



السليم

في الرياضيات

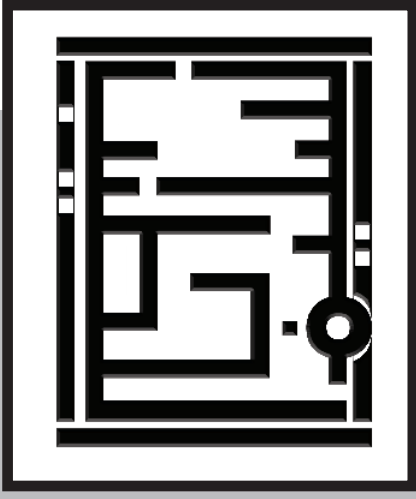
MATHS

الاحصاء والاحتمالات



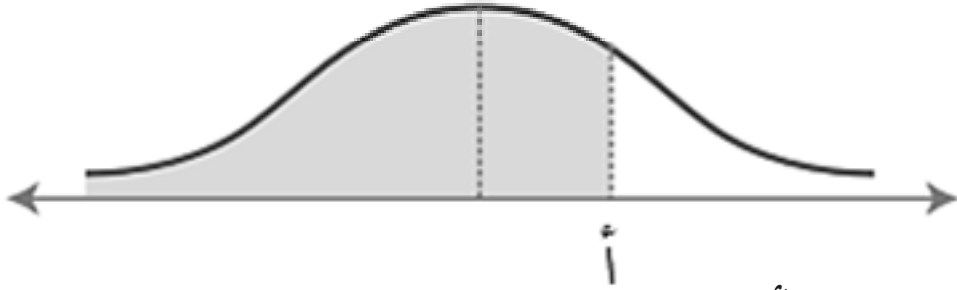
إعداد الأستاذ :

سليم الخطيب



STATISTICS AND PROBABILITY

الإحصاء والاحتمالات



ل (ز > أ) = المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي

سليم الخطيب

المراكز الرئيسية

أكاديمية سليم الخطيب (مركز زهرة النظم) / الوحدات - شارع مادبا / ٤٧٧٣٣٥٥ / ٠٦ / ٠٨٥٢ / ٠٧٨٧٨٠٠٠

مركز الهادفون العلمي ماركا - دخلة العبدلات فوق مجمع مسك / ٠٢٤١٤٣ / ٠٧٩٥٠

أكاديمية وسام التمييز (كفر عانه) / الأشرفية أول ش. سمييه / ٠٧٩٩٩٨٨٣٥٤

مركز المسار الثقافي / أبو علندا - دوار المستندة / مقابل مطعم الهنيني / ٠٧٩٨٣٧٦٧٧٦

مركز الشورى الثقافي / ام نواره ٤ - بجانب مدرسة ام نواره الثانوية للبنات / ٠٧٩٠٦٨١٥٢

بدء العد:

هو حساب عدد الطرق التي يمكن بها إجراء تجربة معينة وذلك عن طريق تسمية كل جزء للتجربة بالمرحلة وتحتوي كل مرحلة عدد طرق اختيار تسمى «ن». عند إجراء تجربة بعدد مراحل «ك» وكل مرحلة بعدد طرق «ن» فإن: عدد طرق إجراء هذه التجربة = ن × ن × ن × ... × ن

أمثلة:

١) إذا أراد أحد المعلمين الرياضة توزيع فريق لكرة السلة المكون من خمس لاعبين على مراكز في الملعب، فبكم طريقة يمكن توزيعهم؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ١٢٠$$

٢) لدى شخص (٤) قمصان (٥) أحذية فبكم طريقة يمكن أن يظهر بشكل مختلف؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = ٤ \times ٥ = ٢٠$$

٣) ذهب شخص إلى مكتبة وأراد شراء كتب لثلاث مواد فوجد (٨) كتب رياضيات (٥) كتب عربي (٦) كتب علوم، فبكم طريقة يمكن اختيار كتاب لكل مادة؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = ٨ \times ٥ \times ٦ = ٢٤٠$$

٤) لدي شركة نوعان من فراشي الأسنان وثلاث أنواع من المعجون ترغب بتسويقها يراد وضع فرشاة ومعجون في كل علبة فكم عدد الطرق المتاحة للشركة لعرضها.

الحل:

$$\text{عدد الطرق المتاحة للشركة} = ٢ \times ٣ \times ٦ = ٣٦$$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

١٥) بكم طريقة يمكن اختيار لوحة لسيارة مكون الجزء الأول من رقم من مجموعة الأرقام {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩} الجزء الثاني من الأحرف الهجائية والتي عددها (٢٨)؟
الحل:
عدد الطرق = $٩ \times ٢٨ = ٢٥٢$

١٦) كم عدد مكون من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأعداد {٨، ٧، ٥} (أ) إذا سمح بالتكرار (ب) إذا لم يسمح بالتكرار
الحل:

(أ) المرحلة الأولى (الأحاد) ن = ٣
المرحلة الثانية (العشرات) ن = ٣
عدد الطرق = $٣ \times ٣ = ٩$
(ب) المرحلة الأولى (الأحاد) ن = ٣
المرحلة الثانية (العشرات) ن = ٢
عدد الطرق = $٣ \times ٢ = ٦$

١٧) كم عدد مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الأرقام {١، ٣، ٥، ٧، ٩} (أ) إذا سمح بالتكرار (ب) إذا لم يسمح بالتكرار
الحل:

(أ) المرحلة الأولى (الأحاد) ن = ٥
المرحلة الثانية (العشرات) ن = ٥
عدد الطرق = $٥ \times ٥ = ٢٥$
(ب) المرحلة الأولى (الأحاد) ن = ٥
المرحلة الثانية (العشرات) ن = ٤
عدد الطرق = $٥ \times ٤ = ٢٠$

أسئلة على المضروب «جد
ناتج ما يلي» :

$$1 = ! 0 \quad (1)$$

$$1 = ! 1 \quad (2)$$

$$2 = ! 2 = 1 \times 2 \quad (3)$$

$$6 = ! 3 = 1 \times 2 \times 3 \quad (4)$$

$$24 = ! 4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \quad (5)$$

$$120 = ! 5 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \quad (6)$$

$$720 = ! 6 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \quad (7)$$

$$5040 = ! 7 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \quad (8)$$

$$1 = ! (4-4) \quad (9)$$

$$720 = ! 5 \times ! 3 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \quad (10)$$

$$24 = ! 4 \times ! 3 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 1 \times 2 \times 3 \quad (11)$$

$$720 = ! 6 \times ! 5 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \quad (12)$$

$$120 = ! 5 \times ! 4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 1 \times 2 \times 3 \times 4 \quad (13)$$

$$336 = \frac{! 8 \times ! 7 \times ! 6 \times ! 5}{! 4} = \frac{! 8}{! 4} \quad (14)$$

$$42 = \frac{! 7 \times ! 6 \times ! 5}{! 2} = \frac{! 7}{!(2-7)} \quad (15)$$

$$15 = \frac{! 6 \times ! 5 \times ! 4}{! 2 \times ! 4} = \frac{! 6}{! 4 \times ! 2} \quad (16)$$

S
A
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

١٨ في أحد الأسواق يباع (٤) أنواع من الخضار هي

{ بندورة، خس، ملفوف، فاصوليا }

و (٣) أنواع من اللحوم هي

{ لحم خاروف، سمك، دجاج } أراد أحمد أن يشتري نوع

واحد من الخضار ونوعاً واحداً من اللحوم، فجد عدد

الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك .

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 4 \times 3 = 12$$

ملاحظة:

إذا عدد المراحل يساوي «ن» عدد الطرق المرحلة الأولى

يساوي «ن» وفي كل مرحلة عدد الطرق يتناقص بمقدار

«١» فإن

عدد الطرق للتجربة = ن!

تعريف:

إذا كان «ن» عدد صحيح غير سالب، فإن مضروب

العدد (ن) يساوي

$$ن! = ن \times (ن-1) \times (ن-2) \times \dots \times 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 1$$

ملاحظة: $0! = 1$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

١٤ إذا اشترك (٥) رياضيين في مباراة نهائية للسباحة، فما عدد الطرق المختلفة لنائج السباق؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

التباديل و التوافيق:

التباديل:

يستخدم التباديل في إيجاد عدد الطرق الاختيار ويكون ذلك في الحوادث التي يكون بها الترتيب مهم.

القانون:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{حيث أن:}$$

$r \geq 0$ ، (r، n عددان طبيعيين)

جد قيمة كل من ما يلي:

$$(1) P(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

$$(2) P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$(3) P(9, 1) = \frac{9!}{(9-1)!} = \frac{9!}{8!} = \frac{9 \times 8!}{8!} = 9$$

$$(4) P(8, 0) = \frac{8!}{(8-0)!} = \frac{8!}{8!} = 1$$

$$(5) P(7, 7) = \frac{7!}{(7-7)!} = \frac{7!}{0!} = \frac{7!}{1} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

$$(6) P(8, 3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

$$56 = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = \frac{5!}{3!}$$

جد قيمة n لكل من ما يلي:

$$(1) n! = 720 \quad \text{الحل} \leftarrow n = 6$$

$$(2) 3!n = 360 \quad \text{الحل} \leftarrow n = 120 \leftarrow n = 5$$

$$(3) 3!n = 720 \quad \text{الحل} \leftarrow n = 6 \leftarrow n = 2$$

$$(4) (n-2)! = 24 \quad \text{الحل} \leftarrow n-2 = 4 \leftarrow n = 6 \leftarrow n = 3$$

$$(5) n! - 4 = 96 \quad \text{الحل} \leftarrow n! = 100 \leftarrow n = 5$$

$$(6) (n!) + 3 = 726 \quad \text{الحل} \leftarrow n! = 723 \leftarrow n = 720 \leftarrow n = 6$$

$$(7) 2(n!) + 3 = 246 \quad \text{الحل} \leftarrow 2(n!) = 243 \leftarrow n! = 121.5 \leftarrow n = 5$$

$$(8) 2(n!) + 6 = 246 \quad \text{الحل} \leftarrow 2(n!) = 240 \leftarrow n! = 120 \leftarrow n = 5$$

أمثلة:

(1) بكم طريقة يمكن أن تجلس خمس طالبات على خمس مقاعد موضوعة في صف واحد؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

(2) بكم طريقة يمكن ترتيب (4) كتب على رف مكتبة في صف واحد؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(3) بكم طريقة يمكن وضع 6 أسئلة على 6 أوراق؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

ملاحظة:

$$\begin{aligned} L(n,n) &= n! \\ L(n,1) &= n \\ L(n,2) &= n(n-1) \\ L(n,3) &= n(n-1)(n-2) \\ L(n,4) &= n(n-1)(n-2)(n-3) \end{aligned}$$

جد قيمة (ر) في كل من ما يلي:

$$L(6,r) = 120 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \leftarrow r = 3$$

$$L(5,r) = 20 = 5 \times 4 \leftarrow r = 2$$

$$L(6,r) = 90 = 6 \times 5 \times 3 \leftarrow r = 3$$

$$5 \times 6 = 30 \leftarrow r = 2$$

$$L(8,r) = 1344 = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \leftarrow r = 8$$

$$8 \times 7 \times 6 = 336 \leftarrow r = 3$$

جد قيمة (ن) في كل من ما يلي:

$$L(n,2) = 56 = (n-1) \times n \leftarrow n = 8$$

$$L(n,3) = 120 = (n-2)(n-1)n \leftarrow n = 6$$

$$120 = 4 \times 5 \times 6$$

$$\leftarrow n = 6$$

$$L(n,3) = 9 = (n-2)(n-1)n \leftarrow n = 3$$

$$9 = (2-1)(1-2)n \leftarrow n = 3$$

$$\leftarrow n = 2 \quad \leftarrow n = 11$$

$$L(n,4) = 6 = (n-3)(n-2)(n-1)n \leftarrow n = 3$$

$$6 = (2-1)(1-2)(3-2)n \leftarrow n = 3$$

$$\leftarrow n = 3 \quad \leftarrow n = 9$$

ملاحظة:

نستدل على التبادل من ما يلي:

(١) كلمة الترتيب مهم

(٢) التكرار غير مسموح

(٣) أسئلة ترتيب الكتب على الأرفف

(٤) أسئلة إجلال الأشخاص

(٥) أسئلة المناصب

أسئلة:

(١) بكم طريقة يمكن اختيار عدد مكون من منزلتين من مجموعة الأرقام {٢، ٤، ٦، ٨} علماً أن التكرار غير مسموح.

الحل:

$$L(4,2) = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 12$$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائب وأمين صندوق من بين أعضاء مجلس إدارة إحدى الشركات والتي تضم (٤) موظفين

الحل:

$$L(4,3) = \frac{4!}{1!} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(٣) كم كلمة مختلفة مكونة من ثلاث أحرف من مجموعة الأحرف {أ، ب، ج، د، هـ}.

الحل:

$$L(5,3) = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2} = 60$$

S
A
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

S
A
L
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

١٩ كم عدد تباديل مجموعة من ستة عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر كل مرة؟

الـحل:

$$L(3,6) = \frac{!6}{!(3-6)} = \frac{!6}{!3} = 2 = \frac{!3 \times 4 \times 5 \times 6}{!3}$$

١٠ كم عدد تباديل مجموعة من خمس عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر كل مرة؟

الـحل:

$$L(3,5) = \frac{!5}{!(3-5)} = \frac{!5}{!2} = 6 = \frac{!2 \times 3 \times 4 \times 5}{!2}$$

التوافيق:

* كل مجموعة جزئية عدد عناصرها (ر)، يتم اختيارها من مجموعة عدد عناصرها (ن).
* يستخدم التوافيق في إيجاد عدد طرق الاختيار ويكون ذلك إذا كان الترتيب غير مهم.

القانون:

$$\frac{!n}{r!(n-r)!} = \frac{L(n,r)}{r!} = \binom{n}{r}$$

حيث أن:

$$r \geq 0, (r, n \text{ عددان طبيعيان})$$

١٤ في إحدى الكليات الجامعية (٣١) مدرسا أرادت الإدارة أن تختار منهم عميدا للكلية ونائب للعميد فجدد عدد الطرق الممكنة لذلك.

الـحل:

$$L(2,31) = \frac{!31}{!29} = \frac{!29 \times 30 \times 31}{!29} = 930$$

١٥ بكم طريقة يمكن اختيار مدير ومساعد وسكرتيرو محاسب وقيم مختبر من بين (١٠) معلمين.

الـحل:

$$L(5,10) = \frac{!10}{!5} = \frac{!10}{!5} = 30240$$

١٦ بكم طريقة يمكن تكوين لجنة مكونة من رئيس وأمين صندوق وأمين سر إذا كان عدد المعلمين في إحدى المدارس (٢٠) معلم؟

الـحل:

$$L(3,20) = \frac{!20}{!17} = \frac{!20}{!17} = 6840$$

١٧ كم عدد الطرق التي يمكن بها ترتيب (٢) كتب من بين (٧) كتب على رف مكتبة؟

الـحل:

$$L(2,7) = \frac{!7}{!5} = \frac{!7}{!5} = 42$$

١٨ كم عدد الطرق التي يمكن أن يجلس بها (٣) أشخاص في (٨) مقاعد على حط مستقيم.

الـحل:

$$L(3,8) = \frac{!8}{!5} = \frac{!8}{!5} = 336$$

جد قيمة س في كل من المعادلات التالية :

$$(5) = \binom{س}{3} \quad (1)$$

الحل:

$$8 = 5 + 3 = س$$

$$\binom{س}{7} = \binom{س}{4} \quad (2)$$

الحل:

$$11 = 7 + 4 = س$$

$$\binom{6}{1} = \binom{6}{س} \quad (3)$$

الحل:

$$\boxed{6=س} \text{ أو } \boxed{3=س} \leftarrow 9 = 6 + 3 = س$$

$$\binom{8}{2} = \binom{8}{س+3} \quad (4)$$

الحل:

$$س + 3 = 2 \leftarrow 1 = س$$

$$\text{أو } س + 3 + 2 = 8 \leftarrow 3 = س$$

$$\binom{7}{س+1} = \binom{7}{س} \quad (5)$$

الحل:

$$س + 1 \leftarrow 0 \neq 1 \text{ تهمل لا يوجد حل}$$

$$\text{أو } س + 1 + س = 7 \leftarrow 3 = س$$

$$\binom{3}{س} = \binom{3}{ن} \quad (6)$$

الحل:

$$س = 1 \text{ أو } س = 12 \quad \text{أو } \binom{ن}{1} = \binom{ن}{ن-1}$$

جد قيمة كل من ما يلي :

$$15 = \frac{!4 \times 5 \times 6}{!4 \times !2} = \frac{!6}{!(2-6)!3} = \binom{6}{2} \quad (1)$$

$$10 = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} = \frac{!5}{!(3-5)!3} = \binom{5}{3} \quad (2)$$

$$\frac{!5}{!(3-5)!3} \times \frac{!5}{!(2-5)!2} = \binom{5}{3} \times \binom{5}{2} \quad (3)$$

$$100 = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} \times \frac{!3 \times 4 \times 5}{!3 \times !2} = \binom{6}{3} \times \binom{6}{4} \quad (4)$$

$$20 = \frac{!6}{!(3-6)!3} \times \frac{!6}{!(4-6)!4} = \frac{!6}{!3 \times !3} \times \frac{!6}{!2 \times !4}$$

$$1 = \frac{!6}{!0 \times !6} = \frac{!6}{!(6-6)!6} = \binom{6}{6} \quad (5)$$

$$1 = \frac{!8}{!8 \times !0} = \frac{!8}{!(0-8)!0} = \binom{8}{0} \quad (6)$$

$$5 = \frac{!4 \times 5}{!4 \times !1} = \frac{!5}{!(1-5)!1} = \binom{5}{1} \quad (7)$$

ملاحظة:

$$1 = \binom{ن}{ن}$$

$$1 = \binom{ن}{0}$$

$$ن = \binom{ن}{1-ن}$$

$$ن = \binom{ن}{1}$$

$$\binom{ن}{2ر} = \binom{ن}{1ر}$$

← إما ر = 1 ر

أو ر + 1 ر = ن

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

أسئلة :

١١) بكم طريقة يمكن إجراء مباريات التصفيات النهائية لكرة القدم بين أربعة فرق رياضية؟

الحل:

$${}_7 = \frac{!4}{!2 \times !2} = \frac{!4}{!2 \times !2} = \binom{4}{2}$$

١٢) ما عدد الطرق التي يمكن بها إجراء مباريات التصفيات النهائية لكرة الطاولة بين خمسة لاعبين؟

الحل:

$${}_{10} = \frac{!5}{!3 \times !2} = \frac{!5}{!3 \times !2} = \binom{5}{2}$$

١٣) ما عدد الطرق التي الممكنة لاختيار (٥) أسئلة للإجابة عنها في امتحان الرياضيات يتكون من (٧) أسئلة؟

الحل:

$${}_{21} = \frac{!7}{!2 \times !5} = \frac{!7}{!2 \times !5} = \binom{7}{5}$$

١٤) كم عدد الطرق التي يمكن بها اختيار (٥) طلاب من بين (٨) طالب؟

الحل:

$${}_{57} = \frac{!8}{!3 \times !5} = \frac{!8}{!3 \times !5} = \binom{8}{5}$$

١٥) بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطلاب لتشكل لجنة في إحدى المدارس من بين (٦) معلمين و(١٠) طلاب؟

الحل:

$$\frac{!10}{!8 \times !2} \times \frac{!6}{!3 \times !3} = \binom{10}{2} \times \binom{6}{3}$$

$$\frac{!8 \times 9 \times 10}{!8 \times !2} \times \frac{!3 \times 4 \times 5 \times 6}{!3 \times !3} =$$

$$900 = 45 \times 20 =$$

$${}_{17} = \binom{15}{3}$$

الحل:

$${}_n = \binom{n}{1}$$

$${}_n = \binom{n}{n-1}$$

$$\boxed{15} = \text{س} \text{ أو } \boxed{15} = \text{س}$$

$${}_{36} = \binom{36}{2}$$

الحل:

$${}_{36} = \frac{\text{س}!}{!2 \times !(36-2)}$$

$$36 = \text{س}(\text{س}-1)$$

$$\boxed{9} = \text{س} \leftarrow 36 = 8 \times 9 \leftarrow$$

$${}_{10} = \binom{10}{3}$$

الحل:

$${}_{10} = \frac{\text{س}!}{!3 \times !(10-3)}$$

$$10 = \text{س}(\text{س}-1)(\text{س}-2)$$

$$\boxed{5} = \text{س} \leftarrow 10 = 3 \times 4 \times 5 \leftarrow$$

$${}_{15} = \binom{15}{4}$$

الحل:

$${}_{15} = \frac{\text{س}!}{!4 \times !(15-4)}$$

$$360 = \text{س}(\text{س}-1)(\text{س}-2)(\text{س}-3)$$

$$\boxed{6} = \text{س} \leftarrow 360 = 3 \times 4 \times 5 \times 6 \leftarrow$$

S
A
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

١٠ مجموعة مكونة من (٨) معلمين و(٣) إداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية منهم في كل من الحالات التالية:

أ) تتكون من معلمين وإداريين.

ب) تتكون من معلمين على الأقل.

ج) تتكون من معلم على الأكثر.

د) رأس اللجنة والنائب من الإداريين والباقي من المعلمين.

الحل:

$$\frac{!3}{!2 \times !1} \times \frac{!8}{!6 \times !2} = \binom{3}{1} \times \binom{8}{2} \quad \text{أ)}$$

$$84 = 3 \times 28 = \frac{!2 \times 3}{!2 \times !1} \times \frac{!6 \times 7 \times 8}{!6 \times !2} =$$

$$\binom{3}{1} \times \binom{8}{2} + \binom{3}{2} \times \binom{8}{1} \quad \text{ب)}$$

$$\frac{!3}{!3 \times !0} \times \frac{!8}{!5 \times !3} + \frac{!3}{!2 \times !1} \times \frac{!8}{!6 \times !2} =$$

$$\frac{!3}{!3 \times !0} \times \frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!5 \times !3} + \frac{!2 \times 3}{!2 \times !1} \times \frac{!6 \times 7 \times 8}{!6 \times !2} =$$

$$140 = 1 \times 56 + 3 \times 28 =$$

$$\binom{3}{2} \times \binom{8}{1} + \binom{3}{1} \times \binom{8}{2} \quad \text{ج)}$$

$$24 = 3 \times 8 + 1 \times 1 =$$

$$\frac{!8}{!7 \times !1} \times \frac{!3}{!1} = \binom{8}{1} \times \binom{3}{2} \quad \text{د)}$$

$$48 = 8 \times 6 =$$

١٦ يتكون مجلس للأهيات والمعلمات في إحدى المدارس من (٥) أهيات و(٣) معلمات، إذا قرر المجلس اختيار معلمة واحدة و(٢) من الأهيات للمشاركة في احتفال المدرسة بعيد الاستقلال، بكم طريقة يمكن اختيارهم؟

الحل:

$$\frac{!5}{!3 \times !2} \times \frac{!3}{!2 \times !1} = \binom{5}{2} \times \binom{3}{1}$$

$$\frac{!3 \times 4 \times 5}{!3 \times !2} \times \frac{!2 \times 3}{!2 \times !1} =$$

$$30 = 10 \times 3 =$$

١٧ مجموعة مكونة من (٣) طلاب وخمس معلمين بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية؟

$$56 = \frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!3 \times !5} = \frac{8}{!3 \times !5} = \binom{8}{3}$$

١٨ مجموعة مكونة من ٤ معلمين، ٦ طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة منهم مكونة من رئيس ونائب للرئيس وثلاثة أعضاء بحيث يكون الرئيس معلماً ونائبه طالباً.

