظهور الصورة في ٧ مرات

٢) ما احتمال ظهور الصورة في ٤ مرات

٣) ما احتمال ظهور الصورة في جميع المرات

الاستاذ عماد مسك ٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

الحل:- ن = ١٠ م = $\frac{١}{٢}$ ١ - م = ١ - $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

١) ل(٧) = $\binom{١٠}{٧}$ $(\frac{١}{٢})^{٧}$ $(\frac{١}{٢})^{٣}$

٢) ل(٤) = $\binom{١٠}{٤}$ $(\frac{١}{٢})^{٤}$ $(\frac{١}{٢})^{٦}$

٣) ل(١٠) = $\binom{١٠}{١٠}$ $(\frac{١}{٢})^{١٠}$ $(\frac{١}{٢})^{٠}$ = ١ × $(\frac{١}{٢})^{١٠}$ × ١ = $(\frac{١}{٢})^{١٠}$

Scanned by CamScanner

مثال:- اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٥ ، ل = ٤
فجد كلاً من :

① ل(س = ٢) ② ل(س = ٣) ③ ل(س ≤ ١) ④ ل(س > ٣)

⑤ ل(٢ < س ≤ ٤)

الحل:- ن = ٥ ل = ٤و٠ ١-ل = ١-٤و٠ = ٦و٠

① ل(٢) = $\binom{٥}{٢}$ (٤و٠)^{٢} (٦و٠)^{٣}

② ل(٣) = $\binom{٥}{٣}$ (٤و٠)^{٣} (٦و٠)^{٢}

③ ل(س ≤ ١) = ل(١) + ل(٠)

= $\binom{٥}{١}$ (٤و٠)^{١} (٦و٠)^{٤} + $\binom{٥}{٠}$ (٤و٠)^{٠} (٦و٠)^{٥}

= ٥ × ٤٠و٠ × (٦و٠)^{٤} + ١ × ١ × (٦و٠)^{٥}

= ٢ × (٦و٠)^{٤} + (٦و٠)^{٥}

④ ل(س > ٣) = ل(٤) + ل(٥)

= $\binom{٥}{٤}$ (٤و٠)^{٤} (٦و٠) + $\binom{٥}{٥}$ (٤و٠)^{٥} (٦و٠)^{٠}

⑤ ل(٢ < س ≤ ٤) = ل(٣) + ل(٤)

= $\binom{٥}{٣}$ (٤و٠)^{٣} (٦و٠)^{٢} + $\binom{٥}{٤}$ (٤و٠)^{٤} (٦و٠)^{١}

للأستاذ: عماد مسك
0795153669

مثال:- اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٣ ، ل = ٨و٠ فجد

① قيم س ② ل(س = ٢) ③ جدول التوزيع الاحتمالي

الحل:- ① ن = ٣ فتكون قيم س هي {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

② ل(٢) = $\binom{٣}{٢}$ (٨و٠)^{٢} (٢و٠)^{١} = ٣ × ٦٤و٠ × ٢و٠ = ٣٨٤و٠

③ ل(٠) = $\binom{٣}{٠}$ (٨و٠)^{٠} (٢و٠)^{٣} = ١ × ١ × ٠٠٨و٠ = ٠٠٨و٠

ل(١) = $\binom{٣}{١}$ (٨و٠)^{١} (٢و٠)^{٢} = ٣ × ٨و٠ × ٠٤و٠ = ٠٩٦و٠

ل(٣) = $\binom{٣}{٣}$ (٨و٠)^{٣} (٢و٠)^{٠} = ١ × ٥١٢و٠ × ١ = ٥١٢و٠

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٠٨و٠	٠٩٦و٠	٣٨٤و٠	٥١٢و٠

Scanned by CamScanner

* مثال: عند رمي حجر النرد ٤ مرات ما احتمال ظهور العدد ٥ في ٣ مرات

الحل: ن = ٤ $\quad$ $ح = \frac{1}{6}$ $\quad$ $ف = 1 - ح = \frac{5}{6}$

$$ل(٣) = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^{3}\left(\frac{5}{6}\right)^{1} = 4 \times \frac{1}{216} \times \frac{5}{6} = \frac{20}{1296}$$

مثال: اذا كان احتمال اصابة صياد لهدف في الرصية الواحدة هو $\frac{2}{3}$ واطلق الصياد ٥ طلقات.

١) ما احتمال أن يصيب الهدف ٣ مرات

٢) ما احتمال أن يصيب الهدف في ٤ مرات على الأقل

الحل: ن = ٥ $\quad$ $ح = \frac{2}{3}$ $\quad$ $ف = 1 - ح = \frac{1}{3}$

١) $$ل(٣) = \binom{5}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\left(\frac{1}{3}\right)^{2} = 10 \times \frac{8}{27} \times \frac{1}{9} = \frac{80}{243}$$

٢) $ل(٤) + ل(٥) = ل(س \geq ٤)$

$$= \binom{5}{4}\left(\frac{2}{3}\right)^{4}\left(\frac{1}{3}\right)^{1} + \binom{5}{5}\left(\frac{2}{3}\right)^{5}\left(\frac{1}{3}\right)^{0} = 5 \times \frac{16}{81} \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{32}{243} = \frac{80}{243} + \frac{32}{243} = \frac{112}{243}$$

مثال: اذا كانت نسبة العيب في انتاج مصنع هي ١٠٪ واخذنا ٨ قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية:

١) ما احتمال وجود ٣ قطع معيبة

٢) ما احتمال عدم وجود أي قطعة معيبة

٣) ما احتمال أن يزيد عدد القطع المعيبة عن واحدة

الحل: ن = ٨ $\quad$ $ح = \frac{10}{100} = ٠٫١$ $\quad$ $ف = 1 - ح = ٠٫٩$

١) $$ل(٣) = \binom{8}{3}(٠٫١)^{3}(٠٫٩)^{5}$$

٢) $$ل(٠) = \binom{8}{0}(٠٫١)^{0}(٠٫٩)^{8} = 1 \times 1 \times (٠٫٩)^{8} = (٠٫٩)^{8}$$

٣) $$ل(١) + ل(٠) = \binom{8}{1}(٠٫١)^{1}(٠٫٩)^{7} + \binom{8}{0}(٠٫١)^{0}(٠٫٩)^{8}$$

Scanned by CamScanner

مثال: مصنع به ٥ آلات اذا كان احتمال أن تحتاج أي آلة إلى إصلاح في السنة الخامسة من عمرها هو ٠,٢ فاوجد احتمال:

