الوحدة الثانية

التفاضل

التفاضل

متوسط التغير $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$\Delta ص$ مقدار التغير في الاقتران ، $\Delta س$ التغير في السينات

[١] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = ٥$ ، $س_{٢} = ٧$.

الحل: $\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$\Delta س = ٧ - ٥ = ٢$

[٢] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = ٥$ ، $س_{٢} = ٤$.

الحل: $\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$\Delta س = ٤ - ٥ = -١$

[٣] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = ٢,٥$ ، $س_{٢} = ٣,٧$

الحل: $\Delta س = س_{٢} - س_{١} = ٣,٧ - ٢,٥ = ١,٢$

[٤] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = ٢,٤$ ، $س_{٢} = ٠,٨$

الحل:

$\boxed{-٢,٤}$

[٥] جد مقدار التغير في س في الفترة $[-١ ، ٣]$.

الحل: $\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$\Delta س = ٣ - (-١) = ٣ + ١ = ٤$

[٦] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = \frac{١}{٤}$ ، $س_{٢} = \frac{١}{٢}$

[٧] جد مقدار التغير في س عندما $س_{١} = \frac{٢}{٥}$ ، $س_{٢} = \frac{١}{٤}$

[٨] اذا كانت $\Delta س = ٤$ ، $س_{٢} = -٢$ جد $س_{١}$.

الحل: $\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$٤ = -٢ - س_{١}$

$٤ + ٢ = - س_{١} \Leftarrow س_{١} = -٦$

[٩] جد مقدار التغير في ص عندما $ص_{١} = ٣$ ، $ص_{٢} = ١$

الحل: $\Delta ص = ص_{٢} - ص_{١}$

$\Delta ص = ١ - ٣$

$\Delta ص = -٢$

[١٠] جد مقدار التغير في الاقتران $ق(س) = ٣س - س^{٢}$

عندما $س_{١} = ٢$ ، $س_{٢} = ١$

الحل: $\Delta ص = ق(س_{٢}) - ق(س_{١})$

$\Delta ص = ق(١) - ق(٢) = (٣ \times ١ - ١^{٢}) - (٣ \times ٢ - ٢^{٢}) = ٢ - ٢ = ٠$

[١١] جد مقدار التغير في $ص = ق(س) = س^{٢} + ١$

عندما $س_{١} = ٢$ ، $\Delta س = ٣$

الحل: $\Delta ص = ق(٥) - ق(٢)$

$\Delta ص = (٥^{٢} + ١) - (٢^{٢} + ١)$

$\Delta ص = ٢٦ - ٥ = ٢١$

$\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$٣ = س_{٢} - ٢$

$٣ + ٢ = س_{٢}$

$س_{٢} = ٥$

[١٢] جد مقدار التغير في $ص = س^{٢} + ١$ ، $س_{١} = ١$ ، $\Delta س = ٠,٥$

الحل: $\Delta ص = ق(١,٥) - ق(١)$

$\Delta ص = (١,٥^{٢} + ١) - (١^{٢} + ١)$

$= (٢,٢٥ + ١) - (٢)$

$= ٣,٢٥ - ٢ = ١,٢٥$

$\Delta س = س_{٢} - س_{١}$

$٠,٥ = س_{٢} - ١$

$س_{٢} = ٠,٥ + ١$

$س_{٢} = ١,٥$

[١٣] جد مقدار التغير في $ص = ق(س) = س^{٢} - ٦س$

عندما $س_{١} = \frac{١}{٢}$ ، $س_{٢} = \frac{٢}{٣}$

$\boxed{-\frac{٢٩}{٣٦}}$

[١٤] $ص = ق(س) = ١ - س^{٢}$ في الفترة $[-١ ، ٢]$

$\boxed{-٣}$

[١٥] $ص = ق(س) = س^{٢}$ في الفترة $[-٢ ، ١]$

$\boxed{-٣}$

[١٦] جد متوسط التغير للاقتران ص = س² عندما تتغير س من ١ الى ٣ .

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(\text{س}_٢) - \text{ق}(\text{س}_١)}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(١)}{٣ - ١} = \frac{٣^٢ - ١^٢}{٢}$

$= \frac{٨}{٢} = ٤$

[١٧] جد متوسط التغير للاقتران ق(س) = ٣س² − ١ في [-١ ، ٢] .

الحل : $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٢) - \text{ق}(-١)}{٢ - -١}$

$= \frac{(٣ \times ٢^٢ - ١) - (٣ \times (-١)^٢ - ١)}{٣}$

$= \frac{١١ - ٢}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$

[١٨] اوجد متوسط التغير للاقتران ل(س) = س² − ٢س − ٤ عندما تتغير س من -١ الى ٢ ؟

[٠]

[١٩] احسب متوسط التغير في الاقتران ص(س) = س − ٢س³ عندما $\text{س}_١ = -١$ ، Δس = ٣

[-٥]

[٢٠] ما متوسط التغير للاقتران ق(س) = ٢√س في [٩ ، ٢٥] .

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٢٥) - \text{ق}(٩)}{٢٥ - ٩}$

$= \frac{٢\sqrt{٢٥} - ٢\sqrt{٩}}{١٦} = \frac{١٠ - ٦}{١٦} = \frac{١}{٤}$

[٢١] اذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^٢ - ٣ \text{ ، } -١ \le \text{س} < ٢ \\ ٢\text{س}^٣ + ٥ \text{ ، } ٢ \le \text{س} \le ٥ \end{cases}$

جد متوسط التغير في ق عندما تتغير س من ٠ الى ٣

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(٠)}{٣ - ٠}$

$= \frac{(٢ \times ٣^٣ + ٥) - (٠^٢ - ٣)}{٣}$

$= \frac{٥٩ + ٣}{٣} = \frac{٦٢}{٣}$

[٢٢] اذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٥\text{س}^٢ - \text{س} \text{ ، } \text{س} \ge ١ \\ ٣\text{س} + ١ \text{ ، } \text{س} < ١ \end{cases}$

جد متوسط التغير في ق(س) عندما تتغير س من (-١) الى (٣)

[١١]

[٢٣] اذا كان الاقتران ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^٢ - ٢ \text{ ، } ١ \le \text{س} \le ٣ \\ ٢\text{س} + ١ \text{ ، } ٣ < \text{س} \le ٥ \end{cases}$

جد متوسط التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من ٢ الى ٥

[٣]

[٢٤] اذا كان ص = ٣ − ٧س احسب متوسط التغير في الاقتران ق في [-٥ ، -١]

[٢٥] اذا كان متوسط التغير للاقتران ق في الفترة [١ ، ٣] يساوي (٤) وكان الاقتران هـ(س) = ق(س) − س جد متوسط التغير للاقتران (هـ) في الفترة [١ ، ٣] .

