مراجعة شاملة

الرياضيات

إعداد المعلم

لؤي أبو لبدة

079 5421335 - 078 5508870

لؤي احمد ابو لبده

أسئلة شاملة على الكتاب كاملا منوعة موضوعة على اسس و دراسية منهجية بعناية و اهتمام بعد تحليل دقيق لمحتوى المادة الدراسية يراعي جميع المستويات التعليمية و مساعد للطلبة في الحصول على العلامة الكاملة

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :

١. إذا كان م عددا ثابتا ، وكان $\lim_{س \to ١} (م س^{٢} - ٤س + ٥) = ٥$ ، فإن قيمة م هي :

أ. ١ ب. -١ ج. ٤ د. -٤

٢. $\lim_{س \to -١} (س^{٣} - ٤)^{٣}$ تساوي :

أ. -١٢٥ ب. -٢٧ ج. ١٢٥ د. ٢٧

٣. إذا كان $هـ(س) = \frac{س^{٣} - ٥س}{س^{٣} - ٣س + ٣}$ ، فإن قيم س التي لا يكون عندها الاقتران هـ متصلا هي :

أ. {٥ ، ٠} ب. {٠ ، ٥ ، -٥} ج. {١ ، ٢} د. {١ ، -١ ، ٢}

٤. إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} س - ١ & ، س \leq ٢ \\ ٣ & ، س = ٢ \\ س^{٢} & ، س \geq ٢ \end{cases}$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} هـ(س) =$

أ. ٣ ب. ٤ ج. ١ د. غير موجودة

٥. إذا كان $\lim_{س \to ٣} (٢ هـ(س)) = ٩$ ، فإن قيمة $\lim_{س \to ٣} (هـ(س))^{٢}$:

أ. ٩ ب. ٨١ ج. ٢٧ د. ٢

٦. إذا علمت أن $هـ(س) = ٤ - ٣س$ ، وتغيرت قيمة س من ٣ إلى ٥ ، فإن تغير $٥س$ هي :

أ. -٦ ب. -٣ ج. ٢ د. ٣

٧. إذا كان ص = هـ(س) = $س^{٢}$ ، وتغيرت قيمة س من $س_{١} = ٢$ إلى $س_{٢} = ٤$ ، فإن تغير المتغير التابع ص يساوي :

أ. -١٢ ب. ٢ ج. ٦ د. ١٢

٨. إذا كان $هـ(س) = جا ٣س$ ، فإن $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(س+ه) - هـ(س)}{ه}$ تساوي :

أ. $-جتا ٣س$ ب. $٣ جتا ٣س$ ج. $٣ جا ٣س$ د. $جتا ٣س$

٩. إذا كان $هـ(س) = \frac{٣}{س}$ ، فإن $هـ'(٣)$ تساوي :

أ. -١ ب. $-\frac{١}{٣}$ ج. $-\frac{١}{٩}$ د. ١

١٠. إذا كان $هـ(س) = س^{٣} + ٨$ ، فإن $\lim_{ه \to ٠} \frac{هـ(٢+ه) - هـ(٢)}{ه}$ تساوي :

أ. ١٢ ب. ٨ ج. ١٦ د. ٢

١١. إذا كان $هـ(س) = ح^{٢}س$ ، وكان ح عددا ثابتا ، فإن $هـ'(س)$ تساوي :

أ. $٢ح س$ ب. $٢ح$ ج. $ح^{٢}$ د. $٢س$

١٢. إذا كان $هـ(س) = ٣س^{٢}$ ، فإن ميل القاطع المار بالنقطتين : (-١ ، ٣) ، (٢ ، ١٢) يساوي :

أ. $-\frac{١}{٣}$ ب. ٣ ج. -٣ د. $\frac{١}{٣}$

١٣. إذا كان $هـ(١) = ٢$ ، $ه(١) = ٣$ ، $هـ'(١) = -٢$ ، $ه'(١) = ١$ فإن $(هـ \times ه)'(١)$:

أ. ٨ ب. ٤ ج. -٨ د. -٤

١٤. إذا كان $هـ(س) = س^{٢} \times ه(س)$ ، $ه(٣) = ٦$ ، $ه'(٣) = ٥$ فإن $هـ'(٣)$ تساوي :

أ. ٨١ ب. ١١ ج. ٤٥ د. ٣٦

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0777402552

١٥. إذا كانت للاقتران $هـ(س) = ب س^{٢} - ١٢ س + ١$ ، قيمة حرجة عندما $س = ٣$ ، فإن قيمة $ب$:
(أ) ٢ ب. ٦ جـ. ١٢ د. -٢

١٦. إذا كانت ميل المماس للاقتران $هـ = (٢ - س)^{٤}$ عند النقطة $(س_{١}، هـ_{١})$ يساوي (٤) فإن قيمة $س_{١}$:
أ. -٣ ب. -٢ جـ. ٢ (د) ٣

١٧. إذا كانت $هـ(س) = س^{٢} - ٤ س$ فإن للاقتران $هـ$ قيمة صغرى عندما $س$ تساوي :
أ. صفراً (ب) ٢ جـ. -٤ د. ٤

١٨. فترة التزايد للاقتران $هـ(س) = س^{٢} - ٢ س - ٢$ هي :
أ. $[٢، ٣]$ ب. $[١، ٠]$ (جـ) $[١، \infty)$ د. $(-\infty، ١]$.

١٩. يتحرك جسيم وفق العلاقة : $ف(ن) = ٦ ن^{٢} - ن^{٣}$ ، حيث ف المسافة بالأمتار التي يقطعها الجسيم في زمن قدره $ن$ ثانية . المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار حتى يصبح تسارعه صفراً هي :
أ. ١٣ (ب) ١٦ جـ. ٤٠ د. ٣٢

٢٠. إذا كان للاقتران $هـ(س) = أ س^{٣} - ٣ س^{٢}$ ، قيمة صغرى محلية عندما $س = ١$ فإن قيمة الثابت $أ$ تساوي :
(أ) ٢ ب. -٢ جـ. ٣ د. -٣

٢١. بالاعتماد على الجدول الآتي الذي يمثل قيم $هـ(س)$ عندما $س \to ٣$ فإن نهاية $هـ(س)$ تساوي :

$س$	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١		٢,٩٩٩	٢,٩٩٨	٢,٩٩٠
$هـ(س)$	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١		٥,٩٩	٥,٩٩٨	٥,٩٩٠

(أ) ٤ ب. ٥ جـ. ٦ د. غير موجودة

٢٢. إذا علمت أن $هـ(س)$ اقتران كثير حدود فإن نهاية $\frac{هـ(١ + هـ) - هـ(١)}{هـ}$ تساوي :
أ. $هـ(٠)$ ب. $هـ(١)$ جـ. $هـ'(٠)$ (د) $هـ'(١)$

٢٣. إذا كان الاقتران $هـ(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س + ٥}$ فإن مجموعة نقط عدم الاتصال للاقتران $(هـ)$ هي :
أ. $\{-٣، ٣\}$ ب. $\{٥\}$ (جـ) $\{-٥\}$ د. $\{-٥، -٣، ٣\}$

٢٤. إذا علمت أن الاقتران $هـ(س) = ٢ س$ فإن قيمة ميل المماس لمنحنى $هـ(س)$ عندما $س = ٦$ تساوي :
أ. صفر (ب) ٢ جـ. ٦ د. ١٢

٢٥. إذا كان $ك(س)$ هو اقتران التكلفة الكلية لانتاج $س$ قطعة من منتج معين ، $د(س)$ هو اقتران الإيراد الكلي . فإن قيمة اقتران الربح الكلي $(ر(س))$ يساوي :
أ. $ك(س) - د(س)$ ب. $ك(س) + د(س)$ جـ. $د(س) \times ك(س)$ (د) $د(س) - ك(س)$

