الإجابات ورقة (١) : كم/كم. إجابات ورقة امتحان لوحدة الأولى النهايات.

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

س١ :

$$\lim_{س \to م^+} هـ(س) = \lim_{س \to م^-} هـ(س)$$

$$\lim_{س \to م^+} ١س + ٥ = \lim_{س \to م^-} [س] + م^٢$$

$$م^٢ + ٥ = [م]' + م^٢$$

$$م^٢ + ٥ = ١ - م^٢$$

$$م^٢ - ١ = ٥ + م^٢$$

$$\frac{م^٢}{٢} = \frac{٦}{٢}$$

$$\boxed{م = ٣}$$

س :

$$\lim_{س \to ٢} \left(\frac{س^٢ + ١٢}{س^٢ - ٤} - \frac{س + ٢}{س - ٢} \right)$$

الحل :

$$\lim_{س \to ٢} \left(\frac{س^٢ + ١٢}{س^٢ - ٤} - \frac{س + ٢}{س - ٢} \times \frac{س + ٢}{س + ٢} \right)$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ١٢ - (س + ٢)^٢}{س^٢ - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ١٢ - (س^٢ + ٤س + ٤)}{س^٢ - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{\cancel{س^٢} + ١٢ - \cancel{س^٢} - ٤س - ٤}{س^٢ - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{-٤س + ٨}{س^٢ - ٤} = \lim_{س \to ٢} \frac{-٤(\cancel{س - ٢})}{(\cancel{س - ٢})(س + ٢)} = \frac{-٤}{٤} = -١$$

$$\lim_{س \to 8} \frac{\sqrt{٧ + \sqrt[٣]{س}} - ٣}{س - ٨} = \div$$

الحل:

$$\lim_{س \to 8} \frac{\sqrt{٧ + \sqrt[٣]{س}} - ٣}{س - ٨} \times \frac{\sqrt{٧ + \sqrt[٣]{س}} + ٣}{\sqrt{٧ + \sqrt[٣]{س}} + ٣}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to 8} \frac{٧ + \sqrt[٣]{س} - ٩}{(س - ٨)(٦)}$$

$$= \lim_{س \to 8} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{٦(س - ٨)} \times \frac{(\sqrt[٣]{س})^{٢} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤}{(\sqrt[٣]{س})^{٢} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤}$$

$$= \lim_{س \to 8} \frac{س - ٨}{٢٨(س - ٨)} = \frac{١}{٢٨}$$

$$\text{س} : \lim_{س \to ٠^+} \frac{|٢س| + \sqrt{س + ١} - ١}{س^{٣} - ٢س}$$

$س > ٠$: $|٢س| = ٢س$

$س < ٠$: $|٢س| = -٢س$

	$-\infty$		٠		$+\infty$
$٢س$	−	−	٠	+	+

الحل:

$$= \lim_{س \to ٠^+} \frac{٢س + \sqrt{س + ١} - ١}{س^{٣} - ٢س}$$

$$= \lim_{س \to ٠^+} \frac{(٢س - ١) + \sqrt{س + ١}}{س^{٣} - ٢س} \times \frac{(٢س - ١) - \sqrt{س + ١}}{(٢س - ١) - \sqrt{س + ١}}$$

$$= \lim_{س \to ٠^+} \frac{(٢س - ١)^{٢} - (س + ١)}{(س^{٣} - ٢س) \times ٢}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س + ٧} - ٣}{س - ٨} = \div$$

