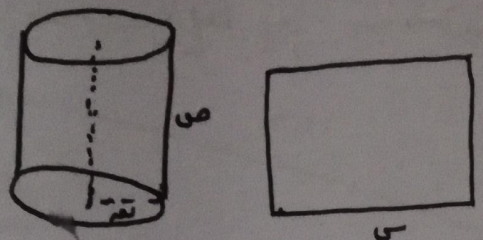
تطبيقات القيم القصوى

س: اسطوانة دائرية مفتوحة سطحها $\frac{16\pi}{3}$ سم^3 وارتفاعها ص وطول قاعدتها س قطعت وعملت على شكل مستطيل حيث ص، س بحيث يكون محيط المستطيل أصغر ما يمكن.



الحل

محيط المستطيل ل = ٢س + ٢ص

حجم الاسطوانة = π نق^2 ع = $\frac{16\pi}{3}$

من الشكل:

ع = ص

محيط القاعدة = س

2π نق = س

$\Rightarrow$ نق = $\frac{س}{2\pi}$

$\therefore$ ح = $\pi \left(\frac{س}{2\pi}\right)^2 \times ص = \frac{16\pi}{3}$ $\Rightarrow$ ص = $\frac{64}{س^2}$

$\Rightarrow$ ل = $2س + 2 \times \frac{64}{س^2}$

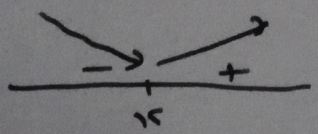
$= 2س + \frac{128}{س^2}$

ل $\div$ $2 - \frac{256}{س^3}$ $\Rightarrow$ $2 = \frac{256}{س^3}$

$\Rightarrow س^3 = 128$

$س = 12$

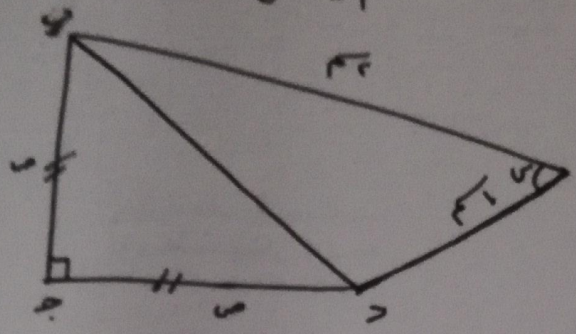
ص = $\frac{64}{12 \times 12} = 12$



صغر عند س = ١٢

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

س: يمثل الشكل التالي شكل رباعي م ب ج د الذي فيه الضلع (م ب) ثابت طوله ٤ سم وفيه (م د) ثابت طوله ٢ سم إلا أن وضعه متحول يمكنه أن يدور في مستوى الشكل حول النقطة م ، ويصنع مع الضلع الثابت (م ب) زاوية مقدارها س ، أما الزاوية (ج ب د) فهي ثابتة ، والطلب : جد ، جب متساويان دوماً حيث فيما س التي تجعل مساحة الشكل الرباعي أكبر ما يمكن



الحل:

المساحة = $\frac{1}{2}$ (م ب)(م د) جا س + $\frac{1}{2}$ (ب ج)(ج د) جا (ب ج د)

= $\frac{1}{2}$ × ٤ × ٢ × جا س + $\frac{1}{2}$ × ص × ص

= جا س + $\frac{ص^2}{2}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثلث د ج ب

(ب د)^2 = ص^2 + ص^2 = ٢ ص^2

أيضاً

(ب د)^2 = (١)^2 + (٢)^2 − ٢ × ١ × ٢ جتا س

= ٥ − ٤ جتا س

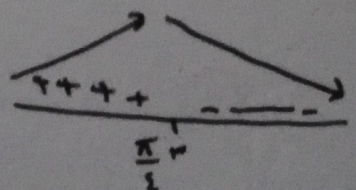
∴ ٢ ص^2 = ٥ − ٤ جتا س

$\frac{ص^2}{2}$ = $\frac{5}{4}$ − جتا س

∴ م = جا س + $\frac{5}{4}$ − جتا س

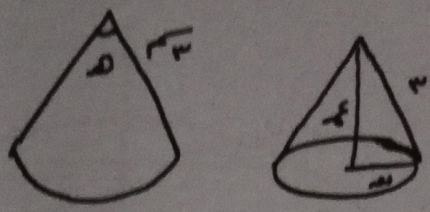
م′ = جتا س + جا س = ٠

س = ١٣٥° ، ٣١٥°



س = $\frac{\pi}{4}$

٠٠ مظلم دائري زاويته المركزية هـ وطوله قطر دائرته ٣ سم حول إلى مخروط ع
حيث هـ ليكون حجم المخروط أكبر ما يمكن:



ح = $\frac{1}{3}$ π نق^2 × ع.

