الدرس الأول :

النهايات

إذا كانت ق(س) = ٢س + ١
فإن نهاق(س) = ؟
س ← ١

أي أنه عندما (س) تأخذ قيماً قريبة من ١ فإن ق(س) تأخذ قيماً قريبة من العدد ٣

يرمز للنهاية
نهاق(س)
س ← ب

تقرأ نهاية الاقتران ق(س) عندما (س) تقترب (تؤول) من (ب) حيث يسمى (ب) صفة النهاية

خواص النهايات

١) نهاق(س) ← نهاية ق(س) عندما
س ← ب تقترب من (ب)

٢) نهاق(س)
س ← ب

نهاق(س) ← يمين ⊕ ب
نهاق(س) ← يسار ⊖ ب

٣) تكون النهاية موجودة
نهاق(س) = نهاق(س)
س ← ب ⁺ ← موجودة ← س ← ب⁻

٤) تكون النهاية غير موجودة
نهاق(س) ≠ نهاق(س)
س ← ب ⁺ ← غير موجودة ← س ← ب⁻

٥) الصورة ← ق
ب) ● لها جواب
ب) ○ غير معرفة

* إيجاد النهايات من الرسم

حظة ٥ في نهايات الرسم

الجدول وخط الأعداد لذا لم

حدد السؤال يمين أو يسار

حنا نصل يمين ونصل يسار

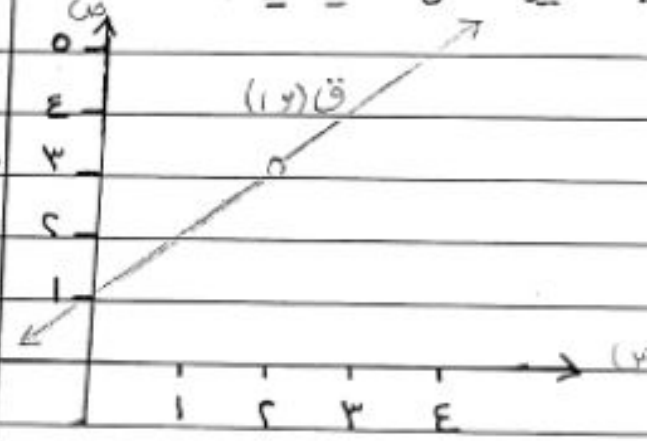
حظة ٥ الدوائر في رسمات النهايات

س له علاقة في حساب النهاية

ال ٥: اعتماداً على الشكل المجاور

ذي يمثل منحنى الاقتران ف(س)

جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)



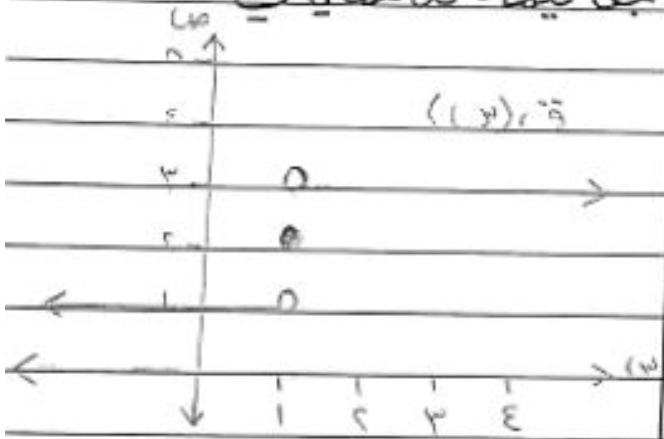
١) ق (٢)

٢) نها ف(س)
س ← ٢+

٣) نها ف(س)
س ← ٢

٤) نها ف(س)
س ← ٢

مثال ٥: اعتماداً على الشكل المجاور
الذي يمثل منحنى الاقتران ف(س)
فجد قيمة كل مما يأتي



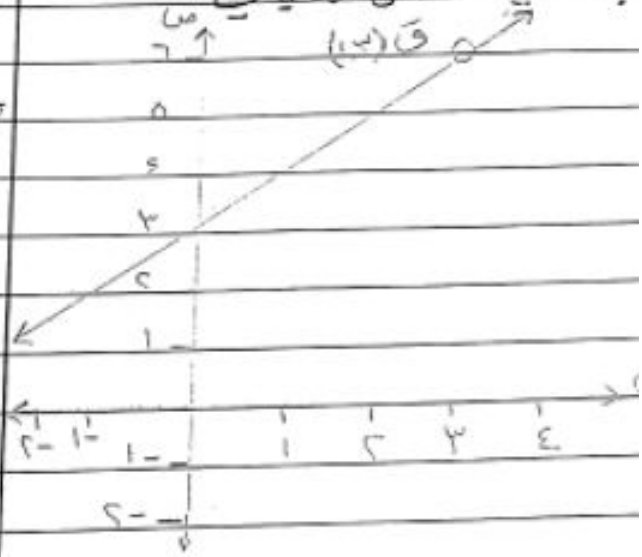
١) ف(١)

٢) نها ف(س)
س ← ١-

٣) نها ف(س)
س ← ١+

٤) نها ف(س)
س ← ١

مثال ③ : اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) فجد قيمة كل مما يأتي



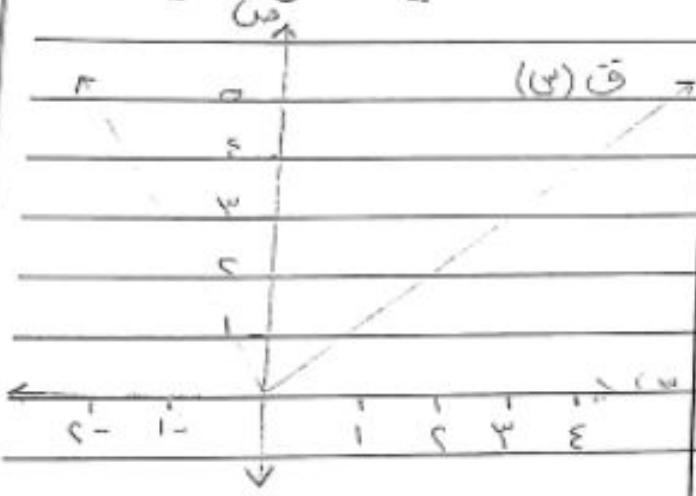
ق(٣) =

نهـا ق(س) =
س ← ٣ -

نهـا ق(س) =
س ← ٣ +

نهـا ق(س) =
س ← ٣

مثال ④ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) فجد قيمة كل مما يأتي

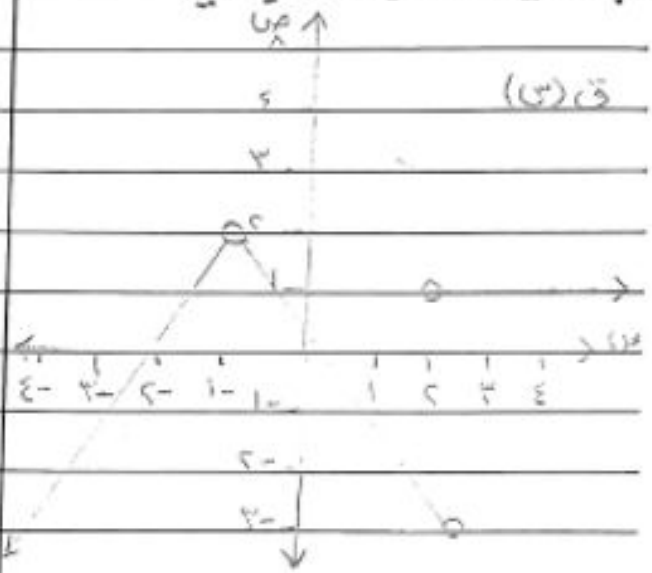


١) ق(٠)