الحل :-

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{هـ}(٣) - \text{هـ}(١)}{٣ - ١} = \frac{\text{ق}(٣) - ٣ - \text{ق}(١) + ١}{٣ - ١}$

$= \frac{\text{ق}(٣) - \text{ق}(١)}{٣ - ١} + \frac{-٣ + ١}{٣ - ١}$

$= ٤ + \frac{-٢}{٢} = ٤ - ١ = ٣$

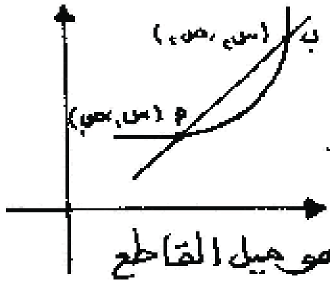
[٢٦] اذا كان ص = ق(س) = ١٦ احسب متوسط التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [٣ ، ٧]

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٧) - \text{ق}(٣)}{٧ - ٣}$

$= \frac{١٦ - ١٦}{٤} = \frac{٠}{٤} = ٠$

[٢٧] اذا كان ق(س) = $\frac{١}{\text{س}}$ جد متوسط التغير للاقتران ق عندما $\text{س}_١ = ٢$ ، والتغير في السينات ٣

التفسير الهندسي لمتوسط التغير



الخط المستقيم أ ب يسمى قاطعاً هندسياً.
متوسط تغير الاقتران ق حيث ص = ق(س) هو ميل القاطع الذي يمر بالنقطتين (س₁، ص₁)، (س₂، ص₂) الواقعتين على منحنى ق حيث
ميل القاطع = متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

١ إذا كان ق(س) = ٤س - ٣س² فما ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ١)، (٢، ٧)؟

الحل: $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٧ - ١}{٢ - -١} = \frac{٦}{٣} = ٢$

٢ إذا كان ص = ق(س) = $\frac{٣س + ٥}{٢}$ ما ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ٢)، (-٣، -٦)؟

الحل: $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{-٦ - ٢}{-٣ - -١} = \frac{-٨}{-٢}$

$= ٤$

٣ إذا كان ص = ق(س) = س³ - ٢ احسب ميل القاطع الواصل بين النقطتين (٠، ق(٠))، (-٢، ق(-٢))

الحل: $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ق(-٢) - ق(٠)}{-٢ - ٠}$

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{((-٢)^3 - ٢) - (-٢)}{-٢} = \frac{-١٠ + ٢}{-٢} = \frac{-٨}{-٢}$

$= ٤$

٤ إذا كان ق(س) = س² - ٣س + ٥ ما ميل القاطع المار بالنقطتين (-١، ق(-١))، (٤، ق(٤))

التفسير الفيزيائي لمتوسط التغير

السرعة المتوسطة يرمز لها بالرمز $\bar{ع}$ هي متوسط التغير في المسافة بالنسبة للزمن حيث ف = ف(ن) فإن السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [ن₁، ن₂] هي:

$$\bar{ع} = \frac{\Delta ف}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$$

١ يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = ٣ن² + ٢ن³ + ١، ن الزمن بالثواني ف(ن) المسافة بالامتار احسب السرعة المتوسطة للجسم في الفترة [٠، ٢].

الحل:

$\bar{ع} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$

$\bar{ع} = \frac{ف(٢) - ف(٠)}{٢ - ٠}$

$\bar{ع} = \frac{(٣ \times ٢^2 + ٢ \times ٢^3 + ١) - (٠ + ٠ + ١)}{٢} = \frac{٢٩ - ١}{٢}$

$= ١٤$ م/ث

٢ إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم في أثناء سقوطه إلى أسفل تعطى بالعلاقة ف = ١٠ن - ٢ن² حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني فاحسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١، ٣]

الحل: $\bar{ع} = \frac{ف(٣) - ف(١)}{٣ - ١}$

$\bar{ع} = \frac{(٣٠ - ١٨) - (١٠ - ٢)}{٢}$

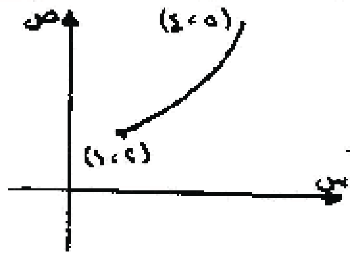
$\bar{ع} = \frac{١٢ - ٨}{٢} = \frac{٤}{٢} = ٢$ م/ث

٣ إذا كانت المسافة بالامتار التي يقطعها جسيم هي ف(ن) = ن² + ٢ن + ١ جد السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١، ٣]

٦م/ث

أمثلة عامة :-

[١] الشكل المجاور يمثل منحنى ق(س) جد متوسط التغير في الاقتران ق(س) في [٢، ٥]



الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{٤ - ١}{٥ - ٢} = \frac{٣}{٣} = ١$

[٢] إذا كان التغير في المسافة التي يقطعها جسم في الفترة الزمنية [١، ٥] هو (١٥)م جد السرعة المتوسطة

الحل :- $\bar{\text{ع}} = \frac{\Delta \text{ف}}{\Delta \text{ن}}$

$\bar{\text{ع}} = \frac{١٥}{٥ - ١}$

$\bar{\text{ع}} = \frac{١٥}{٤}$ م/ث

[٣] اذا كان ق(س) = { -٣س - ٥ ، س > ٠ ؛ س² + ١ ، س ≤ ٠ .

جد متوسط التغير في ق(س) عندما تتغير س من (٤) الى (٠) .

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٠) - \text{ق}(٤)}{٠ - ٤}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(٠^2 + ١) - (-٣ \times ٤ - ٥)}{-٤}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{١ + ١٧}{-٤} = \frac{١٨}{-٤} = \frac{-٩}{٢}$

[٤] إذا كان متوسط التغير في [١، ٥] يساوي ٧ وكان هـ(س) = ٣ + ٥ق(س) جد متوسط التغير في هـ(س) في [١، ٥] .