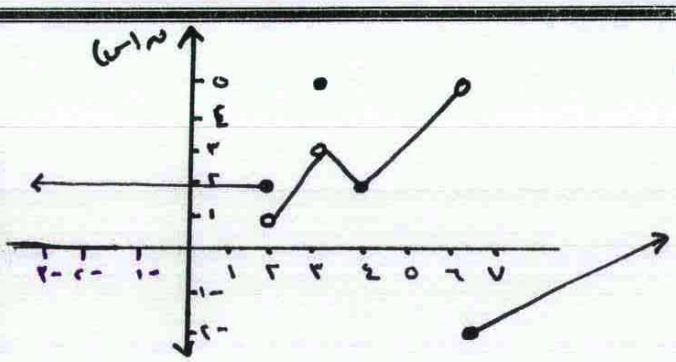
٢٦. بالاعتماد على جدول الإشارات المجاور فإن قيمة $هـ(س)$ قيمة عظمى عندما $س$ تساوي :

$س$	$-\infty$		-٢		٤		∞
$هـ'(س)$	+ + +		- - -		+ + +		
$هـ(س)$		↗		↘		↗	

(أ) -٢ ب. صفر جـ. ١ د. ٤

٢٧. أي الاقترانات الآتية هو اقتران متصل عندما $س = ٢$ ؟
(أ) $م(س) = \begin{cases} ٤ س - ٥ & ، س < ٢ \\ س + ١ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

ب. $هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢} & ، س \neq ٢ \\ ٦ & ، س = ٢ \end{cases}$ جـ. $ل(س) = \begin{cases} ٣ س & ، س < ٢ \\ \frac{١}{س} & ، س \geq ٢ \end{cases}$ د. $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} & ، س < ٢ \\ س + ١ & ، س \geq ٢ \end{cases}$



مثال يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران
د(س) والمطلوب
مستعيناً على هذا الشكل جد كلا مما يلي

١- $\lim_{س \to 1} د(س) = 2$

٢- $\lim_{س \to 3^+} د(س) = 1$

٣- $\lim_{س \to 6^+} د(س) = -2$

٤- $\lim_{س \to -2^-} د(س) = 2$

٥- $\lim_{س \to -6^-} د(س) = 5$

٦- $\lim_{س \to -2} د(س) = 2$

٧- $\lim_{س \to 2} د(س)$ = غير موجودة

٨- $\lim_{س \to 6} د(س)$ غير موجودة

٩- د(١) = 2

١٠- د(٢) = 2

١١- د(٣) = 5

١٢- د(٦) = -2

١٣- $\lim_{س \to -2} [ق(س) - ٥]$

$= \left[\lim_{س \to -2} د(س)\right]^2 - \lim_{س \to -2} ٥$

$= 2^2 - 5 \times -2$

$= 14$

١٤- $\lim_{س \to 4} (٢س \cdot د(س) - ٤)$

$= \lim_{س \to 4} ٢س \times \lim_{س \to 4} د(س) - \lim_{س \to 4} ٤$

$= 2 \times 4 \times 2 - 4$

$= 12$

١٥- جد قيم س التي تجعل د(س) غير متصل

{-٢، ٢، ٦}

أو عندما س = -٢ أو س = ٢ أو س = ٦

١٦- جد معدل التغير لـ د(س) عندما تتغير س من ٦ الى س = صفر

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(س_2) - د(س_1)}{س_2 - س_1}$

$= \frac{د(0) - د(6)}{0 - 6}$

$= \frac{2 - (-2)}{-6}$

$= \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

١٧- معدل التغير في د(س) عندما تنتمي س الى الفترة [-١، ٣]

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{د(3) - د(-1)}{3 - (-1)}$

$= \frac{5 - 2}{4}$

$= \frac{3}{4}$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774027552

مثال جد قيمه p في كل مما يلي

١- $\lim_{س \to -٢} (p س^٢ + ٥ س + ١) = ٢٥$

$p(-٢)^٢ + ٥(-٢) + ١ = ٢٥$

$٤p - ١٠ + ١ = ٢٥$

$٤p - ٩ = ٢٥$

$٤p = ٣٤$

$p = \frac{٣٤}{٤}$

٢- $\lim_{س \to p} (٥ س + ١) = ١٦$

$٥p + ١ = ١٦$

$٥p = ١٥$

$p = ٣$

٣- $د(س) = \begin{cases} ٢p س^٢ + ٤ & س < ١ \\ ٣ س^٢ + ٥ & س \geq ١ \end{cases}$ وكان $د(س)$ متصلا عند $س = ١$

بما انه متصل $\Leftarrow \lim_{س \to ١^+} د(س) = \lim_{س \to ١^-} د(س) = د(١)$

$\lim_{س \to ١^-} ٢p س^٢ + ٤ = \lim_{س \to ١^+} ٣ س^٢ + ٥ \Leftarrow ٢p \times ١^٢ + ٤ = ٣ \times ١^٢ + ٥$

$\Leftarrow ٢p + ٤ = ٨ \Leftarrow ٢p = ٤ \therefore p = ٢$

٤- $د(س) = \begin{cases} ٢p س + ١ & س \geq ٢ \\ س^٣ + ٩ س - ١ & س < ٢ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٢} د(س)$ موجوده

بما ان $\lim_{س \to ٢} د(س)$ موجوده

$\therefore \lim_{س \to ٢^-} د(س) = \lim_{س \to ٢^+} د(س)$

$\Leftarrow \lim_{س \to ٢^+} (٢p س + ١) = \lim_{س \to ٢^-} (س^٣ + ٩ س - ١)$

$\Leftarrow ٢p \times ٢ + ١ = (٢)^٣ + ٩ \times ٢ - ١$

$\Leftarrow ٤p + ١ = ٢٥ \Leftarrow ٤p = ٢٤ \therefore p = ٤$

مثال جد قيمه p و $ب$ في كل مما يلي

١- $د(س) = \begin{cases} p س^٢ + ب & س > ٢ \\ ١٣ & س = ٢ \\ ٣p س + ١ & س < ٢ \end{cases}$ كانت $د(س)$ متصلا عند $س = ٢$

بما انه متصل $\therefore \lim_{س \to ٢^+} د(س) = د(٢) = \lim_{س \to ٢^-} د(س)$

$\therefore \lim_{س \to ٢^-} (٣p س + ١) = د(٢)$

$\Leftarrow ٣ \times ٢p + ١ = ١٣$

$٦p + ١ = ١٣$

$\Leftarrow ٦p = ١٢ \therefore p = ٢$

$\lim_{س \to ٢^+} p س^٢ + ب = ١٢$

$٢ \times ٢^٢ + ب = ١٣$

$٨ + ب = ١٣$

$ب = ٥$

عوض في المعادله الاخرى

$p = ٢$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي -027402552

$ق(س) = \begin{cases} أ س^{٣} + ب س + ١٢ & س < ١ \\ ٧ & س = ١ \\ أ س + ب & س > ١ \end{cases}$ كان $ق(س)$ متصلا عند $س = ١$ حيث $أ ، ب$

بما انه متصل

$\lim_{س \to ١^+} ق(س) = \lim_{س \to ١^-} ق(س) = ق(١)$

$\lim_{س \to ١^+} أ س^{٣} + ب = ٧$

$أ + ب = ٧$ ..... (١)

$\lim_{س \to ١^-} أ س + ب = ٧$

$أ + ب = ٧$ ..... (٢)

$أ + ب = ٧$

$أ + ب = ٧$

اضرب معادلة (٢) بالعدد (-١)

حذف

$أ + ب = ٧$

$-أ - ب = -٧$

$أ = ٠$

$أ + ب = ٧$

$٠ + ب = ٧$

$ب = ٧$

مثال: جد نقاط عدم الاتصال في الاشاره

١- $ق(س) = \frac{س + ٤}{س^{٢} - ٣س}$

لا يوجد نقاط عدم اتصال

عند $س = ٣$ و $س = ٠$

$\{٣ ، ٠\}$

٢- $ق(س) = \frac{٨}{٩ - س^{٢}}$

٣- $\frac{س + ٥}{(س + ١)(س - ٦)}$

عند $س = -١$

$س = ٦$

$\{-١ ، ٦\}$

اعظم ما سنطمح فعله حين أن تنافس نفسك

لؤي ابو لبده

المبدع في الرياضيات

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774025552

مثال ان علمت أن $\lim_{س \to ٣} د(س) = ٨$ ، $\lim_{س \to ٣} هـ(س) = -٢$ جد قيمه كل مايلي