٢) نهـا ق(س) =
س ← ٢

٣) نهـا ق(س) =
س ← ٠

مثال ⑤ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الإقتران ق(س) فجد قيمة كل مما يأتي

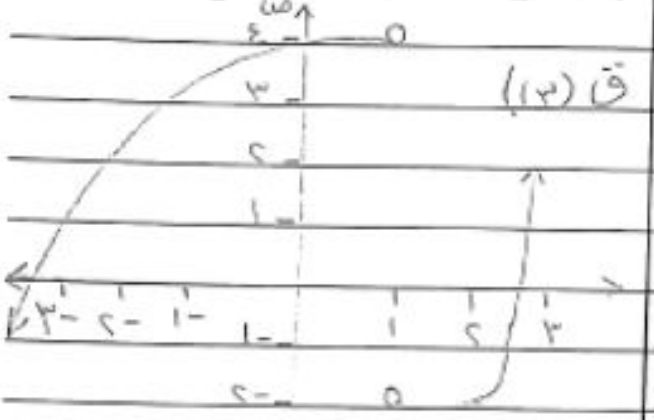


١) نهـ ق(س)
س ← -١

٢) نهـ ق(س)
س ← ٢

٣) نهـ ق(س)
س ← ٣

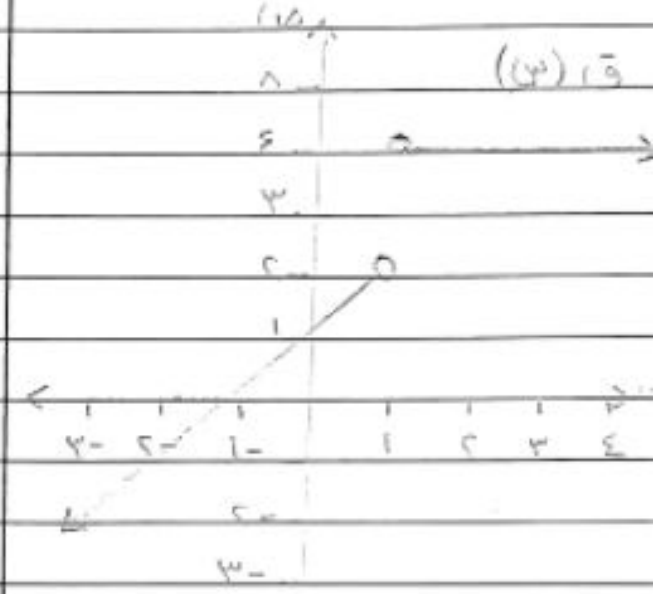
مثال ⑥ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الإقتران ق(س) فجد قيمة كل مما يأتي



١) ق(١)

٢) نهـ ق(س)
س ← ١

مثال ⑦ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الإقتران ه(س) جد كلاً مما يأتي

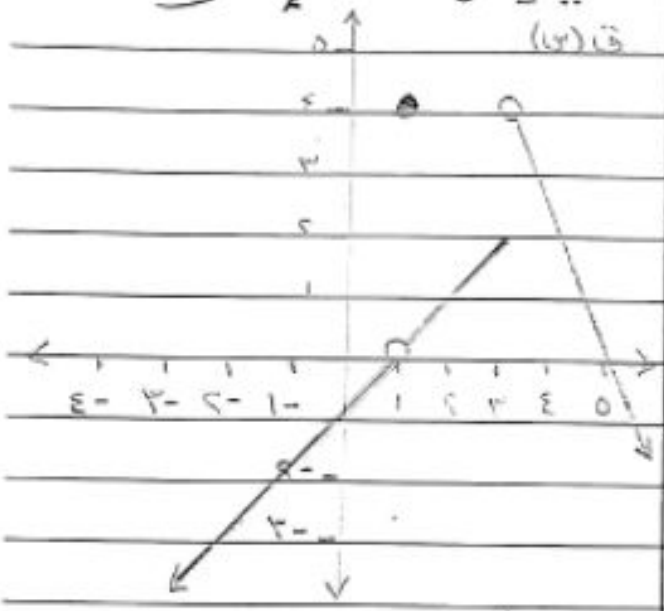


١) قيمة الثابت أ، حيث نها ه(س) = -١
س ← أ

٢) قيمة الثابت ب، حيث نها ه(س) = ٠
س ← ب

٣) قيمة الثابت جـ، حيث نها ه(س) غير موجودة
س ← جـ

مثال ⑧ : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الإقتران ق(س)

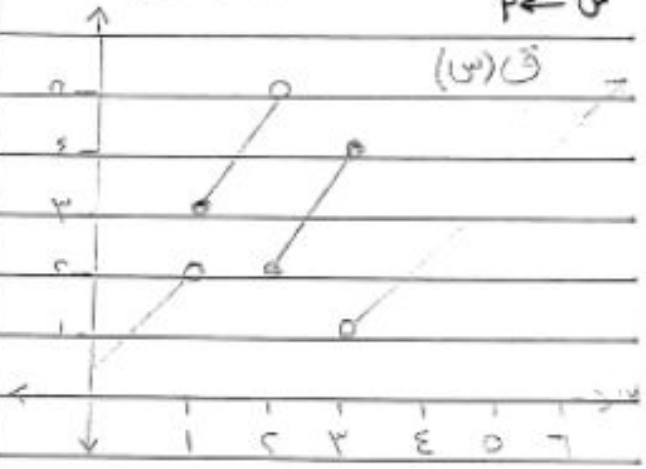


١) نها ق(س)
س ← ٢

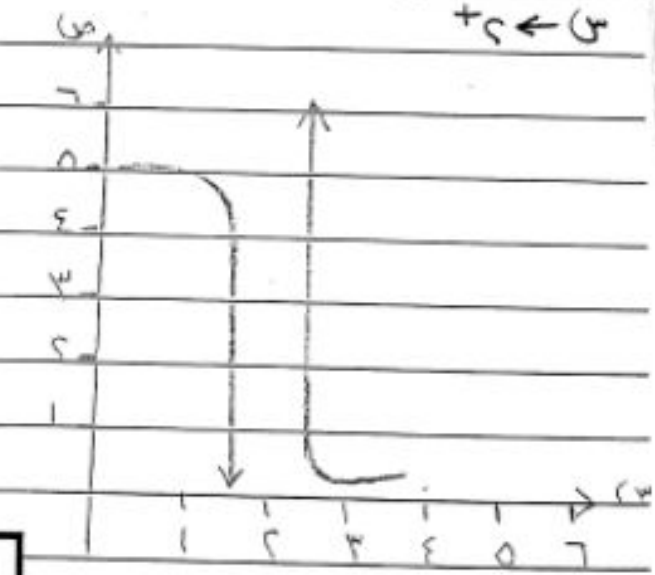
٢) الثابت أ، حيث نها ق(س) = ٠
س ← أ

٣) الثابت ب، حيث نها ق(س) غير موجودة
س ← ب

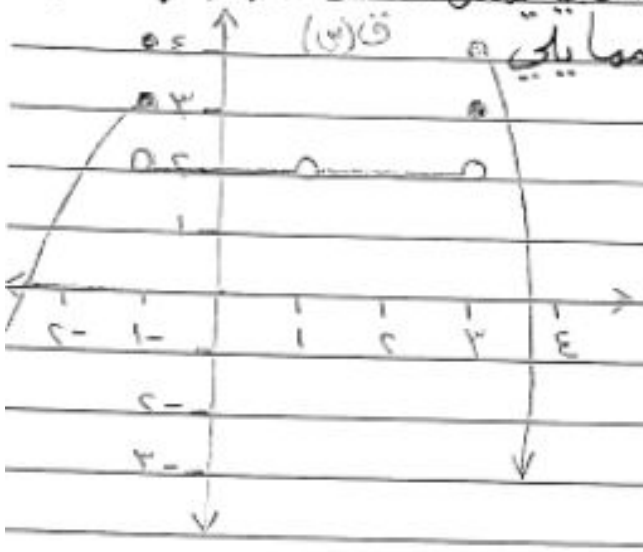
مثال (١١): اعتماداً على الشكل المجاور ما هي قيم (م) ، حيث
نهـ ق(س) غير موجودة
س ← م



