صفحة (١)

حل مقترح لأسئلة الرياضيات / علمي / ٢٠١٨ الدورة الشتوية
المستوى الثالث

إعداد: د. شاكر محمد علايات

0777677667.

س١

(أ) $\int (س+٢)^٣ \, جا(س^٢+٤س+٣) \, دس$ ← $س^٢+٤س+٤-١$

$= \int (س+٢)^٣ \, جا\left((س+٢)^٢-١\right) دس$

نفرض $ص = (س+٢)^٢$ ← $\frac{دص}{دس} = ٢(س+٢)$ ← $دس = \frac{دص}{٢(س+٢)}$

$= \int (س+٢)^٣ \, جا(ص-١) \, \frac{دص}{\cancel{٢(س+٢)}}$

$= \frac{١}{٢}\int (س+٢)^٢ جا(ص-١) \, دص = \frac{١}{٢}\int ص \, جا(ص-١) \, دص$

أجزاء

$ق = ص$ ← $دق = دص$

$دهـ = جا(ص-١) \, دص$ ← $هـ = -جتا(ص-١)$

$\int ق.دهـ = ق.هـ - \int هـ \, دق$

$= \frac{١}{٢}\left(-ص \, جتا(ص-١) + \int جتا(ص-١) \, دص\right)$

$= -\frac{ص}{٢} جتا(ص-١) + \frac{١}{٢}جا(ص-١) + جـ$

$= -\frac{١}{٢}(س+٢)^٢ جتا\left((س+٢)^٢-١\right) + \frac{١}{٢}جا\left((س+٢)^٢-١\right) + جـ$

أو $= -\frac{١}{٢}(س+٢)^٢ جتا(س^٢+٤س+٣) + \frac{١}{٢}جا(س^٢+٤س+٣) + جـ$

حل آخر

$\int \underbrace{(س+٢)^٢}_{ق} \underbrace{(س+٢) \, جا(س^٢+٤س+٣) \, دس}_{دهـ}$

أجزاء

$ق = (س+٢)^٢$ ← $دق = ٢(س+٢) \, دس$

يتبع >>>

② صفحة

٦ ﻫ = $\int$ (س+٢) قتا²(س²+٤س+٣) دس ⟵ ﻫ = $\int$ (س+٢) قتا²(س²+٤س+٣) دس

نفرض ص = س²+٤س+٣ ⟵ $\frac{دص}{دس}$ = ٢س+٤ = ٢(س+٢) .

⟸ ﻫ = $\int$ ($\cancel{س+٢}$) قتا² ص $\frac{دص}{٢(\cancel{س+٢})}$ = $\frac{١}{٢}\int$ قتا² ص دص = $-\frac{١}{٢}$ ظتا ص + جـ

= $-\frac{١}{٢}$ ظتا (س²+٤س+٣)

الآن

$\int$ ... = (س+٢)² . $-\frac{١}{٢}$ ظتا (س²+٤س+٣) − $\int$ (س+٢) × $-\frac{١}{٢}$ ظتا (س²+٤س+٣) دس

ص = س²+٤س+٣

(نفس التعويض السابق)

= $-\frac{١}{٢}$ (س+٢)² ظتا (س²+٤س+٣) + $\int$ ($\cancel{س+٢}$) ظتا ص . $\frac{دص}{٢(\cancel{س+٢})}$

= $-\frac{١}{٢}$ (س+٢)² ظتا (س²+٤س+٣) + $\frac{١}{٢}$ لو|جا ص| + جـ

= $-\frac{١}{٢}$ (س+٢)² ظتا (س²+٤س+٣) + $\frac{١}{٢}$ لو|جا (س²+٤س+٣)| + جـ #

ب) $\int \frac{س^٢+١}{س^٢-س-٢}$ دس   كسور جزئية

$$\begin{array}{r|l} & ١ \\ \hline س^٢-س-٢ & س^٢+١ \\ & \underline{-س^٢ \pm س \pm ٢} \\ & س+٣ \end{array}$$

$\frac{س^٢+١}{س^٢-س-٢}$ = ١ + $\frac{س+٣}{(س^٢-س-٢)}$

الآن $\frac{س+٣}{س^٢-س-٢}$ = $\frac{س+٣}{(س-٢)(س+١)}$ = $\frac{أ}{س-٢}$ + $\frac{ب}{س+١}$