١- $\lim_{س \to ٣} (٤ د(س) + ٢ هـ(س))$

$= ٤ \lim_{س \to ٣} د(س) + ٢ \lim_{س \to ٣} هـ(س)$

$= ٤ \times ٨ + ٢ \times -٢$

$= ٢٨$

٢- $\lim_{س \to ٣} (د(س) \times هـ(س))$

$= \lim_{س \to ٣} د(س) \times \lim_{س \to ٣} هـ(س)$

$= ٨ \times -٢$

$= -١٦$

٣- $\lim_{س \to ٣} (٢ د(س)^٢ + ٣ س هـ(س) - ٦)$

$= ٢ \lim_{س \to ٣} د(س)^٢ + \lim_{س \to ٣} ٣ س \times \lim_{س \to ٣} هـ(س) - \lim_{س \to ٣} ٦$

$= ٢ \times ٨ + ٣ \times ٣ \times -٢ - ٦$

$= ١٦ - ١٨ - ٦$

$= -٨$

٤- $\lim_{س \to ٣} (هـ(س)^٢ + ٣ س - د(س))$

$= (\lim_{س \to ٣} هـ(س))^٢ + \lim_{س \to ٣} ٣ س - \lim_{س \to ٣} د(س)$

$= (-٢)^٢ + ٣ \times ٣ - ٨$

$= ٤ + ٩ - ٨$

$= ٥$

مثال إن علمت ان $\lim_{س \to ٢} (٣ د(س) + ٢ ك + ١) = ٢٧$ ، $\lim_{س \to ٢} (٢ هـ(س)) = ٦$

جد قيمه كل مايلي

١- $\lim_{س \to ٢} (د(س))^٣$

$= (١٠)^٣$

$= ١٠٠٠$

٢- $\lim_{س \to ٢} (د(س) + هـ(س))$

$= \lim_{س \to ٢} د(س) + \lim_{س \to ٢} هـ(س)$

$= ١٠ + ٣$

$= ١٣$

٣- $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{هـ(س)}{٣} + \frac{د(س)}{٢} \right)$

$= \frac{\lim_{س \to ٢} هـ(س)}{٣} + \frac{\lim_{س \to ٢} د(س)}{٢}$

$= \frac{٣}{٣} + \frac{١٠}{٢}$

$= ٦$

أولاً

* $\lim_{س \to ٢} ٣ د(س) + \lim_{س \to ٢} ٢ س + \lim_{س \to ٢} ١ = ٢٧$

$٣ \lim_{س \to ٢} د(س) + (-٤) + ١ = ٢٧$

$٣ \lim_{س \to ٢} د(س) = ٣٠$

$\therefore \lim_{س \to ٢} د(س) = ١٠$

* $\lim_{س \to ٢} ٢ هـ(س) = ٦$

$\therefore \lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٣$

الابداع والتفكير هو اصل كل فعل

المبدع في الرياضيات
مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774025552

مثال) جد نهاً كل مما يلي

١- $\lim_{س\to ٥} \frac{س^٢ - ٢٥}{س - ٥} = \frac{٥^٢ - ٢٥}{٥ - ٥} = \frac{٠}{٠}$ ح

$= \frac{-٢٤}{-٤} = ٦$

٢- $\lim_{س\to ٣} \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{س + ٣} = \frac{٣^٢ + ٢(٣) - ٣}{٣ + ٣} = \frac{٩ + ٦ - ٣}{٦} = \frac{١٢}{٦} = ٢$

٣- $\lim_{س\to ٤} \left(٢س + \frac{س^٢ - ١٦}{س + ١} \right)$

$= ٢(٤) + \frac{٤^٢ - ١٦}{٤ + ١}$

$= ٨ + \frac{٠}{٥}$

$= ٨$

٤- $\lim_{س\to ٥} \frac{س^٢ - ٥س}{٤س - ١٠} = \frac{٥^٢ - ٥(٥)}{٤(٥) - ١٠} = \frac{٠}{١٠ - ١٠}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٥} \frac{س(س - ٥)}{٢(س - ٥)}$

$= \lim_{س\to ٥} \frac{س}{٢}$

$= \frac{٥}{٢}$

٥- $\lim_{س\to ٤} \frac{س^٢ - ٨س + ١٢}{١٢ - ٣س} = \frac{٤^٢ - ٨(٤) + ١٢}{١٢ - ٣(٤)}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٤} \frac{(س - ٦)(س - ٢)}{٣(٤ - س)}$

$= \lim_{س\to ٤} \frac{-(س - ٢)}{٣}$

$= \frac{-(٤ - ٢)}{٣}$

$= -\frac{١}{٣}$

٦- $\lim_{س\to ٤} \frac{\frac{١}{س - ٢} - \frac{١}{٢}}{٢س - ٨} = \frac{\frac{١}{٤ - ٢} - \frac{١}{٢}}{٢(٤) - ٨}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٤} \frac{\frac{٢ - (س - ٢)}{٢(س - ٢)}}{٢(س - ٤)}$

$= \lim_{س\to ٤} \frac{٤ - س}{٢(س - ٢)} \times \frac{١}{٢(س - ٤)}$

$= \lim_{س\to ٤} \frac{-١}{٢(س - ٢)} \times \frac{١}{٢(س - ٤)}$

$= \frac{-١}{٢(٤ - ٢)} = \frac{-١}{٢(٢)}$

$= -\frac{١}{٤}$

٧- $\lim_{س\to ٧} \frac{٢س^٢ + ٤س - ٥}{س^٢ - ٤٩} = \frac{٢(٧)^٢ + ٤(٧) - ٥}{٧^٢ - ٤٩}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٧} \frac{٢س^٢ + ٤س - ٥}{س^٢ - ٤٩} \times \frac{٥ + ٢س^٢ + ٤س}{٥ + ٢س^٢ + ٤س}$

$= \lim_{س\to ٧} \frac{٢س^٢ + ٤س - ٣٥}{(س - ٧)(س + ٧)(٥ + ٢س^٢ + ٤س)}$

$= \lim_{س\to ٧} \frac{(س - ٧)(٢س + ١٠)}{(س - ٧)(س + ٧)(٥ + ٢س^٢ + ٤س)}$

$= \lim_{س\to ٧} \frac{٢س + ١٠}{(س + ٧)(٥ + ٢س^٢ + ٤س)}$

$= \frac{٢(٧) + ١٠}{(٧ + ٧)(٥ + ٢(٧)^٢ + ٤(٧))}$

$= \frac{٢٤}{١٤ \times ١٠٣} = \frac{٢٤}{١٤٤٢} = \frac{١٢}{٧٢١}$

٨- $\lim_{س\to ٧} \frac{س - ٧}{\sqrt{س + ٢} - ٣}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٧} \frac{س - ٧}{\sqrt{س + ٢} - ٣} \times \frac{\sqrt{س + ٢} + ٣}{\sqrt{س + ٢} + ٣}$

$= \lim_{س\to ٧} \frac{(س - ٧)(\sqrt{س + ٢} + ٣)}{س + ٢ - ٩}$

$= \lim_{س\to ٧} \frac{(س - ٧)(\sqrt{س + ٢} + ٣)}{(س - ٧)}$

$= \lim_{س\to ٧} (\sqrt{س + ٢} + ٣)$

$= \sqrt{٧ + ٢} + ٣$

$= ٦$

٩- $\lim_{س\to ٢} \frac{\frac{١}{س + ١} - \frac{١}{٣}}{س - ٢} = \frac{\frac{١}{٢ + ١} - \frac{١}{٣}}{٢ - ٢}$ صفر / صفر