١) أن تحتاج أي من الآلات إلى إصلاح
٢) أن تحتاج اثنتان فقط إلى إصلاح
٣) أن تحتاج اثنتان على الأكثر إلى إصلاح
٤) أن تحتاج واحدة على الأقل الى إصلاح

الحل: ن = ٥ م = ٠,٢ ١-م = ١-٠,٢ = ٠,٨

١) ل(٠) = $\binom{٥}{٠}$ (٠,٢)^{٠} (٠,٨)^{٥}

٢) ل(٢) = $\binom{٥}{٢}$ (٠,٢)^{٢} (٠,٨)^{٣}

٣) ل(٢) + ل(١) + ل(٠) = $\binom{٥}{٢}$ (٠,٢)^{٢} (٠,٨)^{٣} + $\binom{٥}{١}$ (٠,٢)^{١} (٠,٨)^{٤} + $\binom{٥}{٠}$ (٠,٢)^{٠} (٠,٨)^{٥}

٤) ل(١) + ل(٢) + ... + ل(٥) = ١ - ل(٠)
= ١ - $\binom{٥}{٠}$ (٠,٢)^{٠} (٠,٨)^{٥}

مثال: اذا كانت نسبة التالف في انتاج مصنع هي ٠,٠٢ وأخذت عينة مكونة من ٥ قطع، فما احتمال أن تكون جميعها سالمة.

الحل: ن = ٥ م = ٠,٠٢ ١-م = ١-٠,٠٢ = ٠,٩٨

١) ل(٠) = $\binom{٥}{٠}$ (٠,٠٢)^{٠} (٠,٩٨)^{٥} = ١ × ١ × (٠,٩٨)^{٥} = (٠,٩٨)^{٥}

مثال: اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين ن = ٣ وكان ل(س ≥ ١) = $\frac{١٩}{٢٧}$ جد:

١) قيمة م
٢) ل(س = ٢)

الحل:

١) ١ - $\frac{١٩}{٢٧}$ = $\frac{٨}{٢٧}$ ← ٠ | ١ ٢ ٣ ← $\frac{١٩}{٢٧}$

ل(٠) = $\binom{٣}{٠}$ (م)^{٠} (١-م)^{٣} = $\frac{٨}{٢٧}$ ⇐ (١-م)^{٣} = $\frac{٨}{٢٧}$ ⇐ ١-م = $\frac{٢}{٣}$

⇐ م = ١ - $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

٢) ل(٢) = $\binom{٣}{٢}$ $\left(\frac{١}{٣}\right)^{٢}$ $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{١}$ = ٣ × $\frac{١}{٩}$ × $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{٢}{٩}$

Scanned by CamScanner

مثال:- اذا كان س متغيراً ذا حدين حيث ن = ٣ وكان ل(س = ٢) = $\frac{٩٨}{١٢٥}$ جد ١) قيمة م ٢) ل(س = ٢)

الحل: ١) ٠ ١ ٢ ③

$\frac{٩٨}{١٢٥}$ ← $١ - \frac{٩٨}{١٢٥} = \frac{٢٧}{١٢٥}$

ل(٣) = $\binom{٣}{٣}$ (م)^{٣} (١ - م)^{٠} = $\frac{٢٧}{١٢٥}$

(م)^{٣} = $\frac{٢٧}{١٢٥}$ ⇐ م = $\frac{٣}{٥}$

② ل(٢) = $\binom{٣}{٢}$ $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{١}$ = ٣ × $\frac{٩}{٢٥}$ × $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٥٤}{١٢٥}$

---

* العلامة المعيارية:

لايجاد موقع علامة الطالب بالنسبة لعلامات بقية الطلاب وذلك بايجاد عدد الانحرافات المعيارية لتلك العلامة عن الوسط الحسابي وبذلك نكون قد حولنا العلامة الأصلية إلى علامة معيارية حيث: ز = $\frac{س - \bar{س}}{ع}$

س العلامة الأصلية
$\bar{س}$ الوسط الحسابي
ع الانحراف المعياري
ز العلامة المعيارية

مثال: اذا كان الوسط الحسابي لتوزيع ما يساوي ٧٢ والانحراف المعياري يساوي ٨ فجد العلامات المعيارية للعلامات الأصلية ٨٤، ٧٢، ٥٢

الحل: $\bar{س}$ = ٧٢ ع = ٨

ز$_{٨٤}$ = $\frac{٨٤ - ٧٢}{٨}$ = $\frac{١٢}{٨}$ = ١,٥

ز$_{٧٢}$ = $\frac{٧٢ - ٧٢}{٨}$ = $\frac{٠}{٨}$ = ٠

ز$_{٥٢}$ = $\frac{٥٢ - ٧٢}{٨}$ = $\frac{-٢٠}{٨}$ = -٢,٥

مثال:- اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف هو ٧٠ والانحراف المعياري هو ٦ فجد العلامات الأصلية للعلامات المعيارية ① ١,٥ ② -٢

الحل: $\bar{س}$ = ٧٠ ، ع = ٦

① $\frac{س - ٧٠}{٦}$ = ١,٥
س - ٧٠ = ٩
س = ٧٩

② $\frac{س - ٧٠}{٦}$ = -٢
س - ٧٠ = -١٢
س = ٧٠ - ١٢
س = ٥٨

Scanned by CamScanner

مثال: في توزيع ما كان الوسط الحسابي يساوي ٥٤ وحصل طالب على العلامة ٧٠ وكانت علامته المعيارية هي ٢ فجد الانحراف المعياري

الحل: $\bar{س} = ٥٤$ $س = ٧٠$ $ع = ؟؟$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Leftarrow ٢ = \frac{٧٠ - ٥٤}{ع} \Leftarrow ٢ع = ١٦ \Leftarrow \boxed{ع = ٨}$$

مثال: في توزيع ما كان الانحراف المعياري يساوي ١٠ وحصل طالب على العلامة ٧٥ وكانت علامته المعيارية هي ١,٥ فجد الوسط الحسابي.

الحل: $ع = ١٠$ $س = ٧٥$ $ز = ١,٥$ $\bar{س} = ؟؟$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Leftarrow ١,٥ = \frac{٧٥ - \bar{س}}{١٠} \Leftarrow ٧٥ - \bar{س} = ١٥$$

$$\Leftarrow \bar{س} = ٧٥ - ١٥ \Leftarrow \bar{س} = ٦٠$$

مثال: في امتحان لصف ما حصل طالبان على العلامتين ٧٠ ، ٨٤ وكانت علامتيهما المعياريتين هما ١ ، ٣ فجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لعلامات الصف.