الحل: $$\text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س + ٧} - ٣}{س - ٨} \times \frac{\sqrt[٣]{س + ٧} + ٣}{\sqrt[٣]{س + ٧} + ٣}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{س + ٧ - ٩}{(س - ٨)(\sqrt[٣]{س + ٧} + ٣)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{س - ٨}{(س - ٨)(\sqrt[٣]{س + ٧} + ٣)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{١}{\sqrt[٣]{س + ٧} + ٣} = \frac{١}{٦}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{(س - ٨)(\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٨} \frac{١}{\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤} = \frac{١}{١٢}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س^{٢} - ٢س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س(س - ٢)} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ١}{\sqrt{س + ١} + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - ١}{س(س - ٢)(\sqrt{س + ١} + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١}{(س - ٢)(\sqrt{س + ١} + ١)} = \frac{١}{-٢ \times ٢} = -\frac{١}{٤}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} + (٢س - ١)}{س^{٣} - ٢س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} + (٢س - ١)}{س^{٣} - ٢س} \times \frac{\sqrt{س + ١} - (٢س - ١)}{\sqrt{س + ١} - (٢س - ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - (٢س - ١)^{٢}}{(س^{٣} - ٢س)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - (٤س^{٢} - ٤س + ١)}{س(س^{٢} - ٢)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - ٤س^{٢} + ٤س - ١}{س(س^{٢} - ٢)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٥س - ٤س^{٢}}{س(س^{٢} - ٢)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س(٥ - ٤س)}{س(س^{٢} - ٢)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٥ - ٤س}{(س^{٢} - ٢)(\sqrt{س + ١} - (٢س - ١))}$$

$$= \frac{٥}{(-٢)(٢)} = -\frac{٥}{٤}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س + \sqrt{س + ١} - ١} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ١}{\sqrt{س + ١} + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - ١}{س(\sqrt{س + ١} + ١) + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{س\sqrt{س + ١} + س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{(س + ١)\sqrt{س + ١} + س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{(س + ١)\sqrt{س + ١} + س - ١} \times \frac{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{(س + ١)^{٢}(س + ١) - (س - ١)^{٢}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١ - (س^{٢} - ٢س + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١ - س^{٢} + ٢س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٢س^{٢} + ٥س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س(س^{٢} + ٢س + ٥)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}{س^{٢} + ٢س + ٥}$$

$$= \frac{١ \times ١ - ٠ + ١}{٥} = \frac{٢}{٥}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{س + \sqrt{س + ١} - ١} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ١}{\sqrt{س + ١} + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س + ١ - ١}{س(\sqrt{س + ١} + ١) + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س}{س\sqrt{س + ١} + س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س}{(س + ١)\sqrt{س + ١} + س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س}{(س + ١)\sqrt{س + ١} + س - ١} \times \frac{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{(س + ١)^{٢}(س + ١) - (س - ١)^{٢}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١ - (س^{٢} - ٢س + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٣س^{٢} + ٣س + ١ - س^{٢} + ٢س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س^{٣} + ٢س^{٢} + ٥س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{س((س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١)}{س(س^{٢} + ٢س + ٥)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \frac{(س + ١)\sqrt{س + ١} - س + ١}{س^{٢} + ٢س + ٥}$$

$$= \frac{١ \times ١ - ٠ + ١}{٥} = \frac{٢}{٥}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{-س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{-س + \sqrt{س + ١} - ١} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ١}{\sqrt{س + ١} + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س + ١ - ١}{-س(\sqrt{س + ١} + ١) + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س}{-س\sqrt{س + ١} - س + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س}{(-س + ١)\sqrt{س + ١} - س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س}{(-س + ١)\sqrt{س + ١} - س - ١} \times \frac{(-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١}{(-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س((-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١)}{(-س + ١)^{٢}(س + ١) - (س + ١)^{٢}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س((-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١)}{س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س - ١ - (س^{٢} + ٢س + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س((-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١)}{س^{٣} - ٣س^{٢} + ٣س - ١ - س^{٢} - ٢س - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س((-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١)}{س^{٣} - ٤س^{٢} + س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{س((-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١)}{س(س^{٢} - ٤س + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} \frac{(-س + ١)\sqrt{س + ١} + س + ١}{س^{٢} - ٤س + ١}$$