الحل:

$$\binom{8}{3} \times \binom{6}{1, 2} \times \binom{6}{1, 4}$$

$$\frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!4 \times !6} \times 24 = \frac{!8}{!3 \times !5} \times 6 \times 4 =$$

$$56 \times 24 =$$

١٩ مجموعة مكونة من ٦ معلمين، ٥ إداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون رئيس اللجنة إدارياً ونائبه معلماً.

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = \binom{9}{2} \times \binom{6}{1, 5} \times \binom{6}{1, 5}$$

$$\frac{!7 \times 8 \times 9}{!2 \times !7} \times 24 = \frac{!9}{!2 \times !7} \times 6 \times 5 =$$

$$45 \times 30 =$$

S
A
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

المتغيرات العشوائية المنفصلة :

التجربة العشوائية :

هي التجارب التي يمكن معرفة نتائجها، ولكن لا يمكن تحديدها بالضبط «لا نعرف أي منها سوف يقع» مثل: رمي حجر نرد، قطعة نقد، جنس المولود، ...

الفضاء العيني (Ω) :

هو كل النتائج الممكن حدوثها للتجربة العشوائية.

مثال : أكتب الفضاء العيني للتجارب التالية :

١) رمي قطعة نقد مرة واحدة .
Ω = {ص، ك}

٢) رمي قطعة نقد مرتين .
Ω = { (ص،ص)، (ص،ك)، (ك،ص)، (ك،ك) }

٣) رمي قطعة نقد ثلاث مرات .
Ω = { (ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ك،ص،ك)، (ك،ك،ص)، (ك،ك،ك) }

٤) لدى عائلة طفل .
Ω = {و، ب}

٥) لدى عائلة طفلين .
Ω = { (و،و)، (و،ب)، (ب،و)، (ب،ب) }

٦) لدى عائلة ثلاث أطفال .
Ω = { (و،و،و)، (و،و،ب)، (و،ب،و)، (ب،و،و)، (ب،ب،و)، (ب،و،ب)، (و،ب،ب)، (ب،ب،ب) }

(١١) مجموعة مكونة من (٨) طلاب و(٣) معلمين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية منهم في كل من الحالات التالية:

- أ) تتكون من اللجنة من (٣) طلاب ومعلم .
ب) تتكون من معلمين على الأقل .
ج) لرئيس ونائب والباقي من المعلمين والباقي من الطلاب .

الحل :

$$أ) \frac{!3}{!2 \times !1} \times \frac{!8}{!5 \times !3} = \binom{3}{1} \times \binom{8}{3} = \frac{!2 \times 3}{!2 \times !1} \times \frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!5 \times !3} = 168 = 3 \times 56 =$$

$$ب) \binom{3}{3} \times \binom{8}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{8}{2}$$

$$\frac{!3}{!0 \times !3} \times \frac{!8}{!7 \times !1} + \frac{!3}{!1 \times !2} \times \frac{!8}{!6 \times !2} = \frac{!3}{!0 \times !3} \times \frac{!7 \times 8}{!7 \times !1} + \frac{!2 \times 3}{!1 \times !2} \times \frac{!6 \times 7 \times 8}{!6 \times !2} = 92 = 1 \times 8 + 3 \times 28 =$$

$$ج) \frac{!8}{!6 \times !2} \times \frac{!3}{!1} = \binom{8}{2} \times (2,3) ل \frac{!6 \times 7 \times 8}{!6 \times !2} \times \frac{!3}{!1} = 168 = 28 \times 6 =$$

المتغير العشوائي :

هو اقتران مجاله الفضاء العيني (Ω) ومداه مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية، يستخدم الرموز s, c, e, \dots للدلالة على المتغيرات العشوائية.

* المتغير العشوائي: هو وصف لنتائج التجربة يهتم بصفة معينة من صفات التجربة «عدد هذه الصفة في التجربة» أكثر من النتائج.

* المتغير العشوائي المنفصل: هو أن يكون مجموعة القيم التي يأخذها المتغير العشوائي مجموعة معدودة «أرقام صحيحة»

ملاحظة :

أكتب (Ω) «إن أمكن»

أسئلة :

١) إذا دل المتغير العشوائي (s) على عدد الأطفال الإناث في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها طفلان، فجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي (s).

الـحل :

$$\Omega = \{ (و، و)، (و، ب)، (ب، و)، (ب، ب) \}$$

$$s = \{ ٢، ١، ٠ \}$$

٢) إذا دل المتغير العشوائي (s) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها ثلاث أطفال، فجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي (s).

الـحل :

$$\Omega = \{ (و، و، و)، (و، و، ب)، (و، ب، و)، (ب، و، و)، (ب، ب، ب)، (ب، ب، و)، (ب، و، ب)، (و، ب، ب) \}$$

$$s = \{ ٣، ٢، ١، ٠ \}$$

S
A
L
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

١٧ رمي حجر نرد .

$$\Omega = \{ ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١ \}$$

١٨ رمي طلقة على هدف .

$$\Omega = \{ \text{إصابة، فشل} \}$$

١٩ العملية الجراحية .

$$\Omega = \{ \text{نجاح، فشل} \}$$

١٠ صندوق يحتوي على مليون كرة حمراء وواحد بيضاء تم

سحب كرة من الصندوق .

$$\Omega = \{ \text{ح، ب} \}$$

١١ صندوق يحتوي على (٥) كرات صفراء و(٧) كرات

سوداء تم سحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع .

$$\Omega = \{ (ص، ص، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، ص)، (س، ص، ص)، (س، ص، س)، (س، س، ص)، (س، س، س) \}$$

$$(ص، ص، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، ص)، (س، ص، ص)، (س، س، ص)، (س، س، س)$$

$$(س، ص، ص)، (س، س، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، س)$$

$$\Omega = \{ (س، ص، ص)، (س، س، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، س) \}$$

١٢ صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء، ٣ كرات سوداء تم

سحب كرتين مع إرجاع .

$$\Omega = \{ (ح، ح)، (ح، س)، (س، ح)، (س، س) \}$$

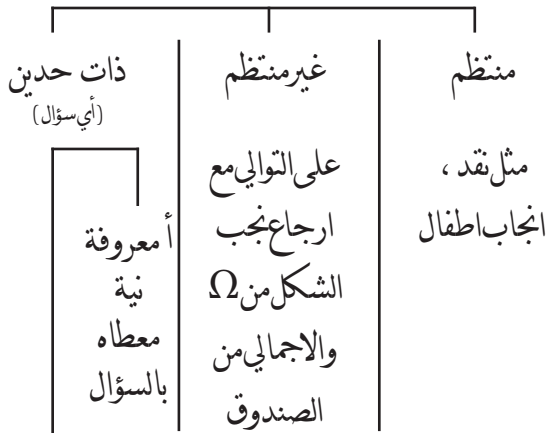
S
A
L
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

الاحتمال :

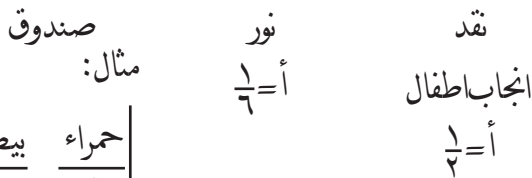
هو فرصة حدوث الحدوث ويرمز له ل(ح)

$$ل(ح) = \frac{\text{عدد مرات ظهور الحادث ح}}{\text{عدد عناصر } \Omega}$$

ايجاد الاحتمال فيه التجارب العشوائية



أجهولة



حمراء	بيضاء
٣	٢
٥	

$$\frac{3}{5} = \text{أ} = \text{س يدل على الحمراء}$$

$$\frac{2}{5} = \text{أ} = \text{س يدل على البيضاء}$$

١٣ عند رمي قطعة نقد مرتين، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد ظهور الصور، فجد قيم المتغير العشوائي .

الحل:

$$\Omega = \{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢\}$$

١٤ عند رمي قطعة نقد ثلاث مرات، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد ظهور الكتابة، فجد قيم المتغير العشوائي .

الحل:

$$\Omega = \{(ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢، ٣\}$$

١٥ صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء، ٣ كرات سوداء تم سحب كرتين على التوالي مع إرجاع، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات السوداء، فجد قيم المتغير العشوائي (س) .

الحل:

$$\Omega = \{(ح، ح)، (ح، س)، (س، ح)، (س، س)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢\}$$

١٦ صندوق يحتوي على (٥) كرات صفراء و(٧) كرات سوداء تم سحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الصفراء، فجد قيم المتغير العشوائي (س) .

الحل:

$$\Omega = \{(ص، ص، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، ص)، (ص، س، س)، (س، ص، ص)، (س، ص، س)، (س، س، ص)، (س، س، س)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢، ٣\}$$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

أمثلة :

أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي :

(١) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الإناث في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها طفلان .

الحل :

$$\Omega = \{(و، و)، (و، ب)، (ب، و)، (ب، ب)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢\}$$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

$$ل(س=٠) = \frac{١}{٤}$$

$$ل(س=١) = \frac{٢}{٤}$$

$$ل(س=٢) = \frac{١}{٤}$$

(٢) إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الأطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها ثلاث أطفال .

الحل :

$$\Omega = \{(و، و، و)، (و، و، ب)، (و، ب، و)، (ب، و، و)، (ب، و، ب)، (ب، ب، و)، (ب، ب، ب)\}$$

$$س = \{٠، ١، ٢، ٣\}$$

$$ل(س=٠) = \frac{١}{٨} ، ل(س=١) = \frac{٣}{٨}$$

$$ل(س=٢) = \frac{٣}{٨} ، ل(س=٣) = \frac{١}{٨}$$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

اقتران الاحتمال للمتغير

العشوائي المنفصل ل (س ر) :

إذا أخذ المتغير العشوائي القيم $١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠$ فإن:

(١) قيم المتغير العشوائي تنتمي الى الاعداد الصحيحة

(٢) $ل(س) = ر \leq ٠، ر = ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٤، ١٥، ١٦، ١٧، ١٨، ١٩، ٢٠، ٢١، ٢٢، ٢٣، ٢٤، ٢٥، ٢٦، ٢٧، ٢٨، ٢٩، ٣٠، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٣٤، ٣٥، ٣٦، ٣٧، ٣٨، ٣٩، ٤٠، ٤١، ٤٢، ٤٣، ٤٤، ٤٥، ٤٦، ٤٧، ٤٨، ٤٩، ٥٠، ٥١، ٥٢، ٥٣، ٥٤، ٥٥، ٥٦، ٥٧، ٥٨، ٥٩، ٦٠، ٦١، ٦٢، ٦٣، ٦٤، ٦٥، ٦٦، ٦٧، ٦٨، ٦٩، ٧٠، ٧١، ٧٢، ٧٣، ٧٤، ٧٥، ٧٦، ٧٧، ٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١، ٨٢، ٨٣، ٨٤، ٨٥، ٨٦، ٨٧، ٨٨، ٨٩، ٩٠، ٩١، ٩٢، ٩٣، ٩٤، ٩٥، ٩٦، ٩٧، ٩٨، ٩٩، ١٠٠$

$$\sum_{١=١}^{\infty} ل(س=١) = ١$$

ن

جدول التوزيع الاحتمالي :

هو جدول يحتوي على قيم المتغير العشوائي والاحتمال لكل قيمة للمتغير .

ملاحظة :

إذا طلب منا السؤال جدول التوزيع الاحتمالي :

(١) نكتب Ω

(٢) نجد قيم المتغير العشوائي

(٣) نجد احتمال كل قيمة عشوائية ونضعها في جدول

الحل:

$$\{ (ح، ح)، (ح، س)، (س، ح)، (س، س) \} = \Omega$$

$$\{ ٢، ١، ٠ \} = س$$

س	ح
٢	٣

$$\frac{٢٥}{٦٤} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٥}{٨} = (ح، ح) ل (٠ = س) ل$$

$$\frac{٣٠}{٦٤} = \frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٨} + \frac{٥}{٨} \times \frac{٣}{٨} = (ح، س) ل + (س، ح) ل (١ = س) ل$$

$$\frac{٩}{٦٤} = \frac{٣}{٨} \times \frac{٣}{٨} = (س، س) ل (٢ = س) ل$$

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{٢٥}{٦٤}$	$\frac{٣٠}{٦٤}$	$\frac{٩}{٦٤}$

١٦ صندوق يحتوي على (٤) كرات صفراء و (٣) كرات سوداء تم سحب من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الصفراء .

س	ص
٣	٤

الحل:

$$\{ (ص، ص، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، ص)، (س، ص، ص)، (ص، ص، س)، (ص، س، س)، (س، س، ص) \} = \Omega$$

$$\{ ٣، ٢، ١، ٠ \} = س$$

$$\frac{٢٧}{٣٤٣} = \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٧} = (س، س، س) ل (٠ = س) ل$$

$$\frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧} \times \frac{٣}{٧} + \frac{٤}{٧} \times \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٧} = (١ = س) ل$$

$$\frac{١٠٨}{٣٤٣} = (س، ص، ص) ل + (ص، س، س) ل + (ص، س، س) ل$$

$$\frac{١٤٤}{٣٤٣} = (٢ = س) ل = (ص، ص، س) ل + (ص، ص، س) ل + (ص، ص، س) ل$$

$$\frac{١٤٤}{٣٤٣} = \frac{٤}{٧} \times \frac{٤}{٧} \times \frac{٣}{٧} + \frac{٤}{٧} \times \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧} + \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧} \times \frac{٤}{٧} =$$

$$\frac{٦٤}{٣٤٣} = \frac{٤}{٧} \times \frac{٤}{٧} \times \frac{٤}{٧} = (٣ = س) ل = (ص، ص، ص) ل$$

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	$\frac{٢٧}{٣٤٣}$	$\frac{١٠٨}{٣٤٣}$	$\frac{١٤٤}{٣٤٣}$	$\frac{٦٤}{٣٤٣}$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

١٣ عند رمي قطعة نقد مرتين، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد ظهور الصور .

الحل:

$$\{ (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك) \} = \Omega$$

$$س = \{ ٢، ١، ٠ \}$$

$$\frac{٢}{٤} = (١ = س) ل$$

$$\frac{١}{٤} = (٠ = س) ل$$

$$\frac{١}{٤} = (٢ = س) ل$$

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

١٤ عند رمي قطعة نقد ثلاث مرات، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد ظهور الكتابة .

الحل:

$$\{ (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ك، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ك) \} = \Omega$$

$$\{ ٣، ٢، ١، ٠ \} = س$$

$$\frac{٣}{٨} = (١ = س) ل$$

$$\frac{١}{٨} = (٠ = س) ل$$

$$\frac{٣}{٨} = (٢ = س) ل$$

$$\frac{١}{٨} = (٣ = س) ل$$

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

١٥ صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء، ٣ كرات سوداء تم سحب كرتين على التوالي مع إرجاع، إذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات السوداء .

تمارين :

١) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة:
 $\{(0, 2, 0), (0, 4, 1), (2, 2, b)\}$ ، فما قيمة ب؟

الحل:

س	٠	١	٢
ل(س)	٠,٢	٠,٤	ب

$$1 = 0,2 + 0,4 + b$$

$$b = 0,4 \leftarrow$$

٢) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة:
 $\{(0, 2, 0), (1, b), (2, 0, 5)\}$ ،
 فما قيمة ب؟

الحل:

$$1 = 0,2 + b + 0,5$$

$$b = 0,3 \leftarrow$$

٣) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة:

$$\{(0, 3, 2), (0, 2, 0), (1, 15, 0), (3, k)\}$$

، فما قيمة ك؟

الحل:

$$1 = 0,3 + 0,2 + 0,15 + k$$

$$k = 0,35 \leftarrow$$

٤) إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة:

$$\{(0, 2, 0), (1, j), (2, 3), (3, 1)\}$$

، فما قيمة ج؟

الحل:

$$1 = 0,2 + j + 0,3 + 0,1$$

$$j = 0,4 \leftarrow$$

توزيع ذات الحدين :

تجربة ذات الحدين (برنولي) :

هو نوع من التجارب المستقلة التي يكون فيها ناتج كل تجربة ثنائياً إما نجاح أو فشل بعد مرات إجراء تجربة محدد .
 تستخدم توزيع ذات الحدين إذا كانت التجربة برنولي و
 (Ω) صعبة مثل رمي قطعة نقد ٢٠ مرة أو رمي حجر نرد
 ١٠ مرات

القانون:

$$L(s=r) = \binom{n}{r} (1)^r (1-1)^{n-r}$$

ν : العدد الكلي لإجراء التجربة

ر : العدد المطلوب من التجربة

أ : الاحتمال في المرة الواحدة

خطوات حل ذات الحدين :

- ١) نكتب Ω لمرة واحدة
- ٢) نجد معاملات ذات الحدين { ن ، أ ، س }
- ٣) نكتب القانون ونعوض
- ٤) يجب التخلص من رمز التوافق

ملاحظة :

قيم المتغير العشوائي في تجربة ذات الحدين هي

$$S = \{0, 1, 2, \dots, n\}$$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

أَسْئَلَة :

١) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين،

معاملاته ن=٤، أ=٢، فجد كلاهما يأتي:

$$س = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤\}$$

$$أ) ل(س=٣) = \binom{٤}{٣} (٢,٠)^٣ (٠,٢)^{٤-٣} = (٣=س) ل =$$

$$٤ = \binom{٤}{٠} (٠,٢)^٤ (٠,٨)^٠ =$$

$$ب) ل(س < ٣) = ل(س=٤)$$

$$\binom{٤}{٤} (٠,٢)^٤ (٠,٨)^٠ = \binom{٤}{٢} (٠,٢)^٢ (٠,٨)^٢ =$$

$$ج) ل(س \geq ١) = ل(س=٠) + ل(س=١)$$

$$\binom{٤}{٠} (٠,٨)^٤ (٠,٢)^٠ + \binom{٤}{١} (٠,٨)^٣ (٠,٢)^١ = \binom{٤}{٠} (٠,٨)^٤ + \binom{٤}{١} (٠,٨)^٣ (٠,٢) =$$

$$د) ل(س \leq ١) = ل(س=٠) + ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤)$$

$$١ = ل(س=٠) - ١ = \binom{٤}{٠} (٠,٨)^٤ (٠,٢)^٠ - ١ = \binom{٤}{٠} (٠,٨)^٤ - ١ =$$

١٢) إذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين، معاملاته

ن=٥، أ=٣، فجد ما يلي:

$$س = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$$

$$أ) ل(س=٢) =$$

$$\binom{٥}{٢} (٠,٣)^٢ (٠,٧)^{٥-٢} = \binom{٥}{٣} (٠,٣)^٣ (٠,٧)^{٥-٣} =$$

$$ب) ل(س > ١) =$$

$$ل(س=٠) = \binom{٥}{٠} (٠,٧)^٥ (٠,٣)^٠ = \binom{٥}{٣} (٠,٧)^٣ (٠,٣)^٢ =$$

S
A
L
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

$$ج) ل(س \leq ٤) =$$

$$ل(س=٤) + ل(س=٥) =$$

$$\binom{٥}{٤} (٠,٣)^٤ (٠,٧)^{٥-٤} + \binom{٥}{٥} (٠,٣)^٥ (٠,٧)^{٥-٥} = \binom{٥}{٤} (٠,٣)^٤ (٠,٧) + \binom{٥}{٥} (٠,٣)^٥ =$$

١٣) إذا كان س متغيراً عشوائياً معاملاته

ن=٣، أ=٢، فجد:

أ) قيم س.

ب) جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.
الحل:

$$أ) س = \{٠, ١, ٢, ٣\}$$

$$ب) ل(س=٠) = \binom{٣}{٠} (٠,٢)^٠ (٠,٨)^{٣-٠} = \binom{٣}{٠} (٠,٨)^٣ =$$

$$ل(س=١) = \binom{٣}{١} (٠,٢)^١ (٠,٨)^{٣-١} = \binom{٣}{١} (٠,٢) (٠,٨)^٢ =$$

$$ل(س=٢) = \binom{٣}{٢} (٠,٢)^٢ (٠,٨)^{٣-٢} = \binom{٣}{٢} (٠,٢)^٢ (٠,٨) =$$

$$ل(س=٣) = \binom{٣}{٣} (٠,٢)^٣ (٠,٨)^{٣-٣} = \binom{٣}{٣} (٠,٢)^٣ =$$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٥١٢	٠,٣٨٤	٠,٠٩٦	٠,٠٠٨

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

١٤ إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذات حدين
معاملاته:

$$n=2 \quad a=?$$

$$\text{وكان ل (س=2) } \frac{1}{9} =$$

أوجد قيمة الثابت (أ):

الـحل:

$$ل (س=2) = \binom{2}{2} (a)^2 (1-a)^{2-2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{9} = (a-1) \times a \times 1$$

$$1 \times a \times 1$$

$$a^2 = a \times 1$$

$$\frac{1}{9} =$$

$$\frac{1}{9} = a \quad \leftarrow \sqrt[2]{\frac{1}{9}} = \sqrt[2]{a^2}$$

١٥ إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذات حدين
معاملاته:

$$n=3 \quad a=?$$

$$\text{وكان ل (س} \geq 2) \frac{5}{8} =$$

أوجد قيمة الثابت (أ):

الـحل:

$$ل (س \geq 2) = ل (س=2) + ل (س=3)$$

$$ل (س=2) +$$

$$ل (س=3) - 1 =$$

$$\frac{5}{8} = \binom{3}{2} (a)^2 (1-a)^{3-2} - 1 =$$

$$\frac{5}{8} = 1 \times a^2 \times 1 - 1 =$$

$$\frac{5}{8} = a^2 - 1 =$$

$$\frac{5}{8} = a^2 - 1 =$$

$$\frac{5}{8} - 1 = a^2 \quad \leftarrow$$

$$\frac{1}{8} = \frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8} \times \frac{5}{1} = \frac{5}{8} \times \frac{1}{5} = a^2$$

$$\frac{1}{8} = a^2 \quad \leftarrow \sqrt[2]{\frac{1}{8}} = \sqrt[2]{a^2}$$

١٦ إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذات الحدين
حيث:

$$\frac{19}{27} = ل (س \leq 1), \quad n=3$$

فجد كل مما يلي:

(أ) قيمة أ، (ب) ل (س=3)، (ج) ل (س \geq 1)

الـحل:

$$ل (س \leq 1) = ل (س=1) + ل (س=0)$$

$$ل (س=3) - 1 = ل (س=0)$$

$$1 - \binom{3}{1} (a)^1 (1-a)^{3-1} =$$

$$\frac{19}{27} = (a-1) \times 1 \times 1 - 1 =$$

$$\frac{19}{27} = (a-1) - 1 \quad \leftarrow$$

$$\leftarrow \frac{19}{27} = (a-1) - 1 = \frac{19}{27} - 1 = (a-1)$$

$$\leftarrow \sqrt[3]{\frac{19}{27}} = \sqrt[3]{(a-1)^3}$$

$$\frac{1}{3} = a - 1 \quad \leftarrow \frac{1}{3} = a - 1$$

$$ل (س=3) = \binom{3}{3} (a)^3 (1-a)^{3-3} =$$

$$1 = \binom{3}{3} (a)^3 (1-a)^{3-3} \times 1 =$$

$$ل (س \geq 1) = ل (س=1) + ل (س=2) + ل (س=3)$$

$$1 - \binom{3}{2} (a)^2 (1-a)^{3-2} + \binom{3}{1} (a)^1 (1-a)^{3-1} =$$

$$1 - \binom{3}{2} (a)^2 (1-a)^{3-2} + \binom{3}{1} (a)^1 (1-a)^{3-1} \times 1 =$$

$$= \binom{3}{2} (a)^2 (1-a)^{3-2} + \binom{3}{1} (a)^1 (1-a)^{3-1} =$$

ملاحظة:

عندما يكون في السؤال Ω لا نعلم
عددتها وعناصرها يكون التوزيع
ذات حدين.