الحل:

٧٠ ← ١

٨٤ ← ٣

$$١ = \frac{٧٠ - \bar{س}}{ع} \Leftarrow ع = ٧٠ - \bar{س} \quad \text{---} ①$$

$$٣ = \frac{٨٤ - \bar{س}}{ع} \Leftarrow ٣ع = ٨٤ - \bar{س} \quad \text{---} ②$$

بالطرح

$$٢ع = ١٤ \Leftarrow \boxed{ع = ٧}$$

نعوض في ① $\Leftarrow ٧ = ٧٠ - \bar{س} \Leftarrow \boxed{\bar{س} = ٦٣}$

سؤال: في امتحان الرياضيات حصل طالب على العلامة ٨٠ وكان الوسط الحسابي يساوي ٧٠ والانحراف المعياري يساوي ١٠ ، وفي امتحان الحاسوب حصل نفس الطالب على العلامة ٦٠ وكان الوسط الحسابي يساوي ٥٠ والانحراف المعياري يساوي ٥ ففي أي المبحثين يكون تحصيل الطالب أفضل بالنسبة لمستوى الصف ؟؟

الحل: الرياضيات ← $س = ٨٠$ ، $\bar{س} = ٧٠$ ، $ع = ١٠$

الحاسوب ← $س = ٦٠$ ، $\bar{س} = ٥٠$ ، $ع = ٥$

نجد العلامة المعيارية للمبحثين ← ← اكمل

Scanned by CamScanner

مثال :- ثلاثة طلاب أ ، ب ، جـ في أحد الصفوف علاماتهم المعيارية
٢ ، ١ ، ٠٫٧٥ على الترتيب وكان الوسط الحسابي لعلامات جميع طلاب الصف هو ٦٨
والفرق بين علامتي أ ، جـ هو (١٠) فجد :
① الانحراف المعياري لعلامات الصف
② العلامات الفعلية للطلاب أ ، ب ، جـ

الحل :

أ	ب	جـ
↓	↓	↓
٢	١	٠٫٧٥

أ - جـ = ١٠
س = ٦٨

$$٢ = \frac{أ - ٦٨}{ع} \Leftarrow ع٢ = أ - ٦٨ \quad \text{---} ①$$

بالطرح

$$٠٫٧٥ = \frac{جـ - ٦٨}{ع} \Leftarrow ٠٫٧٥ ع = جـ - ٦٨ \quad \text{---} ②$$

بحل المعادلتين $١٫٢٥ ع = ١٠ \Leftarrow ع = \frac{١٠}{١٫٢٥} = \frac{١٠٠٠}{١٢٥} = ٨$

$$٢ = \frac{أ - ٦٨}{٨} \Leftarrow أ - ٦٨ = ١٦ \Leftarrow أ = ٨٤$$

$$\therefore جـ = أ - ١٠ \Leftarrow جـ = ٧٤$$

$$١ = \frac{ب - ٦٨}{٨} \Leftarrow ب - ٦٨ = ٨ \Leftarrow ب = ٧٦$$

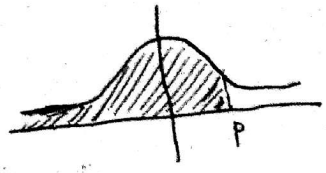
مثال :- اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف هو ٦٠ والانحراف المعياري لها هو ٨
جد : ① العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحسابي بمقدار ٣ انحرافات معيارية
② العلامة التي تنحرف دون الوسط الحسابي بمقدار انحرافين معياريين
③ عدد الانحرافات المعيارية التي تنحرفها العلامة ٧٤ عن الوسط الحسابي .

الحل : ① $٣ \times ٨ = ٢٤ \Leftarrow$ فوق الوسط $٦٠ + ٢٤ = ٨٤$
② $٢ \times ٨ = ١٦ \Leftarrow$ دون الوسط $٦٠ - ١٦ = ٤٤$
③ $ز = \frac{٧٤ - ٦٠}{٨} = \frac{١٤}{٨} = ١٫٥$ (عدد الانحرافات المعيارية = ١٫٥ انحراف معياري)

Scanned by CamScanner

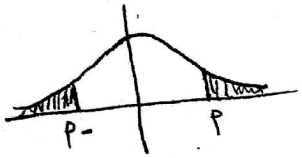
* التوزيع الطبيعي :-

التوزيع الطبيعي المعياري هو توزيع طبيعي وسطه الحسابي (صفر) وانحرافه المعياري يساوي (١) ومتغيره العشوائي هو العلامة المعيارية ز ويتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي لايجاد الاحتمال لقيم (ز) الأقل من (ق) أي ل (ز ≤ ق) حيث ق > ٠.



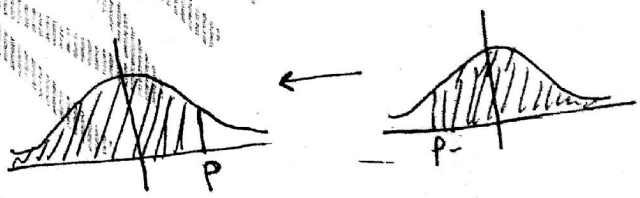
ولايجاد بقية الاحتمالات (على يسار قيم ز السالبة أو يمينها)

أو على يمين قيم ز الموجبة فيتم استخدام خاصية التماثل فإذا كانت ق > ٠ فإنه

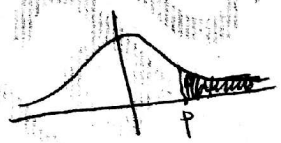


① ل (ز ≤ -ق) = ل (ز ≥ ق) = ١ - ل (ز ≤ ق)

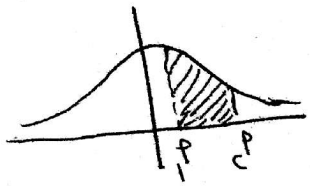
② ل (ز ≤ -ق) = ل (ز ≥ ق) (من الجدول مباشرة)



③ ل (ز ≤ ق) = ١ - ل (ز ≥ ق)