$$= \frac{١ \times ١ + ٠ + ١}{١} = ٢$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \neq \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}}$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \to ٠} \text{ غير موجودة}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س + ١} - ١}{|س| + \sqrt{س + ١} - ١} \times \frac{\sqrt{س + ١} + ١}{\sqrt{س + ١} + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س + ١ - ١}{|س|(\sqrt{س + ١} + ١) + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{|س|\sqrt{س + ١} + |س| + \sqrt{س + ١} - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{(|س| + ١)\sqrt{س + ١} + |س| - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س}{(|س| + ١)\sqrt{س + ١} + |س| - ١} \times \frac{(|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١}{(|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١)}{(|س| + ١)^{٢}(س + ١) - (|س| - ١)^{٢}}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١)}{س^{٢} + ٢|س| + ١ + س + ١ - (س^{٢} - ٢|س| + ١)}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١)}{س^{٢} + ٢|س| + ١ + س + ١ - س^{٢} + ٢|س| - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١)}{٤|س| + س}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{س((|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١)}{س(٤ + \frac{|س|}{س})}$$

$$= \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{(|س| + ١)\sqrt{س + ١} - |س| + ١}{٤ + \frac{|س|}{س}}$$

$$= \frac{١ \times ١ - ٠ + ١}{٤ + \frac{|س|}{س}}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} = \frac{٢}{٤ + ١} = \frac{٢}{٥}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{-}} = \frac{٢}{٤ - ١} = \frac{٢}{٣}$$

$$\text{نهـا}_{س \to ٠^{+}} \neq \text{نهـا}_{س \to ٠^{-}}$$

$$\therefore \text{نهـا}_{س \to ٠} \text{ غير موجودة}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to 0^+} \frac{س^4 - ٤س^3 + ٤س^2}{٦(س^3 - ٣س^2)}$$

$$= \lim_{س \to 0^+} \frac{٤س^3 - ١٢س^2 + ٨س}{٦س^2 - ١٨س}$$

$$= \lim_{س \to 0^+} \frac{س(٤س^2 - ١٢س + ٨)}{٦س(س - ٣)}$$

$$= \frac{٨}{-١٨} = -\frac{٤}{٩}$$

$$\therefore \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س} - ١}{س - [١ + \frac{س}{٢}]} =$$

الكل: نطرح ونضيف $\sqrt[٣]{س}$

$$\lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س}\sqrt[٣]{س} + \sqrt[٣]{س} - \sqrt[٣]{س} - ١}{س - [١ + \frac{س}{٢}]}$$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س}\sqrt[٣]{س} - \sqrt[٣]{س}}{س - [١ + \frac{س}{٢}]} + \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س} - ١}{س - [١ + \frac{س}{٢}]}$$

$$= \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س}(س - ١)}{س - ١} + \lim_{س \to 1} \frac{\sqrt[٣]{س} - ١}{س - ١} \times \frac{(\sqrt[٣]{س})^2 + \sqrt[٣]{س} + ١}{(\sqrt[٣]{س})^2 + \sqrt[٣]{س} + ١}$$

$$= ١ + \lim_{س \to 1} \frac{س - ١}{(س - ١)(\sqrt[٣]{س})^2 + \sqrt[٣]{س} + ١}$$

$$= ١ + \frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣}$$

٥٠

* $\lim_{س \to 0} \frac{س^2 جتا س + ٣ جتا س - ٣}{جا^2 س}$ تقوم بالتجزئ

الحل: $\lim_{س \to 0} \frac{س^2 جتا س}{جا^2 س} + \lim_{س \to 0} \frac{٣(جتا س - ١)}{جا^2 س}$

عبدالناصر احمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$= \lim_{س \to 0} \frac{س^2}{جا^2 س} \times ١ + \lim_{س \to 0} \frac{٣(جتا س - ١)}{جا^2 س} \times \frac{جتا س + ١}{جتا س + ١}$

$= ١ + \lim_{س \to 0} \frac{٣(جتا^2 س - ١)}{جا^2 س \, (جتا س + ١)}$

$= ١ + \lim_{س \to 0} \frac{-٣ جا^2 س}{جا^2 س \, (جتا س + ١)}$

$= ١ + \frac{-٣}{٢}$

$= -\frac{١}{٢}$

س: $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ - جا س}{(\pi - ٢س)^2}$

الحل: نقوم بالضرب المرافق

$\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ - جا س}{(\pi - ٢س)^2} \times \frac{١ + جا س}{١ + جا س}$