الحل :-

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{هـ}(٥) - \text{هـ}(١)}{٥ - ١}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(٣ + ٥\text{ق}(٥)) - (٣ + ٥\text{ق}(١))}{٥ - ١}$

$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{٥\text{ق}(٥) - ٥\text{ق}(١)}{٤}$

$= \frac{٥(\text{ق}(٥) - \text{ق}(١))}{٥ - ١}$

$= ٥ \times ٧ = ٣٥$

[٥] اذا كان متوسط التغير في الاقتران ق في الفترة [-١، ٢] يساوي ٤ وكان هـ(س) = ق(س) - ٢س² جد متوسط التغير في الاقتران هـ في الفترة [-١، ٢] .

$\boxed{-٢}$

[٦] يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن) = ن + $\frac{١}{\text{ن}}$ احسب السرعة المتوسطة في الفترة الزمنية [$\frac{١}{٢}$، ١]

$\boxed{\frac{-١٠}{٣}}$

[٧] اذا كانت السرعة المتوسطة لجسم قطع مسافة ف(ن) بعد ن ثانية هي ٣٠م/ث في الفترة الزمنية [٢، ٥] جد التغير في المسافة المقطوعة في تلك الفترة .

$\boxed{٩٠\text{م}}$

[٨] إذا علمت ان السرعة المتوسطة لجسم ما في الفترة الزمنية [١، ٣] هي ١٥م/ث وان الجسم ف(٣) = ٣٥م احسب ف(١)

الحل :- $\bar{\text{ع}} = \frac{\text{ف}(٣) - \text{ف}(١)}{٣ - ١}$

$١٥ = \frac{٣٥ - \text{ف}(١)}{٢}$ ضرب تبادلي

$٣٠ = ٣٥ - \text{ف}(١)$

$٣٠ - ٣٥ = -\text{ف}(١) \Leftarrow -٥ = -\text{ف}(١)$

ف(١) = ٥م

[٩] اذا كان ق(س) = أس - ١ وكان متوسط التغير في ق(س) عندما تتغير س من (٢) الى (١) يساوي (٤) فما قيمة أ ؟

الحل :- $\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٢) - \text{ق}(١)}{٢ - ١}$

$٤ = \frac{٢\text{أ} - ١ - (\text{أ} - ١)}{١}$

$٤ = ٢\text{أ} - \cancel{١} - \text{أ} + \cancel{١}$

أ = ٤

[١٠] اذا كان ق(س) = م $\sqrt{\text{س}}$ وكان متوسط التغير في ق(س) في الفترة [٩، ٢٥] يساوي (٣) جد قيمة الثابت م.

الحل:-

$$\frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{ق}(٢٥) - \text{ق}(٩)}{٢٥ - ٩}$$

$$٣ = \frac{\text{م}\sqrt{٢٥} - \text{م}\sqrt{٩}}{١٦}$$

$$٣ \times ١٦ = \text{م} \times ٥ - \text{م} \times ٣$$

$$\frac{٣ \times ١٦}{٢} = \frac{٢\text{م}}{٢} \Leftarrow \text{م} = ٢٤$$

[١١] إذا كان ق(س) = س² − ٤ وكان متوسط التغير في ق(س) [م، ٢م] يساوي (٣) فما قيمة الثابت م.

$\boxed{\text{م} = ١}$

[١٢] اذا كان ق(س) = س² − ٢س + ٢ وكان متوسط التغير في ق(س) [م، ٢م] يساوي ٧ فما قيمة الثابت م؟

$\boxed{\text{م} = ٣}$

[١٣] إذا كان ق(س) = م س² − ٢س وكان $\text{س}_١ = -٢$ ، Δس = −١ واقتران التغير = ٥ فما قيمة م؟

$\boxed{\text{م} = \frac{٣}{٥}}$

[١٤] اذا كان ق(س) = س² − س − ٢ حيث س ∈ [م، ٣] وكان التغير في الإقتران يساوي ٤ فما قيمة م؟

$$\Delta \text{ص} = \text{ق}(٣) - \text{ق}(\text{م})$$

$$٤ = (٣^٢ - ٣ - ٢) - (\text{م}^٢ - \text{م} - ٢)$$

$$٤ = ٤ - \text{م}^٢ + \text{م} + ٢$$

$$\text{م}^٢ - \text{م} + ٤ - ٤ - ٢ = ٠$$

$$\text{م}^٢ - \text{م} - ٢ = ٠$$

$$(\text{م} - ٢)(\text{م} + ١) = ٠$$

$$\text{م} = ٢ \qquad \text{م} = -١$$

[١٥] إذا كان ق(س) يمر بالنقطتين (٢، م) و (٤، ٥) وكان ميل القاطع المار بالنقطتين هو ٣ فما قيمة م؟

$\boxed{\text{م} = -١}$

[١٦] اذا كان التغير في الاقتران ص = ق(س) عندما تتغير س من (١) الى (٤) يساوي (٧) وكان ق(١) = ٥ جد قيمة ق(٤)

[١٧] إذا تغير طول ضلع مربع من ١سم الى ٥سم جد أ) مساحة المربع ب) متوسط التغير في مساحة المربع.

الحل:- نفرض طول الضلع = س

مساحة المربع = (الضلع)²

م = س²

ب- $\frac{\Delta \text{م}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{م}(\text{س}_٢) - \text{م}(\text{س}_١)}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

$$\frac{\Delta \text{م}}{\Delta \text{س}} = \frac{\text{م}(٥) - \text{م}(١)}{٥ - ١}$$

$$= \frac{٢٥ - ١}{٤} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$$

المشتقة الأولى

يرمز للمشتقة الاولى بالرموز الآتية

$ق'(س)$ أو $\frac{دص}{دس}$ أو $ص'$ أو $\frac{د}{دس}(ق(س))$

تعريف المشتقة

$$ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$$

عند نقطة

$$ق'(أ) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(أ+هـ) - ق(أ)}{هـ}$$

$\boxed{١}$ ق(س) = ٣س − ٥ جد المشتقة باستخدام التعريف

الحل: $ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٣(س+هـ) - ٥ - ٣س + ٥}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{\cancel{٣س} + ٣هـ \cancel{- ٥} \cancel{- ٣س} \cancel{+ ٥}}{هـ} = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٣هـ}{هـ} = ٣$

$\boxed{٢}$ اذا كان ق(س) = ١ + ٣س جد ق'(س)

الحل: $ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{١ + ٣(س+هـ) - (١+٣س)}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{\cancel{١} + \cancel{٣س} + ٣هـ \cancel{- ١} \cancel{- ٣س}}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٣هـ}{هـ} = ٣$

$\boxed{٣}$ اذا كان ق(س) = ١ − ٥س باستخدام تعريف المشتقة الاولى

$\boxed{-٥}$

$\boxed{٤}$ اذا كان ص = $\frac{١}{٢}$س جد المشتقة الاولى باستخدام التعريف.