$= \lim_{س\to ٢} \frac{\frac{٣ - (س + ١)}{٣(س + ١)}}{س - ٢}$

$= \lim_{س\to ٢} \frac{٢ - س}{٣(س + ١)} \times \frac{١}{س - ٢}$

$= \lim_{س\to ٢} \frac{-(س - ٢)}{٣(س + ١)} \times \frac{١}{س - ٢}$

$= \frac{-١}{٣(٢ + ١)}$

$= -\frac{١}{٩}$

افعل ما تستطيع فعله سنحدثاً كل ما تملك

حيد نهـا كل مما

١- نهـا (س+١)^٤ / س
س→٠
= (٠+١)^٤ / ١
= ١ / ١
= ١

٢- نهـا (س+١)^٤ / ٢س
س→٠
= (٠+١)^٤ / ٢×٠
= ١ / ٠
= ∞

٣- نهـا (س+٨)^٢ / ٦س
س→٠
= (٠+٨)^٢ / ٦×٠
= ٦٤ / ٠
= ∞

٤- نهـا (٦-س) / (٨-س)
س→٨
= (٦-٨) / (٨-٨)
= -٢ / ٠
= غير موجودة

٥- نهـا (١-جتا س) / س
س→٠
= (١-جتا ٠) / ٠
= (١-١) / ٠
= ٠ / ٠
= غير موجودة

٦- نهـا (٤-ظا س) / ١٢س
س→٠
= (٤-ظا ٠) / ١٢×٠
= (٤-٠) / ٠
= ٤ / ٠
= غير موجودة

٧- نهـا (س-ج) / (س-ج)
س→ج
* عند س = ج
= (ج-ج) / (ج-ج)
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
* نهـا (س-ج) / (س-ج)
س→ج
= نهـا ١
س→ج
= ١
* نهـا ق(س) = نهـا ق(س)
س→ج+ س→ج-
= ١ = ١
∴ نهـا ق(س) = ١
س→ج
∴ ق(س) متصل عند س = ج

٨- نهـا (جـ س - ٤) / (س-٢)
س→٢
* عند س = ٢
= (جـ ٢ - ٤) / (٢-٢)
= (جـ ٢ - ٤) / ٠ صيغة مجهولة
جـ ٢ - ٤ = ٠
جـ ٢ = ٤
٢ = ٢
- - | ++
٢
* نهـا ق(س) = نهـا (جـ س - ٤) / (س-٢)
س→٢+ س→٢+
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
= نهـا جـ س / ١
س→٢+
= جـ ٢ / ١
= ٤ / ١
= ٤
* نهـا ق(س) = نهـا (جـ س - ٤) / (س-٢)
س→٢- س→٢-
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
= نهـا جـ س / ١
س→٢-
= جـ ٢ / ١
= ٤ / ١
= ٤
∴ نهـا ق(س) = ٤
س→٢
∴ ق(٢) = ٤
∴ نهـا ق(س) غير موجودة
س→٢

٩- نهـا (س^٢ - ٩) / (س-٣)
س→٣
* عند س = ٣
= (٣^٢ - ٩) / (٣-٣)
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
* نهـا (س^٢ - ٩) / (س-٣)
س→٣
= نهـا (س-٣)(س+٣) / (س-٣)
س→٣
= نهـا (س+٣)
س→٣
= ٣+٣
= ٦
* نهـا ق(س) = نهـا (س^٢ - ٩) / (س-٣)
س→٣+ س→٣+
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
= نهـا (س-٣)(س+٣) / (س-٣)
س→٣+
= نهـا (س+٣)
س→٣+
= ٣+٣
= ٦
* نهـا ق(س) = نهـا (س^٢ - ٩) / (س-٣)
س→٣- س→٣-
= ٠ / ٠ صيغة مجهولة
= نهـا (س-٣)(س+٣) / (س-٣)
س→٣-
= نهـا (س+٣)
س→٣-
= ٣+٣
= ٦
∴ نهـا ق(س) = ٦
س→٣
∴ ق(٣) = ٦
∴ نهـا ق(س) = ق(٣)
س→٣
∴ ق(س) متصل عند س = ٣

١٠- نهـا (س^٣ + ٢٢) / (س+٥)
س→-٥
= (-٥)^٣ + ٢٢ / (-٥+٥)
= -١٢٥ + ٢٢ / ٠
= -١٠٣ / ٠
= ∞

١١- نهـا (س^٣ + ٢س^٢ + ٢) / (س+٢)
س→-٢
= (-٢)^٣ + ٢(-٢)^٢ + ٢ / (-٢+٢)
= -٨ + ٨ + ٢ / ٠
= ٢ / ٠
= ∞

١٢- نهـا (٨ - ٢جـ س) / (٥ - ٢س)
س→٥
= (٨ - ٢جـ ٥) / (٥ - ٢×٥)
= (٨ - ٢جـ ٥) / (٥ - ١٠)
= (٨ - ٢جـ ٥) / -٥
= ∞

١٣- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٤- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٥- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٦- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٧- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٨- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

١٩- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٠- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢١- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٢- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٣- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٤- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٥- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٦- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٧- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٨- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٢٩- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

٣٠- نهـا (٧ - ٣س) / (٢ - س)
س→٢
= (٧ - ٣×٢) / (٢ - ٢)
= (٧ - ٦) / ٠
= ١ / ٠
= ∞

كان $ه(س) = س + ٢$ $د(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٩}$

وكان $ل(س) = ه(س) \times د(س)$

* ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ٣$

$ل(س)$ غير متصل عند $س = ٣$

لان (٣) هي من اصفار المقام

كان $ه(س) = \begin{cases} س^٢ + ٦ & س \geq -١ \\ ٣٥ - س & س < ١ \end{cases}$

وكان $د(س) = س^٢ + ٥$

وكان $ل(س) = ه(س) \times د(س)$

* ابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = -١$

$ل(س) = \begin{cases} (س^٢ + ٦)(س^٢ + ٥) & س \geq -١ \\ (٣٥ - س)(س^٢ + ٥) & س < ١ \end{cases}$

نهـا $ل(س)$ $س \to -١^+$ $= $ نهـا $(٣٥ - س)(س^٢ + ٥)$ $س \to -١^+$

$= (٣٥ + ١)((-١)^٢ + ٦) = ٢٥٢$

نهـا $ل(س)$ $س \to -١^-$ $= $ نهـا $(س^٢ + ٦)(س^٢ + ٥) = ٤٢$ $س \to -١^-$

نهـا $ل(س)$ $س \to ١$ غير موجودة

$\therefore ل(س)$ غير متصل عند $س = -١$

$ه(س) = \begin{cases} ٥ & س = ٥ \\ س - ٥ & س > ٥ \\ ١٢ & س < ٥ \end{cases}$ $/$ $د(س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٢٥}$

وكان $ل(س) = ه(س) \times د(س)$ ، ابحث اتصال $ل$ عند $س = ٥$

$ل(س) = \begin{cases} (س - ٥) \times \frac{س - ٣}{(س - ٥)(س + ٥)} & س > ٥ \\ ١٢ \times \frac{س - ٣}{(س - ٥)(س + ٥)} & س < ٥ \end{cases}$

$ل(س) = \begin{cases} \frac{س - ٣}{س + ٥} & س > ٥ \\ \frac{-(س - ٣)}{س + ٥} & س < ٥ \end{cases}$

نهـا $ل(س)$ $س \to ٥^+$ $= \frac{٢}{١٠}$ / نهـا $ل(س)$ $س \to ٥^-$ $= -\frac{٢}{١٠}$ $\therefore$ نهـا $ل(س)$ $س \to ٥$ غير موجودة

$\therefore ل(س)$ غير متصل عند $س = ٥$

$ه(س) = س^٢ + ٦$ وتغيرت $س$ في $[٠ ، ٢]$

جد معدل التغير في تلك الفترة

$ه(٢) = ٢^٢ + ٦ = ١٠$

$ه(٠) = ٠^٢ + ٦ = ٦$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ه(س_٢) - ه(س_١)}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{ه(٢) - ه(٠)}{٢ - ٠}$

$= \frac{١٠ - ٦}{٢} = ٢$

كان معدل التغير في $ه(س)$ في الفترة $[-٢ ، ١] = ٣$

وكان $د(س) = س^٢ - ه(س)$

جد معدل التغير في $د(س)$ في تلك الفترة

* نفترض ان $م(س) = س^٢$

$د(س) = م(س) - ه(س)$

$\frac{\Delta د(س)}{\Delta س} = \frac{\Delta م(س)}{\Delta س} - \frac{\Delta ه(س)}{\Delta س}$