مثال (١٢): اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) فجد
نهـ ق(س) =
س ← ٢+



مثال (١٣): اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) فجد كل مما يلي

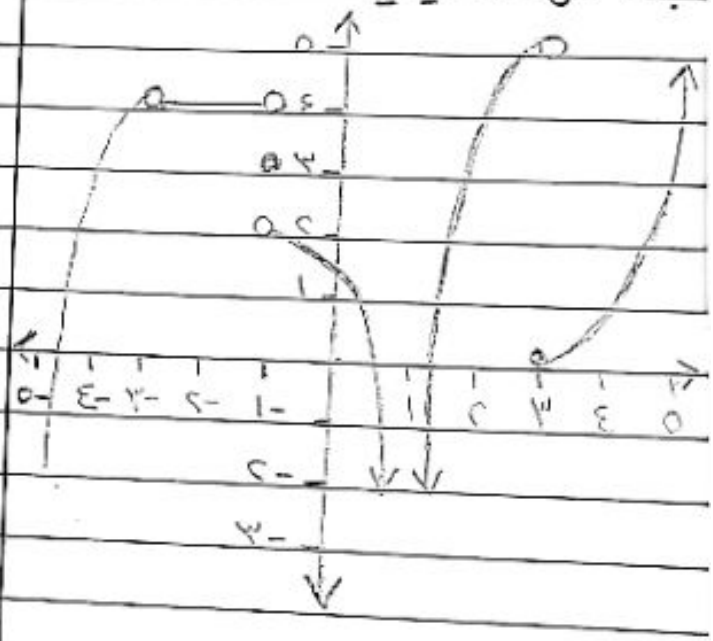


١) نهـ ق(س)
س ← ٣

٢) نهـ ق(س)
س ← ١

٣) نهـ ق(س) غير موجودة
س ← ل

مثال (١٤) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الإقتران ق(س) فجد كل مما يلي



١) نهـ ق(س)
س ← -٣

٢) نهـ ق(س)
س ← -٢

٣) نهـ ق(س)
س ← -١

٤) نهـ ق(س)
س ← ١

** إيجاد النهايات من الجدول

مثال ①: بالإعتماد على الجدول الآتي الذي يمثل ق(س) حيث س ← ٣ فجد كل مما يلي

س	١و٣	١و٣٠	٣و٠٠١	٣و٩٩٩	٣و٩٩٩٩	٣و٩٩٩٩٩
ق(س)	١و٢	١و٢٠	١و٢	٩و٢	٩و٢٩٩	٩و٢٩٩٩

١) نهـا ق(س) =
س ← ٣+

٢) نهـا ق(س) =
س ← ٣-

مثال ②: بالإعتماد على الجدول التالي جد
نهـا ق(س)
س ← ٣

س	٩و٢	٩و٢٩٩		١و٣٠١	١و٣
ق(س)	١و٧	١و٧٠١		٩و٥٩٩	٩و٥

مثال ③: بالإعتماد على الجدول التالي جد نهـا ق(س)
س ← ٥

س	١و٥	١و٥٠١		٩و٩٩٩	٩و٩
ق(س)	٩و٧	٩و٧٩٩		١و٨٠١	١و٨

مثال ④: بالإعتماد على الجدول التالي جد
نهـا ق(س) × نهـا ق(س)
س ← ٥+ س ← ٥-

س	٩و٤	٩و٤٩٩		١و٥٠١	١
ق(س)	٩و٧	٩و٧٩٩		١و٢٠١	١

الدرس الثاني :

نظريات النهايات

ملاحظة : لا نهتم في النهاية بالتعويض بالعدد وجوده

ق(س) ، هـ(س) ، ل(س) ، م(س) يكون الحد بطريقة التعويض

**نظريات النهايات :

أولاً :

١) النظرية الأولى (الثوابت)

نهـا جـ = جـ نهاية الثابت

س ← أ الثابت نفسه

مثال : جد قيم النهايات الآتية

١) نهـا ٨ =
س ← ٥

٢) نهـا ٧ =
س ← ٩

٣) نهـا ١٥ =
س ← ٣

٤) نهـا -٨ =
س ← ٤

٥) نهـا -٦ =
س ← ٢

٦) نهـا -١٢ =
س ← ٣

٢) النظرية الثانية (التعويض)

نهـا س = نعوض مكان كل س (أ)
س ← أ

مثال : جد قيم النهايات الآتية

١) نهـا (٣س - ١)
س ← ١

٢) نهـا (٣٤ + ٢)
س ← ٢

٣) نهـا (٧ - ٣٣)
س ← ٣

٤) نهـا (٣٤)
س ← ١/٢

٥) نهـا (٣٣ + ١)
س ← ١/٣

٦) نهـا (س٤ - ٤)
س ← ٢

٧) نهـا (٣ - س٤)
س ← ٢

) نهـا ٢س-١
س←٥

) نهـا ٤س-٤
س←٣

) نهـا (٣س٤+١)
س←٢

نهـا (س٤-س)
س←١

نهـا (٢س٤-١)
س←٢

نهـا (٣س٤-٥س)
س←٢

نهـا س٤-٩
س←٥ ٢س-٧

نهـا (٤س٤-٢)
س←$\frac{1}{2}$

١٥) نهـا (٩س٤-١)
س←$\frac{1}{3}$

١٦) نهـا (٢س-٥)٢
س←٢

١٧) نهـا س٤(س-١)
س←٢

١٨) نهـا س٤-٤س+٥
س←٢

١٩) نهـا س٤-٩
س←٥ ٢س-٧

٢٠) نهـا س٤-٤
س←٢ س+٥

٢١) نهـا (٣س + ٥)
س ← -٢

٢٢) نهـا (٢س - ٣)
س ← -١

٢٣) نهـا (٥ - ٢س)
س ← -٢

٢٤) نهـا (س٤ + ٩)
س ← -٣

٢٥) نهـا (٩ - س٤)
س ← -٣

٢٦) نهـا (س٤ - ٣)
س ← ٤-

٢٧) نهـا (٩ - ٢س٤)
س ← -١

٢٨) نهـا (٧ - ٥س٤)
س ← -٢

٢٩) نهـا (٧ - ٢س٤)
س ← -١

٣٠) نهـا (٤س - س٤)
س ← -٣

٣١) نهـا (٣س - ٢س٤)
س ← -٢

٣٢) نهـا (٥س٤ + ٢س)
س ← -١

٣٢) نهـا (س^{٣} - س)
س ← -١

٣٤) نهـا (٢س^{٣} + ١)
س ← -٢

٣٥) نهـا ٢س^{٣} + س^{٢} - ١
س ← -١

٣٦) نهـا (٢س - ١)^{٣}
س ← -١

٣٧) نهـا (٣س + ١)^{٢}
س ← -١

٣٨) نهـا س^{٣} - ٤س^{٢} + ٣٥) - ٧
س ← -١

٣٩) نهـا (س^{٤} - ٣س^{٢} - ٦س) - ١٧)^{٥}
س ← -٢

٤٠) نهـا (س^{٤} - ٣س^{٢} - ٦س) - ١٧)^{٦}
س ← -٢

النهاية توزع على الجمع والطرح
والضرب والقسمة

① نعيد كتابة السؤال مع التوزيع
② يجب أن يكون الاقتران مجهز
③ نبدأ الحل

إذا كانت $\lim_{س \to ا} ق(س) = ل$ ، $\lim_{س \to ا} هـ(س) = ك$

$$\lim_{س \to ا} (ق(س) + هـ(س))$$

$$\lim_{س \to ا} ق(س) + \lim_{س \to ا} هـ(س) = ل + ك$$

$$\lim_{س \to ا} (ق(س) - هـ(س))$$

$$\lim_{س \to ا} ق(س) - \lim_{س \to ا} هـ(س) = ل - ك$$

$$\lim_{س \to ا} (ق(س) \times هـ(س))$$

$$\lim_{س \to ا} ق(س) \times \lim_{س \to ا} هـ(س) = ل \times ك$$

التجهيز
١) الثابت في الخارج

$$\lim_{س \to ا} ج \, ق(س)$$

$$ج \times \lim_{س \to ا} ق(س)$$

٢) النهاية داخل الأسس

$$\lim_{س \to ا} ق(س)^{هـ(س)} = \left(\lim_{س \to ا} ق(س)\right)^{\lim_{س \to ا} هـ(س)}$$