$\boxed{\frac{١}{٢}}$

$\boxed{٥}$ اذا كان ص = $\frac{١}{٢}$س جد المشتقة الاولى باستخدام التعريف

$\boxed{-١}$

$\boxed{٦}$ اذا كان ق(س) = س² جد المشتقة الاولى حسب التعريف

الحل: $ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{(س+هـ)^٢ - س^٢}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{\cancel{س^٢} + ٢س هـ + هـ^٢ \cancel{- س^٢}}{هـ}$

$\underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{\cancel{هـ}(٢س + هـ)}{\cancel{هـ}}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} ٢س + هـ = ٢س$

$\boxed{٧}$ باستخدام التعريف العام للمشتقة جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = ٣

الحل:

$ق'(س) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$\underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٣ - ٣}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٠}{هـ} = \underset{س \to ٠}{نها} ٠ =$ صفر

$\boxed{٨}$ اذا كان ق(س) = س جد المشتقة الاولى حسب التعريف

$\boxed{١}$

$\boxed{٩}$ اذا كان ق(س) = ٥ − س² جد ق'(٣)

الحل: $ق'(٣) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{ق(٣+هـ) - ق(٣)}{هـ}$

$ق'(٣) = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٥ - (٣+هـ)^٢ - -٤}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{٥ - (٩ + ٦هـ + هـ^٢) + ٤}{هـ}$

$= \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{\cancel{٥} \cancel{- ٩} - ٦هـ - هـ^٢ \cancel{+ ٤}}{هـ} = \underset{هـ \to ٠}{نها} \frac{-٦هـ - هـ^٢}{هـ}$

$= -٦$

١٠ ص = ٥ + ٢س^{٢} جد ق̸(١) بإستخدام التعريف

$\boxed{٤}$

١١ ق(س) = ٢ − ٣س^{٢} جد ق̸(−٢) بإستخدام التعريف

$\boxed{١٢}$

١٢ ق(س) = −٢ جد ق̸(١) بإستخدام التعريف

$\boxed{\text{صفر}}$

١٣ اذا كان ق(س) = س^{٢} + ٣س جد ق̸(٤) باستخدام تعريف المشتقة

$\boxed{١١}$

١٤ إذا كان ق(س) = س^{٣} جد ق̸(س) بإستخدام التعريف .

الحل :- ق̸(س) = نها$_{هـ \to ٠}$ $\frac{\text{ق(س + هـ) − ق(س)}}{\text{هـ}}$

= نها$_{هـ \to ٠}$ $\frac{\text{(س + هـ)}^{٣} − \text{س}^{٣}}{\text{هـ}}$

= نها$_{هـ \to ٠}$ $\frac{\cancel{\text{س}^{٣}} + ٣\text{س}^{٢}\text{هـ} + ٣\text{س هـ}^{٢} + \text{هـ}^{٣} − \cancel{\text{س}^{٣}}}{\text{هـ}}$

= نها$_{هـ \to ٠}$ $\frac{\cancel{\text{هـ}}(٣\text{س}^{٢} + ٣\text{س هـ} + \text{هـ}^{٢})}{\cancel{\text{هـ}}}$

= ٣س^{٢} + ٠ + ٠ = ٣س^{٢}

١٥ جد المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = ٢س^{٣} بإستخدام التعريف

$\boxed{٦\text{س}^{٢}}$

١٦ اذا كان ق(س) = ٣ − س^{٣} جد ق̸(−١) بإستخدام التعريف .

$\boxed{−٣}$

١٧ اذا كان ق(س) = س^{٣} + ٣س^{٢} جد ق̸(٢) بإستخدام التعريف

$\boxed{٢٤}$

١٨ اذا كان ق(س) = س − ٣س^{٣} + ٤ جد ق̸(١)

$\boxed{−٨}$

[19] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}}$ ، $\text{س} > 0$ جد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام تعريف المشتقة الأولى.

الحل: $\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\text{ق}(\text{س}+\text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{\text{س}+\text{هـ}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{\text{س}+\text{هـ}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{هـ}} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}+\text{هـ}} + \sqrt{\text{س}}}{\sqrt{\text{س}+\text{هـ}} + \sqrt{\text{س}}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\cancel{\text{س}} + \cancel{\text{هـ}} - \cancel{\text{س}}}{\cancel{\text{هـ}}\,(\sqrt{\text{س}+\text{هـ}} + \sqrt{\text{س}})}$

$\dfrac{1}{\sqrt{\text{س}} + \sqrt{\text{س}}} = \dfrac{1}{2\sqrt{\text{س}}}$

[20] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{3 - 2\text{س}}$ جد $\text{ق}'(1)$

الحل: $\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\text{ق}(\text{هـ}+1) - \text{ق}(1)}{\text{هـ}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{3 - 2(\text{هـ}+1)} - 1}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{3 - 2\text{هـ} - 2} - 1}{\text{هـ}} = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{1 - 2\text{هـ}} - 1}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\sqrt{1 - 2\text{هـ}} - 1}{\text{هـ}} \times \dfrac{\sqrt{1 - 2\text{هـ}} + 1}{\sqrt{1 - 2\text{هـ}} + 1} = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\cancel{1} - 2\text{هـ} - \cancel{1}}{\text{هـ}\,(\sqrt{1 - 2\text{هـ}} + 1)}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{-2\cancel{\text{هـ}}}{\cancel{\text{هـ}}\,(\sqrt{1 - 2\text{هـ}} + 1)} = \dfrac{-2}{2} = -1$

[21] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{6}{\text{س}}$ ، جد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام التعريف

الحل: $\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\text{ق}(\text{س}+\text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{6}{\text{س}+\text{هـ}} - \dfrac{6}{\text{س}}}{\text{هـ}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{\cancel{6\text{س}} - \cancel{6\text{س}} - 6\text{هـ}}{(\text{س})(\text{س}+\text{هـ})}}{\text{هـ}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{-6\cancel{\text{هـ}}}{(\text{س})(\text{س}+\text{هـ})}}{\cancel{\text{هـ}}} = \dfrac{-6}{\text{س}^2}$

[22] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{\text{س}^2 - 1}$ جد $\text{ق}'(2)$ باستخدام التعريف

$\boxed{\dfrac{2}{\sqrt{3}}}$

[23] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{3}{\text{س}}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام التعريف

$\dfrac{-3}{\text{س}^2}$

[24] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{1}{\text{س} - 1}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام التعريف.