S
A
L
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

(١) في تجربة اطلاق (٣) طلقات على هدف اذا كان احتمال اصابة هدف (٠,٧) اوجد كل ما يلي:
أوجد

ن=٣ ، أ=٠,٧ ، س={٠,١,٢,٣}
أ) احتمال اصابة هدف

$$ل(س=١) = \binom{3}{1} (٠,٧)^1 (٠,٧-١)^{3-1}$$

$$= ٣ \times (٠,٧)^1 (٠,٧-١)^{3-1}$$

ب) احتمال عدم اصابة هدف

$$ل(س=٠) = \binom{3}{0} (٠,٧)^0 (٠,٧-١)^{3-0}$$

$$= ٣ \times (٠,٧)^0 (٠,٧-١)^{3-0}$$

ج) احتمال اصابة جميع الاهداف

$$ل(س=٣) = \binom{3}{3} (٠,٧)^3 (٠,٧-١)^{3-3}$$

$$= ١ \times (٠,٧)^3 (٠,٧-١)^{3-3}$$

د) احتمال اصابة هدف على الاكثر

$$ل(س \geq ١) = ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣)$$

* كلمة احتمال أعلى أكثر ← ل(س ≥ ١)

* كلمة احتمال أقل ← ل(س ≤ ١)

هـ) احتمال اصابة هدفين على الاقل

$$ل(س \leq ٢) = ل(س=٢) + ل(س=٣)$$

و) احتمال اصابة هدف على الاكثر

$$ل(س \leq ١) = ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣)$$

$$= ١ - ل(س=٠)$$

(٢) مصنع به (٥) آلات من نوع واحد ، إذا كان احتمال أن تحتاج أي آلة إلى إصلاح هو (٠,٢) ، فاحسب احتمال:
Ω = (تحتاج إلى إصلاح ، لا تحتاج إلى إصلاح)
أ) ألا تحتاج أي من الآلات إلى إصلاح .

الحل:

$$س = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$$

$$ن = ٥ ، أ = ٠,٢ ، ر = ٠$$

$$ل(س=٠) = \binom{5}{0} (٠,٢)^0 (٠,٨)^{5-0} = (٠,٨)^5$$

ب) أن تحتاج اثنين فقط إلى إصلاح .

الحل:

$$ن = ٥ ، أ = ٠,٢ ، ر = ٢$$

$$ل(س=٢) = \binom{5}{2} (٠,٢)^2 (٠,٨)^{5-2} = ١٠ (٠,٢)^2 (٠,٨)^3$$

ج) أن تحتاج اثنتان على الأكثر إلى إصلاح .

الحل:

$$ن = ٥ ، أ = ٠,٢ ، ر = ٢, ١, ٠$$

$$ل(س \geq ٢) = ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= \binom{5}{2} (٠,٢)^2 (٠,٨)^3 + \binom{5}{3} (٠,٢)^3 (٠,٨)^2 + \binom{5}{4} (٠,٢)^4 (٠,٨)^1 + \binom{5}{5} (٠,٢)^5 (٠,٨)^0$$

$$+ \binom{5}{1} (٠,٢)^1 (٠,٨)^4 + \binom{5}{0} (٠,٢)^0 (٠,٨)^5$$

$$= ١٠ (٠,٢)^2 (٠,٨)^3 + ١٠ (٠,٢)^3 (٠,٨)^2 + ٥ (٠,٢)^4 (٠,٨) + (٠,٢)^5 + ٥ (٠,٢) (٠,٨)^4 + (٠,٨)^5$$

د) أن تحتاج واحدة على الأقل إلى إصلاح .

الحل:

$$ن = ٥ ، أ = ٠,٢ ، ر = ١, ٢, ٣, ٤, ٥$$

$$ل(س \leq ١) = ١ - ل(س=٠)$$

$$ل(س=٠) + ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= ١ - ل(س=٠)$$

$$= ١ - \binom{5}{0} (٠,٢)^0 (٠,٨)^5 = ١ - (٠,٨)^5$$

S
A
L
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

١٤ إذا كانت نسبة القطع المعيبة في إنتاج أحد المصانع ١٠٪، فإذا

أخذت (٥) من القطع بطريقة عشوائية. فما احتمال:

(أ) أن لا تجد أي قطعة معيبة؟

الـحل: س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

ن = ٥، أ = ١، ر = ٠

$$ل(س=٠) = \binom{٥}{٠} (٠,١)^٠ (٠,٩)^٥ = (٠,٩)^٥$$

(ب) أن يكون بينها قطعة واحدة معيبة؟

الـحل:

ن = ٥، أ = ١، ر = ١

$$ل(س=١) = \binom{٥}{١} (٠,٩)^٤ (٠,١)^١ \times ٥ = ٤ \binom{٥}{١} (٠,٩)^٤ (٠,١)$$

(ب) أن لا يزيد عدد القطع المعيبة على قطعة واحدة؟

الـحل:

ن = ٥، أ = ١، ر = ٠، ١

$$ل(س \geq ١) = ل(س=٠) + ل(س=١)$$

$$= \binom{٥}{٠} (٠,٩)^٥ + \binom{٥}{١} (٠,٩)^٤ (٠,١) \times ٥ = \binom{٥}{٠} (٠,٩)^٥ + \binom{٥}{١} (٠,٩)^٤ (٠,١) \times ٥$$

١٥ إذا كان نسبة المدخنين في المجتمع ١٠٪، دخل إلى غرفة مدير

مؤسسة (٥) مراجعين، ما احتمال أن يكون من المراجعين

مدخن على الأقل؟

الـحل: س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

ن = ٥، أ = ١، ر = ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥

$$ل(س \leq ١) =$$

$$ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= ١ - ل(س=٠)$$

$$= ١ - \binom{٥}{٠} (٠,٩)^٥ (٠,١)^٠ = ١ - (٠,٩)^٥$$

١٣ إذا كان احتمال أن يصيب شخص هدفاً ما في كل طلقة يطلقها

على الهدف يساوي (٠,٧)، فإذا أطلق (٥) طلقات على

الهدف، فما احتمال:-

(أ) إصابة الهدف (٣) مرات؟

الـحل:

س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

ن = ٥، أ = ٣، ر = ٣

$$ل(س=٣) = \binom{٥}{٣} (٠,٧)^٣ (٠,٣)^٢$$

$$= ١٠ \binom{٥}{٣} (٠,٧)^٣ (٠,٣)^٢$$

(ب) عدم إصابة الهدف؟

الـحل:

ن = ٥، أ = ٠، ر = ٠

$$ل(س=٠) = \binom{٥}{٠} (٠,٧)^٥ (٠,٣)^٠ = (٠,٧)^٥$$

(ج) لإصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر؟

الـحل:

ن = ٥، أ = ٣، ر = ١، ٠

$$ل(س=١) + ل(س=٠)$$

$$= \binom{٥}{١} (٠,٧)^٤ (٠,٣)^١ + \binom{٥}{٠} (٠,٧)^٥ (٠,٣)^٠ =$$

$$= ٥ \binom{٥}{١} (٠,٧)^٤ (٠,٣) + (٠,٧)^٥$$

(د) إصابة الهدف مرة واحدة على الأقل؟

الـحل:

ن = ٥، أ = ٣، ر = ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥

$$ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= ١ - ل(س=٠) = ١ - \binom{٥}{٠} (٠,٧)^٥ (٠,٣)^٠ = ١ - (٠,٧)^٥$$

S
A
L
E
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

١٨ عند رمي قطعة نقد قطعة نقد (١٠) مرات ما احتمال مايلي: $\Omega = \{ص, ك\}$ ، $S = \{٠, ١, ٢, \dots, ١٠\}$ ظهور (٣) صور؟
الـحل:

$$ن = ١٠, أ = \frac{1}{2}, ر = ٣$$

$$ل(س=٣) = \binom{10}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{3-1} = \frac{10!}{3!7!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{10!}{3!7!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$١٠ \left(\frac{1}{2}\right) \times ١٢٠ = ١٠ \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{10!}{3!7!} = \frac{10!}{3!7!} \times ١٢٠$$

ظهور (٧) صور؟
الـحل:

$$ن = ١٠, أ = \frac{1}{2}, ر = ٧$$

$$ل(س=٧) = \binom{10}{7} \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{7-1} = \frac{10!}{7!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{10!}{7!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$١٠ \left(\frac{1}{2}\right) \times ١٢٠ = ١٠ \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{10!}{7!3!} = \frac{10!}{7!3!} \times ١٢٠$$

ظهور (١٠) صور؟
الـحل:

$$ن = ١٠, أ = \frac{1}{2}, ر = ١٠$$

$$ل(س=١٠) = \binom{10}{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{10-10} = \frac{10!}{10!0!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$١٠ \left(\frac{1}{2}\right) = ١٠ \left(\frac{1}{2}\right) \times \frac{10!}{10!0!} = \frac{10!}{10!0!} \times ١٠$$

عدم ظهور أي صورة؟
الـحل:

$$ن = ١٠, أ = \frac{1}{2}, ر = ٠$$

١٦ زرع رجل (٥) شتلات، احتمال نمو الشتلة الواحدة هو ٨٠٪، فما احتمال: $S = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$ نمو خمس شتلات؟
الـحل:

$$ن = ٥, أ = ٠,٨, ر = ٥$$

$$ل(س=٥) = \binom{5}{5} (٠,٨)^5 (٠,٢)^{5-5} = (٠,٨)^5$$

ب) نمو ثلاث شتلات على الأقل؟
الـحل:

$$ن = ٥, أ = ٠,٨, ر = ٥,٤,٣$$

$$ل(س \leq ٣) = ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= \binom{5}{3} (٠,٨)^3 (٠,٢)^{5-3} + \binom{5}{4} (٠,٨)^4 (٠,٢)^{5-4} + \binom{5}{5} (٠,٨)^5 (٠,٢)^{5-5}$$

$$= ١٠ (٠,٨)^3 (٠,٢)^2 + ٥ (٠,٨)^4 (٠,٢) + (٠,٨)^5$$

١٧ لدى عائلة (٥) أطفال ما احتمال:

$\Omega = (ب, و)$ ، $S = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$ أن يكون لديهم ولد ذكر على الأقل؟
الـحل:

$$ن = ١٠, أ = \frac{1}{2}, ر = ١, ٢, ٣, ٤, ٥$$

$$ل(س=١) + ل(س=٢) + ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥)$$

$$= ١ - ل(س=٠)$$

$$= ١ - \binom{5}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-0} = ١ - \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

ب) عدم إنجاب الذكور؟
الـحل:

$$ن = ٥, أ = \frac{1}{2}, ر = ٠$$

$$ل(س=٠) = \binom{5}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-0} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

ج) أن يكون لدى العائلة اثنين من الذكور على الأكثر. (واجب)

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

٩ عند رمي حجر نرد (٤) مرات، ما احتمال ظهور العدد (٢) في ثلاث رميات؟

الحل: $\Omega = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$ س = $\{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$

$$ن = ٤ \quad أ = \frac{1}{6} \quad ر = ٣$$

$$ل(س=٣) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \binom{4}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \frac{5}{6}$$

١٠ عند رمي حجر نرد (٥) مرات، ما احتمال ظهور العدد (٦) في أربعة رميات؟

الحل: $\Omega = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$ س = $\{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$

$$ن = ٥ \quad أ = \frac{1}{6} \quad ر = ٤$$

$$ل(س=٤) = \binom{5}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(1 - \frac{1}{6}\right) = \binom{5}{4} \left(\frac{1}{6}\right)^4 \times \frac{5}{6}$$

١١ صندوق يحتوي على (٥) بطاقات مرقمة بالأرقام الزوجية من (١) إلى (٥)، سحبت من الصندوق بطاقتان على التوالي مع ارجاء بطريقة عشوائية، اذا دل المتغير العشوائي س على عدد البطاقات المسحوبة التي تحمل الرقم الزوجيا، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

زوجي	فردى
٢	٣

$$ن = ٢, \quad أ = ٥, \quad س = \{٠, ١, ٢\}$$

$$ل(س=٠) = \binom{2}{0} \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 = \binom{2}{0} \left(\frac{2}{5}\right)^0 \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$= 1 \times 1 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$ل(س=١) = \binom{2}{1} \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(1 - \frac{2}{5}\right)^1 = \binom{2}{1} \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^1$$

$$= 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{25}$$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{9}{25}$	$\frac{12}{25}$	$\frac{4}{25}$

$$ل(س=٠) = \binom{10}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{10} = \binom{10}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$= 1 \times 1 \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{1}{1024}$$

هـ ظهور (٩) صور على الأقل؟
الحل:

$$ن = ١٠, \quad أ = \frac{1}{2}, \quad ر = ٩, ١٠$$

$$ل(س=٩) + ل(س=١٠)$$

$$= \binom{10}{9} \left(\frac{1}{2}\right)^9 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^1 + \binom{10}{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \left(1 - \frac{1}{2}\right)^0$$

$$= \binom{10}{9} \left(\frac{1}{2}\right)^9 \times \frac{1}{2} + \binom{10}{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times 1$$

$$= \frac{10!}{9!1!} \left(\frac{1}{2}\right)^9 \times \frac{1}{2} + \frac{10!}{10!0!} \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \times 1$$

و ظهور صورتين على الأكثر؟
الحل:

$$ن = ١٠, \quad أ = \frac{1}{2}, \quad ر = ٠, ١, ٢$$

$$ل(س=٠) + ل(س=١) + ل(س=٢)$$

$$= \binom{10}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^9$$

$$+ \binom{10}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^8$$

$$= \binom{10}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \frac{1}{2^{10}} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \frac{1}{2^9}$$

$$+ \binom{10}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2^8}$$

$$= \binom{10}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \binom{10}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 + 10 + 45 = 56$$

S
A
L
C
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

١٤ طائرة بها (٣) محركات من نوع واحد، تعمل بشكل مستقل، فإذا كان اجمال تعطل المحرك خلال (٢٠٠٠) ساعة تساوي (١٠٪)، إذا عرف المتغير العشوائي س بأنه عدد المحركات التي يصيبها العطل، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

الحل:

$$ن = ٣ \quad أ = ١٠, \quad س = \{٣, ٢, ١, ٠\}$$

$$ل(س=٠) = \binom{٣}{٠} (٠,١٠)^٠ (٠,١٠-١)^{٣-٠}$$

$$= ١ \times (٠,٩)^٣$$

$$ل(س=١) = \binom{٣}{١} (٠,١٠)^١ (٠,٩)^{٣-١}$$

$$= ٣ \times (٠,٩) \times (٠,١)$$

$$ل(س=٢) = \binom{٣}{٢} (٠,١٠)^٢ (٠,٩)^{٣-٢}$$

$$= ٣ \times (٠,١)^٢ \times (٠,٩)$$

$$ل(س=٣) = \binom{٣}{٣} (٠,١٠)^٣ (٠,٩)^{٣-٣}$$

$$= ١ \times (٠,١)^٣$$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	ل(س=٠)	ل(س=١)	ل(س=٢)	ل(س=٣)

١٥ قررت احدى الشركات الصناعية رفض اي شحنة من المواد التي تشتريها من موردها، اذا وجدت وحدتان معيبتان او اكثر من عينة مكونة من (٧) وحدات، فاذا كانت نسبة المعيبة في انتاج تلك الشركة ١٠٪ فجد:

أ) احتمال قبول تلك الشحنة، ب) احتمال رفض تلك الشحنة

الحل:

$$ن = ٧, \quad أ = ١٠, \quad س = \{٧, ٦, ٥, ٤, ٣, ٢, ١, ٠\}$$

$$ل(س > ٢) = ل(س=٣) + ل(س=٤) + ل(س=٥) + ل(س=٦) + ل(س=٧)$$

$$= \binom{٧}{٣} (٠,١)^٣ (٠,٩)^{٧-٣} + \binom{٧}{٤} (٠,١)^٤ (٠,٩)^{٧-٤} + \binom{٧}{٥} (٠,١)^٥ (٠,٩)^{٧-٥} + \binom{٧}{٦} (٠,١)^٦ (٠,٩)^{٧-٦} + \binom{٧}{٧} (٠,١)^٧ (٠,٩)^{٧-٧}$$

$$= ٧ \times (٠,٩)^٤ + ٧ \times (٠,٩)^٣ + ٧ \times (٠,٩)^٢ + ٧ \times (٠,٩) + ١$$

$$= ١ \times (٠,٩)^٧ + ٧ \times (٠,٩)^٦ + ٢١ \times (٠,٩)^٥ + ٣٥ \times (٠,٩)^٤ + ٣٥ \times (٠,٩)^٣ + ٢١ \times (٠,٩)^٢ + ٧ \times (٠,٩) + ١$$

$$ل(س \leq ٢) = ١ - ل(س > ٢)$$

$$= ١ - [٧ \times (٠,٩)^٤ + ٧ \times (٠,٩)^٣ + ٧ \times (٠,٩)^٢ + ٧ \times (٠,٩) + ١]$$

$$= ١ - [٧ \times (٠,٩)^٤ + ٧ \times (٠,٩)^٣ + ٧ \times (٠,٩)^٢ + ٧ \times (٠,٩) + ١]$$

١٢ اذا كانت نسبة التالف من انتاج مصنع لاجهزة الحاسوب ٠,٠٠١، واخذت عينة حجمها (٥) اجهزة بطريق عشوائية، فما اجمالي ان تكون جميعها صالحة؟

الحل:

$$ن = ٥ \quad أ = ٠,٩٩٩ \quad س = \{٥, ٤, ٣, ٢, ١, ٠\}$$

$$ل(س=٥) = \binom{٥}{٥} (٠,٩٩٩)^٥ (٠,٩٩٩-١)^{٥-٥}$$

$$= (٠,٩٩٩)^٥$$

١٣ اذا كانت نسبة القطع الصالحة من انتاج احد المصانع ٩٥٪، فاذا اخذت (١٠) قطع من انتاج المصنعى بطريقة عشوائية، فجد احتمال:

أ) ان لا يكون من بينها قطعة معيبة

ب) ان يكون من بينها قطعة واحدة معيبة

ج) ان لا تزيد عدد القطع المعيبة على قطعة واحدة

الحل:

$$ن = ١٠ \quad أ = ٠,٠٥ \quad س = \{١٠, \dots, ٢, ١, ٠\}$$

$$ل(س=٠) = \binom{١٠}{٠} (٠,٠٥)^٠ (٠,٠٥-١)^{١٠-٠} = (٠,٩٥)^{١٠}$$

ب)

$$ل(س=١) = \binom{١٠}{١} (٠,٠٥)^١ (٠,٠٥-١)^{١٠-١}$$

$$= ١٠ \times (٠,٠٥) \times (٠,٩٥)^٩$$

ج)

$$ل(س \geq ١) = ل(س=١) + ل(س=٢) + \dots + ل(س=١٠)$$

$$= \binom{١٠}{١} (٠,٠٥)^١ (٠,٩٥)^٩ + \binom{١٠}{٢} (٠,٠٥)^٢ (٠,٩٥)^٨ + \dots + \binom{١٠}{١٠} (٠,٠٥)^{١٠} (٠,٩٥)^٠$$

$$= ١٠ \times (٠,٠٥) \times (٠,٩٥)^٩ + \dots + ١ \times (٠,٠٥)^{١٠}$$

العلامة المعيارية :

القانون:

$$Z_{\text{س}} = \frac{\text{س} - \text{س}}{\text{ع}}$$

$Z_{\text{س}}$: العلامة المعيارية

س : الوسط الحسابي لجميع المشاهدات

س : المشاهدة

ع : الانحراف المعياري

أسئلة :

(١) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الطالب في مادة الرياضيات

(٨٠) والانحراف المعياري لهذه المادة (٥) فجد العلامة

المعيارية لكل من العلامات التالية: ٧٥، ٦٥، ٩٠

الحل:

$$Z_{٦٥} = \frac{٦٥ - ٨٠}{٥} = -٣$$

$$Z_{٩٠} = \frac{٩٠ - ٨٠}{٥} = ٢$$

$$Z_{٧٥} = \frac{٧٥ - ٨٠}{٥} = -١$$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

(٢) إذا كانت علامة طالب في الرياضيات (٨٠) والعلامة في اللغة العربية (٧٠) فأيهما أفضل مستوى تحصيل الطالب في الرياضيات أم في اللغة العربية إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الصف في الرياضيات (٧٥) والانحراف المعياري (٥) والوسط الحسابي لعلامات الصف في اللغة العربية يساوي (٦٢) والانحراف المعياري لها يساوي (٤) ؟

الحل:

نجد العلامة المعيارية للمادتين صاحبة العلامة المعيارية الأكبر هي الأفضل .

$$Z_{٨٠} = \frac{٨٠ - ٧٥}{٥} = ١$$

$$Z_{٧٥} = \frac{٧٥ - ٦٢}{٤} = ٣$$

العلامة في اللغة العربية أفضل من علامة الرياضيات

(٣) إذا كانت علامة طالب في الحاسوب (٧٥) والعلامة في الثقافة الإسلامية (٦٥) فأيهما أفضل مستوى تحصيل الطالب في الرياضيات أم في اللغة العربية إذا كان الوسط الحسابي لعلامات الصف في الحاسوب (٨٠) والانحراف المعياري (٥) والوسط الحسابي لعلامات الصف في الثقافة الإسلامية يساوي (٥٩) والانحراف المعياري لها يساوي (٣) ؟

الحل:

$$Z_{٧٥} = \frac{٧٥ - ٨٠}{٥} = -١$$

$$Z_{٦٥} = \frac{٦٥ - ٥٩}{٣} = ٢$$

العلامة في الثقافة الإسلامية أفضل من علامة الحاسوب

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

١٥) في توزيع تكراري إذا كان العلامة الخام (٦٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٤)، فجد الانحراف المعياري.