$\frac{\Delta د(س)}{\Delta س} = \frac{م(١) - م(-٢)}{١ - (-٢)} - ٣$

$= \frac{١^٢ - (-٢)^٢}{٣} - ٣$

$= \frac{١ - ٤}{٣} - ٣$

$= -١ - ٣ = -٤$

$ه(س) = س^٢ + ٢$ وتغيرت $س$ في $[١ ، ٥]$

جد مقدار التغير في $ص$

$\Delta ص = ص_٢ - ص_١$

$= (٥^٢ + ٢) - (١^٢ + ٢)$

$= ٢٧ - ٢$

$= ٢٥$

مكتبة زم
اربد - المجمع الشمالي - 0274022552

$$ن(س) = \begin{cases} س^2 - 2 & ، 0 \le س \le 3 \\ 2س + 1 & ، 3 < س \le 7 \end{cases}$$

جد معدل التغير في ن(س) عندما س ∈ [2، 5]

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(س_2) - ن(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{ن(5) - ن(2)}{5 - 2}$$

$$= \frac{(2 \times 5 + 1) - (2^2 - 2)}{3}$$

$$= \frac{11 - 2}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 - 3 & ، 1 \le س \le 4 \\ 6س + 2 & ، 4 < س \le 8 \end{cases}$$

وكانت $س_1 = 3$ وكانت $\Delta س = 2$

جد معدل التغير في هـ(س) عندما $س_1$ ، $\Delta س = 2$

$\Delta س = س_2 - س_1 \Leftarrow 2 = س_2 - 3$

$\therefore س_2 = 5$

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(س_2) - ن(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{ن(5) - ن(2)}{5 - 3}$$

$$= \frac{(6 \times 5 + 2) - (2^2 - 2)}{3}$$

$$= \frac{32 - 6}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

$$ن(س) = \begin{cases} س^2 & ، 1 \le س \le 3 \\ م س & ، 3 < س \le 5 \end{cases}$$

وكان معدل التغير من 3 الى 5 هو 4 جد قيمة م

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ن(س_2) - ن(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$4 = \frac{ن(5) - ن(3)}{5 - 3}$$

$$4 = \frac{5م - 3^2}{2}$$

$$12 = 5م - 4$$

$$16 = 5م$$

$$\therefore م = \frac{16}{5}$$

كان معدل التغير للاقتران ن(س) في الفترة [1، 3] هو 4 ، وكان الاقتران هـ(س) = ن(س) - س

جد معدل التغير في هـ(س) ضمن الفترة [1، 3]

$$\text{معدل التغير في ن(س)} = \frac{ن(س_2) - ن(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$4 = \frac{ن(3) - ن(1)}{3 - 1}$$

$$4 = \frac{ن(3) - ن(1)}{2}$$

$$\text{معدل التغير في هـ(س)} = \frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1}$$

$$= \frac{هـ(3) - هـ(1)}{3 - 1}$$

$$= \frac{(ن(3) - 3) - (ن(1) - 1)}{2}$$

$$= \frac{ن(3) - 3 - ن(1) + 1}{2}$$

$$= \frac{ن(3) - ن(1) - 2}{2}$$

$$= \frac{ن(3) - ن(1)}{2} + \frac{-2}{2}$$

$$= 4 + \frac{-2}{2}$$

$$= 3$$

أو

$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}$ = معدل التغير في هـ(س)

ل(س) = ـ س

$\frac{\Delta ل(س)}{\Delta س}$ = معدل التغير في ل(س)

$$\therefore \frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{\Delta ن(س)}{\Delta س} - \frac{\Delta ل(س)}{\Delta س}$$

$$= 4 - \frac{ل(3) - ل(1)}{3 - 1}$$

$$= 4 - \frac{-3 - -1}{2}$$

$$= 3$$

مكتبة رم
ابيد - المجمع الشمالي - 0774025552

① $ص = ٥ - ٤ع^{٢}$ ، $ع = ٢س$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$= -٤ع \times ٢$

$= -٨ع$

$= -١٦(٢س)$

$= -٣٢س$

② $ص^{٢} = ١١ - س$

$ص = \sqrt{١١ - س}$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{-١}{٢\sqrt{١١ - س}}$$

③ $ص = \frac{س^{٢}}{٨ - ٢س}$ عند $س = ٢$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢س(٨ - ٢س) - س^{٢}(-٢)}{(٨ - ٢س)^{٢}}$$

$$= \frac{١٦ - ٨ + ٢س^{٢}}{(٨ - ٢س)^{٢}}$$

$$= \frac{٨ + ٢س^{٢}}{(٨ - ٢س)^{٢}}$$

$$= \frac{٨ + ٢(٢)^{٢}}{(٨ - ٢(٢))^{٢}} = \frac{٤}{\sqrt{٤}} = \frac{٤}{٢}$$

حيث $م$ ثابت في كل مما يلي

(م) $ق(س) = ٣م^{٢}س^{٤} - ٨س^{٣}$

$ق'(س) = ١٢م^{٢}س^{٣} - ٢٤س^{٢}$

$ق''(س) = ٣٦م^{٢}س^{٢} - ٤٨س$

$ق''(١) = -١٢$

$٣٦م^{٢} - ٤٨ = -١٢$

$٣٦م^{٢} - ٤٨ = -١٢$

$٣٦م^{٢} - ٤٨ = -٢$

$٣٦م^{٢} = ٣٦$

$م^{٢} = ١$

$م = ١$ $م = -١$

(ب) $ق(س) = م^{٢}س^{٣} - ١٢س^{٢}$

$ق'(س) = ٣م^{٢}س^{٢} - ٢٤س$

$ق''(س) = ٦م^{٢}س - ٢٤$

$ق''(١) = ٠$

$٦م^{٢}س - ٢٤ = ٠$

$٦م^{٢} - ٢٤ = ٠$

$٦م^{٢} - ٢٤ = ٠$

$٦م^{٢} = ٢٤$

$م^{٢} = ٤$

$م = ٢$

$هـ(س) = \frac{١}{٣}س^{٣} - س^{٢}$ جد $هـ'(٢)$

$هـ'(س) = س^{٢} - ٢س$

$هـ'(س) = ٢س - ٢$

$هـ'(٢) = ٢(٢) - ٢ = ٢$

$هـ(س) = ٣س^{٢} - ٨س$ حيث $\frac{هـ(٢+د) - هـ(٢)}{د}$

$هـ'(س) = ٦س - ٨$

$هـ'(٢) = ٦(٢) - ٨ = ٤$

$هـ(س) = \sqrt{س} + \frac{٣}{٢ - س}$ حيث $\frac{هـ(١+د) - هـ(١)}{د}$

$هـ'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}} + \frac{-١(-٢)}{(٢ - س)^{٢}}$ ⟸ $\frac{١}{٢\sqrt{س}} + \frac{٣}{(٢ - س)^{٢}}$

$= \frac{١}{٢\sqrt{١}} + \frac{٣}{(٢ - ١)^{٢}}$

$= \frac{١}{٢} + ٣ = \frac{٧}{٢}$

ميل المماس $ق(س)$ عند النقطة $(س، ق(س))$ هو ٦ وكانه $ق(س) = س(٣س - ١٢)$ حيث $س > ٠$

الميل هو $ق'(س)$ ⟸ $ق(س) = س(٣س - ١٢)$

$ق(س) = ٣س^{٢} - ١٢س$

$ق'(س) = ٦س - ١٢$

$ق'(س) = ٦$

$\therefore ٦س - ١٢ = ٦$

$٦س = ١٨$

$س = ٣$

باستخدام تعريف المشتقه الاولى

① $٣س + ٦$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\text{مـ}(ع) - \text{مـ}(س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(٣ع + ٦) - (٣س + ٦)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٣ع + ٦ - ٣س + ٦}{ع - س} = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{٣(ع - س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} ٣$

$= ٣$

② $\text{مـ}(س) = ١ - س^٢$

$\text{نهـا}_{ع \to س} \frac{\text{مـ}(ع) - \text{مـ}(س)}{ع - س} = \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(١ - ع^٢) - (١ - س^٢)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{١ - ع^٢ + ١ - س^٢}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{ع^٢ - س^٢}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} \frac{(ع - س)(ع + س)}{ع - س}$

$= \text{نهـا}_{ع \to س} ع + س$

$= س + س$

$= ٢س$

③ $ص = \sqrt{٣س}$

$\text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{\text{مـ}(س + د) - \text{مـ}(س)}{د} = \text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{\sqrt{٣(س + د)} - \sqrt{٣س}}{د}$