④ ل (ق١ ≤ ز ≤ ق٢) = ل (ز ≤ ق٢) - ل (ز ≤ ق١) حيث ق٢ > ق١



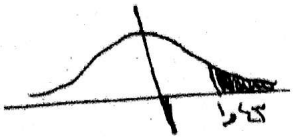
الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

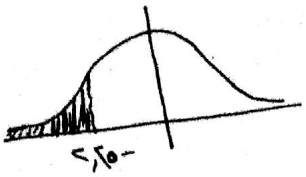
مثال :- جد ما يلي :-

① ل(ز ≤ ١,٣) = ٠,٩٠٣٢ (مباشرة من الجدول)

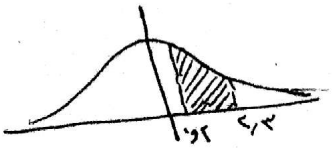
② ل(ز ≥ -٠,٥٦) = ل(ز ≤ ٠,٥٦) = ٠,٧١٢٣



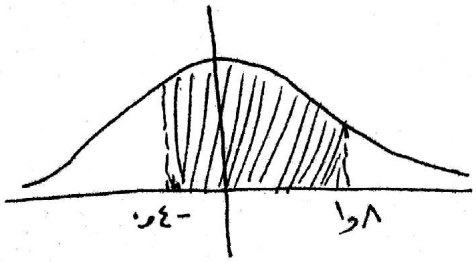
③ ل(ز ≥ ١,٤٣) = ١ - ل(ز ≤ ١,٤٣) = ١ - ٠,٩٢٣٦
= ٠,٠٧٦٤



④ ل(ز ≤ -٢,٢٥) = ١ - ل(ز ≤ ٢,٢٥) = ١ - ٠,٩٨٧٨
= ٠,٠١٢٢



⑤ ل(٢,٠ ≤ ز ≤ ٢,٣) = ل(ز ≤ ٢,٣) - ل(ز ≤ ٢,٠)
= ٠,٩٨٩٣ - ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠١٢١



⑥ ل(-٠,٤ ≤ ز ≤ ١,٨) = ل(ز ≤ ١,٨) - ل(ز ≤ -٠,٤)
= ل(ز ≤ ١,٨) - (١ - ل(ز ≤ ٠,٤))
= ٠,٩٦٤١ - (١ - ٠,٦٥٥٤)
= ٠,٩٦٤١ - ٠,٣٤٤٦
= ٠,٦١٩٥

Scanned by CamScanner

كما يمكن استخدام الجدول في ايجاد قيمة ز إذا علم الاحتمال

مثال :- جد ز في الحالات التالية :-

١) ل (ز ≥ ب) = ٨٧٠٨ و. ⇐ ب = ١,١٣

٢) ل (ز ≤ ب) = ٩٩٦٠ و. ⇐ ب = -٢,٦٥

٣) ل (ز ≥ ب) = ١١٥١ و.

ل (ز ≤ ب) = ١ - ١١٥١ و. = ٨٨٤٩ و.

∴ ب = -١,٢

٤) ل (ز ≤ ب) = ٦٦٨ و.

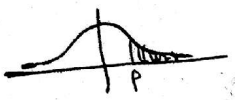
ل (ز ≥ ب) = ١ - ٦٦٨ و. = ٣٣٢٩ و.

∴ ب = ١,٥

ملاحظة :- لتحديد موقع ب

١) اذا كانت ب في المنتصف فإن : ل (ز ≥ ب) = ٥٠٠٠ و. أيضاً ل (ز ≤ ب) = ٥٠٠٠ و.

٢) إذا كانت ب موجبة فإن : ل (ز ≥ ب) تكون أكبر من ٥٠٠٠ و.

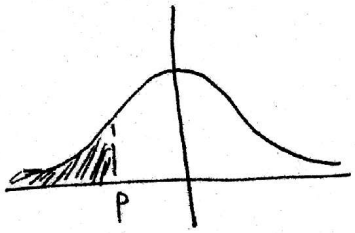


ل (ز ≤ ب) تكون أصغر من ٥٠٠٠ و.

٣) إذا كانت ب سالبة فإن :

ل (ز ≥ ب) تكون أصغر من ٥٠٠٠ و.

ل (ز ≤ ب) تكون أكبر من ٥٠٠٠ و.



الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

مثال :- إذا كانت علامات ٣٠٠٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره ٦٠ وانحراف معياري مقداره ١٠ اخترنا طالب عشوائياً .

① ما احتمال أن تقل علامته عن ٧٣

② ما احتمال أن تزيد علامته عن ٦٨

③ ما احتمال أن تنحصر علامته بين ٥٢ ، ٧٤

④ اذا قبلت الجامعة أعلى ٣٠٪ من الطلاب فجد علامة القبول

الحل :- س = ٦٠ ع = ١٠

① $ز_{٧٣} = \frac{٧٣ - ٦٠}{١٠} = ١٫٣ \Leftarrow ل(ز \leq ١٫٣) = ٠٫٩٠٣٢$

② $ز_{٦٨} = \frac{٦٨ - ٦٠}{١٠} = ٠٫٨ \Leftarrow ل(ز \leq ٠٫٨) = ١ - ل(ز \geq ٠٫٨)$

$= ١ - ٠٫٧٨٨١ = ٠٫٢١١٩$

③ $ز_{٥٢} = \frac{٥٢ - ٦٠}{١٠} = -٠٫٨$

$ز_{٧٤} = \frac{٧٤ - ٦٠}{١٠} = ١٫٤$

$\Leftarrow ل(-٠٫٨ \leq ز \leq ١٫٤) = ل(ز \leq ١٫٤) - ل(ز \leq -٠٫٨)$

$= ل(ز \leq ١٫٤) - (١ - ل(ز \leq ٠٫٨))$

$= ٠٫٩١٩٢ - (١ - ٠٫٧٨٨١)$

$= ٠٫٩١٩٢ - ٠٫٢١١٩ = ٠٫٧٠٧٣$

المطلوب (أ) ثم س

④ $ل(ز \geq أ) = ٠٫٣$

$\therefore ل(ز \leq أ) = ١ - ٠٫٣ = ٠٫٧$

ومن الجدول أ = ٠٫٥٢

$٠٫٥٢ = \frac{س - ٦٠}{١٠}$

$٥٫٢ = س - ٦٠ \Leftarrow س = ٦٥٫٢$

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

مثال:- إذا كانت أوزان ١٠٠٠ طفل تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره ٤ كغم وانحراف معياري مقداره ٠٫٥ كغم. اختير طفل عشوائياً