الـحل:

$$z_1 = \frac{60 - 54}{3} = 2 \leftarrow 6 = 3 \leftarrow 6 = 3 \leftarrow 2 = 3$$

١٦) إذا كان الفرق بين علامتي طالبين من نفس الصف في أحد الاختبارات هو (١٢) والفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهما هو (١,٢) فجد الانحراف المعياري.

الـحل:

$$s_1 - s_2 = 12 \quad z_1 - z_2 = 1,2$$

$$e = \frac{s_1 - s_2}{z_1 - z_2} = \frac{12}{1,2} = 10$$

١٧) إذا كان علامتا طالبين من نفس الصف في أحد الاختبارات ٨٥، ٧٠، العلامتين المعياريتين المقابلتين لهما ١، ٢، فجد الانحراف المعياري.

الـحل:

$$e = \frac{s_1 - s_2}{z_1 - z_2} = \frac{85 - 70}{2 - 1} = 15$$

١٤) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في اللغة الإنجليزية (٧٠) والانحراف المعياري لها (٨) فجد:

أ) العلامة التي قيمة العلامة المعيارية لها (١,٥)
ب) القيمة المعيارية للعلامة (٦٢)

ج) العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين.
د) العلامة التي تنحرف تحت الوسط انحرافاً معيارياً واحداً.

الـحل:

$$s = 70 \quad e = 8$$

$$z_1 = 1,5 = \frac{s - 70}{8} \leftarrow s - 70 = 1,5 \times 8 = 12 \leftarrow s = 70 + 12 = 82$$

$$b) \quad z_2 = \frac{70 - 62}{8} = 1$$

$$c) \quad z_3 = 2 = \frac{s - 70}{8} \leftarrow s - 70 = 2 \times 8 = 16 \leftarrow s = 70 + 16 = 86$$

$$d) \quad z_4 = 1 = \frac{s - 70}{8} \leftarrow s - 70 = 1 \times 8 = 8 \leftarrow s = 70 + 8 = 78$$

ملاحظة:

يمكن استخدام قانون

$$e = \frac{s_1 - s_2}{z_1 - z_2} \text{ لإيجاد الانحراف المعياري}$$

S
A
L
E
E
M

A
L
5
A
T
E
E
B

١٨ صف مكون من (٢٠) طالبة، إذا كانت علامات الطالبات هديل، شروق، غدير هي: ٩٠، ٨٠، ٨٠، س على الترتيب وعلاماتهن المعيارية ٣، ٢، ١، فما علامة الطالبة غدير؟

المعطيات:

$$س_١ = ٩٠ ، س_٢ = ٨٠ ، س_٣ = ٨٠$$

$$ز_١ = ٣ ، ز_٢ = ٢ ، ز_٣ = ١$$

الحل:

$$ع = \frac{س_١ - س_٢}{ز_١ - ز_٢} = \frac{٩٠ - ٨٠}{٣ - ٢} = \frac{١٠}{١} = ١٠$$

$$ع = \frac{س_١ - س_٣}{ز_١ - ز_٣} = \frac{٩٠ - ٨٠}{٣ - ١} = \frac{١٠}{٢} = ٥$$

$$٩٠ - س = ٤٠$$

$$س = ٥٠ \leftarrow$$

١٩) إذا كانت العلامات المعيارية للطلاب أحمد، جاسر، وائل هي: ١، ١، ٢، ٢ على الترتيب، وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف (٧٠) والفرق بين علامتي أحمد وجاسر يساوي (١٠)،

فما العلامات الفعلية للطلبة الثلاث؟

المعطيات:

$$س_١ = ٧٠ ، س_٢ = ٧٠ ، س_٣ = ٧٠$$

$$ز_١ = ١ ، ز_٢ = ١ ، ز_٣ = ٢$$

الحل:

$$ع = \frac{س_١ - س_٢}{ز_١ - ز_٢} = \frac{٧٠ - ٧٠}{١ - ١} = \frac{٠}{٠} = ٠$$

$$ز_١ = ١ ، ز_٢ = ١ ، ز_٣ = ٢$$

$$٧٠ - س = ٧٦ \leftarrow$$

$$ز_١ = ١ ، ز_٢ = ٤$$

$$\leftarrow س_٢ = ٦٦$$

$$ز_١ = ٢ ، ز_٢ = ٤$$

$$\leftarrow س_٣ = ٦٢$$

١٠) إذا كانت علامتا طالبان من الصف نفسه في مبحث اللغة العربية ٩٠، ٧٠ والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما ٢، ١ على الترتيب، فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف.

المعطيات:

$$س_١ = ٩٠ ، س_٢ = ٧٥$$

$$ز_١ = ٢ ، ز_٢ = ١$$

الحل:

$$ع = \frac{س_١ - س_٢}{ز_١ - ز_٢} = \frac{٩٠ - ٧٥}{٢ - ١} = \frac{١٥}{١} = ١٥$$

$$ز_١ = ٢ ، ز_٢ = ١$$

$$٩٠ - س = ٥ \leftarrow س = ٨٥$$

$$\leftarrow س = ٨٥$$

$$س = ٨٥ = ٩٠ - ٥$$

١٢ في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٦٨) تقابل العلامة المعيارية (٥,٥)، وكان الوسط الحسابي (٦٥)، فجد الانحراف المعياري للتوزيع.

الـحل:

$$z = \frac{s - \bar{s}}{ع} = ٥,٥ \leftarrow \frac{٦٥ - ٦٨}{ع} = ٥,٥ \leftarrow ٣ = ع \leftarrow ٦ = ع$$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

١١ إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة في احد الصفوف في مادة العلوم (٦٠) والانحراف المعياري لها (٦)، أجب عما يلي:

١) جد العلامة التي تنحرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي.

٢) اذا كان الفرق بين علامتين من الصف نفسه في مادة العلوم ٩، فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين

الـحل:

$$٦٠ = س ، ٦ = ع ، ٢ = ز ، س = ؟؟$$

$$١) \frac{٦٠ - س}{٦} = ٢$$

$$٦٠ - س = ١٢$$

$$س = ٧٢$$

٢) نفرض العلامتين $س_١$ ، $س_٢$ والعلامتين المعياريتين لهما هما $ز_١$ ، $ز_٢$

$$س_١ - س_٢ = ٩$$

$$\frac{س_١ - س_٢}{ز_١ - ز_٢} = ع$$

$$\frac{٩}{ز_١ - ز_٢} = ٦$$

$$٩ = (ز_١ - ز_٢) ٦$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٦} = ز_١ - ز_٢$$

حل آخر:

$$ز_١ = \frac{٦٠ - س_١}{٦} \leftarrow ٦ ز_١ = ٦٠ - س_١$$

$$ز_٢ = \frac{٦٠ - س_٢}{٦} \leftarrow ٦ ز_٢ = ٦٠ - س_٢$$

$$\text{بالطرح: } ٦ ز_١ - ٦ ز_٢ = س_١ - س_٢$$

$$٩ = (ز_١ - ز_٢) ٦$$

$$\frac{٣}{٢} = \frac{٩}{٦} = ز_١ - ز_٢$$

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي المعياري

هو التوزيع الطبيعي الذي :

(أ) الوسط الحسابي = صفر

(ب) انحرافه المعياري = ١

(ج) العلامة المعيارية له متغيرة

قواعد

لإيجاد الاحتمال لقيمة (ز) من (أ) يجب أن يكون شكل الاحتمال على الصورة التالية:

$$P(Z \geq a) \text{ حيث } a \leq \text{صفر}$$

قوانين الاحتمالات

$$(1) P(Z \geq a) = 1 - P(Z \leq a)$$

$$(2) P(Z \leq a) = 1 - P(Z \geq a)$$

$$(3) P(Z \leq a) = P(Z \leq b) + P(b < Z \leq a)$$

$$(4) P(a \leq Z \leq b)$$

$$P(Z \geq a) - P(Z \geq b) = P(b < Z \leq a)$$

أسئلة

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً فجد قيمة كل من ما يلي :

$$(1) P(Z \geq 0.5) = 0.6915$$

$$(2) P(Z \geq 1.5) = 1 - P(Z \leq 1.5)$$

$$= 1 - 0.9332 = 0.0668$$

$$(3) P(Z \leq 1.2) = 1 - P(Z \geq 1.2)$$

$$= 1 - 0.8849 = 0.1151$$

$$(4) P(Z \leq -0.85) = P(Z \geq 0.85)$$

$$= 0.1977$$

$$(5) P(0.9 \leq Z \leq 1.3)$$

$$= P(Z \leq 1.3) - P(Z \leq 0.9)$$

$$= 0.9032 - 0.5359 = 0.3673$$

$$(6) P(1 - Z \geq 2 - Z)$$

$$= P(Z \leq 1) - P(Z \leq 2)$$

$$= P(Z \leq 1) - P(Z \leq 2)$$

$$= (0.8413 - 1) - (0.9772 - 1)$$

$$= 0.1587 - 0.0228 = 0.1359$$

$$= 0.9772 - 0.8413 = 0.1359$$

$$(7) P(2 \leq Z \leq 3)$$

$$= P(Z \leq 3) - P(Z \leq 2)$$

$$= P(Z \leq 3) - P(Z \leq 2)$$

$$= 0.9882 - (0.9987 - 1) = 0.9982$$

$$= 0.9982 - 0.9987 + 1 = 0.9982$$

$$(8) P(1.6 \leq Z \leq 1.7)$$

$$= P(Z \leq 1.7) - P(Z \leq 1.6)$$

$$= P(Z \leq 1.7) - P(Z \leq 1.6)$$

$$= (0.9599 - 1) - (0.9452 - 1)$$

$$= 0.0147 - 0.0548 = 0.0401$$

S
A
L
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

أسئلة :

استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد قيمة (أ)

في كل من الحالات التالية :

(١) ل (ز ≥ أ) = ٠,٧٨٨١

(٢) ل (ز ≤ أ) = ٠,٣

(٣) ل (ز ≥ أ) = ٠,٨٤١٣

(٤) ل (ز ≤ أ) = ٠,٧٥٨

الحل :

(١) أ = ٠,٨

(٢) ل (ز ≥ أ) = ٠,٣ ← ل (ز ≥ أ) = ٠,٧

← أ = ٠,٥٢

(٣) أ = ١

(٤) ل (ز ≥ أ) = ٠,٧٥٨ ← ل (ز ≥ أ) = ٠,٧

← أ = ٠,٧

أسئلة على التوزيع الطبيعي العادي

يتميز التوزيع الطبيعي العادي عن التوزيع الطبيعي

المعياري ان وسطه الحسابي لا يساوي صفر وانحرافه

المعياري لا يساوي (١) ولعل هذا النوع يحول الى

معباري عن طريق قانون: $ز = \frac{س - س}{ع}$

أسئلة :

(١) إذا كان س متغيراً عشوائياً يتبع للتوزيع الطبيعي الذي

وسطه الحسابي (٦٠) والانحراف المعياري (٥) فجد :

(أ) القيمة المعيارية المقابلة للقيمة س = ٦٣

(ب) قيمة س التي تقابل القيمة المعيارية (٢)

الحل :

(أ) $ز = \frac{س - س}{ع} = \frac{٦٣ - ٦٠}{٥} = ٠,٦$

(ب) $٢ = \frac{س - ٦٠}{٥} \leftarrow س = ٦٠ + ٥ \times ٢ = ٧٠$

(٢) إذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع للتوزيع الطبيعي لوسط

حسابي .

$س = ٢٠٠ = ١٠ = ع$ انحراف معياري

أوجد :

(أ) ل (س ≥ ١٩٢)

ل (ز ≥ ١٩٢)

ل (ز ≥ $\frac{١٩٢ - ٢٠٠}{١٠}$)

ل (ز ≥ ٠,٨) ← ١ - ل (ز ≥ ٠,٨)

٠,٢١١٩ = ٠,٧٨٨١ - ١

(ب) ل (س ≤ ٢١٠)

ل (ز ≤ $\frac{٢١٠ - ٢٠٠}{١٠}$) =

ل (ز ≤ ١) = ١ - ل (ز ≥ ١)

٠,١٥٨٧ = ٠,٨٤١٣ - ١

(ج) ل (١٨٠ ≤ س ≤ ٢٢٠)

ل (١٨٠ ≤ ز ≤ ٢٢٠)

ل ($\frac{٢٢٠ - ١٨٠}{١٠} \leq ز \leq \frac{٢٢٠ - ١٨٠}{١٠}$)

ل (٢ - ز ≤ ٢ - ز)

ل (ز ≥ ٢) - ل (ز ≥ ٢)

٠,٩٧٧٢ - (١ - ل (ز ≥ ٢))

= ٠,٩٧٧٢ - (١ - ٠,٩٧٧٢)

٠,٩٥٤٤ = ٠,٢٢٨ - ٠,٩٧٧٢

S
A
L
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

٣ يتخذ اوزان (١٠٠٠٠) طالب شكل توزيع طبيعي وسط

حسابي (٧٠) وانحراف معياري (٥) اوجد كل ما يلي:

$$\bar{s} = 70 \quad \sigma = 5$$

أ) احتمال ان تقل اوزانهم عن (٧٥)

$$P(s \geq 75)$$

$$= P\left(\frac{70-75}{5} \geq z\right)$$

$$= P(z \geq -1) = 0,8413$$

ب) احتمال ان تزيد اوزانهم عن (٨٠)

$$P(s \leq 80) = P\left(\frac{70-80}{5} \leq z\right)$$

$$= P(z \leq -2) = 1 - P(z \geq 2)$$

$$= 1 - 0,0539 = 0,9461$$

ج) عدد الطلبة التي تزيد اوزانهم عن (٦٥)

$$P(s \leq 65) = P\left(\frac{70-65}{5} \leq z\right)$$

$$= P(z \leq 1) = 0,8413$$

$$= 0,8413$$

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$$8413 = 0,8413 \times 10000$$

د) عدد الطلبة التي نختصر اوزانهم بين (٦٠) و (٨٠)

$$P(60 \leq s \leq 80)$$

$$= P\left(\frac{70-60}{5} \leq z \leq \frac{70-80}{5}\right)$$

$$= P(-2 \leq z \leq 2)$$

$$= P(z \geq 2) - P(z \leq -2)$$

$$= 0,9772 - (1 - P(z \geq 2))$$

$$= 0,9772 - (1 - 0,9772) = 0,9544$$

$$= 0,9544 \times 10000 = 9544$$

العدد = العدد الكلي × الاحتمال

$$9544 = 0,9544 \times 10000$$

٤ إذا كان (س) متغير عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه

الحسابي ٦٥، والانحراف المعياري (٦) فجد قيمة

$$أ) ل (س \geq 68) \quad \bar{s} = 65 \quad \sigma = 6$$

$$= P\left(z \geq \frac{68-65}{6}\right) = P(z \geq 0,5) = 0,3085$$

$$ب) ل (س \leq 59)$$

$$= P\left(z \leq \frac{59-65}{6}\right) = P(z \leq -1)$$

$$= 0,2420 = 1 - 0,7580$$

$$ج) ل (68 \leq s \leq 71)$$

$$= P\left(\frac{68-65}{6} \leq z \leq \frac{71-65}{6}\right) = P\left(\frac{0,5}{6} \leq z \leq \frac{6}{6}\right)$$

$$= P(0,0833 \leq z \leq 1) = 0,2420 - 0,4671$$

$$= 0,2420 - 0,4671 = -0,2251$$

$$د) ل (59 \leq s \leq 68)$$

$$= P\left(\frac{59-65}{6} \leq z \leq \frac{68-65}{6}\right) = P\left(\frac{-1}{6} \leq z \leq \frac{3}{6}\right)$$

$$= P(-0,1667 \leq z \leq 0,5) = 0,3085 - 0,4340$$

$$= 0,3085 - 0,4340 = -0,1255$$

$$= 0,3085 - 0,4340 = -0,1255$$

٥ يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات

لتوزيع طبيعي وسطه (١٠٥) وانحرافه المعياري (١٠) إذا

تم اختيار احد الطلبة عشوائياً . فما احتمال

أ) أن يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم اقل من

(١١٠) ؟

ب) أن يكون الطالب من الطلبة الذين معامل ذكائهم أكبر

من (١١٠) ؟

الحل:

$$\bar{s} = 105, \quad \sigma = 10$$

$$أ) ل (س \geq 110) = P\left(z \geq \frac{110-105}{10}\right) = P(z \geq 0,5) = 0,3085$$

$$ب) ل (س \leq 110) = P\left(z \leq \frac{110-105}{10}\right) = P(z \leq 0,5) = 0,6915$$

$$ل (س \leq 110) = P\left(z \leq \frac{110-105}{10}\right) = P(z \leq 0,5) = 0,6915$$

$$ل (س \geq 110) = 1 - P(z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$$

$$= 0,3085 = 0,6915 - 0,3830$$

S
A
L
E
E
E
M
A
L
5
A
T
E
E
B

١٧ إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع توزيعها طبيعياً
وسطه الحسابي (٣,٢) كغ والانحراف المعياري (٠,٤)
كغ . إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة, فما نسبة أن
يكون وزنه أكبر من (٤) كغ؟

الحل: $\bar{س} = ٣,٢$ ، $ع = ٠,٤$

$$ل(س \leq ٤) = ل(ز \leq \frac{٣,٢ - ٤}{٠,٤}) = ل(ز \leq -٢)$$

$$= ١ - ل(ز \geq -٢) = ١ - ٠,٩٧٧٢ = ٠,٠٢٢٨ \%$$

١٨ تتخذ أعمار (٢٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي
بوسط حسابي يساوي (٥٢) سنة, وانحراف معياري
يساوي (١٠). إذا اختير شخص عشوائياً, فما نسبة
أن يكون ممن تتراوح بين (٤٦) سنة و(٥٨) سنة؟

الحل: $\bar{س} = ٥٢$ ، $ع = ١٠$

$$ل(٤٦ \leq س \leq ٥٨) = ل(\frac{٥٢ - ٤٦}{١٠} \leq ز \leq \frac{٥٢ - ٥٨}{١٠})$$

$$= ل(-٠,٦ \leq ز \leq ٠,٦)$$

$$= ل(ز \geq -٠,٦) - ل(ز \geq ٠,٦)$$

$$= ١ - ل(ز \geq ٠,٦)$$

$$= ١ - ٠,٧٢٥٧ = ٠,٢٧٤٣ \%$$

١٩ إذا كانت أوزان سبائك ذهبية تتخذ شكل طبيعي
بوسط حسابي يساوي (٥٠) غ وانحراف معياري
يساوي (١٠) غ إذا تم اختيار إحدى السبائك فما احتمال
أن تقل وزنها (٤٤,٩) غ؟

الحل: $\bar{س} = ٥٠$ ، $ع = ١٠$

$$ل(س \geq ٤٤,٩) = ل(ز \geq \frac{٥٠ - ٤٤,٩}{١٠})$$

$$= ١ - ل(ز \geq -٠,٥١)$$

$$= ١ - ٠,٣٠٥٠ = ٠,٦٩٥٠$$

٢٦ إذا كانت أوزان طلبة إحدى المدارس وعددهم (٥٠٠)
طالب تتبع التوزيع الطبيعي, وكان الوسط الحسابي
لأوزانهم (٥٥) كغم, والانحراف المعياري (٦). إذا
اختير احد الطلبة عشوائياً, جد ما يلي:

(أ) ما احتمال أن يكون من الطلبة الذين تقل أوزانهم عن
(٤٩) كغم؟

(ب) ما احتمال أن يكون الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن
(٥٨) كغم؟

(ج) ما احتمال أن يكون الطلبة الذين تنحصر أوزانهم بين
(٥٢) كغم, و(٦١) كغم؟

(د) عدد الأشخاص التي تنحصر أوزانهم بين (٥٢) كغم
و(٦١) كغم؟

الحل:

$$\bar{س} = ٥٥$$
 ، $ع = ٦$

$$(أ) ل(س \geq ٤٩) = ل(ز \geq \frac{٥٥ - ٤٩}{٦})$$

$$= ل(ز \geq ١) = ١ - ل(ز \leq ١)$$

$$= ١ - ٠,٣٠٨٥ = ٠,٦٩١٥$$

$$(ب) ل(س \leq ٥٨) = ل(ز \leq \frac{٥٥ - ٥٨}{٦})$$

$$= ل(ز \leq -٠,٥) = ١ - ل(ز \geq -٠,٥)$$

$$= ١ - ٠,٣٠٨٥ = ٠,٦٩١٥$$

$$(ج) ل(٥٢ \leq س \leq ٦١) = ل(\frac{٥٥ - ٥٢}{٦} \leq ز \leq \frac{٥٥ - ٦١}{٦})$$

$$= ل(١ \leq ز \leq -١) = ل(ز \geq ١) - ل(ز \geq -١)$$

$$= ١ - ل(ز \geq ١) - ١ + ل(ز \geq -١)$$

$$= ١ - ٠,٣٠٨٥ - ١ + ٠,٦٩١٥ = ٠,٣٨٣٠$$

$$(د) العدد = الاحتمال \times العدد الكلي$$

$$= ٠,٣٨٣٠ \times ٥٠٠ = ١٩١,٥$$

$$= ١٩١,٥ \times ٥٠٠ = ٩٥٧٥٠$$

$$= ٩٥٧٥٠ \times ٠,٣٨٣٠ = ٣٦٦٠٠$$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

(١٢) تقدم (٥٠٠٠) طالب لامتحان ما وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٧٠) وانحرافه المعياري (٥) وكانت علامة النجاح (٦٠) اختير أحد الطلبة عشوائيا:

أ) ما احتمال أن يكون الطلبة من بين الناجحين؟
ب) ما عدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان؟
الحل: س = ٧٠ ، ع = ٥

$$\begin{aligned} \text{أ) ل} (س \leq 60) &= \text{ل} (ز \leq \frac{60-70}{5}) = \text{ل} (ز \leq -2) = 0 \\ \text{ب) العدد} &= \text{العدد الكلي} \times \text{الاحتمال} \\ &= 5000 \times 0,9772 = 4886 \end{aligned}$$