$= \text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{\sqrt{٣س + ٣د} - \sqrt{٣س}}{د} \times \frac{\sqrt{٣س + ٣د} + \sqrt{٣س}}{\sqrt{٣س + ٣د} + \sqrt{٣س}}$

$= \text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{٣س + ٣د - ٣س}{د(\sqrt{٣س + ٣د} + \sqrt{٣س})}$

$= \text{نهـا}_{د \to ٠} \frac{٣}{\sqrt{٣س + ٣د} + \sqrt{٣س}}$

$= \frac{٣}{\sqrt{٣س} + \sqrt{٣س}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٣س}}$

حيد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي

① $ظا^٣س - (٥س + ٢)^٣$

$= ٣ ظا^٢س - ١٥(٥س + ٢)^٢$

② $س^٢ جا^٣س$

$= ٣س^٢ جتاس + ٣س جا^٢س$

③ $(جاس)^٤$

$= ٤(جاس)^٣ (جتاس)(٥)$

$= ٢٠(جاس)^٣ (جتاس)$

④ $\frac{س^٢ + ١}{٣ - ٣س}$

$= \frac{(٣ - ٣س)(٣س) - (س^٢ + ١)(-٣)}{(٣ - ٣س)^٢}$

$= \frac{٣س - ٣س^٢ + ٣س^٢ + ٣}{(٣ - ٣س)^٢}$

$= \frac{٣س + ٣}{(٣ - ٣س)^٢}$

⑤ $\sqrt{٣س + ٤} + \frac{٣}{س^٢ + س}$

$= \frac{٣}{٢\sqrt{٣س + ٤}} + \frac{-٣(٣س + ١)}{(س^٢ + س)^٢}$

جد $\frac{د ص}{د س}$ لكل مما يلي

① $ص = ع^٢ - ٢ع$ ، $ع = ٣ - ٤س$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$= (٢ع - ٢)(-٤)$

$= (٢(٣ - ٤س) - ٢)(-٤)$

$= (٦ - ٨س - ٢)(-٤)$

$= (٤ - ٨س)(-٤)$

$= -١٦ + ٣٢س$

مكتبة زم
ابد - المجمع الشمالي - 0774025552

جد معادله المماس لمنحنى الاقتران $ق(س) = س^2 + ٣س - ١$ عند النقطه $(١، ٥)$

$ق'(س) = ٢س + ٣$

الميل $= ق'(١) = ٥$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٥ = ٥(س - ١)$

$ص = ٥س - ٥ + ٥$

$ص = ٥س$

$ق(س) = \sqrt{٣س + ٣}$ عندما $س = ١$

$ق(١) = ٢$

$ق'(س) = \frac{١}{٢\sqrt{٣س+٣}}$

الميل $= ق'(١) = \frac{١}{٤}$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٢ = \frac{١}{٤}(س - ١)$

يتحرك جسيم وفق العلاقة: $ف(ن) = ٢ن^2 - ١٢ن + ٣$ حيث ف المسافة التي يقطعها الجسيم بالأمتار، ن الزمن بالثواني، جد سرعة الجسيم عندما تساوي تسارعه ٤ م/ث

$ع(ن) = [ن^2 - ١٢$

$ت(ن) = ٢ن - ١٢$

السرعة $= ٤$

$\therefore ٢ن - ١٢ = ٤$

$٢ن = ١٦$

$ن^2 = ٩ \Leftarrow ن = ٣$ ، $ن = -٣$ مرفوض

$ف(٣) = ٣ \times ١٢ = ٣٦$ م/ث

$ف(ن) = ن^3 - ٥ن^2$ هي المسافه التي يقطعها جسيم $ن$ ثانيه جد سرعه هذا الجسيم عندما تكون تسارعه ٤ م/ث

$ع(ن) = ٣ن^2 - ٢ن$

$ت(ن) = ٦ن - ٣$

التسارع $= ٤$

$\therefore ٦ن - ٣ = ٤$

$٦ن = ٦ \Leftarrow ن = ١$

$ع(١) = ٣ \times ١^2 - ٢ \times ١$

$= ١$ م/ث

تحرك جسيم وفقه العلاقه $ف(ن) = ن^3 - ٢ن^2 + ٨ن$ جد المسافه عندما تساوي سرعته ١٢ م/ث

$ع(ن) = ٣ن^2 - ٢$

$ت(ن) = ٦ن$

التسارع $= ١٢$

$٦ن = ١٢ \Leftarrow ن = ٢$

المسافه $= ف(ن) = ن^3 - ٢ن^2 + ٨ن$

$ف(٢) = ٢^3 - ٢ \times ٢^2 + ٨ \times ٢$

$= ١٢$ م

تحرك جسيم وكانت بعده عن نقطه الاصل يعطى $ف(ن) = ن^2 + ٤ن$ حتى تساوي سرعته المتوسطه سرعته اللحظيه التي يكون عليها الزمن ٤ ث

$ع(ن) = ٢ن$

$ع(٤) = ٨$ م/ث

السرعه المتوسطه $= \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$= \frac{(ن^2 + ٤ن) - (٠ + ٠)}{ن - ٠} = ٨$

$٨ن = ن^2 + ٤ن - ٤$

$٨ن = ن^2$

$ن^2 - ٨ن = ٠$

$ن(ن - ٨) = ٠$

$ن = ٠$ مرفوض أو $ن = ٨$

تحرك جسيم بحيث كان بعده عن نقطه الاصل يعطى $ف(ن) = ٢ن^2$ وكانت سرعته المتوسطه في $[٠، ٩]$ تساوي سرعته اللحظيه عند مرور ٣ ثواني جد $ك$

$ع(ن) = ٤ن$

$ع(٣) = ٤(٣) = ١٢$ م/ث السرعة اللحظية

السرعة المتوسطة $= \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$

$١٢ = \frac{ف(٩) - ف(٠)}{٩ - ٠}$

$١٢ = \frac{٩ك - ٠}{٩}$

$١٢ \times ٩ = ٩ك \Leftarrow ٩ك^2 = ١٢ \times ٩$

$٩ك(ك - ٦) = ٠$

$ك = ٠$ أو $ك = ٦$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774022552

جد فترات التزايد والتناقص وقيم س الحرجة والقيم القصوى (اذا وجدت)

① $ق(س) = ٤س^٣ - ٦س^٢ + ٢$

$ق'(س) = ٤س^٢ - ٦س + ٠$

$١٢س(س - ١) = ٠ \therefore$

$س = ٠$ ، $س = ١$ ⟸ قيم س الحرجة

متزايد $(-\infty, ٠] \cup [١, \infty)$

متناقص $[٠, ١]$

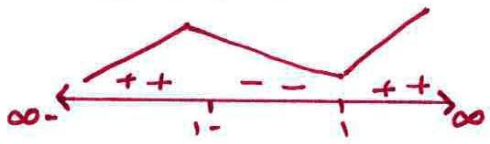
قيمة عظمى محلية عند $س = ٠$ وقيمتها $ق(٠) = ٢$