① ما احتمال أن يكون وزنه أصغر من ٤٫٨ كغم

② ما احتمال أن يكون وزنه أصغر من ٣٫٦ كغم

③ ما عدد الأطفال الذين تنحصر أوزانهم بين ٣٫٥ كغم ، ٤٫٤ كغم

الحل:- $س = ٤$ $ع = ٠٫٥$

① $ز_{٤٫٨} = \frac{٤٫٨ - ٤}{٠٫٥} = \frac{٠٫٨}{٠٫٥} = \frac{٨}{٥} = ١٫٦$

$ل(ز \leq ١٫٦) = ٠٫٩٤٥٢$

② $ز_{٣٫٦} = \frac{٣٫٦ - ٤}{٠٫٥} = \frac{-٠٫٤}{٠٫٥} = -٠٫٨$

$ل(ز \leq -٠٫٨) = ١ - ل(ز \leq ٠٫٨) = ١ - ٠٫٧٨٨١ = ٠٫٢١١٩$

③ $ز_{٣٫٥} = \frac{٣٫٥ - ٤}{٠٫٥} = \frac{-٠٫٥}{٠٫٥} = -١$

$ز_{٤٫٤} = \frac{٤٫٤ - ٤}{٠٫٥} = \frac{٠٫٤}{٠٫٥} = ٠٫٨$

$ل(-١ \leq ز \leq ٠٫٨) = ل(ز \leq ٠٫٨) - ل(ز \leq -١)$

$= ٠٫٧٨٨١ - (١ - ٠٫٨٤١٢)$

$= ٠٫٧٨٨١ - ٠٫١٥٨٧ = ٠٫٦٢٩٤$

العدد هو $١٠٠٠ \times ٠٫٦٢٩٤ = ٦٢٩٤$ طفل

مثال:- اذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره ٦٥ وانحراف معياري مقداره ١٠ وكان عدد الناجحين ٧٥٨ فجد علامة النجاح

الحل:- نسبة الناجحين $= \frac{٧٥٨}{١٠٠٠} = ٠٫٧٥٨٠$

$\therefore ل(ز \geq ؟) = ٠٫٧٥٨٠$ ومن الجدول $؟ = -٠٫٧$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Leftarrow -٠٫٧ = \frac{س - ٦٥}{١٠} \Leftarrow -٧ = س - ٦٥$

$\boxed{س = ٥٨}$ علامة النجاح

Scanned by CamScanner

مثال :- إذا كان معامل الذكاء يتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره ١١٠ وانحراف معياري مقداره ١٠

١) اذا اخترنا شخص عشوائياً فجد احتمال أن يكون معامل ذكاءه أقل من ١٢٥

٢) اذا قررت إحدى المؤسسات قبول فقط من يزيد معامل ذكائهم عن ١٢٠ فجد نسبة الأشخاص المقبولين .

الحل :- س = ١١٠ ع = ١٠

١) $ن_{١٢٥} = \frac{١٢٥ - ١١٠}{١٠} = \frac{١٥}{١٠} = ١٫٥$

ل (ز ≤ ١٫٥) = ٠٫٩٣٣٢

٢) $ن_{١٢٠} = \frac{١٢٠ - ١١٠}{١٠} = \frac{١٠}{١٠} = ١$

ل (ز > ١) = ١ - ل (ز ≤ ١) = ١ - ٠٫٨٤١٣ = ٠٫١٥٨٧

مثال :- اذا كانت رواتب ١٠٠٠ موظف تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره ٢٠٠ دينار وانحراف معياري مقداره ١٠ دنانير

١) جد عدد الموظفين الذين تتحصر رواتبهم بين ١٩٢ ، ٢١٥ دينار

٢) إذا كان عدد الموظفين الذين تزيد رواتبهم عن الوسط الحسابي وتقل عن راتب معين (س) هو ٤٤٥٢ فجد س -

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

الحل :- س = ٢٠٠ ع = ١٠

١) $ن_{١٩٢} = \frac{١٩٢ - ٢٠٠}{١٠} = \frac{-٨}{١٠} = -٠٫٨$

$ن_{٢١٥} = \frac{٢١٥ - ٢٠٠}{١٠} = \frac{١٥}{١٠} = ١٫٥$

ل (-٠٫٨ ≤ ز ≤ ١٫٥) = ل (ز ≤ ١٫٥) - ل (ز ≤ -٠٫٨)

= ل (ز ≤ ١٫٥) - (١ - ل (ز ≤ ٠٫٨))

= ٠٫٩٣٣٢ - (١ - ٠٫٧٨٨١)

= ٠٫٩٣٣٢ - ٠٫٢١١٩ = ٠٫٧٢١٣

العدد = ١٠٠٠ × ٠٫٧٢١٣ = ٧٢١٣ (٢٧١)

← تابع

Scanned by CamScanner

* الارتباط ومعامل الإرتباط :-

* الارتباط : هو دراسة العلاقة بين متغيرين من حيث كون هذه العلاقة طردية أو عكسية ضعيفة أو قوية .

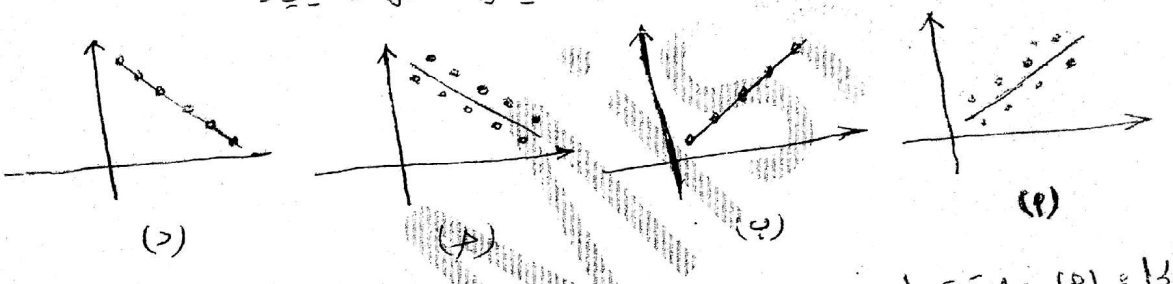
يساعدنا على ذلك شكل الانتشار وهو يبين مدى تباعد أو تقارب القيم ونوعها .