$= \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ - جا^2 س}{(\pi - ٢س)^2 (١ + جا س)}$

$$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا^2 س}{(\pi - 2س)^2}$$

$$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا^2(\frac{\pi}{2} - س)}{(\pi - 2س)^2}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{جا^2(\frac{\pi}{2} - س)}{8(\frac{\pi}{2} - س)^2}$$

ص = $\frac{\pi}{2}$ − س

س → $\frac{\pi}{2}$ فإن ص → ٠

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{جا^2 ص}{8 ص^2}$$

$$= \frac{1}{8}$$

$$ى : \lim_{س \to 2} \frac{س^3 - 4}{جا \pi س}$$

الحل ص = س − ٢ ⇐ س = ص + ٢

س → ٢ فإن ص → ٠

جا π س = جا(٢π + π ص)

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{(ص + 2)^3 - 4}{جا \pi (ص + 2)}$$

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{ص^3 + 3ص + 4 - 4}{جا(\pi ص + 2\pi)}$$

$$= \lim_{ص \to 0} \frac{ص(ص + 3)}{جا \pi ص}$$

$$= \frac{1}{\pi} \times 4 = \frac{4}{\pi}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$\text{س} \to 1- \quad \frac{\text{نها}_{\text{س} \to 2} \ \text{س جا}(\pi \text{ س}^2)}{\text{س} - 2}$$

الحل

$$\frac{\text{نها}_{\text{س} \to 2} \ \text{س جا}(4\pi - \pi \text{ س}^2)}{\text{س} - 2}$$

$$= \frac{\text{نها}_{\text{س} \to 2} \ \text{س جا}(4 - \text{س}^2)\pi}{\text{س} - 2}$$

نقوم بقسمة البسط والمقام على $4 - \text{س}^2$

$$= \frac{\text{نها}_{\text{س} \to 2} \ \text{س جا}\pi(4 - \text{س}^2)}{4 - \text{س}^2}$$

$$\div \ \frac{\text{نها}_{\text{س} \to 2} \ \text{س} - 2}{4 - \text{س}^2}$$

نفرض $4 - \text{س}^2 = \text{ص}$

$\text{س} \to 2$ فإن $\text{ص} \to 0$

$$= \frac{\text{نها}_{\text{ص} \to 0} \ 2 \ \text{جا}\pi \text{ ص}}{\text{ص}} \div \frac{-1}{4}$$

$$= 2\pi \div \frac{-1}{4} = -8\pi$$

$$\text{س} \to 4 \quad \frac{\text{نها} \ \left| \sqrt{\text{س}^2 + 9} + \sqrt{2\text{س} - 7} \right|}{\text{س} - 4}$$

الحل نقوم بطرح واضافة -5 و أيضاً $+2\text{س}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٢ + ٩} + ٥ - ٩ + س^٢ \sqrt{} + ٥ + ٢ - س^٣ \sqrt{} + ٢ - ٨}{س - ٤}$$

مرافق تربيعي وتكعيبي

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٢ + ٩} - ٥}{س - ٤} + \lim_{س \to ٤} \frac{٢ - \sqrt[٣]{٢س}}{س - ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^٢ + ٩} - ٥}{س - ٤} \times \frac{\sqrt{س^٢ + ٩} + ٥}{\sqrt{س^٢ + ٩} + ٥} + \lim_{س \to ٤} \frac{٢ - \sqrt[٣]{٢س}}{س - ٤} \times \frac{(\sqrt[٣]{٢س})^٢ + ٢\sqrt[٣]{٢س} + ٤}{(\sqrt[٣]{٢س})^٢ + ٢\sqrt[٣]{٢س} + ٤}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ٩ - ٢٥}{(س - ٤)(١٠)} + \lim_{س \to ٤} \frac{٨ - ٢س}{١٢(س - ٤)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ١٦}{١٠(س - ٤)} + \lim_{س \to ٤} \frac{-٢(س - ٤)}{١٢(س - ٤)}$$

$$= \lim_{س \to ٤} \frac{س + ٤}{١٠} + ١$$

$$= \frac{٨}{١٠} + ١ = \frac{١٨}{١٠}$$

س :- ناتج التعويض في المقام يساوي صفر والبسط يساوي صفر
∴ ناتج التعويض في البسط يساوي صفر