٣) النهاية داخل الجذر

$$\lim_{س \to ا} \sqrt{ق(س)} = \sqrt{\lim_{س \to ا} ق(س)}$$

مثال ①: إذا علمت أن
$\lim_{س \to ١} ق(س) = ٩$ ، $\lim_{س \to ١} هـ(س) =$
فجد قيمة كل مما يأتي

١) $\lim_{س \to ١} (ق(س) + هـ(س))$

٢) $\lim_{س \to ١} ق(س) \times هـ(س)$

مثال ① : إذا علمت أن

نهـا ق(س) = ٥ ، نهـا هـ(س) = ٧
س←٢ ، س←٢

فجد

أ) نهـا (٤ ق(س) + هـ(س))
س←٢

ب) نهـا (٢ هـ(س) + ٣س٢)
س←٢

ج) نهـا (س ق(س) + ٣ هـ(س))
س←٢

د) نهـا (√(٣ ق(س) - ٢ + (هـ(س))٢))
س←٢

هـ) نهـا ٣ ق(س) - ٣
س←٢ ٨ - ٢ هـ(س)

مثال ③ : إذا كانت

نهـ ق(س) = ٥ ، نهـ هـ(س) = -٧
س←٣ س←٢

فجد نهـ (٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٥س - ٤)
س←٣

مثال ⑤ : إذا كانت

نهـ (٢ق(س) + ٣س) = ١١
س←٣

جد نهـ (ق(س))؟
س←٣

مثال ⑥ : إذا كانت

نهـ ق(س) = ٨ ، نهـ هـ(س) = -٢
س←٥ س←٥ ٣

فجد نهـ (ق٢(س) - ٢ هـ(س) - س٢)
س←٥

مثال ⑦ : إذا كانت

نهـ ق(س) = ١٠ ، نهـ هـ(س) = س٢ + ٣٠
س←٤ س←٤

فجد نهـ (٢ق(س) + ٣هـ(س) + ٥س - ٤)
س←٤

مثال ⑧ : إذا علمت أن

ق(٢) = ٥ ، $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٣

فجد $\lim_{س \to ٢}$ (٧س - ٤ ق(س))

مثال ⑨ : إذا علمت أن

$\lim_{س \to ٢}$ ٣ ق(س) = ٦ ، $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ٤

فجد $\lim_{س \to ٢}$ $\sqrt{٢ ق^{٢}(س) + ٢ هـ(س)}$

مثال ⑩ : إذا علمت أن

هـ(٢) = ١ ، $\lim_{س \to ٢}$ هـ(س) = ١٠

فجد $\lim_{س \to ٢}$ (هـ(س) + ٣س + ١)

مثال ⑪ إذا كان

ق(٣) = ١ ، $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٧

فجد $\lim_{س \to ٣}$ $\sqrt[٣]{٣ ق(س) + ٦}$

مثال (١٢) : إذا كان

$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٠} \text{ق}(س) = ٨$ ، ق(٠) = ٢

أوجد $\text{نهـا}_{س \leftarrow ٠} \frac{٣ س \text{ ق}(س) - س^{٢}}{\text{ق}^{٢}(س)}$

مثال (١٣) : إذا علمت أن

$\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \text{ق}(س) = ٢$ ، $\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \text{هـ}(س) = -٤$

أوجد $\text{نهـا}_{س \leftarrow -١} \frac{٣ \text{ق}^{٢}(س) + ٢ \text{هـ}(س)}{\text{ق}(س)}$

الحالة البسيطة

الإقتران المتشعب

<

التعويض ، التحديد

س ، <

يمين ـ > أكبر

يسار ـ < أصغر

صورة (ق) ـ عند المس) واة نفس الرقم

الإقتران المتشعب

طة عادية	نقطة تحوا
النقطة الغير موطاة	ه) النقطة المشتركة

السؤال ، وتأخذ القاعدة بين قاعدتين

المناسبة	بشرط وجود
	> <

خطوات الحل

نرسم خط أعداد

ند عليه القيم

عادا النقطة غير موجودة نرى مكانها

نكتب معادلاتها)

اذا النقطة موجودة نحن نجدها

اليمين ومن اليسار لأن فمان طارت تقول

اذا طلبت الصورة ـ نعوضها عن

ادلة المساواة

مثال ٥ إذا كان ق(س) = { ٢س - ١ ، س ≤ ؟ ، س٢ - ؟ ، س > ؟ } جد

أ) نهـا ق(س) = ٣ (س ← ٣)

ب) نهـا ق(س) = ١ (س ← ١)

ج) نهـا ق(س) = ؟ (س ← ؟)

د) ق(؟)

مثال ② : إذا كان ق(س) = { ٥س + ١ ، س < ٢ ; س² ، س ≥ ٢

أوجد قيمة كل مما يأتي

أ) ق(٢) =

ب) نهـ ق(س) =
س ← ١

ج) نهـ ق(س) =
س ← ٢

د) نهـ ق(س) =
س ← ٢

مثال ③ : إذا كان ق(س) = { س² + ١ ، س ≥ ٣ ; ٤س - ٢ ، س < ٣

أوجد قيمة كل مما يأتي

أ) ق(٣) =

ب) نهـ ق(س)
س ← ١

ج) نهـ ق(س)
س ← ٤

د) نهـ ق(س)
س ← ٣

مثال ④ : إذا كان

ق(س) = { ٣س - ٥ ، س < ٢ ; ١٢ ، س = ٢ ; ٥ - ٢س ، س > ٢

أوجد قيمة كل مما يلي

أ) ق(٢) =

ب) نهـ ق(س)
س ← ٠

ج) نهـ ق(س)
س ← ٢

د) نهـ ق(س)
س ← ٢

ل ⑤ إذا كان

ق (س) = { ٣س - ٢ ، س < -١
٣ ، س = -١
س - ١ ، س > -١

جد قيمة كل مما يلي

ق (-١) =

نهـ ق (س)
س ← -٢

نهـ ق (س)
س ← ٠

نهـ ق (س)
س ← -١

ل ⑥ إذا كان

ق (س) = { ٣س + ٤ ، س ≠ -٢
٧ ، س = -٢

لاحظ أن س ≠ تعني س < -٢ و > -٢

جد قيمة كل مما يلي

١) ق (-٢) =

٢) نهـ ق (س)
س ← ١

٣) نهـ ق (س)
س ← -٣

٤) نهـ ق (س)
س ← -٢

مثال ⑦ إذا كان

ق (س) = { ٧س + ٢ ، س ≠ ٤
٩ ، س = ٤

جد قيمة كل مما يلي

١) ق (٤) =

) نهـا ق (س)
س ← ٤

) نهـا ق (س)
س ← ٢

الحالة الثانية

مثال (٨) : إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^٤ - ٢ ، ٠ \geq س > ٥ \\ ٤س + ١ ، ٥ \geq س > ٧ \end{cases}$$

أوجد قيمة كل مما يلي

١) نهـا ق (س)
س ← ٢

) نهـا ق (س)
س ← ٦

٣) نهـا ق (س)
س ← ٥

٤) ق (٥) =

مثال (٩) : إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٣س ، س < ٢ \\ ٦ ، ٢ \geq س > ٤ \\ ١٠ - ٢س ، س \geq ٤ \end{cases}$$