* يمكن معرفة نوع الارتباط من شكل الانتشار ، فعندما تقع النقاط على خط مستقيم أو تتجمع حول خط مستقيم نسمي الارتباط خطياً .

* اذا كان الخط صاعداً (متزايداً) فإن الارتباط طردي .

* اذا كان الخط هابطاً (متناقصاً) فإن الارتباط عكسي .

مثال : ما نوع الارتباط بين المتغيرين س ، ص في كل شكل مما يلي :



الحل : (أ) علاقة طردية

(ب) علاقة طردية تامة

(ج) علاقة عكسية

(د) علاقة عكسية تامة

---

* نقيس قوة الارتباط بين المتغيرين بمقياس يسمى معامل ارتباط بيرسون :

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

مثال : احسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم س ، ص في الجدول التالي :

س	٤	٨	٤	٩	١١	١٢
ص	٦	٩	٣	٧	٨	٩

Scanned by CamScanner

الحل:

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄) × (ص - ص̄)	(س - س)²	(ص - ص̄)²
٤	١	-٤	-١	٤	١٦	١
٨	٩	٠	٢	٠	٠	٤
٤	٣	-٤	-٤	١٦	١٦	١٦
٩	٧	١	٠	٠	١	٠
١١	٨	٣	١	٣	٩	١
١٢	٩	٤	٢	٨	١٦	٤
المجموع ٤٨	٤٢	٠	٠	٣١	٥٨	٢٦

$\bar{س} = \frac{٤٨}{٦} = ٨$ $\quad \bar{ص} = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{٣١}{\sqrt{٥٨ \times ٢٦}} = \frac{٣١}{١٥٠٨٧}$$

مثال: احسب معامل ارتباط بيرسون بين قيم س، ص في الجدول التالي:

س	٥	٨	٦	٢	٤
ص	٣	٥	٤	٣	٥

الحل:

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄) × (ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٥	٣	٠	-١	٠	٠	١
٨	٥	٣	١	٣	٩	١
٦	٤	١	٠	٠	١	٠
٢	٣	-٣	-١	٣	٩	١
٤	٥	-١	١	-١	١	١
م ٢٥	٢٠	٠	٠	٥	٢٠	٤

$\bar{س} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$ $\quad \bar{ص} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

$$ر = \frac{٥}{\sqrt{٤٠ \times ٢٠}} = \frac{٥}{\sqrt{٨٠٠}} = \frac{٥}{٥ \times ١٦} = \frac{٥}{٤٠}$$

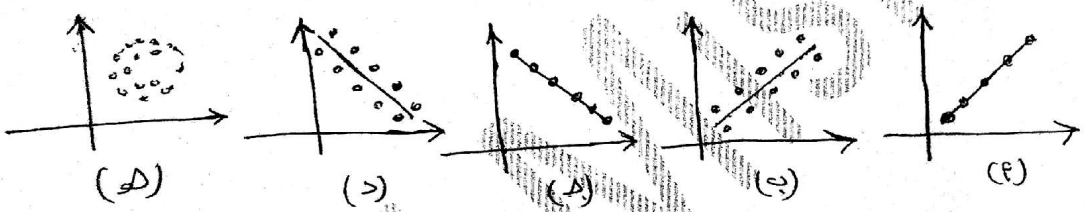
Scanned by CamScanner

مثال: اذا كان $\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص}) = ١٨$ ، $\sum (س-\bar{س})^2 = ٨١$ ، $\sum (ص-\bar{ص})^2 = ٣٦$
جد معامل ارتباط بيرسون ،

الحل: $ر = \frac{\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sqrt{\sum (س-\bar{س})^2 \times \sum (ص-\bar{ص})^2}} = \frac{١٨}{\sqrt{٨١ \times ٣٦}} = \frac{١٨}{٦ \times ٩} = \frac{١}{٣}$

* ملاحظة: - يمكن ايجاد قيمة تقديرية لمعامل الارتباط من شكل الانتشار ،

مثال: قدر قيمة معامل الارتباط في كل شكل مما يلي:



الحل: (أ) $\Leftarrow$ ر = ١ (علاقة طردية تامة)
(ب) $\Leftarrow$ ر = ٠٫٨ (علاقة طردية قوية)
(ج) $\Leftarrow$ ر = -١ (علاقة عكسية تامة)
(د) $\Leftarrow$ ر = -٠٫٨ (علاقة عكسية قوية)
(هـ) $\Leftarrow$ ر = صفر (لا توجد علاقة)

* أثر التعديلات الخطية في قيمة معامل الارتباط:

اذا تم تعديل القيم حسب العلاقة $س^* = أ س + ب$ ، $ص^* = ج ص + د$ فإن معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ يساوي:

① (ر) اذا كانت اشارتا أ ، ج متشابهتين
② (-ر) اذا كانت اشارتا أ ، ج مختلفتين

مثال: اذا كان معامل الارتباط بين قيم س ، ص هو ٠٫٨ فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في الحالات التالية: ① $س^* = ٢ س + ١$ ، $ص^* = ٥ ص - ٣$
② $س^* = ٣ - ٢ س$ ، $ص^* = ٤ - ص$
③ $س^* = ٢ س - ١$ ، $ص^* = ٥ - ص$

الحل: ① متبقى ر = ٠٫٨
② متبقى ر = ٠٫٨
③ تتبع ر = -٠٫٨

Scanned by CamScanner

* الانحدار:

معادلة الانحدار: معادلة خطية على الصورة ص = أ س + ب ونستخدم للتنبؤ بقيم المتغير ص إذا علمت أن قيم س معلومة.

عند رسم شكل الانتشار فإنه بعض النقاط لا تقع على الخط المستقيم وليس خطأ في التنبؤ.

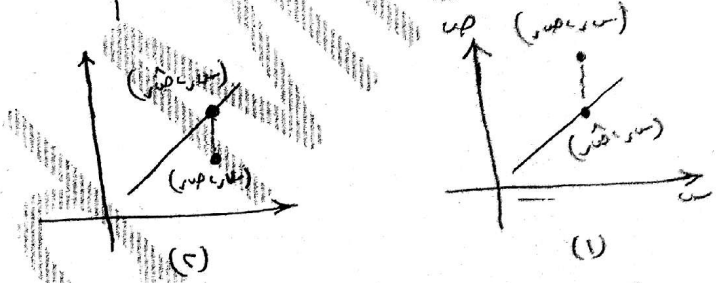
* الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها.