(١٣) إذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تأخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٦٥) والانحراف المعياري لهل يساوي (١٠) وكان عدد الناجحين ٧٥٨ طالبا، فما علامة النجاح؟
الحل:

$$\begin{aligned} \text{ل} (ز \leq 1) &= \text{ل} (ز \geq -1) = 0,758 = \frac{758}{1000} \leftarrow \\ -1 &= \frac{س-65}{10} \leftarrow \\ \leftarrow س &= 65 + 10 \times 0,7 = 72 \end{aligned}$$

(١٤) تقدم (١٠٠٠٠) طالب لامتحان ما وكان توزيع علاماتهم قريبا من التوزيع الطبيعي فاذا كان الوسط الحسابي لهذه العلامات يساوي (٥٧) والانحراف المعياري (١٠)، أوجد علامة النجاح:

أ) إذا كان عدد الطلبة الناجحين ٦٩١٥ طالب
ب) إذا كان عدد الطلبة الناجحين ١٥٨٧ طالب
الحل:

$$\begin{aligned} \text{أ) ل} (س \leq 1) &= \text{ل} (س \leq 1) \\ \leftarrow \text{ل} (ز \leq \frac{6915-57}{10}) &= \text{ل} (ز \leq 685,8) \\ \leftarrow \text{ل} (ز \leq \frac{س-57}{10}) &= \text{ل} (ز \leq 685,8) \\ \leftarrow \frac{س-57}{10} &= 685,8 \leftarrow س = 6915 \end{aligned}$$

(١٠) تخضع عبوات إحدى المنتجات الزراعية لتوزيع طبيعي بوسطه (٢٥) كغ، وانحرافه المعياري (٢) كغ إذا اختيرت إحدى العبوات عشوائيا فما احتمال أن:

أ) يزيد وزنها عن (٢٧) كغ؟
ب) ينحصر وزنها بين (٢٤,٥) كغ و (٢٥,٥) كغ؟
الحل: س = ٢٥ ، ع = ٢

$$\begin{aligned} \text{أ) ل} (س \leq 27) &= \text{ل} (ز \leq \frac{27-25}{2}) = \text{ل} (ز \leq 1) = 0,8413 \\ -1 &= \text{ل} (ز \geq 1) = 0,1587 \\ \text{ب) ل} (24,5 \leq س \leq 25,5) &= \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ل} (\frac{25-25,5}{2} \geq ز \geq \frac{25-24,5}{2}) &= \text{ل} (ز \geq -0,25) - \text{ل} (ز \geq 0,25) \\ &= 0,5987 - (0,5987 - 1) = 0,1974 \end{aligned}$$

(١١) إذا كان رواتب (١٠٠٠٠) معلم ومعلمه، تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٢٠٠) دينار شهريا، وانحراف معياري يساوي (١٠) دنانير فما عدد المعلمين والمعلمات اللذين تنحصر رواتبهم بين (١٨٠) دينار و (٢١٠) دنانير؟

الحل: س = ٢٠٠ ، ع = ١٠
ل (١٨٠ ≤ س ≤ ٢١٠)

$$\begin{aligned} \text{ل} (\frac{200-210}{10} \geq ز \geq \frac{200-180}{10}) &= \text{ل} (ز \geq -2) - \text{ل} (ز \geq 2) \\ &= 0,8413 - (0,8413 - 1) = 0,1587 \\ \text{العدد} &= \text{العدد الكلي} \times \text{الاحتمال} \\ 8185 &= 10000 \times 0,8185 = \end{aligned}$$

$$ل(ز \geq \frac{٥٧-١س}{١٠}) = ل(ز \geq ٠,٤٤)$$

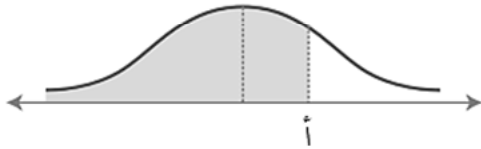
$$٠,٤٤ = \frac{٥٧-١س}{١٠}$$

$$٠,٤٤ = ٥٧ - ١س$$

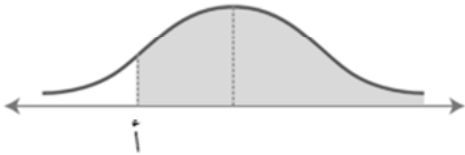
$$٥٢,٦ = ١س$$

ملاحظة : على قوانين الاحتمالات

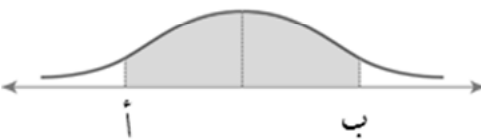
$$ل(١ \geq ز) \quad (١)$$



$$ل(١ \leq ز) \quad (٢)$$



$$ل(١ \geq ز \geq ب) \quad (٣)$$



S
A
L
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

١٥) تقدم لامتحان شهادة الثانوية العامة الفرع الادبي (٤٠٠٠) طالب وطالبة فاذا كان الوسط الحسابي لمعدلات الطلبة في ذلك الامتحان (٦٢) والانحراف المعياري لها (١٥)، جد عدد الطلبة الذين حصلوا على معدل (٩٠) على فرض ان المعدلات مقربة لا قرب علامة علامة صحيحة، اذا كان توزيع المعدلات يتبع التوزيع الطبيعي:

الحل:

$$\bar{س} = ٦٢ ، ع = ١٥$$

$$ل(٩٠,٥ \geq ز \geq ٩٠,٥)$$

$$ل(\frac{٦٢-٩٠,٥}{١٥} \geq ز \geq \frac{٦٢-٩٠,٥}{١٥}) =$$

$$ل(١,٨ \geq ز \geq ١,٨) = ل(١,٩ \geq ز) - ل(١,٩ \geq ز) =$$

$$٠,٩٦٤١ - ٠,٩٧١٣ = ٠,٠٠٧٢$$

$$\text{العدد} = \text{العدد الكلي} \times \text{الاجمالي} = ٠,٠٠٧٢ \times ٤٠٠٠ =$$

$$٢٨٨ = \text{طالب}$$

١٦) تقدم (١٠٠٠٠) طالب لامتحان وكانت توزيع علاماتهم قريبا من التوزيع الطبيعي فاذا كان الوسط الحسابي لهذه العلامات (٥٧) والانحراف المعياري (١٠) وكان عدد الطلبة التي علاماتهم فوق س، واقل من الوسط (١٧٠٠) طالب فما قيمة س،

الحل:

$$ل(س \geq ٥٧) = \frac{\text{العدد}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{١٧٠٠}{١٠٠٠}$$

$$ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز \geq \frac{٥٧-١س}{١٠}) = ٠,١٧٠٠$$

$$ل(٠ \geq ز) - ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,١٧٠٠$$

$$٠,٥٠٠٠ - ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,١٧٠٠$$

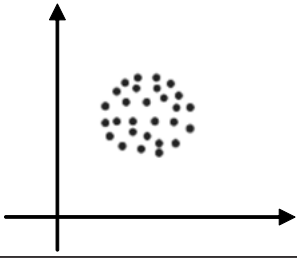
$$ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,٣٣٠٠ = ٠,١٧٠٠ - ٠,٥٠٠٠$$

$$ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,٣٣٠٠$$

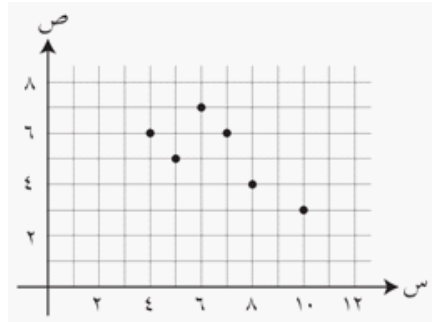
$$١ - ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,٣٣٠٠$$

$$ل(\frac{٥٧-١س}{١٠} \geq ز) = ٠,٤٤$$

١٥ لا يوجد علاقة



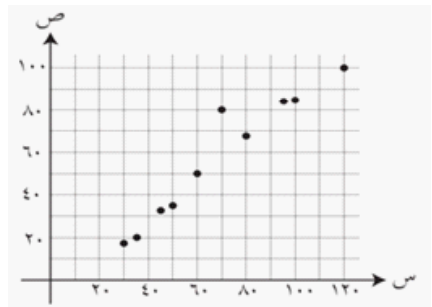
أسئلة أرسم شكل الانتشار للبيانات التالية و حدد نوعها :



(١)

١٠	٨	٤	٥	٧	٦	س
٣	٤	٦	٥	٦	٧	ص

يمثل ارتباط عكسي فير نام قوي



(٢)

١٢٠	١٠٠	٨٠	٩٥	٧٠	٤٥	٣٠	٣٥	٦٠	٥٠	حجم المبيعات
١٠٠	٨٥	٦٨	٨٤	٨٠	٣٢	١٨	٢٠	٥٠	٣٥	عدد رخص البناء

يمثل ارتباط طرفي فير نام قوي

S
A
C
E
E
M

A
C
S
A
T
E
E
B

الارتباط و معامل الارتباط:

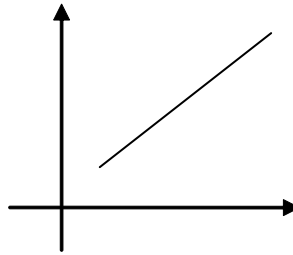
تعريف :

إذا كان لكل قيمة من قيم المتغير (س) يوجد قيمة مقابلة لمتغير (ص) فإن الأزواج المرتبة من هذه القيم تسمى مجتمعاً ذا بعدين و يقوم الارتباط بدراسة قوة العلاقة بين المتغيرين .

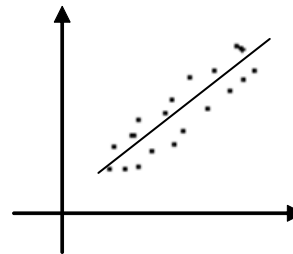
لوحة الانتشار « شكل الانتشار »:

هو الرسم البياني لقيم المتغيرين العشوائيين ومن الرسم يمكن تحديد نوع العلاقة بين المتغيرين

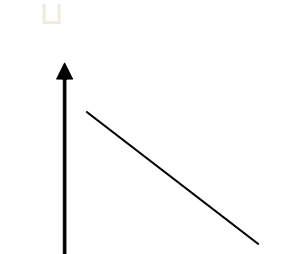
أنواع الارتباط :



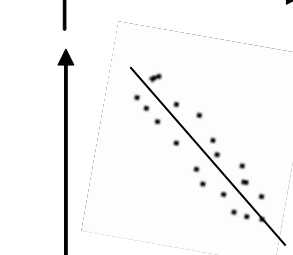
١) طرفي خطي تام



٢) طرفي خطي غير تام



٣) عكسي خطي تام



٤) عكسي خطي غير تام

٨	١٤	١٢	١٠	١١	س
١١	٩	٦	١٠	١٤	ص

الحل:

$$\bar{س} = \frac{٨+١٤+١٢+١٠+١١}{٥} = ١١$$

$$\bar{ص} = \frac{١١+٩+٦+١٠+١٤}{٥} = ١٠$$

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
١١	١٤	٠	٤	٠	٠	١٦
١٠	١٠	١-	٠	٠	١	٠
١٢	٦	١	٤-	٤-	١	١٦
١٤	٩	٣	١-	٣-	٩	١
٨	١١	٣-	١	٣-	٩	١
المجموع	صفر	صفر	صفر	١٠-	٢٠	٣٤

$$r = \frac{\sum (س-س̄)(ص-ص̄)}{\sqrt{\sum (س-س̄)² \times \sum (ص-ص̄)²}} = \frac{١٠-}{\sqrt{٣٤ \times ٢٠}} = ٠,٣٨$$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

معامل ارتباط بيرسون الخطي :

هو مقياس يقيس قوة الارتباط الخطي بين متغيرين

القانون:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})² \times \sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})²}} \text{ حيث}$$

أسئلة :

جد قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص، في كل من الجداول التالية :

٤	٥	٣	٥	٧	٦	س
٣	٥	١	٤	٦	٥	ص

الحل:

$$\bar{س} = \frac{٤+٥+٣+٥+٧+٦}{٦} = ٥$$

$$\bar{ص} = \frac{٣+٥+١+٤+٦+٥}{٦} = ٤$$

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
٦	٥	١	١	١	١	١
٧	٦	٢	٢	٤	٤	٤
٥	٤	٠	٠	٠	٠	٠
٣	١	٢-	٣-	٦	٤	٩
٥	٥	٠	١	٠	٠	١
٤	٣	١-	١-	١	١	١
المجموع	صفر	صفر	١٢	١٢	١٠	١٦

$$r = \frac{\sum (س-س̄)(ص-ص̄)}{\sqrt{\sum (س-س̄)² \times \sum (ص-ص̄)²}} = \frac{١٢}{\sqrt{١٦ \times ١٠}} = ٠,٩٥$$

S
A
L
E
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

س	ص	(س-ص)	(ص-ص)	(ص-ص)	(س-ص)	(ص-ص)
٤	٦	٣-	٣-	٩	٩	٩
٨	٦	١	٣-	١	٣-	٩
٥	٨	٢-	١-	٢	٤	١
٨	١٠	١	١	١	١	١
٧	١٢	٠	٣	٠	٠	٩
١٠	١٢	٣	٣	٩	٩	٩
المجموع		صفر	صفر	١٨	٢٤	٣٨

$$r = \frac{\sum (ص-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (ص-ص) \times \sum (ص-ص)}} = \frac{18}{\sqrt{38 \times 24}}$$

١٥

الرياضيات	س	٨	٧	٦	٩	٥	٧
العلوم <th>ص</th> <th>٨</th> <th>٥</th> <th>٧</th> <th>٨</th> <th>٣</th> <th>٥</th>	ص	٨	٥	٧	٨	٣	٥

الحل:

$$r = \frac{7+5+9+6+7+7}{6} = \frac{41}{6}$$

$$r = \frac{5+3+8+7+5+8}{6} = \frac{36}{6}$$

س	ص	(س-ص)	(ص-ص)	(ص-ص)	(س-ص)	(ص-ص)
٨	٨	١	٢	٢	١	٤
٧	٥	صفر	١-	صفر	صفر	١
٦	٧	١-	١	١-	١	١
٩	٨	٢	٢	٤	٤	٤
٥	٣	٢-	٣-	٦	٤	٩
٧	٥	صفر	١-	صفر	صفر	١
٤٢	٣٦	صفر	صفر	١١	١٠	٢٠

$$r = \frac{\sum (ص-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (ص-ص) \times \sum (ص-ص)}} = \frac{11}{\sqrt{20 \times 10}}$$

٧٤

س	٥	٦	٧	٨	١٤
ص	٦	٧	٨	٩	١٠

الحل:

$$r = \frac{14+8+7+6+5}{5} = \frac{30}{5}$$

$$r = \frac{14+8+7+6+5}{5} = \frac{30}{5}$$

س	ص	(س-ص)	(ص-ص)	(ص-ص)	(س-ص)	(ص-ص)
٥	٦	٣-	٢-	٦	٩	٤
٦	٧	٢-	١-	٢	٤	١
٧	٨	١-	٠	٠	١	٠
٨	٩	٠	١	٠	٠	١
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦	٤
المجموع		صفر	صفر	٢٠	٥٠	١٠

$$r = \frac{\sum (ص-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (ص-ص) \times \sum (ص-ص)}} = \frac{20}{\sqrt{10 \times 50}}$$

س	٤	٨	٥	٨	٧	١٠
ص	٦	٦	٨	٦	١٢	١٢

الحل:

$$r = \frac{10+7+8+5+8+4}{6} = \frac{32}{6}$$

$$r = \frac{12+12+10+8+6+6}{6} = \frac{54}{6}$$

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

١٧ إذا كان س، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما (٨) وكان

$$\sum_{i=1}^8 (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س}) = ٢٤،$$

$$\sum_{i=1}^8 (س_i - \bar{س}) = ١٦، \quad \sum_{i=1}^8 (ص_i - \bar{ص}) = ٦٤،$$

أوجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س، ص.
الـحل:

$$r = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(س - \bar{س})}{\sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2 \sum (س - \bar{س})^2}}$$

$$= \frac{٢٤}{\sqrt{١٠٢٤} \sqrt{٦٤ \times ١٦}} = ٠,٧٥$$

(٦)

س	١٦	٢٠	١٢	٢٠	٢٤
ص	٩	١٥	٣	١٥	١٥

الـحل:

$$\bar{س} = \frac{٢٤ + ٢٨ + ٢٠ + ١٢ + ٢٠ + ١٦}{٦} = ٢٠$$

$$\bar{ص} = \frac{١٥ + ١٨ + ١٢ + ٣ + ١٥ + ٩}{٦} = ١٢$$

ص	س	(ص - $\bar{ص}$)	(س - $\bar{س}$)	(ص - $\bar{ص}$) ^٢	(س - $\bar{س}$) ^٢	(ص - $\bar{ص}$)(س - $\bar{س}$)
٩	١٦	-٣	-٤	٩	١٦	١٢
١٥	٢٠	٠	٠	٠	٠	٠
٣	١٢	-٩	-٨	٨١	٦٤	٧٢
١٢	٢٠	٠	٠	٠	٠	٠
١٥	٢٤	٣	٤	٩	١٦	١٢
١٥	٢٤	٣	٤	٩	١٦	١٢
٩	١٦	-٣	-٤	٩	١٦	١٢
١٢٠	١٢٠	٧٢	صفر	صفر	١٤٤	١٦٠

$$r = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(س - \bar{س})}{\sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2 \sum (س - \bar{س})^2}} = \frac{١٤٤}{\sqrt{١٤٤ \times ١٦٠}} = ٠,٧٥$$

١٧ إذا كان س، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما (٨) وكان

$$\sum_{i=1}^8 (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س}) = ١٠٠،$$

$$\sum_{i=1}^8 (س_i - \bar{س}) = ٢٠٠، \quad \sum_{i=1}^8 (ص_i - \bar{ص}) = ٨٠٠،$$

أوجد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س، ص.

الـحل:

$$r = \frac{\sum (ص - \bar{ص})(س - \bar{س})}{\sqrt{\sum (ص - \bar{ص})^2 \sum (س - \bar{س})^2}}$$

$$= \frac{١٠٠}{\sqrt{١٦٠٠٠٠} \sqrt{٨٠٠ \times ٢٠٠}} = ٠,٢٥$$

خصائص الارتباط :

(١) قيم معامل الارتباط (ر) محصورة بين

$$-1 \leq r \leq 1$$

(٢) إذا كانت قيمة (ر) موجبة يكون

الارتباط طردي

(٣) إذا كانت قيمة (ر) سالبة يكون الارتباط

عكسي

(٤) إذا كانت $|r| = 1$

فإن الارتباط يكون تام (جميع النقاط تكون

على شكل خط مستقيم).

أسئلة :

أذكر درجة و نوع الارتباط بين
س ، ص في كل من ما يلي :

(أ) $r = 0,92$ (ب) $r = -0,93$

(ج) $r = 0,65$ (د) $r = 1$

(هـ) $r = \text{صفر}$ (و) $r = -1$

الحل:

(أ) طردي قوي غير تام

(ب) عكسي قوي غير تام

(ج) طردي متوسط القوة

(د) طردي تام

(هـ) لا يوجد ارتباط

(و) عكسي تام

أثر التعديلات الخطية في قيمة
معامل ارتباط بيرسون :

إذا كان (ر) هو معامل الارتباط للمتغيرين

س، ص، إذا أجرى تعديل على كل من س،

ص على النحو التالي :

$$س * = أس + ب : أ \neq 0$$

$$ص * = جص + د : ج \neq 0$$

فإن معامل الارتباط بين س* ، ص* :

(١) (ر) إذا كانت إشارات أ، ج

متشابهات

(٢) $(-ر)$ إذا كانت إشارات أ، ج مختلفات

أسئلة :

(١) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص هو

$(0,7)$ ، جد معامل الارتباط بين س* ، ص* إذا كان :

$$س * = ٢س + ١ ص * = ٦ص - ٢$$

الحل:

معامل الارتباط $r = 0,7$

(٢) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص هو

$(-0,6)$ ، جد معامل الارتباط بين س* ، ص* إذا كان :

$$س * = ٣س - ١ ص * = ٢ص - ٢$$

الحل:

معامل الارتباط $r = 0,6$

(٣) إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص هو

$(-0,8)$ ، جد معامل الارتباط بين س* ، ص* إذا كان :

$$س * = ٢س - ٣ ص * = ٢ص - ٣$$

الحل:

معامل الارتباط $r = -0,8$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

الانحدار

معادلة الخط الانحدار :

هي المعادلة خط مستقيم

(ص = أ س + ب) التي تسير باتجاه الشكل الانتشار ويمكن الحد من تأثير الانحراف عن الخط المستقيم باختيار قيمتي أ، ب كما يلي :

$$أ = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2}$$

$$ب = \bar{ص} - أ \bar{س}$$

* إذا لم تمر النقطة في معادلة خط الانحدار سوف يصبح خطأ في التنبؤ الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - المتنبأ بها
الخطأ في التنبؤ = ص_ي - ص_ي^أ

أَسْئَلَة :

١) بين الجدول معدلات الخمسة طلاب في المرحلة الثانوية وعدد ساعات الدراسة لهم

عدد الساعات س	٨	٢	٥	٣	٧
المعدل ص	٩٥	٦٥	٩٠	٧٠	٩٠

جد :

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيمة س = ٠
ب) إذا درس طالب (٨) ساعات وحصل على معدل (٩٥) ، احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه .

الحل :

$$أ \bar{س} = \frac{٧+٣+٥+٢+٨}{٥} = ٥$$

$$\bar{ص} = \frac{٩٠+٧٠+٩٠+٦٥+٩٥}{٥} = ٨٢$$

س	ص	(س - $\bar{س}$)	(ص - $\bar{ص}$)	(ص - $\bar{ص}$)(س - $\bar{س}$)	(س - $\bar{س}$) ^٢
٨	٩٥	٣	١٣	٣٩	٩
٢	٦٥	-٣	-١٧	٥١	٩
٥	٩٥	٠	٨	٠	٠
٣	٧٠	-٢	-١٢	٢٤	٤
٧	٩٠	٢	٨	١٦	٤
المجموع	صفر	صفر	صفر	١٣٠	٢٦

$$أ = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2} = \frac{١٣٠}{٢٦} = ٥$$

$$ب = \bar{ص} - أ \bar{س} = ٨٢ - ٥ \times ٥ = ٥٧$$

معادلة الخط الانحدار

$$ص = ٥س + ٥٧$$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

٣ بين الجدول التالي علامة (٦) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص). وجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بـ (ص) إذا علمت قيم (س)

٣	٢	٧	٨	٤	٦	العلوم (س)
٢	٥	٨	١٠	٨	٩	الرياضيات (ص)

الحل:

$$٥ = \frac{٣+٢+٧+٨+٤+٦}{٦} = \bar{س} \text{ (أ)}$$

$$٧ = \frac{٢+٥+٨+١٠+٨+٩}{٦} = \bar{ص}$$

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(ص-س̄)	(س-ص̄)
٦	٩	١	٢	٢	١
٤	٨	١-	١	١	١-
٨	١٠	٣	٣	٣	٩
٧	٨	٢	١	١	٤
٢	٥	٣-	٢-	٢-	٩
٣	٢	٢-	٥-	٥-	٤
المجموع	صفر	صفر	صفر	صفر	٢٨

$$١ = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2} = \bar{أ}$$

$$ب = \bar{ص} - \bar{أ} = ٧ - ٥ = ٢$$

معادلة الخط الانحدار

$$ص = \bar{ص} + \bar{أ} (س - \bar{س}) = ٧ + ٢(س - ٥)$$

ب) التنبؤ المتوقع لـ (٨) ساعات هو

$$\bar{ص} = ٥٧ + ٨ \times ٠,٥ = ٩٧ - ٩٥ = ٢$$

٢ بين الجدول التالي معامل الذكاء ومعامل التحصيل لستة طلاب

١٢٤	١١٥	١١٣	١١٩	١٠٦	٩٥	معامل الذكاء (س)
٩٣	٨٦	٧٥	٨٧	٦٢	٥٣	معدل التحصيل (ص)

أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بـ (ص) إذا علمت قيمة (س)

ب) قدر معدل التحصيل لطالب معامل ذكائه ٠,١١

الحل:

$$\bar{س} = \frac{١٢٤+١١٥+١١٣+١١٩+١٠٦+٩٥}{٦} = ١١٢$$

$$\bar{ص} = \frac{٩٣+٨٦+٧٥+٨٧+٦٢+٥٣}{٦} = ٧٦$$

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(ص-س̄)	(س-ص̄)
٩٥	٥٣	١٧-	٢٣-	٦-	٢٨٩
١٠٦	٦٢	٦-	١٤-	٨-	٣٦
١١٩	٨٧	٧	١١	١١	٤٩
١١٣	٧٥	١	١-	١-	١
١١٥	٨٦	٣	١٠	١٠	٩
١٢٤	٩٣	١٢	١٧	١٧	١٤٤
المجموع	صفر	صفر	صفر	صفر	٥٢٨

$$\bar{أ} = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2} = ١,٥$$

$$ب = \bar{ص} - \bar{أ} = ٧٦ - ١١٢ \times ١,٥ = ٩٢ - ١١٢$$

معادلة الخط الانحدار

$$ص = \bar{ص} + \bar{أ} (س - \bar{س}) = ٧٦ + ١,٥(س - ١١٢)$$

$$ب) (ص) = ٧٦ + ١,٥(٩٢ - ١١٠) = ٧٣$$

S
A
L
E
E
M
A
L
S
A
T
E
E
B

S
A
L
E
E
M

A
L
S
A
T
E
E
B

٤ بين الجدول التالي علامة (٥) طلاب في امتحاني
وعدد ساعات الدراسة . وجد معادلة خط
الانحدار للتنبؤ بـ (ص) إذا علمت قيم (س) .

١	٥	٧	٤	٣	عدد ساعة الدراسة (س)
٩	١١	٢٠	١٦	١٤	العلامة (ص)

الـحل:

$$أ) \bar{س} = \frac{١+٥+٧+٤+٣}{٥} = ٤$$

$$\bar{ص} = \frac{٩+١١+٢٠+١٦+١٤}{٥} = ١٤$$

س	ص	(س- $\bar{س}$)	(ص- $\bar{ص}$)	(ص- $\bar{ص}$) ^٢	(س- $\bar{س}$) ^٢
٣	١٤	١-	٠	٠	١
٤	١٦	٠	٢	٤	٠
٧	٢٠	٣	٦	٣٦	٩
٥	١١	١-	٣-	٩	١
١	٩	٣-	٥-	٢٥	٩
المجموع	صفر	صفر	٣٠	٢٠	٢٠

$$أ) r = \frac{\sum_{i=1}^n (ص_i - \bar{ص})(س_i - \bar{س})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2} = \frac{٣٠}{٢٠} = ١,٥$$

$$ب) \bar{ص} - \bar{س} = ١٤ - ٤ = ١٠$$

معادلة الخط الانحدار

$$\bar{ص} = \bar{س} + ١,٥(س - \bar{س})$$

٥ إذا كان س، ص يمثلان متغيرين عدد قيم كل منهما
(٥) وكان: $\bar{س} = ٥$ ، $\bar{ص} = ٧٥$ ، $\bar{أ} = ٣$
أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بـ (ص)
إذا علمت قيم (س) .

ب) جد الخطأ في التنبؤ إذا كانت $\bar{س} = ٨$ وقيمة
ص الحقيقية لها (٨٢)

الـحل:

أ)

$$ب) \bar{ص} - \bar{س} = ٧٥ - ٥ \times ٣ = ٦٠$$

$$\bar{ص} = \bar{س} + ٣ \times ٦٠ = ٢٠٠$$

ب)

القيمة المتنبأ بها عند $\bar{س} = ٨$ هي

$$\bar{ص} = ٨ \times ٣ + ٦٠ = ٨٤$$

$$\text{الخطأ في التنبؤ} = ٨٢ - ٨٤ = -٢$$

١٦ توصل احد الباحثين الى معادلة خط الانحدار البسيط

للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل (ص)

$$\bar{ص} = ٣س + ٦٥$$

١) ما قيمة كل من أ، ب؟

٢) قدر علامة طالب درس (٥) ساعات يومياً

٣) درس طالب (٨) ساعات يومياً وحصل على معدل

(٨٦) ، إحصاء الخطأ في التنبؤ للمعدل .

الـحل:

$$١) \bar{ص} = ٦٥ ، \bar{س} = ٣$$

$$٢) \bar{ص} = ٣ \times ٥ + ٦٥ = ٨٠$$

$$٣) \bar{ص} = ٣ \times ٨ + ٦٥ = ٨٩$$

← الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - المتنبأ بها

$$٣ - = ٨٩ - ٨٦ =$$

الاحصاء و الاحتمالات

الرياضيات

المستوى الرابع

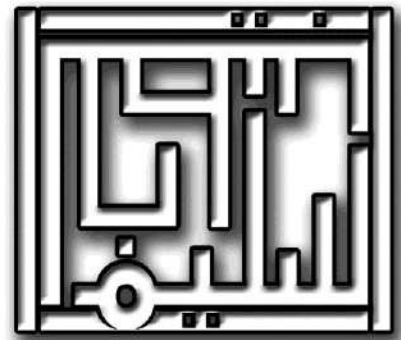
التخصص: الأدبي

إعداد الاستاذ

سليم الخطيب

0787800852 \ \ الوحدات
0795024143 \ \ ماركا
0799988354 \ \ الاشرافية
0798376776 \ \ أبوعلندا
0790681520 \ \ ام نواره

مركز زهرة النظم
مركز الهادفون العلمي
مركز كفر عانة
مركز المسار الثقافي
مركز الشورى الثقافي



[f /al2s6ora.saleem.al5a6eeb](https://www.facebook.com/al2s6ora.saleem.al5a6eeb)

0786230407

الفصل الأول: طرائق العد

أولاً: مبدأ العد

• تدرّب (١) ص (٢٢٣)

محل لبيع الخضروات والفواكه يحتوي على أربعة أصناف من الفاكهة (موز، برتقال، تفاح، دراق)، وصنفين من الخضروات (كوسا، بطاطا). دخلت ام رامي المحل لشراء صنف واحد من الفواكه وصنف آخر من الخضروات، ما الخيارات المتوافرة لها؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 2 \times 4 = 8$$

• تدرّب (٢) ص (٢٢٤)

حل المسألة الواردة في بداية الدرس

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 2 \times 3 \times 4 = 24$$

• تدرّب (٣) ص (٢٢٤)

بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل من مجموعة من الاعداد الفردية التي هي أكبر من ٤، وأقل من أو تساوي ١٥، في حال:

مجموعة الأرقام هي {٥، ٧، ٩، ١١، ١٣، ١٥} (أ) سمح بتكرار الأرقام؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 6 \times 6 = 36$$

(ب) لم يسمح بتكرار الأرقام؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 5 \times 6 = 30$$

• تدرّب (٤) ص (٢٢٦)

بكم طريقة يمكن ان يجلس ٦ طلاب على ٦ مقاعد موضوعة بطريقة مستقيمة؟

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = 6! = 720$$

• تدرّب (٥) ص (٢٢٧)

حل كلا من المعادلات الآتية:

$$(١) \quad 120 = (!n)$$

الحل:

$$0 = n \leftarrow 5 = (!n)$$

$$(٢) \quad 16 = (!n)3 + 10$$

الحل:

$$3 = (!n)3 \leftarrow 10 - 16 = 3 \leftarrow 3 = (!n)3$$

$$2 = n \leftarrow 2 = 2 = (!n) \leftarrow$$

$$(٣) \quad 120 = !(1+n2)$$

الحل:

$$5 = 1 + n2 \leftarrow 5 = !(1+n2)$$

$$2 = n \leftarrow 4 = n2$$

$$(٤) \quad 30 = \frac{!(1+n)}{!(1-n)}$$

الحل:

$$\frac{!(1+n)(n)(1+n)}{!(1-n)} = \frac{!(1+n)}{!(1-n)}$$

$$5 = n \leftarrow 30 = 5 \times 6 \leftarrow 30 = (n)(1+n)$$

الاسئلة ص (٢٢٨)

(١) تعمل ١٠ حافلات لنقل الركاب بين مدينتي مادبا وعمان، وتعمل ٣٠ حافلة اخرى بين مدينتي عمان والزرقاء. فإذا أراد راكب أن يسافر من مادبا الى الزرقاء مروراً بعمان، ثم يعود سالكا الطريق نفسه، فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة الا يركب الحافلة نفسها في أثناء رحلته؟

الحل:

عمان ← الزرقاء	مادبا ← عمان
<u>30</u>	<u>10</u>

عمان ← مادبا	الزرقاء ← عمان
<u>9</u>	<u>29</u>

$$\text{عدد الطرق} = 9 \times 29 \times 30 \times 10 = 78300$$

الحل:

$$٤ = \nu \leftarrow !٤ = ٢٤ = !\nu \leftarrow ٤٨ = (!\nu) \times ٢$$

$$(ب) ٢٠٠ = (!\nu) - ١٠٠$$

الحل:

$$١٢٠٠ = (!\nu) - ٢٠٠ \leftarrow ١٢٠٠ = (!\nu) - ٢٠٠$$

$$٥ = \nu \leftarrow !٥ = ١٢٠ = !\nu \leftarrow$$

$$(ج) ٢ = !(١ + \nu٣)$$

الحل:

$$!٢ = ٢ = !(١ + \nu٣)$$

$$\frac{1}{٣} = \nu \leftarrow ١ = \nu٣ \leftarrow ٢ = ١ + \nu٣$$

ثانياً: التباديل

• تدريب (١) ص (٢٣١)

(١) كم عدد تباديل مجموعة مكونة من ٥ عناصر مأخوذة ٢ في كل مرة؟

الحل:

$$٢٠ = ٤ \times ٥ = (٢,٥)٤$$

(٢) جد قيمة ل (٤,٦) + ل (٥,٧) + ل (٢)

الحل:

$$٢٨٨٢ = ٢ + ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ + ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$$

• تدريب (٢) ص (٢٣١)

ما عدد طرائق اختيار رئيس شركة ونائب له، ومدير مالي من بين ٢٠ موظفاً في الشركة، علماً بان الشخص الواحد لا يشغل أكثر من وظيفة واحدة في الشركة؟

الحل:

$$٦٨٤٠ = ١٨ \times ١٩ \times ٢٠ = (٣,٢٠)٣$$

• تدريب (٣) ص (٢٣٢)

جد قيمة (ر) في كل من المعادلتين الآتيتين:

(٢) محل لبيع المجمدات الغذائية، فيه ٣ انواع مختلفة من الأسماك و ٤ انواع مختلفة من اللحوم الحمراء، ونوعان مختلفان من الدجاج. بكم طريقة يمكن لأحد الزبائن أن يشتري نوعاً واحداً من كل من الأسماك واللحوم الحمراء والدجاج؟

الحل:

$$٢٤ = ٢ \times ٤ \times ٣$$

(٣) اتبعت دائرة السير في احدى الدول نظاماً لترقيم السيارات مستخدمة الأرقام ١ : ٩ ، بحيث تحتوي لوحة السيارة على ٤ ارقام، و حرفين من احرف الهجاء. كم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقة، علماً بأن عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً، وتكرار الأرقام مسموح به، خلافاً لتكرار الأحرف؟

الحل:

$$٤٩٦.١١٦ = ٢٧ \times ٢٨ \times ٩ \times ٩ \times ٩ \times ٩$$

(٤) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) !٦$$

الحل:

$$٧٢٠ = !٦$$

$$(ب) !٢ + !٥ + !٣$$

الحل:

$$١٢٨ = ٢ + ١٢٠ + ٦ = !٢ + !٥ + !٣$$

$$(ج) !٠ + !٢$$

الحل:

$$٣ = !٠ + !٢ = ١ + ٢ = ٣$$

$$(د) !٣ \times ٤٢$$

الحل:

$$٢٥٢ = ٦ \times ٤٢ = !٣ \times ٤٢$$

(٥) حل كلا من المعادلات الآتية:

$$(أ) ٤٨ = (!\nu) \times ٢$$

(١) ل (٣،٨) = ١٦٨٠

الحل:

$٤ = ٣ \leftarrow ١٦٨٠ = ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨$

(٢) ل (٣،٤) = ٧ + !٠

الحل:

$٧ + ٠ = (٣،٤) ل ٣ - ٨٠ =$

$٢٤ = (٣،٤) ل ٣ - ٧٢ \leftarrow$

$٣ = ٣ \leftarrow ٢٤ = ٢ \times ٣ \times ٤$

او $٤ = ٣ \leftarrow ٢٤ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤$

الاسئلة ص (٢٣٣)

(١) ما عدد تباديل مجموعة مكونة من ٩ عناصر مأخوذة ٥ في كل مرة؟

الحل:

$١٥١٢٠ = (٥،٩) ل = ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩$

(٢) بكم طريقة يمكن اختيار رئيس قسم ومساعد له وأمين عهدة من بين ٩ أعضاء في هذا القسم شريطة أن لا يشغل احدهم وظيفتين معا؟

الحل:

$٥٠٤ = (٧،٩) ل = ٧ \times ٨ \times ٩$

(٣) جد قيمة كلا مما يأتي:

(أ) ل (٣،٨)

الحل:

$٣٣٦ = (٣،٨) ل = ٦ \times ٧ \times ٨$

(ب) ل (١٠،١٣)

الحل:

$٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨ \times ٩ \times ١٠ \times ١١ \times ١٢ \times ١٣ = (١٠،١٣) ل$

$١٠٣٧٨٣٦٨٠٠ =$

(ج) ل (٣،٢٠)

الحل:

$٦٨٤٠ = (٣،٢٠) ل = ١٨ \times ١٩ \times ٢٠$

(د) ل (٠،١٧)

الحل:

$١ = (٠،١٧) ل$

(٤) عبر عما يأتي باستخدام التباديل:

(أ) $١٣ \times ١٤ \times ١٥ \times ١٦ \times ١٧$

الحل:

$(٥،١٧) ل =$

(ب) ل (٢-ك) \times (١-ك) \times ك ≤ ٣

الحل:

$(٣،٤) ل =$

(٥) جد قيمة كل من (ن) ، و (ر) في ما يأتي:

(أ) ل (٣،٧) = ٧٢٠

الحل:

$٧٢٠ = (٢-٧) (١-٧) ل$

$١٠ = ٧ \leftarrow ٧٢٠ = ٨ \times ٩ \times ١٠$

(ب) ل (٣،٦) = ٣٦٠

الحل:

$٤ = ٣ \leftarrow ٣٦٠ = ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$

(ج) ل (٣،٧) = ٩ ل (٢،٧)

الحل:

$(١-٧) ل ٩ = (٢-٧) (١-٧) ل$

$١١ = ٧ \leftarrow ٩ = ٢-٧$

(٦) كم كلمة مكونة من ٣ احرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف: {أ ، ن ، ق ، غ ، م}، علما بأنه ليس شرطا أن يكون للكلمة معنى؟

الحل:

$٦٠ = (٣،٥) ل = ٣ \times ٤ \times ٥$

ثالثاً: التوافق

الحل:

$$\frac{!6}{!3 \times !3} \times 4 \times 5 = \binom{6}{3} \times (2,5) \text{ لعدد الطرق}$$

$$\frac{!3 \times 4 \times 5 \times 6}{!3 \times !3} \times 4 \times 5 =$$

$$400 = 20 \times 20 = \frac{4 \times 5 \times 6}{6} \times 4 \times 5 =$$

• تدرّب (٣) ص (٢٣٧)

حل كل معادلة مما يأتي:

$$\binom{6}{1+s} = \binom{6}{4} \quad (1)$$

الحل:

$$3 = s \leftarrow 4 = 1 + s$$

$$\binom{s}{7} = \binom{s}{5} \quad (2)$$

الحل:

$$12 = s \leftarrow s = 7 + 5 \leftarrow 7 \neq 5$$

الاسئلة ص (٢٢٨)

(١) جد قيمة كل مما يأتي:

$$\binom{100}{97} \quad (1)$$

الحل:

$$\frac{!97 \times 98 \times 99 \times 100}{!97 \times !3} = \frac{!100}{!97 \times !3} =$$

$$98 \times 33 \times 50 = \frac{98 \times 99 \times 100}{6} =$$

$$\binom{5}{5} \quad (ب)$$

الحل:

$$1 = \binom{5}{5}$$

• تدرّب (١) ص (٢٣٥)

جد قيمة كل مما يأتي:

$$\binom{9}{7} \quad (1)$$

الحل:

$$36 = \frac{72}{2} = \frac{!7 \times 8 \times 9}{!7 \times !2} = \frac{!9}{!7 \times !2} =$$

$$\binom{8}{5} \quad (2)$$

الحل:

$$\frac{!5 \times 6 \times 7 \times 8}{!5 \times !3} = \frac{!8}{!5 \times !3} =$$

$$56 = 7 \times 8 = \frac{6 \times 7 \times 8}{6} =$$

$$\binom{5}{2} \quad (3)$$

الحل:

$$10 = \frac{4 \times 5}{2} = \frac{!3 \times 4 \times 5}{!2 \times !3} = \frac{!5}{!2 \times !3} =$$

• تدرّب (٢) ص (٢٣٧)

في احد المستشفيات يراد اختيار فريق طبي خماسي لتمثيل

المستشفى في مؤتمر صحي، ومن بين ٥ أطباء، و٦ ممرضين،

بكم طريقة يمكن تكوين الفريق في الحالات التالية:

(١) الفريق يتألف من طبيبين اثنين على الأكثر.

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = \binom{6}{3} \binom{5}{2} + \binom{6}{4} \binom{5}{1} + \binom{6}{5} \binom{5}{0}$$

$$\frac{!6}{!3 \times !3} \times \frac{!5}{!2 \times !3} + \frac{!6}{!4 \times !2} \times 5 + 6 \times 1 =$$

$$281 = 20 \times 10 + 15 \times 5 + 6 \times 1 =$$

(٢) رئيس الفريق ونائبه من الأطباء، والبقية ممرضون.

(ج) $\binom{4}{0}$

الحل:

$$1 = \binom{4}{0}$$

(د) $\binom{4}{1}$

الحل:

$$4 = \binom{4}{1}$$

(٤) حل كل معادلة مما يأتي:

$$\binom{3}{س٢} = \binom{3}{١} \quad (أ)$$

الحل:

$$س٢ = ١ \leftarrow س = \frac{1}{2}$$

$$س٢ = ١ + ٣ = ٤ \leftarrow س٢ = ٢ \leftarrow س = ١$$

$$\binom{س}{٢١} = \binom{س}{٥} \quad (ب)$$

الحل:

$$٢١ \neq ٥ \leftarrow ٢١ + ٥ = ٢٦ \leftarrow س = ٢٦$$

(٢) جد عدد طرائق اختيار قلمين من علبة تحوي ١٠ أقلام.

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = \binom{10}{2}$$

$$٣٦ = \frac{٧٢}{2} = \frac{!٨ \times ٩ \times ١٠}{!٢ \times !٨} = \frac{!١٠}{!٢ \times !٨}$$

الفصل الثاني: المتغيرات العشوائية المنفصلة

والمتمصلة

أولاً: المتغير العشوائي المنفصل وتوزيع ذي الحدين

• تدرّب (١) ص (٢٤١)

في تجربة القاء قطعتي نقد مرة واحدة، دل المتغير العشوائي

ع على عدد مرات ظهور كتابة على الوجه الظاهر:

(١) جد القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير العشوائي ع.

الحل:

$$س = \{(ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)\}$$

$$ل(س=٠) = \frac{1}{4} ، ل(س=١) = \frac{2}{4} ، ل(س=٢) = \frac{1}{4}$$

(٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع.

الحل:

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

(٣) بين ان ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع،

الحل:

$$ل(س) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = ١$$

(٣) عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات. يراد تكليف ٣ منهم

بتنظيف الحديقة، فبكم طريقة يمكن اختيارهم، بحيث:

(أ) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق.

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = \binom{3}{3} \binom{5}{0} + \binom{3}{2} \binom{5}{1}$$

$$١٦ = ١ \times ١ + ٣ \times ٥ =$$

(ب) لا يوجد أب بنت في الفريق.