أوجد قيمة كل مما يلي

١) نهـا ق (س) =
س ← ٣

٢) نهـا ق (س) =
س ← ٠

٣) نهـا ق (س)
س ← ٦

١) نهـا ق(س) س ← ؟	٤) نهـا ق(س) س ← ٣
٢) نهـا ق(س) س ← ٤	٥) نهـا ق(س) س ← ٥
	٦) نهـا ق(س) س ← ٦
مثال ⑩ : إذا كان ق(س) = { ٢س + ٥ ، س < ٣ ؛ ١٧ ، ٣ ≤ س ≤ ٦ ؛ ٣س - ١ ، س > ٦ } فجد قيمة كل مما يلي ١) ق(٦) = ٢) نهـا ق(س) س ← ١	
٣) نهـا ق(س) س ← ٧	

أولاً:

إيجاد الثوابت (المجاهيل) في النهايات

ملاحظة تعتمد على تحديد نوع المجاهيل (نوع واحد أو نوعين)

مثال ①: إذا كانت نهـ ؟ ٢س^٣ - ٦ = ١٦
س ← ١
جد قيمة ؟

مثال ②: إذا كانت نهـ ؟ س - ٨س^٣ = ٣٤
س ← ٢
جد قيمة ل ؟

مثال ③: إذا كانت نهـ (٣س^٣ - ١) = ٩
س ← ٢
جد قيمة ل ؟

مثال ④: إذا كانت نهـ (٣ - ل س) = ٥
س ← -٢
جد قيمة ل ؟

مثال ⑤: إذا كانت نهـ (٢س^٣ + ٧) = ١
س ← -٣
جد قيمة ؟

مثال ⑥: إذا كانت نهـ (٢س^٤ - ٣س + ٢) = ٨
س ← -١
جد قيمة ؟

مثال ⑦: إذا كانت نهـ (٢س)^٣ = -٦٤
س ← ١
جد قيمة ؟

ال① : إذا كان ق(س) = { ٢س+٤ ، س>٢ ; ٦-س² ، س≤٢

د قيمة الثابت ٢ إذا كانت
ها ق(س) موجودة ؟
س→٢

ال② : إذا كانت
ق(س) = { ٢س²+٢س ، س>٢ ; ٤ ، س≤٢
وكانت نها ق(س) موجودة
س→٢
فجد قيمة الثابت ٢ ؟

مثال③ : إذا كان ق(س) = { ٢س² ، س<٣ ; ٨١ ، س>٣

وكانت نها ق(س) موجودة فجد
س→٣
قيمة الثابت ٢ ؟

مثال④ : إذا كان ق(س) = { ٤٢س+٣ ، س≤٣ ; س²+٦ ، س>٣

فجد قيمة الثابت ٢ التي تجعل نها ق(س)
س→٣
موجودة

⑥ إذا كان ق(س) = { ٦س - ٤ ، س < ٢ ؛ ٤س + ١٢ ، س > ٢ }

انت نهـا ق(س) موجودة فجد ؟
س ← ٢

مثال ⑦ إذا كان ق(س) = { ٣ - ٤س ، س ≥ ٢ ؛ ٢س + ١ ، س < ٢ }

جد قيمة الثابت ٢ إذا كانت
نهـا ق(س) موجودة ؟
س ← ٢

⑧ إذا كان ق(س) = { ٧س² - ٢ ، س > ١ ؛ ٢س + ١ ، س ≤ ١ }

قيمة الثابت ٢ إذا كانت نهـا ق(س)
س ← ١
جودة

مثال ⑧ إذا كان ق(س) = { ٢٥س - ٢٠ ، س < ١ ؛ ٢٠ ، س = ١ ؛ ٦س + ٢٤ ، س > ١ }

جد قيمة ٢ التي تجعل نهـا ق(س) موجودة
س ← ١

⑨ إذا كان ق(س) = { ٢٣س - ٦ ، س < ٢ ; ١٥ ، س = ٢ ; س + ٤ ، س > ٢ }

قيمة ٣ التي تجعل نهـ ق(س) موجودة
س ← ٢

⑩ إذا كان ق(س) = { ٥س² - ل ، س < ٢ ; ل س + ٢ ، س ≥ ٢ }

نهـ ق(س) موجودة فجد قيمة ل؟
س ← ٢

مثال ⑪ إذا كان ق(س) = { س² + ب ، س < ٢ ; ٣س + ٦ ، س > ٢ }

وكانت نهـ ق(س) = ١٤ فجد قيم (٣ ، ب)؟
س ← ٢

مثال ⑫ إذا كان ق(س) = { ٣س + ب ، س < ٢ ; ٣س² + ٤ ، س ≥ ٢ }

وكانت نهـ ق(س) = ٢٤ فجد قيم (٣ ، ب)؟
س ← ٢

سؤال واجب : إذا كان ق(س) = { س + ٦ ، س ∈ ص ; حيث ص = مجموعة الأعداد الموجبة ; ٤س + ١ ، س ∉ ص }

فجد نهـ ق(س)
س ← ٣

نهاية خارج قسمة اقترانين

مثال: جد النهايات التالية:

① $\lim_{س \to 1} \frac{٣س + ١}{٢س}$

② $\lim_{س \to -٢} \frac{٢س^{٢} + س}{س + ٤}$

③ $\lim_{س \to -١} \frac{٢ + ٥س}{٣ + ٢س^{٤}}$

④ $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٣} - ٨}{س + ٣}$

⑤ $\lim_{س \to ١} \frac{(س+٢)^{٢} - ١}{٥س^{٢} - ١}$

⑥ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + ٣س - ٥}{٣س^{٢} + ١}$

⑦ $\lim_{س \to -٢} \frac{س - ٤}{س} + \frac{٧ - ٧س}{س}$

⑧ $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt[٣]{٣ - س} + س + ٥}{س^{٢} - س}$

① $\lim_{س \to -٤} \frac{١-٦س+٢س^{٢}+٨}{س+٣}$

② $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٤}-٢س}{س-٢}$

③ $\lim_{س \to ٢} \frac{س-٢}{٤-٢س}$

④ $\lim_{س \to -٣} \frac{٣س+٩}{٣+س}$

⑤ $\lim_{س \to -٢} \frac{س+٢}{١٢+٦س}$

⑥ $\lim_{س \to ٢} \frac{٢س-٤}{٢-س}$

③ $\lim_{س \to -٥} \frac{\sqrt{٣-س}-٣}{٣+س}$

ثلاثة على صفر ، لا تقبل الحل
صفر
طوات الـ
كتب النهاية
حلا
تحديد
تحويل
أشكال التحليل

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢}-٩}{٦-٢س}$

⑨ $\lim_{س \to 0} \frac{٢س^{٤} - ٦س^{٢}}{س^{٣} + ٤س^{٢}}$

⑩ $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٩}{٦ - ٢س}$

⑪ $\lim_{س \to ١} \frac{٢س^{٢} - ٢}{س - ١}$

⑫ $\lim_{س \to ٢} \frac{٥س^{٢} - ١٠س}{٣س^{٢} - ٦س}$

⑬ $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} - ٢٥}{٥ - س}$

⑭ $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٢} - ٢٥}{٥س - س^{٢}}$

⑮ $\lim_{س \to ٢} \frac{٢س^{٢} - ٤}{س^{٢} - ٤}$

(١٣) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - س - ١٢}{س - ٤}$

(١٤) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٢} + ٣س + ٢}{س + ٢}$

(١٥) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٤س + ٣}{س - ٣}$

(١٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + ٣س - ١٠}{س^{٢} + س - ٦}$

(١٧) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} - ١}{س - ١}$

(١٨) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٢} - ٤}$

(١٩) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^{٣} + ٢٧}{٥س + ١٥}$

(٢٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{(س+١)^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٤}$