الخطأ في التنبؤ = ص - $\hat{ص}$

القيمة المتنبأ بها

القيمة الحقيقية

* يكون الخطأ في التنبؤ موجباً إذا كانت ص > $\hat{ص}$ أي تقع فوقها على الخط
* يكون الخطأ في التنبؤ سالباً إذا كانت ص < $\hat{ص}$ أي تقع تحتها على الخط



بشكل (١) الخطأ في التنبؤ موجب

بشكل (٢) " " " سالب

∴ معادلة الانحدار $\hat{ص}$ = أ س + ب ، الجبر معرفة أ ، ب

$$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

، ب = $\bar{ص}$ - أ $\bar{س}$

مثال: الجدول يبين قيم س ، ص

س	٥	٦	٤	٨	٤
ص	٣٥	٥٠	٣٠	٦٠	٣٥

① جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

② جد القيمة المتوقعة لـ ص إذا كانت س = ٧

③ جد خطأ التنبؤ عند س = ٥

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

Scanned by CamScanner

الحل:

س	ص	س-س̄	ص-ص̄	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²
٥	٣٥	٠	٧-	٠	٠
٦	٥٠	١	٨	٨	١
٢	٣٠	٣-	١٢-	٣٦	٩
٨	٦٠	٣	١٨	٥٤	٩
٤	٣٥	١-	٧-	٧	١
المجموع ٢٥	٢١٠	٠	٠	١٠٥	٢٠

$\bar{س} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$ $\quad \bar{ص} = \frac{٢١٠}{٥} = ٤٢$

$ب = \frac{\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sum (س-\bar{س})^2} = \frac{١٠٥}{٢٠} = \frac{٢١}{٤}$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٤٢ - \frac{٢١}{٤} \times ٥ = \frac{١٦٨}{٤} - \frac{١٠٥}{٤} = \frac{٦٣}{٤}$

$\hat{ص} = ب س + أ \Leftarrow \hat{ص} = \frac{٢١}{٤} س + \frac{٦٣}{٤}$

② عند $س = ٧$ $\Leftarrow \hat{ص} = \frac{٢١}{٤} \times ٧ + \frac{٦٣}{٤} = \frac{١٤٧}{٤} + \frac{٦٣}{٤} = \frac{٢١٠}{٤} = ٥٢,٥$

③ عند $س = ٥$ $\Leftarrow \hat{ص} = \frac{٢١}{٤} \times ٥ + \frac{٦٣}{٤} = \frac{١٠٥}{٤} + \frac{٦٣}{٤} = \frac{١٦٨}{٤} = ٤٢$

الخطأ = الحقيقية - المتنبأ بها

$= ٣٥ - ٤٢ = ٧-$

(من الجدول) (من المعادلة)

سؤال: الجدول يبين قيم س، ص

س	٢	٣	٦	٩
ص	٣	٥	٤	٨

① احسب معامل ارتباط بيرسون

② اكتب معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت س

الاجابة ① $ر = \frac{١٧}{٤٠٧}$ $\quad$ ② $\hat{ص} = \frac{٦٥}{٣٠} س + \frac{١٧}{٣٠}$

Scanned by CamScanner

مثال: الجدول يمثل عدد ساعات الدراسة (س) ومعدل الطلبة في الثانوية العامة.

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
عدد الساعات (س)	٨	٢	٥	٣	٧
المعدل (ص)	٩٥	٦٥	٩٠	٧٠	٩٠

① ما نوع العلاقة بين س، ص (من خلال شكل الانتشار)

② جد معادلة خط الانحدار

③ اذا درس طالب ٦ ساعات قدر المعدل المتوقع له

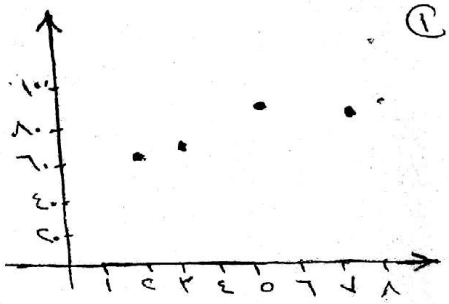
④ اذا درس طالب ٨ ساعات جد خطأ التنبؤ في المعدل

الحل:

س	ص	(س - س̄)	(ص - ص̄)	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
٨	٩٥	٣	١٣	٣٩	٩
٢	٦٥	-٣	-١٧	٥١	٩
٥	٩٠	٠	٨	٠	٠
٣	٧٠	-٢	-١٢	٢٤	٤
٧	٩٠	٢	٨	١٦	٤
المجموع ٢٥	٤١٠	٠	٠	١٣٠	٢٦

$\bar{س} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$ $\quad \bar{ص} = \frac{٤١٠}{٥} = ٨٢$

① نلاحظ أن العلاقة طردية أي أن المعدل يزداد بازدياد ساعات الدراسة.



② $م = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{١٣٠}{٢٦} = ٥$ ، $ب = \bar{ص} - م\bar{س}$

$= ٨٢ - ٥ \times ٥ = ٥٧$

$\hat{ص} = م س + ب = ٥س + ٥٧$

③ عند $س = ٦$ $\Leftarrow$ $\hat{ص} = ٥ \times ٦ + ٥٧ = ٣٠ + ٥٧ = ٨٧$

④ عند $س = ٨$ $\Leftarrow$ $\hat{ص} = ٥ \times ٨ + ٥٧ = ٤٠ + ٥٧ = ٩٧$ (القيمة المتوقعة)

القيمة الحقيقية $\Leftarrow$ $ص = ٩٥$ (من الجدول)

∴ الخطأ = الحقيقية - المتوقعة $= ٩٥ - ٩٧ = -٢$

Scanned by CamScanner

مثال: اذا كان $\bar{س} = ٨$ ، $\bar{ص} = ١٠$ ، $\sum (س - \bar{س})^٢ = ٢٤٠$ ، $\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٢٠$

١) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

٢) قدر قيمة ص إذا كانت س = ١٤

الحل: ١) $ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{١٢٠}{٢٤٠} = \frac{١}{٢}$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٠ - \frac{١}{٢} \times ٨ = ١٠ - ٤ = ٦$