= $\frac{أ(س+١)+ب(س-٢)}{(س+١)(س-٢)}$

⟵ س+٣ = أ(س+١)+ب(س−٢)

نعوض س=٢ ⟵ ٥ = ٣أ ⟵ أ = $\frac{٥}{٣}$

" س=−١ ⟵ ٢ = −٣ب ⟵ ب = $-\frac{٢}{٣}$

يتبع ⟵

Dr.
Qasim
Olimat
0777677667

صفحة 3

Dr. Qasim Olimat
0777677667

$$\Leftarrow \frac{س+٣}{س^٢-س-٢} = \frac{٥}{٣}\cdot\frac{١}{س-٢} + \frac{-٢}{٣}\cdot\frac{١}{س+١}$$

$$\Leftarrow \int \frac{س^٢+١}{س^٢-س-٢} = \int ١ \, دس + \frac{٥}{٣}\int \frac{دس}{س-٢} - \frac{٢}{٣}\int \frac{دس}{س+١}$$

$$= س + \frac{٥}{٣} لو|س-٢| - \frac{٢}{٣} لو|س+١| + جـ \quad \#$$

$\boxed{ل}$ $\therefore$ م $\leq \int_{٠}^{٢} \frac{١}{\sqrt{س^٢+١}} دس \leq$ ك ،

(لاحظ أن $س^٢+١$ قيمة موجبة دائماً)

$\because ٠ \leq س \leq ٢ \Leftarrow \therefore ٠ \leq س^٢ \leq ٨$

$\Leftarrow ١ \leq س^٢+١ \leq ٩ \Leftarrow \sqrt{١} \leq \sqrt{س^٢+١} \leq ٣$

نقلب المتباينة

$\Leftarrow \frac{١}{١} \geq \frac{١}{\sqrt{س^٢+١}} \geq \frac{١}{٣}$ نكامل ،

$\Leftarrow \int_{٠}^{٢} \frac{١}{٣} دس \leq \int_{٠}^{٢} \frac{دس}{\sqrt{س^٢+١}} \leq \int_{٠}^{٢} ١ \, دس$

$\Leftarrow \frac{٢}{٣} \leq \int_{٠}^{٢} \frac{دس}{\sqrt{س^٢+١}} \leq ٢$

$\therefore$ م $= \frac{٢}{٣}$ ، ك $= ٢$.

$\boxed{ك}$ ١) ق(س) $= \sqrt{هـ^س+٣}$

$\Leftarrow$ ق$'$(س) $= \frac{هـ^س}{٢\sqrt{هـ^س+٣}}$

$\Leftarrow$ ق$'$(٠) $= \frac{هـ^٠}{٢\sqrt{هـ^٠+٣}} = \frac{١}{٢\sqrt{١+٣}} = \frac{١}{٤}$ ب