الحل: $\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\text{ق}(\text{س}+\text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ}}$

$\text{ق}'(\text{س}) = \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{1}{\text{س}+\text{هـ}-1} - \dfrac{1}{\text{س}-1}}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{\cancel{\text{س}} - \cancel{1} - \cancel{\text{س}} - \text{هـ} + \cancel{1}}{(\text{س}-1)(\text{س}+\text{هـ}-1)}}{\text{هـ}}$

$= \lim\limits_{\text{هـ}\to 0} \dfrac{\dfrac{-\cancel{\text{هـ}}}{(\text{س}-1)(\text{س}+\text{هـ}-1)}}{\cancel{\text{هـ}}} = \dfrac{-1}{(\text{س}-1)^2}$

[25] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{-1}{\text{س} - 2}$ اوجد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام التعريف

$\dfrac{1}{(\text{س}-2)^2}$

[26] إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{-2}{\text{س}}$ جد $\text{ق}'(1)$ باستخدام التعريف

$\boxed{2}$

[27] جد $\text{ق}'(\text{س})$ باستخدام التعريف للاقتران $\text{ق}(\text{س}) = \sqrt{3\text{س} + 2}$

$\dfrac{3}{2\sqrt{3\text{س}+2}}$

28) اذا كان $ق(س) = \frac{س+٣}{٢}$ جد $قَ(س)$

الحل: $قَ(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{ق(س+هـ) - ق(س)}{هـ}$

$$قَ(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{س+هـ+٣}{٢} - \frac{س+٣}{٢}}{هـ}$$

$$قَ(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{\cancel{س}+هـ+\cancel{٣}-\cancel{س}-\cancel{٣}}{٢}}{هـ}$$

$$قَ(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{\frac{\cancel{هـ}}{٢}}{\cancel{هـ}} = \frac{١}{٢}$$

29) اذا كان $ق(س) = \frac{٢س-٣}{٥}$ جد $قَ(س)$

$\boxed{\frac{٢}{٥}}$

30) اذا كان $ق(س) = \frac{-٣}{س-١}$، جد $قَ(س)$

باستخدام التعريف

$\frac{٣}{(س-١)^٢}$

31) اذا كان $ق(س) = \frac{-٣}{س^٢+١}$ جد $قَ(١)$

باستخدام التعريف

$\boxed{\frac{-٣}{٢}}$

قواعد الاشتقاق

مشتقة الثابت

إذا كان ق(س) = جـ   جـ عدد ثابت

فإن ق'(س) = صفر .

[1] اذا كان ق(س) = ٢ جد ق'(س)

الحل ، ق'(س) = صفر

[2] اذا كان ق(س) = $\sqrt{٢}$ جد ق'(س)

الحل : ق'(س) = صفر

[3] اذا كان ق(س) = $-\frac{١}{٢}$ جد ق'(س)

الحل : ق'(س) = صفر .

[4] اذا كان ق(س) = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ جد ق'(س)

الحل :- ق'(س) = صفر .

مشتقة الاقتران $س^ن$

اذا كان ق(س) = $س^ن$ فإن

ق'(س) = ن $س^{ن-١}$

[1] اذا كان ق(س) = $س^٥$ جد ق'(س)

الحل : ق'(س) = ٥ $س^٤$

[2] اذا كان ق(س) = $س^{-٤}$ جد ق'(س)

الحل : ق'(س) = -٤ $س^{-٥}$

[3] اذا كان ق(س) = ٢ $س^٤$ جد ق'(س)

يتبع

[4] اذا كان ق(س) = س جد ق'(س) .

الحل : ق'(س) = ١

[5] ق(س) = $س^{\frac{٢}{٥}}$ فجد ق'(س)

الحل : ق'(س) = $\frac{٢}{٥}$ $س^{\frac{٢}{٥}-١}$ = $\frac{٢}{٥}$ $س^{\frac{-٣}{٥}}$ = $\frac{٢}{٥ س^{\frac{٣}{٥}}}$

= $\frac{٢}{٥ \sqrt[٥]{س^٣}}$

[6] اذا كان ق(س) = $\frac{٣}{س^٢}$ جد ق'(س)

الحل : نجعل ق(س) = ٣ $س^{-٢}$

ق'(س) = -٦ $س^{-٣}$ = $\frac{-٦}{س^٣}$

[7] ق(س) = $\frac{٤}{س}$ جد ق'(س)

الحل : ق(س) = ٤ $س^{-١}$

ق'(س) = -٤ $س^{-٢}$ = $\frac{-٤}{س^٢}$

[8] ق(س) = $\sqrt{س}$ جد ق'(س)

الحل :- ق(س) = $س^{\frac{١}{٢}}$

ق'(س) = $\frac{١}{٢}$ $س^{-\frac{١}{٢}}$ = $\frac{١}{٢ س^{\frac{١}{٢}}}$ = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

مشتقة الجذر التربيعي

ق'(س) = $\frac{\text{مشتقة ما داخل الجذر}}{\text{٢ × الجذر نفسه}}$

[1] اذا كان ق(س) = $\sqrt{س}$ جد ق'(س)

الحل :- ق'(س) = $\frac{١}{٢\sqrt{س}}$

[2] اذا كان ق(س) = $\sqrt{٣س}$ جد ق'(س)

الحل ، ق'(س) = $\frac{٣}{٢\sqrt{٣س}}$

[3] إذا كان ق(س) = $\sqrt{-٥س}$ جد ق'(س)