قيمة صغرى محلية عند $س = ١$ وقيمتها $ق(١) = ١$

② $ق(س) = س^٣ - ٣س + ١$

$ق'(س) = ٣س^٢ - ٣ = ٠ \therefore$

$س = \pm ١$ ⟸ قيم س الحرجة



قيمة عظمى محلية عند $س = -١$ وقيمتها ٣

قيمة صغرى محلية عند $س = ١$ وقيمتها -١

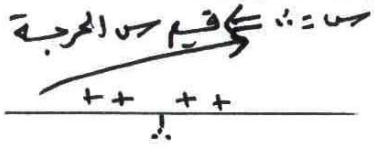
متزايد $(-\infty, -١] \cup [١, \infty)$

متناقص $[-١, ١]$

③ $ق(س) = س^٢ + ٤$

$ق'(س) = ٣س^٢ = ٠ \therefore$

$س = ٠$ ⟸ قيم س الحرجة



متزايد على جميع الاعداد الحقيقية

لا يوجد لها قيم قصوى

باستخدام اختبار المشتقة الثاني

جد القيم القصوى ونوعها

① $ق(س) = س^٣ + ٤$

$ق'(س) = ٣س^٢ = ٠$

$س = ٠$

$ق''(س) = ٦س$

$ق''(٠) = ٠ \therefore$ عند $س = ٠$ صغرى وقيمتها $ق(٠) = ٤$

② $ق(س) = ٢س^٣ - ٦س$

$ق'(س) = ٦س^٢ - ٦ = ٠ \therefore$

$س = \pm ١$

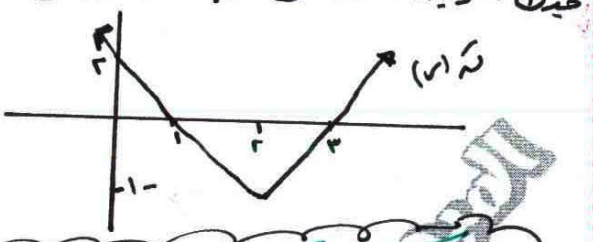
$ق''(س) = ١٢س$

$ق''(١) = ١٢ > ٠ \therefore$ عند $س = ١$ صغرى وقيمتها $ق(١) = -٤$

$ق''(-١) = -١٢ < ٠ \therefore$ عند $س = -١$ عظمى وقيمتها $ق(-١) = ٤$

اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل $ق(س)$

جد ① التزايد والتناقص ② القيم القصوى ونوعها ③ عدد س الحرجة



تذكر دائماً اعمد الرسم

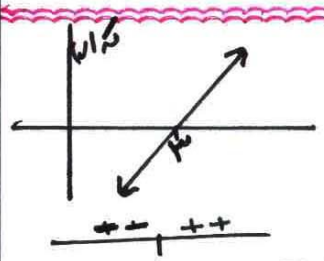
متزايد $(-\infty, ١] \cup [٣, \infty)$

متناقص $[١, ٣]$

عظمى عند $س = ١$

صغرى عند $س = ٣$

ميل المماس عند $س = ٢$ ، $ق'(٢) = -١$



متزايد $[٣, \infty)$

متناقص $(-\infty, ٣]$

صغرى عند $س = ٣$

قيمة حرجة واحدة

تذكر أن $ق'(٣) \approx \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$ حين يقبل هـ الصفر

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان مجموعهما ٥٠ وحاصل ضربهما اقل ما يمكن؟

$س + ص = ٥٠$

$ص = ٥٠ - س$

$ق(س) = س ص$

$= س(٥٠ - س)$

$= ٥٠س - س^٢$

$ق'(س) = ٥٠ - ٢س \Leftarrow ٥٠ - ٢س = صفر$

$٥٠ - ٢س = صفر$

$٢س = ٥٠ \quad \therefore س = ٢٥$ حرجة

$ص = ٥٠ - س$

$= ٥٠ - ٢٥ = ٢٥ \quad \therefore ص = ٢٥$

$ق(س) = ٢٥ \times ٢٥$

$ق''(س) = -٢$

$ق''(٢٥) = -٢$ عظمى

ناقذة مستطيلة محيطها ٦ م جد بعدي النافذة اللذين يعطيان اكبر مساحة ممكنة؟

المحيط = ٦ م

$٢س + ٢ص = ٦$

$س + ص = ٣$

$ص = ٣ - س$

$م = س \times ص$

$= س(٣ - س)$

$= ٣س - س^٢$

$م' = ٣ - ٢س$

$٣ - ٢س = ٠$

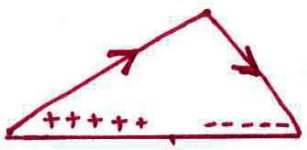
$٢س = ٣$

$س = \frac{٣}{٢}$

$ص = \frac{٣}{٢}$

$ص = ٣ - \frac{٣}{٢}$

$ص = \frac{٣}{٢}$



$\frac{٣}{٢}$

اجعل حياتك مرآة للابداع

ما العددان الصحيحان الموجبان اللذان حاصل ضربهما ٦٤ ومجموعهما أقل ما يمكن؟

$س \times ص = ٦٤$

$ص = \frac{٦٤}{س}$

$م = س + ص$

$م = س + \frac{٦٤}{س}$

$م' = ١ - \frac{٦٤}{س^٢}$

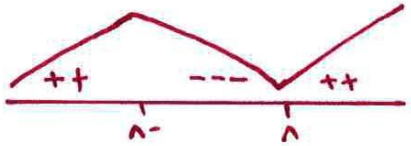
$م' = ٠ \Leftarrow ١ - \frac{٦٤}{س^٢} = ٠$

$\frac{٦٤}{س^٢} = ١$

$س^٢ = ٦٤$

$س = ٨$

$س = -٨$



عند $س = ٨$ أقل ما يمكن

$ص = \frac{٦٤}{س}$

$ص = \frac{٦٤}{٨}$

$ص = ٨$

أراد مستطيلة على هيئة مزرعة وتشترك مزارع بـ ٣٠٠ م من الأسلاك لتسيجها فما ابعاد اكبر جزء مستطيل يمكن تسييجه دون تسييج البعد الذي على النهر؟

$٢س + ص = ٣٠٠$

$ص = ٣٠٠ - ٢س$

$م = س \times ص$

$= س(٣٠٠ - ٢س)$

$= ٣٠٠س - ٢س^٢$

$م' = ٣٠٠ - ٤س$

$٣٠٠ - ٤س = ٠$

$٤س = ٣٠٠$

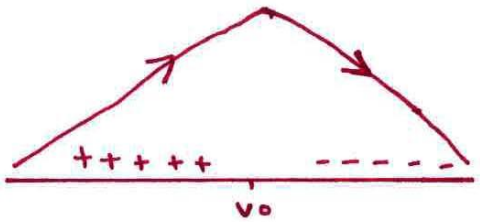
$س = \frac{٣٠٠}{٤}$

$س = ٧٥$

$ص = ٣٠٠ - ٢ \times ٧٥$

$= ٣٠٠ - ١٥٠$

$ص = ١٥٠$



صندوق مربع طول ضلعه ١٢ سم ما اذ اقتص منه مربعات متساوية طول ضلعها س ثم رفعت الجوانب و اصبح على صورة علبة مفتوحة من الأعلى فجد قيمة س التي تجعل حجم العلبة أكبر ما يمكن ؟

الحل : الطول = ١٢ - ٢س

العرض = ١٢ - ٢س

الارتفاع = س

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

= (١٢ - ٢س)(١٢ - ٢س)(س)

= (١٤٤ - ٢٤س - ٢٤س + ٤س٢)(س)

= ١٤٤س - ٤٨س٢ + ٤س٣

ح' = ١٢س٢ - ٩٦س + ١٤٤

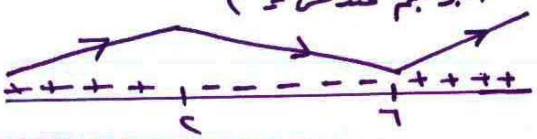
١٢س٢ / ١٢ - ٩٦س / ١٢ + ١٤٤ / ١٢ = ٠

س٢ - ٨س + ١٢ = ٠

(س - ٦)(س - ٢) = ٠

س = ٦ ، س = ٢

أكبر حجم عندما س = ٢



صندوق على شكل متوازي مستطيلات ما قاعدته مربعة الشكل مجموع ابعاده الثلاثة ١٢٠ سم ما ابعاده التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن ؟

الحل : س + س + ع = ١٢٠

٢س + ع = ١٢٠

ع = ١٢٠ - ٢س

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

ح = س × س × ع

= س٢ × (١٢٠ - ٢س)

= ١٢٠س٢ - ٢س٣

ح' = ٢٤٠س - ٦س٢

٢٤٠س - ٦س٢ = ٠

٦س(٤٠ - س) = ٠

٦س = ٠ ، ٤٠ - س = ٠

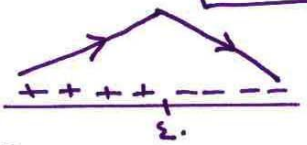
س = ٠ ، س = ٤٠

أكبر حجم عندما س = ٤٠

ع = ١٢٠ - ٢ × ٤٠

= ١٢٠ - ٨٠

ع = ٤٠



اذا كان مجموع طولي ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٤٠ سم ما هو أكبر مساحة ممكنة للمثلث ؟