(٢٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٩س}{٣س - س^{٢}}$

(٢٣) $\lim_{س \to ١} \frac{(س+٢)^{٢} - ٩}{س - ١}$

(٢٤) $\lim_{س \to ٨} \frac{(س-٥)^{٢} - ٩}{س - ٨}$

(٢٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٤} + ٣س^{٢}}{س^{٣} - ٤س^{٢}}$

(٢٦) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٣} + ٥س + ٦س}{س^{٢} - ٤}$

① $\lim_{س \to -٣} \frac{٣س + ٩}{س + ٣}$

② $\lim_{س \to ٤} \frac{٣س - ١٢}{س - ٤}$

③ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٤ - ٢س}{س - ٢}$

④ $\lim_{س \to -١} \frac{س^٢ + س}{س + ١}$

⑤ $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{٢ - س}$

⑥ $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + ٥س}{س + ٥}$

⑦ $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س^٤ - ٦س^٢}{س^٢ + ٤س^٢}$

⑧ $\lim_{س \to ٤} \frac{١٢س - ٣س^٢}{٣س^٢ - ٨س}$

توجد الناتجة عالرقم صفر ، توجد الناتجة
صفر
ق- إذا وجد كسور
تذكير $\frac{أ}{ب} \pm \frac{ج}{د} = \frac{أد \pm جب}{بد}$

* خطوات الحل
① يلزق إلى تحت ببعض
② بنزل بضرب بدون الإشارة
③ بطلع بضرب مع الإشارة

إذا تزيد ٢ $\frac{\frac{1}{س} \times \frac{1}{٣}}{س - ٢} = \frac{٣ - س}{٣س}$

① $\text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{٣}}{س - ٣}$

② $\text{نها}_{س \to ٢} \frac{\frac{1}{س} - \frac{1}{٢}}{س - ٢}$

③ $\text{نها}_{س \to ٢} \frac{\frac{1}{٤} - \frac{1}{س}}{س - ٢}$

④ $\text{نها}_{س \to ٤} (\frac{1}{س} - \frac{1}{٤}) (\frac{1}{س - ٤})$

⑤ $\text{نها}_{س \to ١} \frac{\frac{1}{٣+س} - \frac{1}{٤}}{س - ١}$

⑥ $\text{نها}_{س \to ٢} \frac{\frac{1}{٣} - \frac{1}{١+س}}{س - ٢}$

⑧ $\text{نهـا}_{س \to -٣} \dfrac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^{٢} - ٩}$

⑨ $\text{نهـا}_{س \to ٣} \dfrac{\frac{١}{س-٥} - \frac{١}{٢}}{٣ - س}$

⑩ $\text{نهـا}_{س \to ٩} \dfrac{\frac{س}{س-٣} - \frac{س+٣}{س-١}}{س - ٩}$

⑪ $\text{نهـا}_{س \to ٦} \dfrac{\frac{٥}{س-١} - \frac{٣}{س-٣}}{س^{٢} - ٣٦}$

⑫ $\text{نهـا}_{س \to -١} \dfrac{\frac{١}{س+٢} - \frac{٣}{س+٤}}{س + ١}$

تحويل ضرب

② $\lim_{س \to ٣} \frac{س - ٣}{\frac{١}{٣} - \frac{١}{س}}$

③ $\lim_{س \to ٣} \frac{س^٤ - ٣س}{\frac{١}{٩} - \frac{١}{س^٤}}$

ⓒ أضلاعه بينهم × الضرب بالمرافق

والمرافق

$أ^٢ - ب^٢ = (أ - ب)(أ + ب)$

$(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})(\sqrt{أ} + \sqrt{ب}) = أ - ب$

لذلك فإن المرافق

$(\sqrt{أ} - \sqrt{ب})$ هو $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})$

× ر : نضرب بينهم ونجيب ونجذر

المقدار	المرافق	الناتج
$\sqrt{س} - ٢$	$\sqrt{س} + ٢$	$س - ٤$
$٢ - \sqrt{٣س + ٤}$	$٢ + \sqrt{٣س + ٤}$	$-٣س + ٤$
$\sqrt{٣س + ٤} - ٣$	$\sqrt{٣س + ٤} + ٣$	$٣س + ٤ - ٩$
$\sqrt{س + ١} - \sqrt{٣س}$	$\sqrt{س + ١} + \sqrt{٣س}$	$س + ١ - ٣س$

$\sqrt{س} \times \sqrt{س} = س$

$\sqrt{س - ١} \times \sqrt{س - ١} = س - ١$

× خطوات الحل

① ننسخ السؤال

② ننسخ الجذر ولي معاة الإشارة بينهم نعكس

ننسخ البسط ولي معاة الإشارة بينهم نعكس

③ في جزء على اليمين مجذور بس ← بع - ب ب ج

ماني جذر على اليمين ← بالبسط مع بعضهم

③ نهـ $\frac{\sqrt{س} - ٣}{س - ٩}$

س ← ٩

④ نهـ $\frac{٤ - س}{\sqrt{س} - ٢}$

س ← ٤

⑤ نهـ $\frac{\sqrt{س - ١} - ٢}{س - ٥}$

س ← ٥

⑥ نهـ $\frac{س^٢ - ١٦}{\sqrt{س + ١} - ٣}$

س ← ٨

⑦ نهـ $\frac{س - ٢٥}{\sqrt{س} - ٥}$

س ← ٢٥

⑧ نهـ $\frac{\sqrt{٦ - س} - ٣}{س + ٣}$

س ← -٣

⑨ $\lim_{س \to ٥} \frac{٧س^{٤} - ٩ - ٤}{س^{٢} - ٢٥}$

⑩ $\lim_{س \to ١} \frac{٧س^{٢} - س - ٧س}{س^{٢} - ١}$

⑨ $\lim_{س \to ٥} \frac{٤ - ٧س^{٢} - ٩}{س^{٢} - ٢٥}$

⑩ $\lim_{س \to ٣} \frac{٢ - ٧س + ١}{س - ٣}$

(١٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٣س} - ٢}{س - ٢}$

(١٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{\sqrt{س + ٦} - ٣}$

(١٥) $\lim_{س \to ٤} \frac{٣ - \sqrt{٢س + ١}}{(س - ٤)}$

(١٦) $\lim_{س \to ٤} \frac{٤ - س}{٣ - \sqrt{٥ + ٣س}}$

س الخامس : الإتصال

ـ الإتصال الرياضي :

لحظة عدم الإتصال عند

عند القفزات ٥

عند النجوات ٥

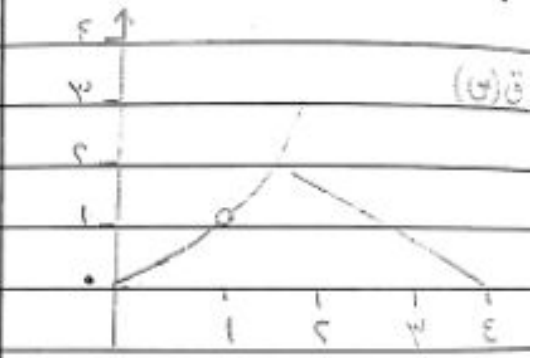
ـ بإنقطاع عدم الإتصال.