يتبع

ج) $\int_{4}^{5} \left([\tfrac{1}{2}س + 1] + |س - 3| \right) دس$

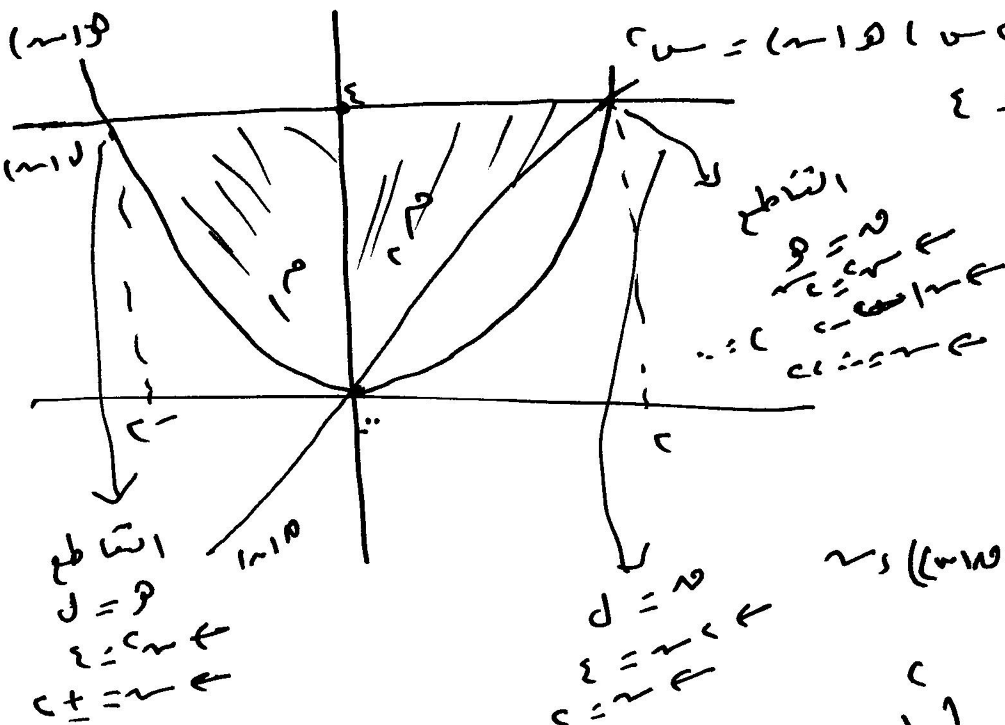
$= \int_{4}^{5} \left(3 + (س - 3)\right) دس = \int_{4}^{5} س\, دس = \frac{1}{2} س^2 \Big|_{4}^{5} = \frac{1}{2}(25 - 16)$

$= \frac{9}{2} = 4{,}5$ (ج)

Dr. Qasm Olimat 0777677667

السؤال الثاني

أ) ق(س) = $س^2$ ، هـ(س) = 2س ، ل(س) = 4



م = م1 + م2

$= \int_{-2}^{0} \left(ل(س) - ق(س)\right) دس + \int_{0}^{2} \left(ل(س) - هـ(س)\right) دس$

$= \int_{-2}^{0} (4 - س^2)\, دس + \int_{0}^{2} (4 - 2س)\, دس$

$= \left[4س - \frac{1}{3}س^3\right]_{-2}^{0} + \left[4س - س^2\right]_{0}^{2}$

$= 0 - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) + (8 - 4) - 0 = \frac{16}{3} + 4$

$= \frac{28}{3}$ وحدة مساحة #

ملاحظة: يقصد السؤال الكون الاعتيادي نعتبر انه الاصل "والله أعلم"

ب) $ت = ٢\sqrt[٣]{ع}$

$\Leftarrow \frac{دع}{دن} = ٢ع^{\frac{١}{٣}}$

$\Leftarrow دن = \frac{١}{٢}\,\frac{دع}{ع^{\frac{١}{٣}}} = \frac{١}{٢}\,ع^{-\frac{١}{٣}}\,دع$

$\Leftarrow \int دن = \frac{١}{٢}\int ع^{-\frac{١}{٣}}\,دع =$

$\Leftarrow ن = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢}\,ع^{\frac{٢}{٣}} + جـ = \frac{٣}{٤}\,ع^{\frac{٢}{٣}} + جـ_١$

لما $ع(٠) = ٠ \Leftarrow جـ_١ = ٠$

$\Leftarrow ن = \frac{٣}{٤}\,ع^{\frac{٢}{٣}} \Leftarrow ع^{\frac{٢}{٣}} = \frac{٤}{٣}\,ن$ نرفع للقوة $\frac{٣}{٢}$

$\Leftarrow ع = \left(\frac{٤}{٣}\right)^{\frac{٣}{٢}} ن^{\frac{٣}{٢}} = \frac{٨}{٣\sqrt{٣}}\,ن^{\frac{٣}{٢}}$

$\Leftarrow \frac{دف}{دن} = \frac{٨}{٣\sqrt{٣}}\,ن^{\frac{٣}{٢}}$

$\Leftarrow \int دف = \int \frac{٨}{٣\sqrt{٣}}\,ن^{\frac{٣}{٢}}\,دن$

$\Leftarrow ف(ن) = \frac{٨}{٣\sqrt{٣}} \times \frac{٢}{٥}\,ن^{\frac{٥}{٢}} + جـ$

لما $ف(٠) = ٠ \Leftarrow جـ = ٠$

$\Leftarrow ف(ن) = \frac{١٦}{١٥\sqrt{٣}}\,ن^{\frac{٥}{٢}}$

$\Leftarrow ف(٣) = \frac{١٦}{١٥\sqrt{٣}}\,(٣)^{\frac{٥}{٢}} = \frac{١٦}{١٥} \times ٣^{٢} = \frac{١٦}{\cancel{١٥}_{٥}} \times \cancel{٩}^{٣} = \frac{٤٨}{٥}$ م ، $= ٩,٦$ م