الحل :- ق'(س) = $\frac{-٥}{٢\sqrt{-٥س}}$

٤ اذا كان $ق(س) = \sqrt{١ - ٢س^{٥}}$ جد $ق'(س)$

٥ اذا كان $ق(س) = \sqrt{٣س^{٢}}$ جد $ق'(س)$

٦ اذا كان $ق(س) = \sqrt{س^{٣}}$ جد $ق'(س)$

٧ اذا كان $ق(س) = \sqrt{س^{٥}}$ جد $ق'(س)$

مشتقة عدد × إقتران

إذا كان $ق(س) = أ\,س^{ن}$ ، حيث أ عدد ثابت

فإن $ق'(س) = أ \times ن\,س^{ن-١}$

١ اذا كان $ق(س) = ٢س^{٣}$ جد $ق'(س)$

الحل: $ق'(س) = ٢ \times ٣س^{٢}$

$ق'(س) = ٦س^{٢}$

٢ اذا كان $ق(س) = -٦س^{٢}$ جد $ق'(س)$

الحل: $ق'(س) = -١٢س$

٣ اذا كان $ق(س) = -٢س^{\frac{١}{٢}}$ جد $ق'(س)$

الحل: $ق'(س) = -٢ \times \frac{١}{٢} س^{\frac{-١}{٢}}$

$= -س^{\frac{-١}{٢}} = \frac{-١}{س^{\frac{١}{٢}}} = \frac{-١}{\sqrt{س}}$

مشتقة الجمع والطرح

إذا كان $ق(س) = د(س) \pm هـ(س)$

$ق'(س) = د'(س) \pm هـ'(س)$

١ اذا كان $ق(س) = س^{٢} - ٢س^{٥} + ١$ جد $ق'(س)$

الحل:-

$ق'(س) = ٢س - ١٠س^{٤}$

٢ اذا كان $ق(س) = ٣س^{٧} - ١٠س + س^{٥} - ٣$

جد $ق'(س)$

الحل:- $ق'(س) = ٢١س^{٦} - ١٠ + ٥س^{٤}$

٣ إذا كان $ق(س) = -٢س^{٢} - ٥س^{٣}$ جد $ق'(س)$

٤ إذا كان $ق(س) = \frac{٢}{س} - ٣س^{٢}$ جد $ق'(س)$

الحل:- $ق(س) = ٢س^{-١} - ٣س^{٢}$

$ق'(س) = -٢س^{-٢} - ٦س$

$ق'(س) = \frac{-٢}{س^{٢}} - ٦س$

٥ اذا كان $ق(س) = \sqrt{١-٢س} + س^{٢} + ١$ جد $ق'(س)$

الحل:-

$ق(س) = \sqrt{١-٢س} + س^{٢} + ١$

$ق'(س) = \frac{-٢}{٢\sqrt{١-٢س}} + ٢س$

٦ اذا كان $ق(س) = \sqrt{٢س^{٣} + س} - س^{٣} - \frac{٣}{س}$ جد

$ق'(س)$

مشتقة حاصل ضرب إقترانين

إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{د}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س})$ فإن

$$\text{ق}'(\text{س}) = \text{د}'(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}'(\text{س}) \times \text{د}(\text{س})$$

$\text{ق}'(\text{س})$ = مشتقة الاول × الثاني + مشتقة الثاني × الاول

$\boxed{1}$ إذا كان $\text{ص} = (\text{س}^2 - 4)(2\text{س} + 1)$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = م الاول × الثاني + م الثاني × الاول

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (2\text{س})(2\text{س} + 1) + (2)(\text{س}^2 - 4)$$

$\boxed{2}$ إذا كان $\text{ص} = (2\text{س}^3 - 4\text{س} + 1)(\text{س}^3 - 2)$ جد $\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=1}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = م الاول × الثاني + م الثاني × الاول

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (6\text{س}^2 - 4)(\text{س}^3 - 2) + (3\text{س}^2)(2\text{س}^3 - 4\text{س} + 1)$$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=1} = (6 \times 1^2 - 4)(1^3 - 2) + (3 \times 1^2)(2 \times 1^3 - 4 \times 1 + 1)$$

$$= (6 - 4)(1 - 2) + (3)(2 - 4 + 1) = 2 \times -1 + 3 \times -1 = -5$$

$\boxed{3}$ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (\text{س}^2 + 2)(\text{س}^3 - 3)$ جد $\text{ق}'(-1)$

$\boxed{4}$ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = (\sqrt{\text{س}} + 1)(\text{س}^2 - \text{س} + 1)$

جد $\text{ق}'(1)$

مشتقة حاصل قسمة إقترانين

إذا كان $\text{ص} = \frac{\text{د}(\text{س})}{\text{هـ}(\text{س})}$ فإن

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{د}'(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) - \text{هـ}'(\text{س}) \times \text{د}(\text{س})}{(\text{هـ}(\text{س}))^2}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{م. البسط} \times \text{المقام} - \text{م. المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^2}$$

$\boxed{1}$ $\text{ص} = \frac{\text{س}^2 + 1}{\text{س}^3 - 5}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{م. البسط} \times \text{المقام} - \text{م. المقام} \times \text{البسط}}{(\text{المقام})^2}$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{(2\text{س})(\text{س}^3 - 5) - (3\text{س}^2)(\text{س}^2 + 1)}{(\text{س}^3 - 5)^2}$$

$\boxed{2}$ $\text{ص} = \frac{\text{س}^7 - \text{س}^2 + 1}{4 - \text{س}}$ جد $\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=1}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{(7\text{س}^6 - 2\text{س})(4 - \text{س}) - (-1)(\text{س}^7 - \text{س}^2 + 1)}{(4 - \text{س})^2}$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=1} = \frac{(5 \times 3) - (-1)}{3^2} = \frac{16}{9}$$

$\boxed{3}$ $\text{ق}(\text{س}) = \frac{3\text{س}^3 - 2\text{س}^2 + 1}{2\text{س} + 3}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$

$\boxed{4}$ إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \frac{2\text{س} - 1}{\text{س}^2 + 1}$ جد $\text{ق}'(\text{س})$

مشتقة قسمة $\frac{\text{عدد}}{\text{إقتران}}$

إذا كان ص = $\frac{جـ}{ق(س)}$ ؛ ق(س) ≠ ٠ ، جـ عدد ثابت

فإن $\frac{دص}{دس} = \frac{-جـ \times ق'(س)}{(ق(س))^٢}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-\text{العدد} \times \text{مشتقة المقام}}{(\text{المقام})^٢}$

---

١) إذا كان ص = $\frac{٤}{س^٣ + ١}$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل: $\frac{دص}{دس} = \frac{-٤ \times (٣س^٢)}{(س^٣ + ١)^٢}$

---

٢) إذا كان ص = $\frac{-٥}{س^٢ - ٤س + ١}$ جد $\frac{دص}{دس}$

---

٣) إذا كان ق(س) = $\frac{٢}{س^٤ - ٥س^٢ + ٣س - ١}$ جد ق'(١)

الحل: ق'(س) = $\frac{-٢(٤س^٣ - ١٠س + ٣)}{(س^٤ - ٥س^٢ + ٣س - ١)^٢}$

ق'(١) = $\frac{-٢(٤ - ١٠ + ٣)}{(١ - ٥ + ٣ - ١)^٢}$

ق'(١) = $\frac{-٢ \times -٣}{٤} = \frac{٣}{٢}$

---

٤) إذا كان ق(س) = $\frac{-٣}{س^٢ + ١}$ جد ق'(١)