$$٤ب + ٢ج - ١٢ = ٠$$

$$٢ج = ١٢ - ٤ب \text{ بالقسمة على } ٢$$

$$\boxed{ج = ٦ - ٢ب} \quad \text{--- (التعويض في النهاية الأولى)}$$

$$\lim_{س \to ٢} \frac{أ س^{٢} + (٦ - ٢أ) س - ١٢}{س^{٢} - ٤} = ٧$$

$$\lim_{س \to ٢} \frac{أ س^{٢} + ٦ س - ٢أ س - ١٢}{س^{٢} - ٤} = ٧$$

$$\Leftarrow \lim_{س \to ٢} \frac{أ س^{٢} - ٢أ س}{س^{٢} - ٤} + \lim_{س \to ٢} \frac{٦ س - ١٢}{س^{٢} - ٤} = ٧$$

$$\Leftarrow \lim_{س \to ٢} \frac{أ س (س - ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)} + \lim_{س \to ٢} \frac{٦ (س - ٢)}{(س - ٢)(س + ٢)} = ٧$$

$$\frac{٢أ}{٤} + \frac{٦}{٤} = ٧$$

$$\frac{٢أ + ٦}{٤} = ٧$$

$$٢أ + ٦ = ٢٨$$

$$٢أ = ٢٢$$

$$\frac{٢أ}{٢} = \frac{٢٢}{٢}$$

$$أ = ١١$$

$$* \quad \text{ق}(س) = \begin{cases} [٦ - س] \times (أ - ٢س) & ، \quad -٢ < س < ٢ \\ [٦ - س] (س^{٢} + ٣) & ، \quad س \geq ٢ ، س \neq -٢ \end{cases}$$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

$(ق \times ص)(-٢) = [٦ - -٢](٤ + ٣)$

$= ٨ \times ٧ = ٥٦$

$\text{نهـا}_{س \to -٢^+} (ق \times ص)(س) = \text{نهـا}_{س \to -٢^+} [٦ - س](٩ - ٣س^٢)$

$= ٨ \times (٩ + ٤)$

$= ٨١ + ٣ج$

$\text{نهـا}_{س \to -٢^+} (ق \times ص)(س) = (ق \times ص)(-٢)$ ←

$٥٦ = ٨١ + ٣ج$

$-٣ج$

$٣ج = -٢٥$

$\frac{٣ج}{٣} = \frac{-٢٥}{٣}$

$ج = -٨$

$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{ق ٣س - ١}{١ - جتا ٢س}$ *

$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{ظا ٣س}{١ - (١ - ٢جا^٢س)}$ بالمثل

$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{ظا^٢ ٣س}{٢ جا^٢س}$ =

$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{١}{٢} (\frac{ظا ٣س}{جا س})^٢$ =

$\frac{٩}{٢} = ٩ \times \frac{١}{٢}$

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

عبدالناصر أحمد غريز
معلم رياضيات ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦

الكل . نطرح ونضيف $٤ هـ(س)$

$$\Leftarrow \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ هـ(س) - ٤ هـ(س) + ٤ هـ(س) - ١٢}{س - ٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ هـ(س) - ٤ هـ(س)}{س - ٢} + \lim_{س \to ٢} \frac{٤ هـ(س) - ١٢}{س - ٢}$$

$$= \lim_{س \to ٢} هـ(س) \frac{(س^٢ - ٤)}{س - ٢} + \lim_{س \to ٢} ٤ \frac{(هـ(س) - ٣)}{س - ٢}$$

$$\Leftarrow \lim_{س \to ٢} هـ(س) \times ٤ + ٤ \times ٥$$

وبما أن ناتج التعويض لنهاية المقام صفر والنهاية موجودة
∴ ناتج التعويض في البسط يساوي صفر

$$هـ(٢) - ٣ = ٠$$

$$\boxed{هـ(٢) = ٣}$$

$$\Leftarrow ٣ \times ٤ + ٥٠ =$$

$$١٢ + ٥٠ = ٣٢$$

عبد الناصر احمد غريز
معلم رياضيات / ثانوي
٠٧٩٠١٦٣٧٣٦