جـ) (B) $\int (١ - ق(س))\,دس = س\,ق(\frac{π}{٢}\,س)$ نشتق الطرفين

$\Leftarrow ١ - ق(س) = ١ \times ق(\frac{π}{٢}\,س) + س \times \frac{π}{٢}\,قَ(\frac{π}{٢}\,س)$

$\Leftarrow ق(٢) = ١ - ق\,π + \frac{٢π}{٢}\,قَ\,π + ١ = ١ + π - ٢ = π - ١$ (P)

صفحة ٦

$$\text{س٤ / ٢ ط} \quad \int_{هـ}^{هـ^2} \frac{1}{س \,لو_{هـ} س}\, دس \;,\quad ص = لو_{هـ} س \Leftarrow \begin{cases} س = هـ \Leftarrow ص = لو_{هـ} هـ = ١ \\ س = هـ^2 \Leftarrow ص = لو_{هـ} هـ^2 = ٢ \end{cases}$$

$$\Leftarrow دص = \frac{دس}{س}$$

$$= \int_{1}^{2} \frac{1}{ص\, س} \cdot س\, دص = \int_{1}^{2} \frac{1}{ص}\, دص = لو_{هـ} |ص| \Big]_{1}^{2} = لو_{هـ} ٢ - لو_{هـ} ١$$

$$= لو_{هـ} ٢ - ٠ = لو_{هـ} ٢ \quad \text{(ب)}$$

السؤال الثالث

(أ)

$$\int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^4(٢س)\, دس = \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^2(٢س)\, ظا^2(٢س)\, دس$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} (ظا^2 ٢س)(قا^2 ٢س - ١)\, دس$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^2 ٢س\, قا^2 ٢س\, دس - \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^2 ٢س\, دس$$

$$= \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} ظا^2 ٢س\, قا^2 ٢س\, دس - \int_{0}^{\frac{\pi}{8}} (قا^2 ٢س - ١)\, دس$$

$$ص = ظا ٢س \Leftarrow دص = ٢ قا^2 ٢س\, دس$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{1} ص^2\, دص - \left[\frac{1}{2} ظا ٢س - س\right]_{0}^{\frac{\pi}{8}}$$

$$= \frac{1}{6} \left[ص^3\right]_{0}^{1} - \left(\frac{1}{2} ظا \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8} - ٠\right)$$

$$= \frac{1}{6} \left[ظا^3 ٢س\right]_{0}^{\frac{\pi}{8}} - \left(\frac{1}{2} \times 1 - \frac{\pi}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{6}\left(ظا^3 \frac{\pi}{4} - ٠\right) - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}$$

$$= \frac{1}{6} - \frac{1}{2} + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3} \quad \#$$

Dr. Qasim Alimat

صفحة 7

سؤال ٣ / ب

$\sqrt{ص}\ \frac{دس}{دص} = قا^2(\frac{1}{4}س)$

$\Leftarrow \frac{دس}{قا^2(\frac{1}{4}س)} = \frac{دص}{\sqrt{ص}}$

$\Leftarrow \int جتا^2(\frac{1}{4}س)\, دس = \int ص^{-\frac{1}{2}}\, دص$

$جتا ٢م = ٢ جتا^2 م - ١$

$\Leftarrow جتا^2 م = \frac{جتا ٢م + ١}{٢}$

$\Leftarrow \int \left(\frac{جتا(\frac{1}{2}س) + ١}{٢}\right) دس = ٢ص^{\frac{1}{2}} + ج$