$\boxed{\frac{٣}{٢}}$

---

٥) إذا كان ق(س) = $\frac{-١}{س^٢ - ٤س^٣ + ١}$ جد ق'(١)

$\boxed{\frac{-٥}{٢}}$

---

٦) إذا كان ق(س) = $\frac{-٤}{س + ١}$ جد ق'(٢)

$\boxed{\frac{٤}{٩}}$

تمارين عامة على الإشتقاق

١) ق(س) = $\sqrt{٣}$ جد ق'(س)

---

٢) ق(س) = ٢س - ١ جد ق'(س)

---

٣) ق(س) = $\frac{٢}{س}$ - س جد ق'(١)

---

٤) ق(س) = ٣س^٢ - ٥س + ٤ جد ق'(٢)

---

٥) إذا كان ص = $\sqrt{س^٣}$ جد $\frac{دص}{دس}$

---

٦) إذا كان ص = ٣(س^٢ - ٥س + ١)(س^٣ - ٢) جد ق'(-١)

---

٧) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ + ٥س - ٢}{٤ - ٣س}$ جد ق'(س)

---

٨) إذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ + ٩}{٢ - ٧س}$ جد ق'(١)

أسئلة الثوابت

[١] اذا كان ق(س) = س³ + ٢م س − ٥ فما قيمة م التي تجعل قَ(٢) تساوي ٢؟

الحل:-

قَ(س) = ٣س² + ٢م

قَ(٢) = ٣ × ٢² + ٢م = ٢

= ١٢ + ٢م = ٢

٢م = ٢ − ١٢

٢م = −١٠

م = −٥

[٢] إذا كان ق(س) = س² − ٣م س³ + م²
وكان قَ(١) = −٦ فما قيمة الثابت م؟

الحل:-

قَ(س) = ٢س − ٩م س²

قَ(١) = ٢ − ٩م = −٦

٢ − ٩م = −٦

−٩م = −٦ − ٢

−٩م = −٨

م = $\frac{-٨}{-٩}$

م = $\frac{٨}{٩}$

[٣] اذا كان ق(س) = $\frac{\text{٢س + ٣س}^2}{\text{٢م}}$
وكان قَ(١) = ١ فما قيمة م؟

$\boxed{\text{م = ٤}}$

[٤] اذا كان ق(س) = م س⁴ + س وكانت
نها (هـ ← ٠) $\frac{\text{ق(٢+هـ) − ق(٢)}}{\text{هـ}}$ = ٣٣ فما
قيمة الثابت م؟

مشتقة الاقترانات الدائرية

- ق(س) = جاس فإن
  قَ(س) = جتاس
- ق(س) = جتاس فإن
  قَ(س) = − جاس
- ق(س) = ظاس فإن
  قَ(س) = قا²س

[١] ص = جاس + جتاس − ظاس جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = جتاس − جاس − قا²س

[٢] ص = ٣جاس − ٢جتاس جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:-

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = ٣جتاس + ٢جاس

[٣] ص = س² ظاس جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:- مشتقة ضرب

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = ٢س ظاس + قا²س (س²)

[٤] ص = ٣جتاس − ٢س + ١ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = −٣جاس − ٢

[٥] ص = (٢ + جاس)(٣ − جتاس) جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:-

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ = (جتاس)(٣ − جتاس) + (جاس)(٢ + جاس)

٦) $ص = ٢س^{٤}\ \text{جا}\ س$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:

$\frac{دص}{دس} = ٨س^{٣} \times \text{جا}\ س + \text{جتا}\ س\ (٢س^{٤})$

٧) $ص = (٢ - \text{ظا}\ س)(١ + \text{جا}\ س)$ جد $\frac{دص}{دس}$

٨) اذا كان $ص = \text{جا}\ س - ٣\ \text{جتا}\ س + ٣س$

الحل:

$\frac{دص}{دس} = \text{جتا}\ س + ٣\ \text{جا}\ س + ٣$

٩) $ص = \frac{-٢}{\text{ظا}\ س}$ ، جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \frac{٢ \times \text{قا}^{٢}\ س}{\text{ظا}^{٢}\ س}$

١٠) $ص = \text{جا}\ س\ \text{ظا}\ س$ جد $\frac{دص}{دس}$

١١) $ص = \frac{س - \text{جا}\ س}{س + \text{جتا}\ س}$ جد $\frac{دص}{دس}$

١٢) $ق(س) = \text{جا}\ س - ٣س^{٢}\ \text{ظا}\ س$

مشتقة الاقتران الأسي

اذا كان $ق(س) = هـ^{م(س)}$ فإن

$ق'(س) = م'(س) \times هـ^{م(س)}$

ق'(س) = مشتقة الاس × الاقتران كما هو

١) اذا كان $ص = هـ^{س^{٢}}$ ، جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = ٢س \times هـ^{س^{٢}}$

٢) اذا كان $ص = هـ^{س^{٣}+١}$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = ٣س^{٢} \times هـ^{س^{٣}+١}$

٣) اذا كان $ص = هـ^{\text{جا}\ س}$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \text{جتا}\ س \times هـ^{\text{جا}\ س}$

مشتقة الاقتران اللوغاريتمي

اذا كان $ق(س) = \text{لو}_{هـ}\ م(س)$ فإن

$ق'(س) = \frac{م'(س)}{م(س)} = \frac{\text{مشتقة ما داخل اللوغاريتم}}{\text{ما داخل اللوغاريتم}}$

٤) اذا كان $ص = \text{لو}_{هـ}\ س$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \frac{١}{س}$

٥) اذا كان $ص = \text{لو}_{هـ}(س^{٢}+١)$ ، جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \frac{٢س}{س^{٢}+١}$

أمثلة على الاقترانين الأسي واللوغاريتمي

١ اذا كان ص = ٢لوهـ س^٢ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل: $\frac{دص}{دس} = ٢ \times \frac{٢س}{س^٢} = \frac{٤}{س}$

٢ اذا كان ص = لوهـ (س^٣+١) جد $\frac{دص}{دس}$

الحل: $\frac{دص}{دس} = \frac{٣س^٢}{س^٣+١}$

٣ اذا كان ص = ٦هـ^{٣س} + ٢س^٣ + ٥ جد $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٠}$

الحل: $\frac{دص}{دس} = ١٨ هـ^{٣س} + ٦س^٢$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٠} = ١٨ هـ^{٠\times٣} + ٦\times٠ = ١٨$

٤ اذا كان ق(س) = هـ^{س^٢} جاس جد ق'(س)

الحل:

ق'(س) = ٢هـ^{س^٢} × جاس + جتاس × هـ^{س^٢}

٥ اذا كان ق(س) = لوهـ(س^٢ − ٢س + ٧) جد ق'(س)

٦ اذا كان ق(س) = لوهـ(س^٤ − ١) جد ق'(س)

٧ اذا كان ق(س) = س^٢ + لوهـ س − هـ^س

جد ق'(١).