$\hat{ص} = أ + ب س = ٦ + \frac{١}{٢} س$

٢) عند $س = ١٤ \Leftarrow \hat{ص} = ٦ + \frac{١}{٢} \times ١٤ = ٦ + ٧ = ١٣$

مثال: اذا كانت $\hat{ص} = ١٥ + ٣س$ هي معادلة الانحدار

١) جد قيم أ، ب ٢) قدر قيمة ص عندما س = ٥

٣) اذا كانت قيمة ص عندما س = ٨ هي ٣٩ جد خطأ التنبؤ

الحل: ١) $\hat{ص} = ١٥ + ٣س$ $أ = ١٥$ ، $ب = ٣$

٢) عند $س = ٥ \Leftarrow \hat{ص} = ١٥ + (٥)٣ = ٣٠$

٣) عند $س = ٨ \Leftarrow \hat{ص} = ١٥ + (٨)٣ = ١٥ + ٢٤ = ٣٩$

الخطأ = الحقيقية - المتوقعة

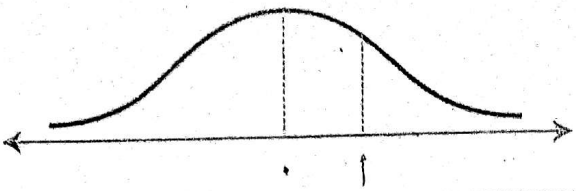
$= ٤٢ - ٣٩$

$= ٣$

نهاية الوحدة

Scanned by CamScanner

جدول التوزيع الطبيعي المعياري



ز	٠,٠٠	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠٣	٠,٠٤	٠,٠٥	٠,٠٦	٠,٠٧	٠,٠٨	٠,٠٩
٠,٠	٠,٥٠٠٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥١٢٠	٠,٥١٦٠	٠,٥١٩٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٣٥٩
٠,١	٠,٥٣٩٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٤٧٨	٠,٥٥١٧	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥٩٦	٠,٥٦٣٦	٠,٥٦٧٥	٠,٥٧١٤	٠,٥٧٥٣
٠,٢	٠,٥٧٩٣	٠,٥٨٣٢	٠,٥٨٧١	٠,٥٩١٠	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩٨٧	٠,٦٠٢٦	٠,٦٠٦٤	٠,٦١٠٣	٠,٦١٤١
٠,٣	٠,٦١٧٩	٠,٦٢١٧	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢٩٣	٠,٦٣٣١	٠,٦٣٦٨	٠,٦٤٠٦	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٨٠	٠,٦٥١٧
٠,٤	٠,٦٥٥٤	٠,٦٥٩١	٠,٦٦٢٨	٠,٦٦٦٤	٠,٦٧٠٠	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٧٢	٠,٦٨٠٨	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٧٩
٠,٥	٠,٦٩١٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩٨٥	٠,٧٠١٩	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠٨٨	٠,٧١٢٣	٠,٧١٥٧	٠,٧١٩٠	٠,٧٢٢٤
٠,٦	٠,٧٢٥٧	٠,٧٢٩١	٠,٧٣٢٤	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٨٩	٠,٧٤٢٢	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٨٦	٠,٧٥١٧	٠,٧٥٤٩
٠,٧	٠,٧٥٨٠	٠,٧٦١١	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦٧٣	٠,٧٧٠٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٩٤	٠,٧٨٢٣	٠,٧٨٥٢
٠,٨	٠,٧٨٨١	٠,٧٩١٠	٠,٧٩٣٩	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٩٥	٠,٨٠٢٣	٠,٨٠٥١	٠,٨٠٧٨	٠,٨١٠٦	٠,٨١٣٣
٠,٩	٠,٨١٥٩	٠,٨١٨٦	٠,٨٢١٢	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٨٩	٠,٨٣١٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٨٩
١,٠	٠,٨٤١٣	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٨٥	٠,٨٥٠٨	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٩٩	٠,٨٦٢١
١,١	٠,٨٦٤٣	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٨٦	٠,٨٧٠٨	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٨٣٠
١,٢	٠,٨٨٤٩	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٨٨	٠,٨٩٠٧	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٩٧	٠,٩٠١٥
١,٣	٠,٩٠٣٢	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٩٩	٠,٩١١٥	٠,٩١٣١	٠,٩١٤٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٧٧
١,٤	٠,٩١٩٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٩٢	٠,٩٣٠٦	٠,٩٣١٩
١,٥	٠,٩٣٣٢	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٩٤	٠,٩٤٠٦	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤٤١
١,٦	٠,٩٤٥٢	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٩٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٤٥
١,٧	٠,٩٥٥٤	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٩٥	٠,٩٦٠٨	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦٣٣
١,٨	٠,٩٦٤١	٠,٩٦٤٩	٠,٩٦٥٦	٠,٩٦٦٤	٠,٩٦٧١	٠,٩٦٧٨	٠,٩٦٨٦	٠,٩٦٩٣	٠,٩٦٩٩	٠,٩٧٠٦
١,٩	٠,٩٧١٣	٠,٩٧١٩	٠,٩٧٢٦	٠,٩٧٣٢	٠,٩٧٣٨	٠,٩٧٤٤	٠,٩٧٥٠	٠,٩٧٥٦	٠,٩٧٦١	٠,٩٧٦٧
٢,٠	٠,٩٧٧٢	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨١٢	٠,٩٨١٧
٢,١	٠,٩٨٢١	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٧
٢,٢	٠,٩٨٦١	٠,٩٨٦٤	٠,٩٨٦٨	٠,٩٨٧١	٠,٩٨٧٥	٠,٩٨٧٨	٠,٩٨٨١	٠,٩٨٨٤	٠,٩٨٨٧	٠,٩٨٩٠
٢,٣	٠,٩٨٩٣	٠,٩٨٩٦	٠,٩٨٩٨	٠,٩٩٠١	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٠٦	٠,٩٩٠٩	٠,٩٩١١	٠,٩٩١٣	٠,٩٩١٦
٢,٤	٠,٩٩١٨	٠,٩٩٢٠	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٢٥	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٣١	٠,٩٩٣٢	٠,٩٩٣٤	٠,٩٩٣٦
٢,٥	٠,٩٩٣٨	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٥٢
٢,٦	٠,٩٩٥٣	٠,٩٩٥٥	٠,٩٩٥٦	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٦٤
٢,٧	٠,٩٩٦٥	٠,٩٩٦٦	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٧١	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٧٤
٢,٨	٠,٩٩٧٤	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٨١
٢,٩	٠,٩٩٨١	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٦
٣,٠	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠
٣,١	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣
٣,٢	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥
٣,٣	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٧
٣,٤	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٨

Scanned by CamScanner