الحل : س + ص = ٤٠

ص = ٤٠ - س

م(س) = ١/٢ س ص

= ١/٢ × س × (٤٠ - س)

= ٢٠س - ١/٢ س٢

م'(س) = ٢٠ - س

٠ = ٢٠ - س ∴

س = ٢٠ ∴ عظمى

ص = ٢٠ ∴

م''(س) = -١

م''(٢٠) = -١ عظمى

م(س) = ١/٢ س ص

= ١/٢ × ٢٠ × ٢٠ = ٢٠٠

قطعة ارض مستطيلة مساحتها ٣٧٥٠ م٢ ما يراد احاطتها بسياج اذا كانت تكلفة المتر الواحد من جانبيه متوازيين ٣ دنانير ما من الجانبين الآخرين ٢ دينار ما جد ابعاد القطعة لتصبح أقل تكلفة ؟

الحل : المساحة = س × ص

٣٧٥٠ = س ص

ص = ٣٧٥٠ / س

المطلوب تكلفة السياج = المتدنية مع المحيط

المحيط (م) = (٣ × ٢س) + (٢ × ص)

= ٦س + ٢ص

= ٦س + ٢(٣٧٥٠ / س)

= ٦س + ٧٥٠٠ / س

م'(س) = ٦ - ٧٥٠٠ / س٢

٦ - ٧٥٠٠ / س٢ = ٠ ∴

٦ = ٧٥٠٠ / س٢

٦س٢ = ٧٥٠٠

س٢ = ٢٥٠٠

س = ٥٠ صغرى

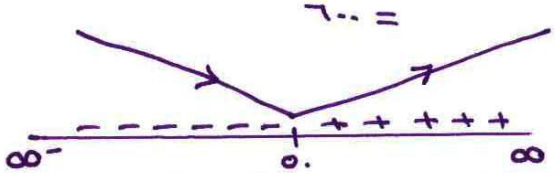
ص = ٧٥

∴ اقل تكلفة سياج عندما س = ٥٠

م = ٣ × ٢ × ٥٠ + ٢ × ٢ × ٧٥

= ٥٠ × ٦ + ٧٥ × ٤

= ٦٠٠



يبيع أحد المصانع الوحدة الواحدة من سلعة معينة بمبلغ ١٠٠ دينار، فاذا كانت التكلفة الكلية بالدنانير لانتاج س من وحدة من هذه السلعة تعطى بالعلاقة: ك(س) = ٠,٣ س^{٢} + ٤٠ س + ٧٠٠ فما هو الربح الحدي ؟ وعند أي قطع ليكون الربح أكبر ما يمكن

الحل: ع(س) = ١٠٠ س

ر(س) = ع(س) − ك(س)

= ١٠٠ س − (٠,٣ س^{٢} + ٤٠ س + ٧٠٠)

ر'(س) = ١٠٠ − ٠,٦ س − ٤٠

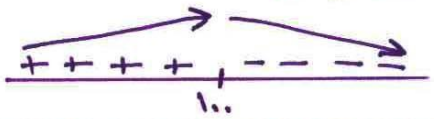
= ٦٠ − ٠,٦ س

ر'(س) = صفر

٦٠ − ٠,٦ س = صفر

٦٠ = ٠,٦ س

∴ س = ١٠٠



اذا كان د(س) = ١٦ س − س^{٣} ، ك دينار ما

ك(س) = ٣ س^{٢} − ٨ س + ١٥ دينار ما هما ايراد س من وحدات سلعة معينة وتكلفتها ما فجد قيمة س التي تجعل الربح أكبر ما يمكن .

الحل:

ر(س) = د(س) − ك(س)

= (١٦ س − س^{٣}) − (٣ س^{٢} − ٨ س + ١٥)

ر'(س) = (١٦ − ٣ س^{٢}) − (٦ س − ٨)

∴ = ٢٤ − ٦ س

∴ س = ٤

ر''(س) = − ٦

ر''(٤) = − ٦ < ٠ ∴ عند س = ٤ قيمة عظمى أكبر ربح ممكن

يراد تصميم بركة قاعدتها مستطيلة الشكل ومساحتها ٣٦ م^{٢} ثم احاطتها بممر خارجي منتظم عرضه ٢ م فما هو ابعاد البركة المراد تصميمها بحيث تكون المساحة الكلية للبركة و الممر أقل ما يمكن؟

الحل: م = ٣٦

س × ص = ٣٦

س = ٣٦/ص ، ص = ٣٦/س

مساحة (البركة والممر) = (س + ٤)(ص + ٤)

= (س + ٤)(٣٦/س + ٤)

ص × ٣٦/ص + ٤ س + ٣٦×٤/س + ١٦

∴ م' = ٣٦×٤/س^{٢} − ٤ = صفر

٣٦×٤/س^{٢} = ٤ ⇐ ٤ س^{٢} = ٣٦×٤

∴ س^{٢} = ٣٦ ∴ س = ٦

∴ ص = ٦

صفيحة من الورد مستطيلة مساحتها (٣٢) سم^{٢} يراد طباعتها اعلان عليها اذا كان عرض كل من الهامشين يمين راس الورقة و اسفلها (١) سم و يمين كل من الجانبين (٥,٠) سم فما هو بعدي الورقة حتى تكون المساحة المطبوعة أكبر ما يمكن؟

الحل: س × ص = ٣٢

ص = ٣٢/س

ه(س) = (س − ١)(ص − ٢)

= (س − ١)(٣٢/س − ٢)

ه(س) = ٣٢ − ٢ س − ٣٢/س + ٢

ه'(س) = − ٢ + ٣٢/س^{٢} = ٠ ⇐ ٣٢/س^{٢} = ٢

س^{٢} = ١٦ ∴ س = ٤ مرفوضة

∴ ص = ٨

ه''(س) = − ٣٢×٢ س^{٣}/س^{٤}

ه''(٤) = − ٣٢×٢×٤/٤^{٤} عظمى

ه(س) = (س − ١)(ص − ٢)

(٤ − ١)(٨ − ٢)

٣ × ٦ = ١٨

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي -027402552

هذه الورقه خاصه بالمنهاج القديم فقط

ابحث بإتصال $هـ(س)$ على الفترة $[-٢، ٦]$

$$هـ(س) = \begin{cases} س+٢ & س \le ٦ \\ \frac{س^٢+٩}{س-١} & ١٢-س > ٦ \end{cases}$$

$هـ(س) = \frac{س^٢+٩}{س-١}$ متصل على $[-٢، ٦]$

ما عدا $س = ١$ لانها اصفار المقام

* نتأكد من الاطراف

* عند $س = -٢$

١- $هـ(-٢) = \frac{(-٢)^٢+٩}{-٢-١} = \frac{-١٣}{٣}$

٢- $\lim_{س \to -٢^+} هـ(س) = \frac{-١٣}{٣}$

$\therefore$ متصل عند $س = -٢$

* عند $س = ٦$

١- $هـ(٦) = ٦+٢ = ٩$

٢- $\lim_{س \to ٦^-} هـ(س) = \frac{٦^٢+٩}{٦-١} = ٩$

$\therefore$ متصل عند $س = ٦$

$\therefore$ $هـ(س)$ متصل على $[-٢، ٦]$ ما عدا عند $س = ١$

$\frac{س^٢+٩}{س-١}$

-٢ ، ٦

$+$ ، $-$ ، $+$

* نتأكد من نقطة التشعب انها وحيدة

جد $\frac{ص}{س}$ لكل من

① $ص = لو_{٥}(س^٢+٢)$

$= ص \times \frac{٤س}{(س^٢+٢) لو ٥}$

$= \frac{٢٠س}{(س^٢+٢) لو ٥}$

② $ص = (٦-س^٢+١)^{٥+س^٢}$

$= (٦-س^٢+١)^{٥+س^٢} \left(\frac{٢س \times ٥+س^٢}{٦-س^٢+١} + لو(٦-س^٢+١) \times ١ \right)$

$= (٦-س^٢+١)^{٥+س^٢} \left(\frac{١٢س}{٦-س^٢+١} + لو(٦-س^٢+١) \right)$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 027402552
هذه الورقه خاصه بالمنهاج القديم فقط
لؤي ابن لبده
المبدع في الرياضيات