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = \binom{3}{0} \binom{5}{3} = ١ \times ١٠ = ١٠$$

(ج) يكون رئيس الفريق من البنات

الحل:

$$\text{عدد الطرق} = ل(١،٣) \times ٣ = \binom{5}{2} \times ٣ = ٣٠$$

$${}^{1-6} (0.07-1)^1 (0.07) \binom{6}{1} + {}^{1-6} (0.07-1)^0 (0.07) \binom{6}{0} \\ + {}^{2-6} (0.07-1)^2 (0.07) \binom{6}{2} + \\ {}^0 (0.03) \times (0.07) \times 6 + {}^6 (0.03) \times 1 \times 1 = \\ {}^4 (0.03) \times {}^2 (0.07) \times 15 +$$

• تدرّب (٤) ص (٢٤٤)

غرس مزارع ٧ شتلات، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة هي ٦٠%، ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل؟

الحل:

$$ن = ٧، أ = ٠.٦، س = \{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧\} \\ ل (س \leq ٣) = ل (س = ٠) + ل (س = ١) + ل (س = ٢) + ل (س = ٣) \\ {}^{1-7} (0.06-1)^1 (0.06) \binom{7}{1} + {}^{1-7} (0.06-1)^0 (0.06) \binom{7}{0} - 1 \\ + {}^{2-7} (0.06-1)^2 (0.06) \binom{7}{2} + \\ {}^6 (0.04) \times {}^1 (0.06) \times 7 + 1 \times {}^7 (0.06) \times 1 - 1 = \\ {}^0 (0.04) \times {}^2 (0.06) \times 21 +$$

الاسئلة ص (٢٤٥)

١) اذا دل المتغير س على مجموع العددين الظاهرين في تجربة القاء حجر نرد، وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهرين، فأجب عما يأتي:
أ) جد القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي س.

الحل:

$$\Omega = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

س $\ni \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

• تدرّب (٢) ص (٢٤٢)

اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى في المجموعة: $\{(0, 2, 0), (0, 3, 1), (0, 1, 2), (0, 3, 3), (ب, 3)\}$ ، فما قيمة الثابت ب؟

الحل:

$$١ = ٠.٢ + ٠.٣ + ٠.١ + ٠.٣ = ٠.٩ \\ ٠.٤ = ٠.٦ + ١ = ٠.٦ + ٠.٣ = ٠.٩ \\ \leftarrow ب = \frac{0.4}{0.3} = \frac{4}{3}$$

• تدرّب (٣) ص (٢٤٣)

اذا كان س متغيرا عشوائيا ذا حدين، ومعامله: ن = ٦، أ = ٧ فجد كلا مما يأتي:
١) ل (س = ٥)

الحل:

$$ن = ٦، أ = ٠.٧، س = \{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\} \\ ل (س = ٥) = {}^{0-6} (0.07-1)^0 (0.07) \binom{6}{0} = 0.07^6 \\ ل (٢ \leq س) =$$

الحل:

$$ل (س \leq ٤) = ل (س = ٤) + ل (س = ٥) + ل (س = ٦) =$$

$${}^{0-6} (0.07-1)^0 (0.07) \binom{6}{0} + {}^{4-6} (0.07-1)^4 (0.07) \binom{6}{4} \\ + {}^{6-6} (0.07-1)^6 (0.07) \binom{6}{6} + \\ {}^0 (0.03) \times {}^0 (0.07) \times 6 + {}^2 (0.03) \times {}^4 (0.07) \times 15 = \\ 1 \times {}^6 (0.07) \times 1 + \\ ل (س \geq ٢) =$$

الحل:

$$ل (س \geq ٢) = ل (س = ٢) + ل (س = ٣) + ل (س = ٤) + ل (س = ٥) + ل (س = ٦)$$

(٢) ل (س ≤ ٤)

الحل:

$$ل (س ≤ ٤) = ل (س = ٤) = \binom{٤}{٤} (٠,٤٦)^٤ (٠,٥٤)^{٤-٤}$$

$$= ١ \times (٠,٤٦)^٤ \times ١ =$$

(٣) ل (س ≥ ١)

الحل:

$$ل (س ≥ ١) = ل (س = ١) + ل (س = ٠)$$

$$= \binom{٤}{١} (٠,٤٦)^١ (٠,٥٤)^{٤-١} + \binom{٤}{٠} (٠,٤٦)^٠ (٠,٥٤)^{٤-٠}$$

$$= ٤ \times (٠,٤٦)^١ (٠,٥٤)^٣ + ١ \times (٠,٤٦)^٠ (٠,٥٤)^٤ =$$

(٤) صندوق يحوي ٨ كرات، ٣ منها حمراء، والبقية زرقاء

اللون. اذا سحبت من الصندوق ٤ كرات على التوالي مع

الارجاع، ودل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء

المسحوبة، فأنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي

س.

الحل:

$$ن = ٤ ، أ = \frac{٣}{٨} ، س = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤\}$$

$$ل (س = ٠) = \binom{٤}{٠} \left(\frac{٣}{٨}\right)^٠ \left(1 - \frac{٣}{٨}\right)^{٤-٠} = ١ \times ١ \times \left(\frac{٥}{٨}\right)^٤$$

$$ل (س = ١) = \binom{٤}{١} \left(\frac{٣}{٨}\right)^١ \left(1 - \frac{٣}{٨}\right)^{٤-١} = ٤ \times \left(\frac{٣}{٨}\right)^١ \left(\frac{٥}{٨}\right)^٣$$

$$ل (س = ٢) = \binom{٤}{٢} \left(\frac{٣}{٨}\right)^٢ \left(1 - \frac{٣}{٨}\right)^{٤-٢} = ٦ \times \left(\frac{٣}{٨}\right)^٢ \left(\frac{٥}{٨}\right)^٢$$

$$ل (س = ٣) = \binom{٤}{٣} \left(\frac{٣}{٨}\right)^٣ \left(1 - \frac{٣}{٨}\right)^{٤-٣} = ٤ \times \left(\frac{٣}{٨}\right)^٣ \left(\frac{٥}{٨}\right)^١$$

$$ل (س = ٤) = \binom{٤}{٤} \left(\frac{٣}{٨}\right)^٤ \left(1 - \frac{٣}{٨}\right)^{٤-٤} = ١ \times \left(\frac{٣}{٨}\right)^٤ \times ١ =$$

س	٠	١	٢	٣	٤
ل (س)	ل (س=٠)	ل (س=١)	ل (س=٢)	ل (س=٣)	ل (س=٤)

ب) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س.

الحل:

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ل (س)	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٦}{٣٦}$

س	٨	٩	١٠	١١	١٢
ل (س)	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

ج) بين أن ل هو اقتران احتمال.

الحل:

$$\sum ل (س) = \frac{١}{٣٦} + \frac{٢}{٣٦} + \frac{٣}{٣٦} + \frac{٤}{٣٦} + \frac{٥}{٣٦} + \frac{٦}{٣٦} + \frac{٥}{٣٦} + \frac{٤}{٣٦} + \frac{٣}{٣٦} + \frac{٢}{٣٦} + \frac{١}{٣٦} = ١$$

(٢) اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى

بالجدول الآتي، فما قيمة الثابت أ؟

س	٠	١	٢
ل (س)	٠,٥	٠,١	١ + أ

الحل:

$$١ = ٠,٥ + ٠,١ + ١ + أ$$

$$١ = ١,٦ + أ \leftarrow أ = ١,٦ - ١ = ٠,٦$$

(٣) اذا كان س متغيرا عشوائيا ذا حدين، ومعامله: ن = ٤،

أ = ٠,٦ ، فجد كلا مما يأتي:

(١) ل (س = ٢)

الحل:

$$ن = ٤ ، أ = ٠,٦ ، س = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤\}$$

$$ل (س = ٢) = \binom{٤}{٢} (٠,٤٦)^٢ (٠,٥٤)^{٤-٢} =$$

$$ل (س = ٢) = ٦ \times (٠,٤٦)^٢ (٠,٥٤)^٢ =$$

ثانياً: العلامة المعيارية

الاسئلة ص (٢٥١)

(١) اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء ٦٠، والانحراف المعياري للعلامات ٣، فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب ساهر الذي نال علامة ٧٢، والعلامة المعيارية لطالب مهند الذي نال علامة ٥٤.

الحل:

الطالب ساهر:

$$\bar{س} = ٦٠ = ع \quad ٣ = س \quad ٧٢ = ز \quad ؟ = ؟$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٦٠ - ٧٢}{٣} = ٤$$

الطالب مهند:

$$ز = ؟ \quad ؟ = س \quad ٥٤ = ع$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٦٠ - ٥٤}{٣} = ٢$$

(٢) اذا علمت أن المتوسط الحسابي لأطوال احدى المدارس هو ١٦٠ سم، وان الانحراف المعياري لأطوالهن ٤، فجد: (أ) الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاثة انحرافات معيارية.

الحل:

$$\bar{س} = ١٦٠ = ع \quad ٤ = س \quad ؟ = ز \quad ٣ = ؟$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \leftarrow ٣ = \frac{س - ١٦٠}{٤}$$

$$\leftarrow س - ١٦٠ = ١٢ \leftarrow س = ١٧٢$$

(ب) الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معيارين وربع انحراف معياري.

الحل:

$$س = ؟ \quad ؟ = ز \quad ٢ \frac{١}{٤} = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \leftarrow \frac{٩}{٤} = \frac{س - ١٦٠}{٤}$$

$$\leftarrow س - ١٦٠ = ٩ \leftarrow س = ١٥١$$

• تدریب (١) ص (٢٤٧)

تضع كتل طلبة الصف الخامس الأساسي في احدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤ كغ، والانحراف المعياري مقداره ٤. فاذا كانت كتلة أحد طلبة الصف ٣٨ كغ، فجد العلامة المعيارية لكتلة هذا الطالب.

الحل:

$$\bar{س} = ٤٠ = ع \quad ٤ = س \quad ٣٨ = ز \quad ؟ = ؟$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٤٠ - ٣٨}{٤} = \frac{٢}{٤} = ٠,٥$$

• تدریب (٢) ص (٢٤٨)

جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة اللغة الانجليزية، علماً بأن الانحراف المعياري للعلامات ٤، وعلامة هديل (٨٥) تنحرف فوق هذا المتوسط بمقدار $\frac{١}{٤}$ انحراف معياري.

الحل:

$$ع = ٤ \quad س = ٨٥ \quad ز = \frac{١}{٤} = \frac{س - \bar{س}}{ع} \quad ؟ = ؟$$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \leftarrow \frac{١٧}{٤} = \frac{س - ٨٥}{٤}$$

$$١٧ = س - ٨٥ \leftarrow س = ١٠٢$$

$$\bar{س} = ١٠٢$$

• تدریب (٣) ص (٢٥٠)

اذا كانت المشاهدتان ٨٤، ٧٢ تقابلان العلامتين المعياريتين ١، ٢ (-) على الترتيب، فجد العلامة المعيارية للمشاهدة ٩٠.

الحل:

$$س١ = ٨٤ = ٢س١، ٧٢ = ٢س٢، ٩٠ = ٣س٣$$

$$ز١ = ١، ز٢ = ٢، ز٣ = ؟$$

$$ع = \frac{س١ - س٢}{ز١ - ز٢} = \frac{٧٢ - ٨٤}{٢ - ١} = ١٢$$

$$ع = \frac{س٢ - س٣}{ز٢ - ز٣} = \frac{٨٤ - ٩٠}{٢ - ٣} = ٦$$

$$٦ = ع - ٣ز٤ \leftarrow ٦ = ٣ز٤ - ١٠ \leftarrow ز٤ = ٣$$

$$\begin{aligned} &= ل(ز \geq ١,٥٨) - ل(١ - ل(ز \geq ١,٣٣)) \\ &= ٠,٩٤٢٩ - (١ - ٠,٩٠٨٢) \\ &= ٠,٩٤٢٩ - ٠,٠٩١٨ = ٠,٨٥١١ \end{aligned}$$

• تدریب (٢) ص (٢٥٦)

إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٢٥، وانحرافه المعياري ٥، فجد:

$$ل(س \geq ٣٣) \quad (١)$$

الحل:

$$\begin{aligned} ز &= \frac{س - ٢٥}{٥} = \frac{٣٣ - ٢٥}{٥} = ١,٦ \\ ل(س \geq ٣٣) &= ل(ز \geq ١,٦) = ٠,٩٤٥٢ \end{aligned}$$

$$ل(٢٢ \geq س \geq ٣٠) \quad (٢)$$

الحل:

$$\begin{aligned} ز &= \frac{٣٠ - ٢٢}{٥} = ١,٦ \\ ز &= \frac{٢٢ - ٢٥}{٥} = -٠,٦ \\ ل(٢٢ \geq س \geq ٣٠) &= ل(-٠,٦ \leq ز \leq ١,٦) \\ &= ل(ز \leq ١) - ل(ز \leq -٠,٦) \\ &= ل(١) - ل(-٠,٦) \\ &= ٠,٨٤١٣ - (١ - ٠,٧٢٥٧) \\ &= ٠,٨٤١٣ - ٠,٢٧٤٣ = ٠,٥٦٧٠ \end{aligned}$$

• تدریب (٣) ص (٢٥٨)

حل المسألة الواردة في بداية الدرس.

الحل:

$$\begin{aligned} \text{العدد} &= ١٠٠٠٠ \\ س &= ٦٥ , ع = ٥ , س = ٦٠ \\ ز &= \frac{٦٥ - ٦٠}{٥} = ١ \\ ل(١ - ل(ز \geq ١)) &= ل(١ - ٠,٨٤١٣) \\ \text{العدد} &= ١٠٠٠٠ \times ٠,٨٤١٣ \\ &= ٨٤١٣ \end{aligned}$$

(٣) إذا كانت المشاهدات ٨ تقابل العلامة المعيارية ٢، وكان الانحراف المعياري ٢، فجد المتوسط الحسابي.

الحل:

$$\begin{aligned} س &= ٢ , ع = ٢ , س = ٨ , ز = ٢ \\ ز &= \frac{س - ع}{س} = \frac{٨ - ٢}{٢} = ٣ \\ س &= ع - ز = ٢ - ٣ = -١ \end{aligned}$$

(٤) إذا كانت العلامتان ٢٣، ١٢ تقابلان العلامتين المعياريتين (٣-)، (٣) على الترتيب، فجد قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري.

الحل:

$$\begin{aligned} س &= ٣٢ , س = ١٢ , س = ؟ \\ ز &= ٣ , ز = -٣ , ع = ؟ \\ ع &= \frac{س - ١}{ز - ١} = \frac{٣٢ - ١}{٣ - ١} = \frac{٣١}{٢} \\ ز &= \frac{س - ١}{ع} = \frac{٣٢ - ١}{\frac{٣١}{٢}} = ٣ \\ ١٠ &= ٣٢ - س \Rightarrow س = ٢٢ \end{aligned}$$

ثانياً: التوزيع الطبيعي

• تدریب (١) ص (٢٥٥)

إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً معيارياً، فجد قيمة كلا مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

$$ل(ز \geq ٢,٤) \quad (١)$$

$$\text{الحل: } ٠,٩٩١٨$$

$$ل(ز \leq ٢,٨٥) \quad (٢)$$

$$\text{الحل: } ل(ز \geq ٢,٨٥) = ٠,٩٩٧٨$$

$$ل(ز \geq ١,١٤) \quad (٣)$$

$$\text{الحل: } ١ - ل(ز \geq ١,١٤) = ١ - ٠,٨٧٢٩ = ٠,١٢٧١$$

$$ل(١,٣٣ - ل(ز \geq ١,٥٨)) \quad (٤)$$

$$\text{الحل: } ل(ز \geq ١,٥٨) - ل(ز \geq ١,٣٣)$$

الأسئلة (٢٥٩)

(١) إذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

(أ) ل(ز) $(1,2 \geq z)$

الحل: $0,8849 =$

(ب) ل(ز) $(2,67 \geq z)$

الحل: $0,9962 =$

(ج) ل(ز) $(1,27 \leq z)$

الحل: ل(ز) $(1,27 \geq z) = 0,8980 =$

(د) ل(ز) $(2,14 \geq z)$

الحل: ل(ز) $(2,14 \geq z) - 1 = 0,9838 - 1 = 0,0162 =$

(هـ) ل(ز) $(1,11 \leq z \leq 1,15)$

الحل:

ل(ز) $(1,15 \geq z) -$ ل(ز) $(1,11 \geq z) =$

$0,7849 - 0,1335 = 0,6514 =$

(٢) إذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٨٠، وانحرافه المعياري ٥، فجد:

(أ) ل(س) $(76 \geq s)$

الحل:

ز $0,8 = \frac{z}{5} = \frac{80-76}{5} =$

ل(س) $(76 \geq s) =$ ل(ز) $(0,8 \geq z) =$

$1 - 0,2119 = 0,7881 =$

(ب) ل(س) $(88 \leq s)$

الحل:

ز $1,6 = \frac{z}{5} = \frac{80-88}{5} =$

ل(س) $(88 \leq s) =$ ل(ز) $(1,6 \leq z) - 1 =$

$1 - 0,0548 = 0,9452 =$

(٣) إذا كان متوسط كتل ١٠٠٠ طالبة في إحدى مدارس عمان هو ٥٥ كيلوغراماً، والانحراف المعياري ٢، وكانت الكتل تتوزع طبيعياً، واختيرت إحدى الطالبات عشوائياً، فجد:

(أ) احتمال أن لا تزيد كتلة الطالبة على ٥٢ كيلوغراماً.

الحل:

العدد = ١٠٠٠، $s = 55$ ، $\sigma = 2$

ز $0,2 = \frac{z}{2} = \frac{55-52}{2} =$

ل(س) $(52 \geq s) =$ ل(ز) $(1,5 \geq z) =$

$1 - 0,0668 = 0,9332 =$

$0,9332 - 1 = 0,0668 =$

(ب) احتمال أن تكون كتلة الطالبة محصورة بين ٥٠ كيلوغراماً و ٦٠ كيلوغراماً.

الحل:

ز $0,5 = \frac{z}{2} = \frac{55-50}{2} =$

ز $1,0 = \frac{z}{2} = \frac{55-60}{2} =$

ل(س) $(50 \leq s \leq 60) =$ ل(ز) $(-1,0 \leq z \leq 0,5) =$

ل(ز) $(0,5 \geq z) -$ ل(ز) $(1,0 \geq z) =$

$0,9938 - 0,9983 = 0,0045 =$

$0,9938 - 0,9983 = 0,0045 =$

(ج) عدد الطالبات اللواتي تزيد كتلتهن على ٥٦ كيلوغراماً.

الحل:

ز $0,4 = \frac{z}{2} = \frac{55-56}{2} =$

ل(س) $(56 \leq s) =$ ل(ز) $(0,4 \leq z) =$

$1 - 0,6554 = 0,3446 =$

$0,3446 \times 1000 = 344,6 =$

$345 =$

العدد = $345 \times 1000 =$

$345.000 =$

$345.000 =$

المجموع

الحل:

٤٩	١١	١٠	٩	٨	٦	٣	٢	س
٤٢	٧	٢	٤	٨	٥	١٠	٦	ص
٠	٤	٣	٢	١	١-	٤-	٥-	س - س
٠	١	٤-	٢-	٢	١-	٤	٠	ص - ص
								(س - س)
٢٥-	٤	١٢-	٤-	٢	١	١٦-	٠	×
								(ص - ص)
٧٢	١٦	٩	٤	١	١	١٦	٢٥	٢ (س - س)
٤٢	١	١٦	٤	٤	١	١٦	٠	٢ (ص - ص)

$$\bar{س} = \frac{٤٩}{٧} = \bar{ص} ، \bar{ص} = \frac{٤٩}{٧} = \bar{س}$$

$$r = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$\frac{٢٥-}{٣٠٢٤٢} = \frac{٢٥-}{٤٢ \times ٧٢٢}$$

• تدرّب (٣) ص (٢٦٦)

إذا كان س، ص متغيرين، وعدد قيم كل منهما ٧،

$$\sum_{k=1}^7 (س_k - \bar{س})^2 = ٩ ، \sum_{k=1}^7 (ص_k - \bar{ص})^2 = ٤$$

$$\sum_{k=1}^7 (س_k - \bar{س})(ص_k - \bar{ص}) = ٢ ، \text{ فاحسب معامل}$$

ارتباط بيرسون بين هذين المتغيرين، محددًا نوع العلاقة بينهما.

الحل:

$$r = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٢}{\sqrt{٩ \times ٤}} = \frac{٢}{٣ \times ٢} = \frac{١}{٣} ، \text{ علاقة طردية}$$

٤) إذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعًا طبيعيًا متوسطه الحسابي ٧٠، وانحرافه المعياري ١٠، فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥؟

الحل:

$$\bar{س} = ٧٠ ، \sigma = ١٠ ، س = ٦٥$$

$$z = \frac{٦٥ - ٧٠}{١٠} = -٠,٥$$

$$P(س \geq ٦٥) = P(ز \geq -٠,٥)$$

$$= ١ - P(ز < -٠,٥)$$

$$= ١ - ٠,٦٩١٥ = ٠,٣٠٨٥$$

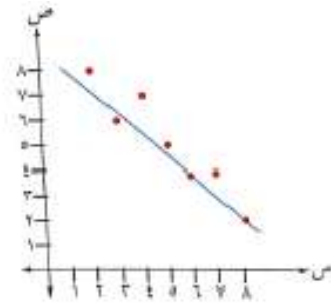
الفصل الثالث: الارتباط والانحدار

أولاً: الارتباط

• تدرّب (١) ص (٢٦٣)

النقط: (٢، ٨)، (٣، ٦)، (٥، ٥)، (٤، ٧)، (٨، ٢)، (٦، ٣)، (٤، ٦)، (٤، ٧)، (٧، ٤) تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين. ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين: س، ص، محددًا نوع العلاقة التي تربط بينهما.