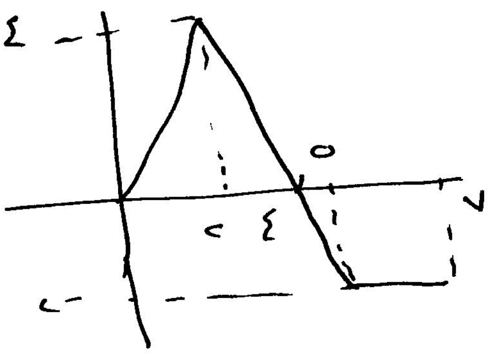
$\Leftarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} جا \frac{1}{2}س + س\right) = ٢ص^{\frac{1}{2}} + ج$

لكن س = ٠ ، ص = ١ تحقق الدالة

$\Leftarrow \frac{1}{2}(\frac{1}{2} \times ٠ + ٠) = ٢\sqrt{١} + ج \Leftarrow ج = -٢$

∴ الدالة هي $\frac{1}{4} جا \frac{1}{2}س + \frac{1}{2}س = ٢\sqrt{ص} - ٢$ #

سؤال ٣ / هـ



١) $\int_{٠}^{٧} |ه(س)|\, دس$

= المساحة تحت المنحنى

= م Δ + م شبه المنحرف

$= \frac{1}{2} \times ٤ \times ٤ + \frac{1}{2}(٢ + ٣) \times ٢$

= ٨ + ٥ = ١٣ (د)

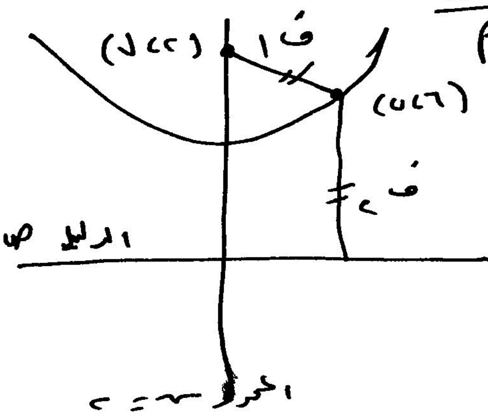
٢) $\int_{٠}^{٢} (٢س - \int_{٠}^{هـ} ٣\, دس)\, دس = \int_{٠}^{٢} ((٢س - هـ \times (٣ - ٠))\, دس$

$= [س^2 - ٣هـ س]_{٠}^{٢} = ٤ - ٦هـ - ٠ = ١٦$

$\Leftarrow$ هـ = −٢ (ب)

س٤ / م

صفحة 8



تقع مكافئ مفتوح للأعلى فيه ع = ٢

لتكن البؤرة (٢، ل)

من تعريف القطع المكافئ

ف١ = ف٢

$\leftarrow \sqrt{(٢-٦)^٢ + (ل-٥)^٢} = \frac{|٥-١|}{\sqrt{٠^٢+١}} = ٤$

$\leftarrow \sqrt{١٦ + (ل-٥)^٢} = ٤$ تربيع

$\leftarrow \cancel{١٦} + (ل-٥)^٢ = \cancel{١٦}$

$\leftarrow (ل-٥)^٢ = ٠ \leftarrow ل = ٥$

$\therefore$ البؤرة (٢، ٥)

بعد البؤرة عن الدليل = ٢م $= \frac{|٥-١|}{\sqrt{٠^٢+١}} = ٤ \leftarrow م = ٢$

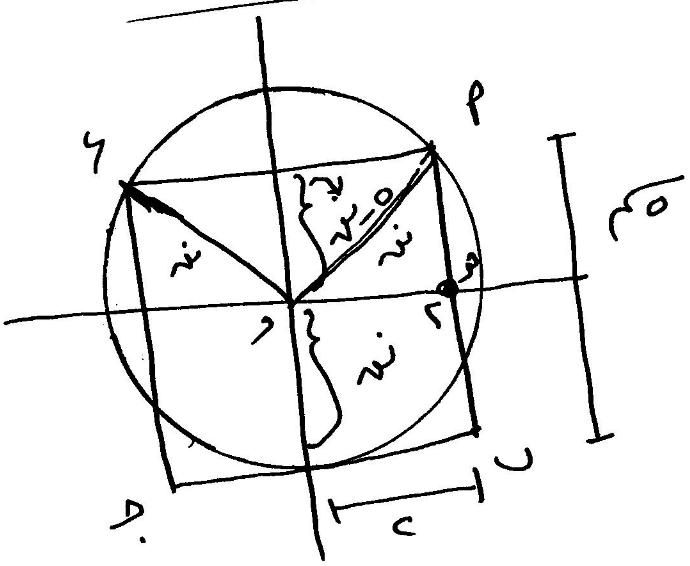
الرأس (٢، ٥-٢) = (٢، ٣)