فراغ في الرسمة نحدد سببه

ل ١ : اعتماداً على الشكل الذي

ل منحنى الاقتران ق (س)

جب عن الأسئلة التي تليها



ل ق(س) متصل عند س = ١

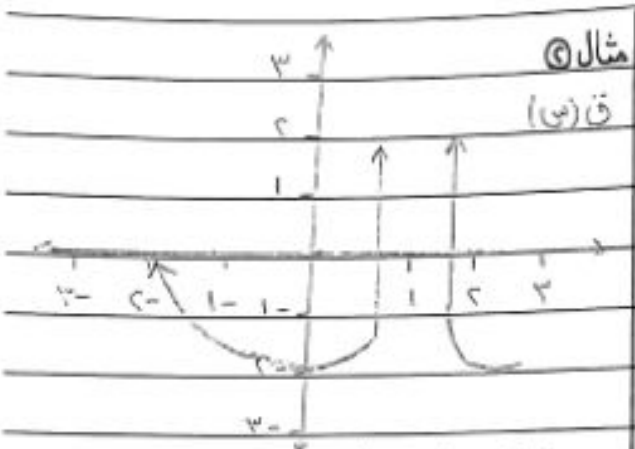
ق(٢) متصل عند س = ٢

ل ق(س) متصل عند س = ٣

انقاط عدم الإتصال س =

مثال ③

ق(س)



١- هل ق(س) متصل عند س = -١

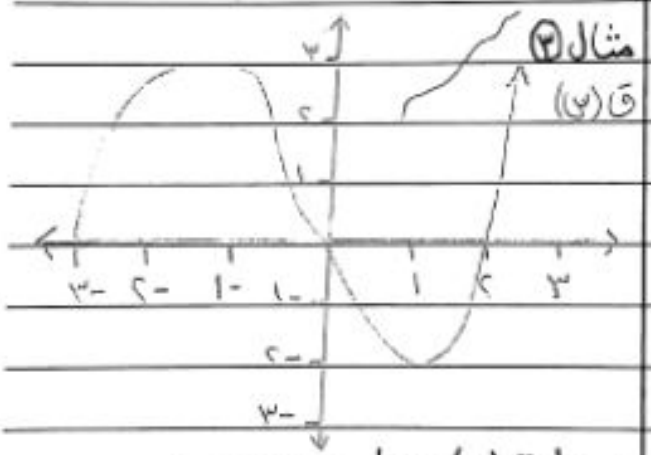
٢- هل ق(س) متصل عند س = ٠

٣- هل ق(س) متصل عند س = ١

٤- ما نقاط عدم الإتصال س =

مثال ④

ق(س)



١- هل ق(س) متصل عند س = -١

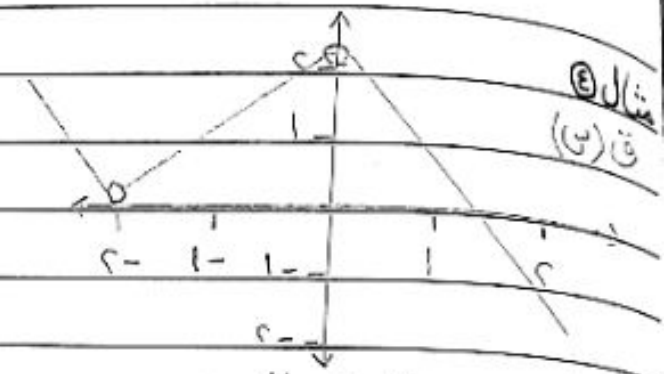
٢- هل ق(س) متصل عند س = ٠

٣- هل ق(س) متصل عند س = ١

٤- هل ق(س) متصل عند س = ٢

٥- ما نقاط عدم الإتصال س =

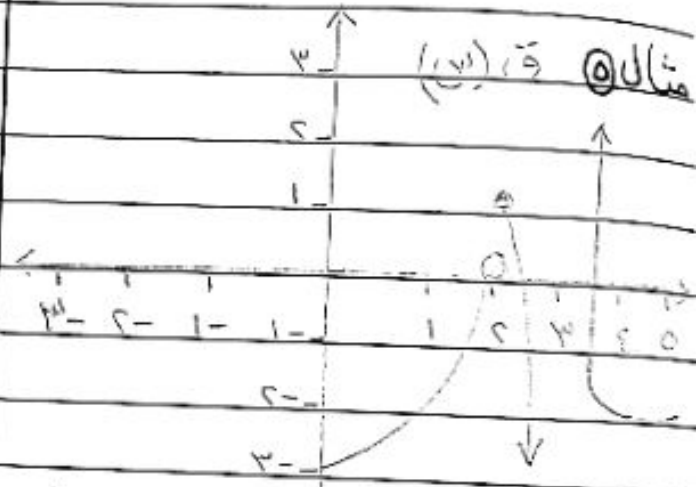
مثال ④



ق (س)

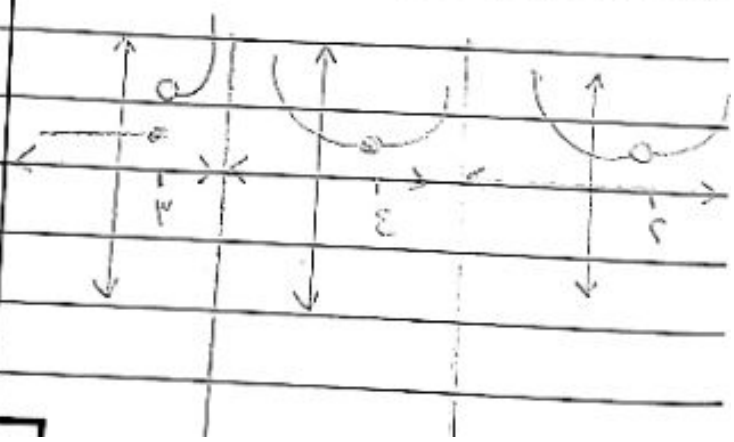
ما نقاط عدم الإتصال س =

مثال ⑤ ق (س)



ما هي قيم س التي يكون عندها
ق (س) غير متصل

مثال ⑥ أي الاقترانات الآتية متصل



* الإتصال عند نقطة ب:

(أ) إذا النقطة غير موجودة على خط الأعداد

* تفحص ما من خلال النظريات

(ب) إذا النقطة على خط الأعداد

* تفحص ما من خلال

① صورة ق ( )

② نهـ ← ب يمين

③ مقارنة

المطلوب إعادة في إتصال

أمثلة

① إذا كان ق (س) = $3س^2 + 2س - 1$

إبحث في إتصال ق (س) عندما س = ؟

إذا كان ق(س) = { ٢س + ٤ ، س ≤ ١ ; ٣س + ٣ ، س > ١ }
بحث في إتصال ق(س) عند س = ١ ؟

④ إذا كان ق(س) = { س٢ ، س > ١ ; ٣س + ١ ، س ≤ ١ }
إبحث في إتصال ق(س) عند س = ١

⑤ إذا كان ق(س) = { ٣س - ١ ، س < ٢ ; س٢ + ١ ، س ≥ ٢ }
بحث في إتصال ق(س) عند س = ٢ ؟

⑥ إذا كان ق(س) = { س + ٥ ، س < ١ ; ٩ - ٢س ، -١ ≤ س ≤ ٣ ; س٢ - ٦ ، س > ٣ }
إبحث في إتصال ق(س) عند س = -١

⑥ إذا كان ق(س) = { س + ٢ ، س < ١ ؛ ٢س + ١ ، ١ ≤ س ≤ ٢ ؛ ٥س + ١ ، س > ٢ }

أبحث في إتصال ق(س) عند س = ١ ، ٣ = ٣

⑧ إذا كان ق(س) = { (س٢ − ٩) / (س − ٣) ، س < ٣ ؛ ٥س − ٩ ، س ≥ ٣ }

أبحث في إتصال ق(س) عند س = ٣ ؟

⑦ إذا كان ق(س) = { س٢ − ٢ ، س < ٣ ؛ ٢س + ١ ، س = ٣ ؛ ٤س − ٥ ، س > ٣ }

أبحث في إتصال ق(س) عند س = ٣ ، ٣ = ٥

⑨ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^2 - 4}{س - 2} & ، س \neq 2 \\ 3 & ، س = 2 \end{cases}$

أبحث في إتصال ق(س) عند س = 2

⑩ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^2 + 2 & ، 2 < س \leq 3 \\ 2س + 3 & ، 3 < س \leq 4 \end{cases}$

أبحث في إتصال ق(س) عند س = 3

٧

⑤ الاتصال مع المجاهيل:
لإيجاد الثوابت في الاتصال:
سوف يتم الاستفادة من شروط الاتصال عند نقطة.