الحل:



علاقة عكسية

• تدرّب (٢) ص (٢٦٥)

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص كما في الجدول الآتي:

س	٢	٣	٦	٨	٩	١٠	١١
ص	٦	١٠	٥	٨	٤	٢	٧

س	٧	٦	٢	٣	١٢
ص	١١	٩	٦	٨	٦

• تدرّب (٤) ص (٢٦٨)

إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س ، ص هو ٠,٦٥ فجد معامل الارتباط بين س ، ص في كل مما يأتي:

(١) $\bar{س} = ٥ + ٨س$ ، $\bar{ص} = ٨ - ٨ص$

الحل:

تبقى ر = ٠,٦٥ لأن معامل س سالب ومعامل ص سالب

(٢) $\bar{س} = ٥ + س$ ، $\bar{ص} = ٥ - ٦ص$

الحل:

تبقى ر = ٠,٦٥ لأن معامل س موجب ومعامل ص موجب

(٣) $\bar{س} = ٧ - ٢٠س$ ، $\bar{ص} = ٥ - ٥ص$

الحل:

تصبح ر = -٠,٦٥ لأن معامل س سالب ومعامل ص موجب

الحل: المجموع

س	٧	٦	٢	٣	١٢	٣٠
ص	١١	٩	٦	٨	٦	٤٠
$\bar{س} - س$	١	٠	-٤	-٣	٦	٠
$\bar{ص} - ص$	٣	١	-٢	٠	-٢	٠
$(\bar{س} - س) \times (\bar{ص} - ص)$	٣	٠	٨	٠	-١٢	-١٠
$(\bar{س} - س)^٢$	١	٠	١٦	٩	٣٦	٦٢
$(\bar{ص} - ص)^٢$	٩	١	٤	٠	٤	١٨

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٦} = ٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٠}{٦} = ٦,٦٦$

$$r = \frac{\sum (\bar{س} - س)(\bar{ص} - ص)}{\sqrt{\sum (\bar{س} - س)^٢} \sqrt{\sum (\bar{ص} - ص)^٢}}$$

$$= \frac{-١٠}{\sqrt{١٨ \times ٦٢}} = \frac{-١٠}{١١١,٦٦}$$

(٣) احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص للقيم

المبينة في الجدول الآتي:

س	٦٠	٧٠	٧٥	٩٥
ص	٨٠	١٠٠	٩٠	٥٠

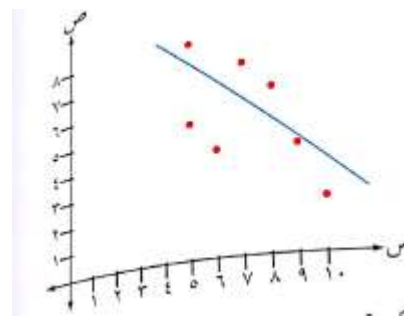
الحل: المجموع

س	٦٠	٧٠	٧٥	٩٥	٣٠٠
ص	٨٠	١٠٠	٩٠	٥٠	٣٢٠
$\bar{س} - س$	-١٥	-٥	-٥	٢٠	٠
$\bar{ص} - ص$	٠	٢٠	١٠	-٣٠	٠
$(\bar{س} - س) \times (\bar{ص} - ص)$	٠	١٠٠	٠	-٦٠٠	-٧٠٠
$(\bar{س} - س)^٢$	٢٢٥	٢٥	٢٥	٤٠٠	٦٥٠
$(\bar{ص} - ص)^٢$	٠	٤٠٠	١٠٠	٩٠٠	١٤٠٠

الاسئلة ص (٢٦٩)

(١) النقط: (٧, ٧)، (٦, ٨)، (٥, ٦)، (٥, ٨)، (٤, ٩)، (٤, ٦)، (٤, ٤)، (٣, ١٠) تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين. ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين: س، ص، محددًا نوع العلاقة التي تربط بينهما.

الحل:



علاقة عكسية

(٢) الجدول الآتي يبين بعد مؤسسة استهلاكية عن مركز المدينة بالكيلومتر (س)، وحجم مبيعات المؤسسة بالألف دينار شهرياً (ص) لخمسة مؤسسات، احسب معامل الارتباط بين المتغيرين: س، ص.

الحل:

معامل س موجب (٤) ومعامل ص موجب (١) : $r = ٠,٨٥$

$$٣ \text{ س} = ١٧ - ٧ \text{ ص} , \text{ ص} = ٣ - ٥ \text{ س}$$

الحل:

معامل س سالب (-٧) ومعامل ص موجب (٥) : $r = -٠,٨٥$

ثانياً: خط الانحدار

• تدريب (١) ص (٢٧٣)

الجدول الآتي يبين معدل أربعة طلاب في امتحانات الثانوية العامة والجامعة:

رقم الطالب	١	٢	٣	٤
معدل الثانوية العامة (س)	٦٥	٧٠	٨٠	٨٥
معدل الجامعة (ص)	٦٠	٦٠	٧٠	٩٠

أجب عما يأتي:

(١) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بمعدل الجامعة اذا علم معدله في الثانوية العامة.

الحل:

المجموع

س	٦٥	٧٠	٨٠	٨٥	٣٠٠
ص	٦٠	٦٠	٧٠	٩٠	٢٨٠
س - س	١٠-	٥-	٥	١٠	٠
ص - ص	١٠-	١٠-	٠	٢٠	٠
(س - س)	١٠٠	٥٠	٠	٢٠٠	٣٥٠
(ص - ص)	١٠٠	٢٥	٢٥	١٠٠	٢٥٠

$$\bar{س} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥ , \bar{ص} = \frac{٢٨٠}{٤} = ٧٠$$

$$\hat{ص} = اس + ب$$

$$١ = ر = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2} = \frac{٣٥٠}{٢٥٠} = ١,٤$$

$$\hat{ب} = \bar{ص} - اس = ٧٠ - ٧٥ \times ١,٤ = -٣٥$$

$$\hat{ص} = ١,٤س - ٣٥$$

$$\bar{س} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥ , \bar{ص} = \frac{٣٢٠}{٤} = ٨٠$$

$$ر = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2} = \frac{٧٠٠}{٩١٠٠} = \frac{٧٠٠}{١٤٠ \times ٦٥}$$

$$\frac{٧٠٠}{٩١٠٠} = \frac{٧٠٠}{١٤٠ \times ٦٥} =$$

(٤) اذا كان س، ص متغيرين، وعدد قيم كل منهما (٧)،

$$\sum_{١=ك}^٧ (س_ك - \bar{س})^2 = ٢٠ , \sum_{١=ك}^٧ (ص_ك - \bar{ص})^2 = ٥٠٠$$

$$\sum_{١=ك}^٧ (س_ك - \bar{س})(ص_ك - \bar{ص}) = ٨-$$

(أ) جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص.

الحل:

$$ر = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2 \times \sum (ص-ص)^2}$$

$$\frac{٨-}{١٠٠} = \frac{٨-}{١٠٠٠} = \frac{٨-}{٥٠ \times ٢٠} =$$

(ب) حدد نوع العلاقة بينهما.

الحل:

علاقة عكسية

(٥) أي معاملات الارتباط الآتية أقوى:

(أ) ٠,٧ (ب) ٠,٩ (ج) ٠,٨ (د) ٠,٨-

الحل:

أقوى ارتباط هو ٠,٩- لأنه أقرب قيمة على (-١).

(٦) اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين: س، ص هو

٠,٨٥ ، فجد معامل الارتباط بين س ، ص في كل مما يأتي:

$$(١) س = ٩س + ١٥ , \text{ ص} = ٨ - ٢ص$$

الحل:

معامل س سالب (-٩) ومعامل ص سالب (-٢) : $r = ٠,٨٥$

$$(٢) س = ٤س + ٥٢ , \text{ ص} = ٥ - ص$$

الاسئلة ص (٢٧٥)

(١) الجدول الآتي يبين معدل خمسة طلاب في الصفين التاسع والعاشر:

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
التاسع (س)	٥٠	٥٥	٧٠	٨٥	٩٠
العاشر (ص)	٦٠	٧٠	٦٠	٧٠	٨٠

(أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بمعدل الطالب في الصف العاشر اذا علم معدله في الصف التاسع.

الحل:

س	٥٠	٧٠	٨٥	٩٠	٣٥٠
ص	٦٠	٧٠	٦٠	٨٠	٣٤٠
س - ص	٢٠-	١٥-	٠	٢٠	٠
ص - س	٨-	٢	٨-	١٢	٠
(س - ص)	١٦٠	٣٠-	٠	٢٤٠	٤٠٠
(ص - س)	٤٠٠	٢٢٥	٠	٢٢٥	١٢٥٠

$$\bar{س} = \frac{٣٥٠}{٧} = ٥٠, \bar{ص} = \frac{٣٤٠}{٧} = ٦٨$$

$$ص = س + ب$$

$$١ = \frac{\sum (س-ص)}{\sum (س-س)} = \frac{٤٠٠}{١٢٥٠}$$

$$ب = \bar{ص} - \bar{س} = ٦٨ - ٥٠ = ١٨$$

$$١٨ = \frac{١١٢ - ٣٤٠}{٧} = \frac{١١٢}{٧} - ٦٨ = ١٦ - ٦٨ = -٥٢$$

$$ص = س + ١٨$$

(ب) تنبأ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في الصف التاسع ٨٨.

الحل:

$$٨٨ = س$$

$$ص = ٨٨ + ١٨ = ١٠٦$$

$$١٠٦ = \frac{١٨٤٤}{٧} = \frac{١١٤٠}{٧} + \frac{٧٠٤}{٧} = ١٦٣ + ١٠٠ = ٢٦٣$$

(٢) تنبأ بمعدل طالب في الجامعة اذا كان معدله في الثانوية العامة ٨٨.

الحل:

$$٨٨ = س$$

$$ص = ٨٨ \times ١٤٤ - ٣٥ = ١٢٦٧٢$$

(٣) جد الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الجامعة اذا كان معدله في الثانوية العامة ٧٠.

الحل:

$$٧٠ = س$$

$$ص = ٧٠ \times ١٤٤ - ٣٥ = ١٠٠٦٥$$

$$الخطأ = ص - ص = ١٠٠٦٥ - ٦٣ = ٩٩٩٢$$

• تدریب (٢) ص (٢٧٤)

اذا علمت أن معادلة خط الانحدار للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الأخطاء التي يرتكبها الموظف في هذا اليوم (ص) هي: $ص = ٠,٦س + ١$ ، فأجب عما يأتي:

(١) تنبأ بعدد الأخطاء التي سيرتكبها موظف يعمل مدة ١٠ ساعات يومياً.

الحل:

$$١٠ = س$$

$$ص = ١ + ١٠ \times ٠,٦ = ٧$$

(٢) اذا كان عدد الأخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٥ ساعة يومياً هي ٦ أخطاء، فجد الخطأ في التنبؤ.

الحل:

$$العدد المتوقع ص = ١ + ١٥ \times ٠,٦ = ١٠$$

$$العدد الحقيقي للأخطاء = ٦$$

$$الخطأ في التنبؤ = المتوقع - الحقيقي = ١٠ - ٦ = ٤$$

(ج) جد الخطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في الصف التاسع ٩٠.

الحل:

$$س = ٩٠$$

$$\hat{ص} = \frac{٢٢٨}{١٠} + ٩٠ \times \frac{٨}{١٠}$$

$$٧٤ \frac{٢}{٥} = \frac{٣٧٢}{٥} = \frac{٢٢٨+١٤٤}{٥} =$$

الخطأ = الحقيقية - المتوقعة

$$= ٥ \frac{٢}{٥} = ٧٤ \frac{٢}{٥} - ٨٠ =$$

(٢) اذا كان س، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما ٨،

$$\sum_{j=1}^8 (س_j - \bar{س}) = ٢٠$$

$$\sum_{j=1}^8 (س_j - \bar{س})(ص_j - \bar{ص}) = ١٥$$

$$\bar{ص} = ٤٥$$

فجد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س.

الحل:

$$٢ = \frac{\sum (س-س)(ص-ص)}{\sum (س-س)^2} = ٢$$

$$ب = \bar{ص} - \bar{س} = ١٥ - ٤٥ = ١٥ \times ٢ = ٣٠$$

$$\hat{ص} = ٣٠ + ب$$

$$\hat{ص} = ٣٠ + ١٥ = ٤٥$$

(٣) اذا علمت أن معادلة خط الانحدار للعلاقة بين قيمة

رأس المال (س) والأرباح السنوية لشركة بالألف دينار (ص)

هي : $\hat{ص} = ٠,٤٣س + ١٠$ ، فجد الخطأ في التنبؤ بأرباح

شركة رأس مالها ٦٠ ألف دينار، وأرباحها السنوية ٢٧,٤ ألف دينار.

الحل:

$$س = ٦٠ \leftarrow \hat{ص} = ١٠ + ٦٠ \times ٠,٤٣ = ٢٨$$

الخطأ = الحقيقية - المتوقعة

$$= ٢٧,٤ - ٢٨ = -٠,٦$$

أسئلة الوحدة ص (٢٧٦ - ٢٧٧)

(١) بكم طريقة يمكن اختيار ٤ مهندسين، و ٣ فنيين لتكوين لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين؟

الحل:

$$عدد الطرق = \binom{١٠}{٣} \times \binom{٥}{٤} = ١٢٠ \times ٥ = ٦٠٠$$

(٢) جد قيمة (ر) التي تحقق المعادلة: $٣(٦, ر) = ٣٦٠$.

الحل:

$$١٢٠ = \frac{٣٦٠}{٣} = (٦, ر)$$

$$١٢٠ = ٤ \times ٥ \times ٦ \therefore ر = ٣$$

(٣) اذا كان (س) متغيرا عشوائيا ذا حدين ، ومعامله : ن

$$٢ = أ ، ٤ = ب ، فجد :$$

(أ) قيم (س)

الحل:

$$١ - أ = ٤ - ب \therefore ٠,٦ = أ - ١$$

قيم س هي {٠, ١, ٢}

(ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

الحل:

٢	١	٠	ع
٠,١٦	٠,٤٨	٠,٣٦	ل(س)

$$ل(٠) = \binom{٢}{٠} (٠,٤٤)^٠ (٠,٥٦)^٢ = ١ \times ١ \times ٠,٣٦ = ٠,٣٦$$

$$ل(١) = \binom{٢}{١} (٠,٤٤)^١ (٠,٥٦)^١ = ٢ \times ٠,٤٤ \times ٠,٥٦ = ٠,٤٨$$

$$ل(٢) = \binom{٢}{٢} (٠,٤٤)^٢ (٠,٥٦)^٠ = ١ \times ٠,١٦ \times ١ = ٠,١٦$$

الحل:

س	١	٢	٤	٥	١٢
ص	٥	٦	٧	١٠	٢٨
س - س	٢-	١-	١	٢	٠
ص - ص	٢-	١-	٠	٣	٠
(س - س)	٤	١	٠	٦	١١
(ص - ص)	٤	١	١	٤	١٠
(س - س)	٤	١	١	٤	١٠

$$\bar{س} = \frac{١٢}{٤} = ٣ ، \bar{ص} = \frac{٢٨}{٤} = ٧$$

$$\hat{ص} = \bar{س} + \bar{ص}$$

$$\frac{١١}{١٠} = \frac{(\bar{س} - \bar{ص})(\bar{ص} - \bar{ص})}{\bar{ص}(\bar{ص} - \bar{ص})} = ١$$

$$\bar{ب} - \bar{ص} = \bar{س}$$

$$\frac{٣٧}{١٠} = \frac{٣٣}{١٠} - \frac{٧}{١٠} = ٣ \times \frac{١١}{١٠} - ٧ =$$

$$\hat{ص} = \frac{٣٧}{١٠} + \bar{س} = \frac{١١}{١٠}$$

(ب) تنبأ بقيمة ص اذا كان س = ١٤.

الحل:

$$\bar{س} = ١٤$$

$$\hat{ص} = \frac{٣٧}{١٠} + ١٤ \times \frac{١١}{١٠} =$$

$$١٩٤ = \frac{١٩١}{١٠} = \frac{٣٧}{١٠} + \frac{١٥٤}{١٠} =$$

(ج) جد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص اذا كان س = ٤.

الحل:

$$\bar{س} = ٤$$

$$\hat{ص} = \frac{٣٧}{١٠} + ٤ \times \frac{١١}{١٠} =$$

$$٨٤ = \frac{٨١}{١٠} = \frac{٣٧}{١٠} + \frac{٤٤}{١٠} =$$

الخطأ = الحقيقية - المتوقعة

$$١,١ - = ٨,١ - ٧ =$$

(٨) اذا كان (ز) متغيرا عشوائيا طبيعيا معياريا، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري:

(٤) اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الأشخاص هو ٤٢ سنة، والانحراف المعياري لها ٤، فجد العمر الذي ينحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي.

الحل:

$$\bar{س} = ٤٢ ، \bar{ع} = ٤ ، ز = ٢-$$

$$ز = \frac{\bar{س} - \bar{ع}}{\bar{ع}}$$

$$٢ - = \frac{٤٢ - \bar{ع}}{٤}$$

$$٨ - = \bar{س} = ٤٢ - ٨ = ٣٤$$

(٥) اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالمجموعة: {(١، ٤)، (٠، ٥)، (٢، ٠)، (٣، ٠)، (ب، ٠)}، فجد قيمة (ب).

الحل:

$$٠,٤ + ٠,٥ + ب = ١$$

$$٠,٩ + ب = ١$$

$$ب = ٠,٩ - ١ = ٠,١$$

(٦) اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين : س ، ص هو (٠,٨-) ، فجد معامل الارتباط بين س* ، ص* في كل مما يأتي:

$$(أ) س* = ٠,٨- ، ص* = ٨ - ص$$

الحل:

$$ر = ٠,٨-$$

تبقى ر = ٠,٨- لأن معامل س سالب ومعامل ص سالب

$$(ب) س* = ٤س + ٨ ، ص* = ص - ٥$$

الحل:

تبقى ر = ٠,٨- لأن معامل س موجب (٤) ومعامل ص موجب (١).

(٧) الجدول الآتي يبين القيم المتناظرة للمتغيرين: س ، ص:

س	١	٢	٤	٥
ص	٥	٦	٧	١٠

(أ) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيمة ص اذا علمت قيمة س.

الحل:

$$\text{العدد} = 1000, \bar{s} = 80, \bar{c} = 5$$

$$z = \frac{5 - 80}{5} = \frac{80 - 75}{5} = 1$$

$$P(s \geq 75) = P(z \geq 1)$$

$$1 - P(z \geq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

ب) احتمال أن يكون معدل الطالبة محصورا بين ٧٠ و ٩٠.

الحل:

$$z_1 = \frac{10 - 80}{5} = \frac{80 - 70}{5} = 2$$

$$z_2 = \frac{10 - 90}{5} = \frac{80 - 90}{5} = -2$$

$$P(70 \leq s \leq 90) = P(-2 \leq z \leq 2)$$

$$= P(z \leq 2) - P(z \leq -2)$$

$$= P(z \leq 2) - (1 - P(z \leq 2))$$

$$= 0.9772 - (1 - 0.9772)$$

$$= 0.9544 = 0.228 - 0.9772$$

ج) عدد الطالبات اللواتي يزيد معدل كل مهن على ٧٠.

الحل:

$$z = \frac{10 - 80}{5} = \frac{80 - 70}{5} = 2$$

$$P(s \leq 70) = P(z \leq 2)$$

$$P(z \leq 2) = 0.9772$$

$$\text{العدد} = 1000 \times 0.9772 = 977.2 \approx 977$$

$$P(z \geq 1.7) = 0.054$$

$$\text{الحل: } 0.954 = 0.054$$

$$P(z \geq 2.15) = 0.0142$$

$$\text{الحل: } 0.9858 = 0.0142$$

$$P(z \leq 1.14) = 0.8729$$

$$\text{الحل: } P(z \geq 1.14) = 0.1271 = 0.8729$$

$$P(z \geq 2.5) = 0.0062$$

$$\text{الحل: } 1 - P(z \geq 2.5) = 1 - 0.0062 = 0.9938$$

$$P(1.1 \leq z \leq 1.32) = 0.8643 - 0.8009 = 0.0634$$

$$\text{الحل: } P(z \geq 1.1) - P(z \geq 1.32) = 0.1357 - 0.0913 = 0.0444$$

$$= P(z \leq 1.1) - P(z \leq 1.32) = 0.8643 - 0.8009 = 0.0634$$

$$= 0.8009 - 0.734 = 0.0669$$

٩) اذا كان (س) متغيرا عشوائيا يتبع التوزيع الطبيعي الذي

وسطه الحسابي ٩٠، وانحرافه المعياري (٥) ، فجد:

$$P(s \geq 85)$$

$$\text{الحل: } \bar{s} = 90, \bar{c} = 5$$

$$z = \frac{85 - 90}{5} = \frac{90 - 85}{5} = 1$$

$$P(s \geq 85) = P(z \geq 1)$$

$$1 - P(z \geq 1) = 1 - 0.8413 = 0.1587$$

$$P(s \leq 93)$$

الحل:

$$z = \frac{93 - 90}{5} = \frac{90 - 93}{5} = -0.6$$

$$P(s \leq 93) = P(z \leq -0.6)$$

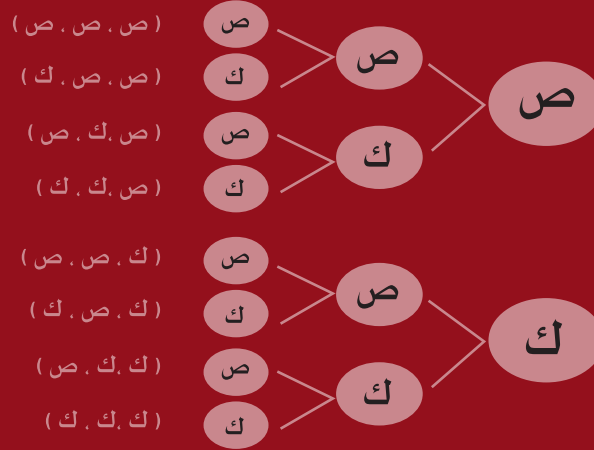
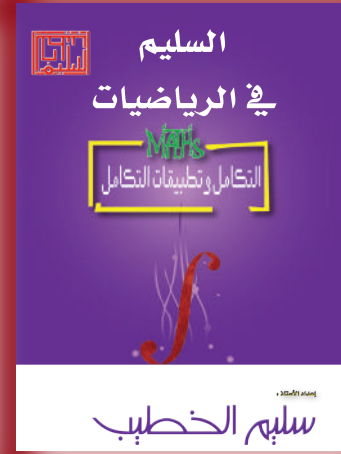
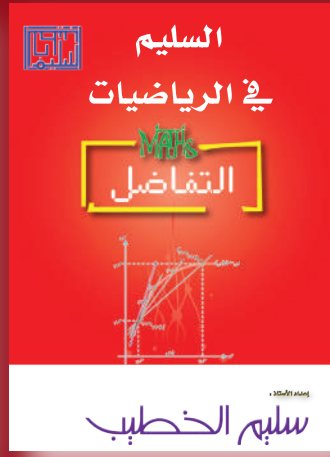
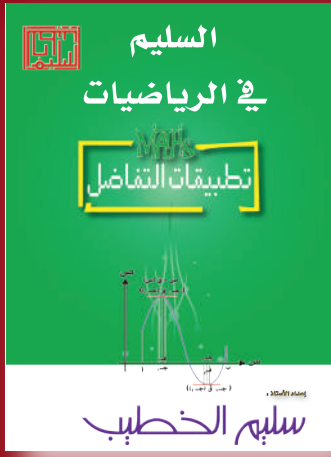
$$1 - P(z \geq -0.6) = 1 - 0.7257 = 0.2743$$

١٠) اذا كان متوسط معدل ١٠٠٠ طالبة في احدى مدارس

عمان ٨٠، والانحراف المعياري ٥، وكانت المعدلات تتوزع

توزيعا طبيعيا، واختبرت احدى الطالبات عشوائيا ، فجد:

أ) احتمال أن لا يزيد معدل الطالبة على ٧٥.



أكاديمية سليم الخطيب مركز زهرة النظم الثقافي

الوحدات - شارع مادبا - قرب ألبان ضبعة - فوق مطعم OK
هاتف : 06 477 33 55 - موبايل : 0787 800 852

إعداد الأستاذ :

سليم الخطيب / 0786230407

www.facebook.com/saleema15ateeb

Email: saleem__al5ateeb@yahoo.com