المعادلة $(س-د)^٢ = ٤ج(ص-هـ)$

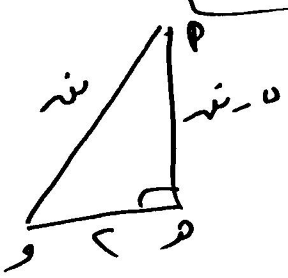
$\leftarrow (س-٢)^٢ = ٨(ص-٣)$

Qasim Olimat
0777677667

س٤ / ب



من △ أهـو القائم في هـ



تصميم منهاج مدرسي

$\leftarrow (نق)^٢ = (٥ - نق)^٢ + (٢)^٢$

$\leftarrow \cancel{نق^٢} = ٢٥ - ١٠نق + \cancel{نق^٢} + ٤$

$\leftarrow نق = \frac{٢٩}{١٠}$

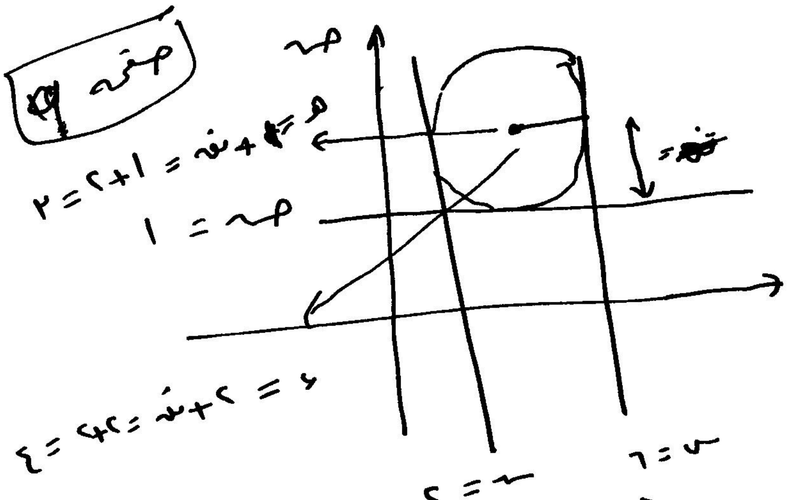
لتكن المعادلة هي $س^٢ + ص^٢ = نق^٢$

$\leftarrow س^٢ + ص^٢ = \left(\frac{٢٩}{١٠}\right)^٢$

لاحظ أن المركز (و) = (٠، ٠)

يتبع >>>

صفحة ٩



٢نق = ٦ − ٢ = ٤ ⟵ نق = ٢

$\boxed{\dfrac{س٤}{د}}$

١) بما أن

نق = ٢ ⟵ تستنتج

أسفل ص = ١ ∴

∴ المركز (٤ ، ٣) (د)

٢) $٢٥س^٢ + ٩ص^٢ = ٢٢٥$ نقسم على ٢٢٥

$\leftarrow \dfrac{٢٥س^٢}{٢٢٥} + \dfrac{٩ص^٢}{٢٢٥} = ١ \leftarrow \dfrac{س^٢}{٩} + \dfrac{ص^٢}{٢٥} = ١$

أ² ⟵ ٢٥ ، ب² ⟵ ٩

البعد البؤري = ٢جـ = $٢\sqrt{أ^٢ - ب^٢} = ٢\sqrt{٢٥ - ٩} = ٢\sqrt{١٦} = ٨$ (ب)

Dr. Qasim Ofemat 0777677667

$\boxed{\dfrac{س٥}{أ}}$

أ) (٦−٢) $٤ص^٢ − ٢٤ص + س^٢ − ١٠س + ٩ = ٠$

$\leftarrow ٤(ص − ٣)^٢ + س^٢ − ١٠س + \left(\dfrac{١٠}{٢}\right)^٢ − \left(\dfrac{١٠}{٢}\right)^٢ + ٩ = ٠$