متصل ← (قاعدتين)
← ق(م) = نها ق(س)
← نها ق(س) = نها ق(س)
س ← م+ ، س ← م-

متصل ← مجموعتين
← ٣ قواعد

ق = نها ق(س) إذا كان س ≤ م
س ← م+
نها ق(س) إذا كان س > م
س ← م-

مثال ① : إذا علمت أن

ق(س) = { س² + ٧ ، س ≥ -٢
{ م س + ١ ، س < -٢

متصل عند س = -٢ فما قيمة الثابت م ؟

مثال ② : إذا كان ق(س) = { س² + ٥ ، س ≥ -١
{ م س + ٣ ، س < -١

وكان ق(س) متصل عند س = -١ فما قيمة الثابت م ؟

مثال ② إذا كان ق(س) = { س^{٢} + ٢س ، س ≤ ٢ ; ٣س + ٢أ ، س > ٢ }
فجد قيمة الثابت أ التي تجعل الإقتران متصلاً عند س = ٢

مثال ③ إذا كان ق(س) = { (س^{٢} - ١٢) / (س^{٢} - ٣س - ٤) ، س ≠ ٤ ، س ≠ -١ ; م ، س = ٤ }
جد قيمة الثابت م التي تجعل ق(س) متصلاً عند س = ٤

مثال ④ إذا كان ق(س) = { س^{٢} + ٥ ، س < ٣ ; ل ، س ≥ ٣ }
جد قيمة الثابت ل التي تجعل ق(س) متصلاً عند س = ٣

مثال ⑤ إذا كان ق(س) = { أس^{٢} + ب ، س < ٢ ; ١٣ ، س = ٢ ; ٣أس + ١ ، س > ٢ }
وكان ق(س) متصلاً عند س = ٣ فجد قيمة كل من أ ، ب ؟

مثال ① : إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ب & ، س \neq ٢ \\ ١٦ & ، س = ٢ \\ ٣س٢ + ١ & ، س < ٢ \end{cases}$$

وكان ق(س) متصلاً عند س = ٢ فجد قيمتي ٢ ، ب ؟

مثال ⑧ : إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ١ & ، س \neq ١ \\ ٢٣ & ، س = ١ \\ ٣س + ب & ، س < ١ \end{cases}$$

وكان ق(س) متصل عند س = ١ فجد قيمتي ٢ ، ب ؟

* نظريات الاتصال

* نظرية الاتصال

* دالة ثابتة متصلة على ح

* إذا كان لدينا

* إذا كانت

* نأخذ النقاط ونساويها بالصفر فتكون قيم س

* نبحث في الاتصال

ف(س) = ه(س) × ف(س)

ف(س) = ه(س) − ف(س)

ف(س) = ه(س) ÷ ف(س)

* عند النقاط

* نبحث عند نقطة

مثال ①: ه(س) = ٢س + ٥

$$د(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٥ & ، س \geq ٣ \\ س + ١ & ، س < ٣ \end{cases}$$

أبحث في اتصال (ه(س))(د(س)) عند س = ٣

مثال ⑤ : د(س) = { س² − ٥ ، س ≥ ٣ ; س + ١ ، س < ٣ }

جـ (س) = ٥ + ٢س

ابحث في إتصال جـ (س) + د(س) عند س = ٣

مثال ⑥ : ق(س) = { ٣س + ٤ ، س ≤ ١ ; ٣س − ٢ ، س > ١ }

هـ (س) = { س² + ٢ ، س ≤ ١ ; ٨س + ١٠ ، س > ١ }

ابحث في إتصال ق(س) + هـ (س) عند س = ١

مثال ⑥ : ق(س) = { س² + ٤ ، س ≤ ٢ ; ٢س + ٦ ، س > ٢

هـ(س) = { ٢س ، س ≤ ٢ ; س + ٣ ، س > ٢

ابحث في إتصال $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ عند س = ٢

مثال ⑦ : ق(س) = { س² + ٢س ، س ≤ ٢ ; س + ٦ ، س > ٢

ل(س) = ٢س + ٣ بين أن

هـ(س) = ق(س) + ل(س) متصل

عند س = ٢

مثال ⓒ: ق(س) = $\begin{cases} ٣س - ٢ & ، س \geq -٢ \\ س^{٢} - ٨ & ، س < -٢ \end{cases}$

هـ(س) = $\begin{cases} ٣س + ٢ & ، س \geq -٢ \\ س^{٢} + س & ، س < -٢ \end{cases}$

ابحث في إتصال ق(س) - هـ(س) عندس = -٢ ؟

مثال ⓒ: ق(س) = $\begin{cases} ١ & ، س > ٥ \\ صفر & ، س = ٥ \\ -١ & ، س < ٥ \end{cases}$

هـ(س) = س - ٥

ابحث في إتصال ق(س) × هـ(س) عند س = ٥

**** نقاط عدم الإتصال**

نقاط الإنقطاع

يتقاطع الإقتران

يتقاطع الإقتران

يتقاطع

بـ نسميه متصل ماعدا أصفار المقام

مثال ①: إذا كان ق(س) = $\frac{س - ٣}{(س-٢)(س-١)(س+٢)}$

ما نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ②: إذا كان ق(س) = $\frac{٧}{س-٢} + \frac{٥}{س^٢-٩}$

ما نقاط الإنقطاع ؟

مثال ③: إذا كان ق(س) = $\frac{س - ٥}{س^٢ - ٤س}$

أوجد نقاط الإنقطاع ؟

مثال ④: إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ - ٩}{س + ٥}$

ما نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ⑤: إذا كان ق(س) = $\frac{س}{س^٢ - ٣س - ٢٨}$

يكون الإقتران غير متصل ؟

مثال ⑥: إذا كان ق(س) = $\frac{١ - ٢س}{س^٢ - ١}$

جد نقاط الإنقطاع ؟

مثال ⑦ : إذا كان ق(س) = $\frac{٢}{س} + \frac{س+٤}{س+٢}$

ما نقاط إنقطاع الإقتران ؟

مثال ⑧ : إذا كان ق(س) = $\frac{١}{س} + \frac{س+١}{س+٣}$

جد نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ⑨ : إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢+٣س+١}{س^٢}$

جد نقاط الإنقطاع ؟

مثال ⑩ : إذا كان ق(س) = $\frac{٢س}{(س-٣)(س-٢)}$

يكون الإقتران غير متصل ؟

مثال ⑪ : إذا كان ق(س) = $\frac{٦}{س(س-٤)}$

يكون الإقتران منفصل ؟

مثال ⑫ : إذا كان ق(س) = $\frac{٣س^٢}{٢س-٦}$

يكون الإقتران متفصل ؟

مثال ⑬ : إذا كان ق(س) = $\frac{٧-٥س}{٩+٣س}$

يكون الإقتران منفصل ؟

مثال ⑭ : إذا كان ق(س) = $\frac{٣+٤س}{س^٢+١}$

يكون الإقتران متصل ؟

مثال ⑮ : إذا كان ق(س) = $\frac{٣س + ١}{س^{٢} + ٣س - ٤}$

يكون الاقتران منفصل ؟

مثال ⑯ : إذا كان ق(س) = ٥

جد نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ⑰ إذا كان ق(س) = ٢س^{٢} + س - ١

جد نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ⑱ : إذا كان ق(س) = س (س^{٣} - ١)

جد نقاط عدم الإتصال

مثال ⑲ : إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٥س + ٦

جد نقاط عدم الإتصال ؟

مثال ⑳ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س & ، س < ٢ \\ س + ١ & ، س = ٢ \\ ٢ & ، س > ٢ \end{cases}$

جد نقاط عدم الإتصال ؟