لكن نق^2 + ع^2 = ٩

ع^2 = ٩ − نق^2

نق^2 = ٩ − ع^2

ح = $\frac{1}{3}$ π (٩ − ع^2) × ع

= $\frac{1}{3}$ π (٩ع − ع^3)

ح$'$ = $\frac{1}{3}$ π (٩ − ٣ع^2)

٩ − ٣ع^2 = ٠

ع^2 = ٣ ⇐ ع = ±$\sqrt{٣}$

ح$''$ = $\frac{1}{3}$ π (−٦ع) < ٠ عظمى عندما ع = $\sqrt{٣}$

نق^2 = ٩ − ٣

نق^2 = ٦

نق = $\sqrt{٦}$

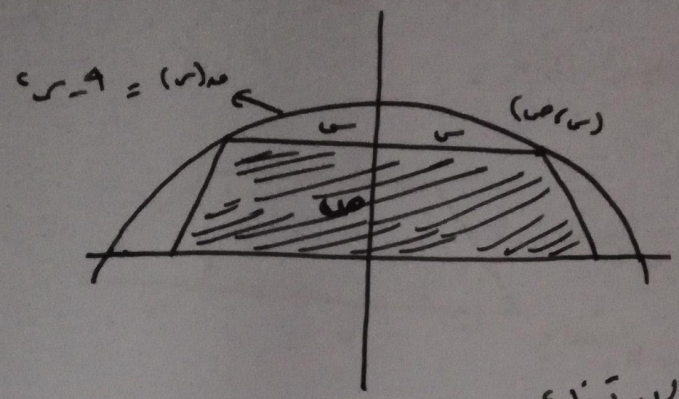
لكن طول القوس = محيط دائرة المخروط

٣ هـ = ٢ × $\sqrt{٦}$ × π

هـ = $\frac{٢\sqrt{٦}\pi}{٣}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

مثال: معتمداً على الرسم المجاور جد أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف



الحل:

بما أن ص = ٩ - س² تقطع محور السينات

عند ٩ - س² = ٠

س = ٣ ، -٣

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × مجموع القاعدتين × البعد العمودي

$= \frac{1}{2} \times (2س + 6) \times ص$

$= (س + 3)(ص)$

$= (س + 3)(9 - س^2)$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

م = $(س + 3)(-2س) + (9 - س^2) \times 1$

$-2س^2 - 6س + 9 - س^2 = ٠$

$-3س^2 - 6س + 9 = ٠$ بالقسمة على -٣

$+س^2 + 2س - 3 = ٠$

$(س + 3)(س - 1) = ٠$ ⟹ س = -٣ ، س = ١

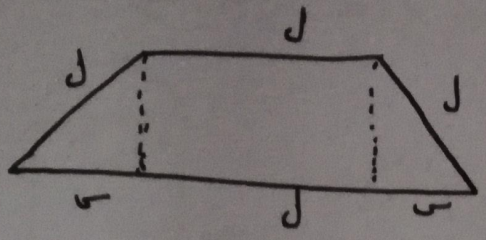
مرفوض

م′(س) = $-2س - 6$

م′(١) = $-2 - 6 = -8 < ٠$ منحنى عظمى عندما س = ١

م = $4 \times 8 = 32$

* إذا كانت أطوال ثلاثة أضلاع لشبه منحرف متساوية بحيث أن
س < ل
فإن مساحة شبه المنحرف تكون أكبر ما يمكن عندما يكون طول الضلع الرابع يساوي ضعف طول أي ضلع من الأضلاع الثلاثة الأخرى



الحل :

مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2}$ × مجموع القاعدتين × الارتفاع

$= \frac{1}{2} \times (ل + ل + س + س) \times$ الارتفاع

$= \frac{1}{2} (٢ل + ٢س) (\sqrt{ل^٢ - س^٢})$

$= (ل + س) (\sqrt{ل^٢ - س^٢})$

$م = (ل + س) \left(\frac{٢س}{٢ \times \sqrt{ل^٢ - س^٢}} \right) + \sqrt{ل^٢ - س^٢} \times ١$

$\sqrt{ل^٢ - س^٢} = \frac{س (ل + س)}{\sqrt{ل^٢ - س^٢}}$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

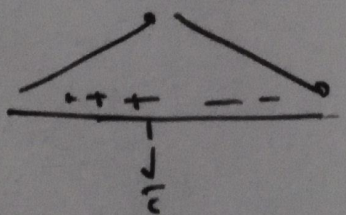
$ل^٢ - س^٢ = س (ل + س)$

$ل^٢ - س^٢ = س ل + س^٢$

$٢س^٢ + س ل - ل^٢ = ٠$

$(س + ل) (٢س - ل) = ٠$

$س = -ل$ (مرفوض) ← $س = \frac{ل}{٢}$

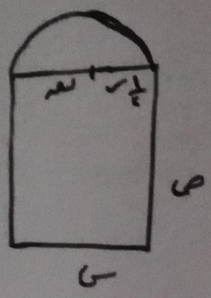


يعظم عند $\frac{ل}{٢}$.

طول الضلع الرابع = $ل + \frac{ل}{٢} + \frac{ل}{٢}$

$= ٢ل$

س : نافذة محيطها ٦ م على شكل مستطيل يعلوه نصف دائرة ، اذا كان الزجاج الذي على شكل نصف دائرة ملوناً يسمح بإدخال نصف كمية الضوء الذي يسمح بإدخاله الزجاج العادي الذي يكون الجزء المتبقي من النافذة جد أبعاد المنطقة المستطيلة للنافذة بحيث يسمح بإدخال أكبر كمية ممكنة للضوء



الحل: كمية الضوء = ضوء المستطيل + ضوء نصف الدائرة

$$ك = \text{مساحة المستطيل} + \frac{1}{2} \times \text{مساحة نصف الدائرة}$$

$$= س \times ص + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \pi (\frac{1}{2} س)^2$$

$$= س ص + \frac{\pi}{16} س^2$$

عبدالناصر محمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

لكن محيط النافذة

محيط المستطيل + محيط النافذة = ٦

$$س + ٢ ص + \pi (\frac{1}{2} س) = ٦$$

$$س + ٢ ص + \frac{1}{2} \pi س = ٦ \quad \text{(نضرب في ٤)}$$

$$٤ س + ٨ ص + \pi س = ٢٤$$

$$٨ ص = ٢٤ - ٤ س - \pi س$$

$$ص = \frac{1}{8} (٢٤ - ٤ س - \pi س)$$

$$ك = \frac{1}{8} (٢٤ س - ٤ س^2 - \pi س^2) + \frac{\pi}{16} س^2$$

$$ك' = \frac{1}{8} (٢٤ - ٨ س - ٢ \pi س) + \frac{\pi}{8} س$$

$$٤ ك' = ٨ - ٤ س - \pi س + \pi س = ٠$$

(٦)

$$\pi ٣ + ٨ س + ٧ س = ٤ ج$$

$$س = \frac{٤ ج}{\pi ٣ + ٨ س + ٧ س}$$

$$\frac{٤ ج}{\pi ٣ + ٨ س + ٧ س} = ص \quad ، \quad \text{عظمى عندما} \quad ج = - ٧ - ٣ \pi + ٣ \pi < ٠$$

$$ص = \frac{١}{٣} (١٢ - ٢٧ - \pi ٣ \times \frac{٤ ج}{\pi ٣ + ٨ س + ٧ س})$$

$$= \frac{١}{٣} (١٢ - ٢٧ - \frac{\pi ٤ ج}{\pi ٣ + ٨ س + ٧ س})$$

$$= \frac{\pi ٣ + ١٢}{\pi ٣ + ٨ س + ٧ س}$$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