$\leftarrow ٤(ص − ٣)^٢ + (س − ٥)^٢ = ١٦$ نقسم على ١٦

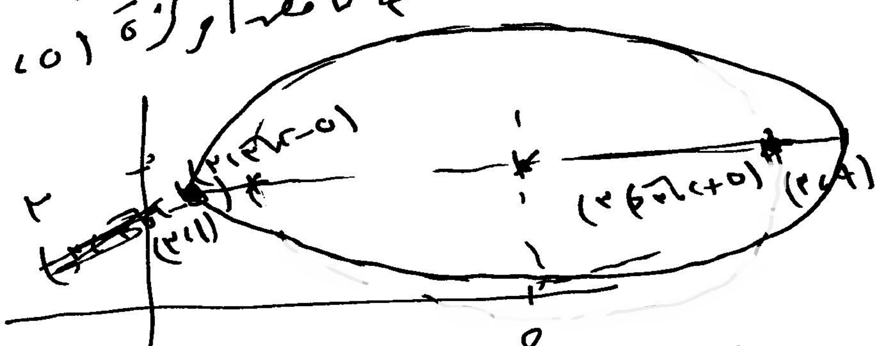
$\leftarrow \dfrac{(س − ٥)^٢}{١٦} + \dfrac{(ص − ٣)^٢}{٤} = ١$ قطع ناقص مركزه (٥ ، ٣) ⟵ سيني

فيه أ² = ١٦ ⟵ أ = ٤

ب² = ٤ ⟵ ب = ٢

جـ² = أ² − ب² = ١٦ − ٤ = ١٢

⟵ جـ = $\sqrt{١٢} = ٢\sqrt{٣}$



البؤرتين $(٥ \pm ٢\sqrt{٣} ، ٣)$

الرأسين $(٥ \pm ٤ ، ٣) = \{(٩ ، ٣) ، (١ ، ٣)\}$

الاختلاف المركزي = $\dfrac{جـ}{أ} = \dfrac{٢\sqrt{٣}}{٤} = \dfrac{\sqrt{٣}}{٢}$

صفحة ١٥

س٥ / ب

$ص = ن + \frac{٢}{ن}$ ، $س = ٢(ن - \frac{٢}{ن})$

$\leftarrow ص^٢ - (\frac{س}{٢})^٢ = (ن + \frac{٢}{ن})^٢ - (ن - \frac{٢}{ن})^٢$

$\leftarrow ص^٢ - \frac{س^٢}{٤} = ن^٢ + ٤ + \frac{٤}{ن^٢} - (ن^٢ - ٤ + \frac{٤}{ن^٢})$

$= \cancel{ن^٢} + ٤ + \cancel{\frac{٤}{ن^٢}} - \cancel{ن^٢} + ٤ - \cancel{\frac{٤}{ن^٢}}$

$\leftarrow ص^٢ - \frac{س^٢}{٤} = ٨ \leftarrow \frac{ص^٢}{٨} - \frac{س^٢}{٣٢} = ١$ قطع زائد صادي

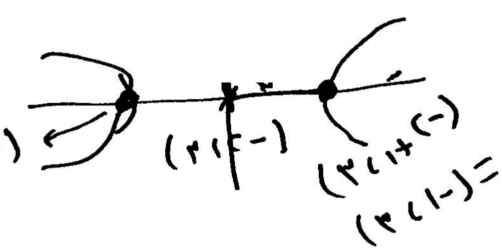
٦) ١) $س^٢ = ٤ص - ك$ تمر من $(٢، ٨)$

$\leftarrow ٢^٢ = ٤ \times ٨ - ك \leftarrow -ك = -٢٨$

$\leftarrow س^٢ = ٤ص - ٢٨ = ٤(ص - ٧)$

الرأس $(٠، ٧)$ ج

٢) $(س + ٢)^٢ - (ص - ٣)^٢ = ١ \leftarrow أ^٢ = ١، ب^٢ = ١$.



$\Leftarrow (-٢ \pm ١، ٣)$ أ

كل الأمنيات للجميع بالتفوق

د. تامر عليان

0777677667