٨ اذا كان ق(س) = ٣هـ^{٢س} جد ق'(س)

الحل:

ق'(س) = ٦ هـ^{٢س}

٩ ص = هـ^{٣س} × لوهـ(٤س+١) جد $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٠}$

الحل:

$\frac{دص}{دس} = ٣هـ^{٣س} \times لوهـ(٤س+١) + \frac{٤}{٤س+١} \times هـ^{٣س}$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٠} = ٣هـ^٠ لوهـ ١ + \frac{٤}{١} \times هـ^٠$

$= ٣\times١\times٠ + ٤\times١ = ٤$

١٠ ص = هـ^{٢س − ٤س^٢} جد $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٢}$

الحل:

$\frac{دص}{دس} = (٢ - ٨س)\, هـ^{٢س - ٤س^٢}$

$\frac{دص}{دس}\Big|_{س=٢} = -١٤ \times هـ^{٤-١٦} = -٤\times هـ^{-١٢}$

$= \frac{-٤}{هـ^{١٢}}$

١١ ص = لوهـ(٢س^٤ − ٥س^٣ − س^٢ + ١) جد $\frac{دص}{دس}\Big|_{س=١}$

١٢ ص = ٢هـ^{٣س} − جاس لوهـ س جد $\frac{دص}{دس}$

١٣ ص = ظاس هـ^{٣س^٢} جد $\frac{دص}{دس}$

أسئلة على المشتقات

[١] إذا كان ق(س) × هـ(س) = ١ حيث ق، هـ قابلين للاشتقاق، هـَ(٣) = -٤، هـ(٣) = ٢
جد قَ(٣)

الحل: ق = $\frac{١}{هـ(س)}$ ⟸ قَ = $\frac{-هـَ(٣)}{(هـ(٣))^{٢}}$

قَ = $\frac{-١ \times -٤}{٢^{٢}} = \frac{٤}{٤} = ١$

[٢] إذا كان ق(س) = ٢س^{٣} - ١ جد

$\displaystyle نها_{هـ \to ٠} \frac{ق(٢+هـ) - ق(٢)}{هـ}$

الحل: المطلوب هو إيجاد قَ(٢)

قَ(س) = ٦ س^{٢}

قَ(٢) = ٦ × ٢^{٢}

قَ(٢) = ٢٤

[٣] إذا كانت قَ(س) = س^{٣} - س + ١

جد $\displaystyle نها_{هـ \to ٠} \frac{قَ(٢+هـ) - قَ(٢)}{هـ}$

[٤] إذا كان ق(س) = س^{٢} - ٣ - $\frac{٢س}{هـ(س)}$ وكان

هـ(٢) = -٣، هـَ(٢) = ٦ جد قَ(٢)

الحل: قَ(س) = ٢س - $\frac{٢ \times هـ(س) - هـَ(س) \times ٢س}{(هـ(س))^{٢}}$

قَ(٢) = ٢ × ٢ - $\frac{٢ \times هـ(٢) - هـَ(٢) \times ٢ \times ٢}{(هـ(٢))^{٢}}$

= ٤ - $\frac{٢ \times -٣ - ٦ \times ٢ \times ٢}{(-٣)^{٢}}$ = ٤ - $\frac{-٣٠}{٩}$ = $\frac{٦٦}{٩}$

[٥] إذا كان ق(س) = ٢س^{٢} - $\frac{جاس}{هـ(س)}$ وكان

هـ(٠) = ٥، هـَ(٠) = ٢، جد قَ(٠)

[٦] إذا كان ق(س)، هـ(س) إقترانين قابلين للاشتقاق وكان ق(١) = ٥، هـ(١) = ٤،
قَ(١) = ٥، هـَ(١) = -٥، قَ(٣) = ٢، هـَ(٣) = ٢
جد ما يلي

أ- (ق - هـ)$'$(٣) = قَ(٣) - هـَ(٣)

= ٢ - ٢ = صفر

ب- (هـ . ق)$'$(١) = هـَ(١) × ق(١) + قَ(١) × هـ(١)

= -٥ × ٥ + ٥ × ٤

= -٢٥ + ٢٠ = -٥

ج- $\left(\frac{هـ}{ق}\right)'$(١) = $\frac{هـَ(١) \times ق(١) - قَ(١) \times هـ(١)}{(ق(١))^{٢}}$

= $\frac{-٥ \times ٥ - ٥ \times ٤}{٢٥}$

= $\frac{-٢٥ - ٢٠}{٢٥} = \frac{-٤٥}{٢٥}$

د- $\left(\frac{ق(١)}{هـ}\right)'$ = صفر   مشتقة الثابت

هـ- $\left(\frac{٦}{ق}\right)'$(١) = $\frac{-٦ \times قَ(١)}{(ق(١))^{٢}}$

= $\frac{-٦ \times ٥}{٢٥} = \frac{-٣٠}{٢٥} = \frac{-٦}{٥}$

و- (٣ق + ٢هـ)$'$(١) = ٣قَ(١) + ٢هـَ(١)

= ٣ × ٥ + ٢ × -٥

= ١٥ - ١٠ = ٥

ز- $\left(\frac{ق}{٢}\right)'$(٣) = $\frac{قَ(٣)}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

ح- $\left(\frac{س^{٢}}{ق}\right)'$(١) = $\frac{٢س \times ق(١) - قَ(١) \times س^{٢}}{(ق(١))^{٢}}$

= $\frac{٢ \times ١ \times ٥ - ٥ \times ١^{٢}}{٢٥}$

= $\frac{١٠ - ٥}{٢٥} = \frac{١}{٥}$

المشتقات العليا

يقصد بالمشتقات العليا
المشتقة الثانية والثالثة والرابعة... الخ
المشتقة الثانية $\frac{د^2ص}{دس^2}$ أو صً أو قً(س)

[١] اذا كان ق(س) = س٤ - ٥س٢ + ١ جد قً(س)

الحل:-
قَ(س) = ٤س٣ - ١٠س
قً(س) = ١٢س٢ - ١٠

[٢] اذا كان ق(س) = ٦ - ٥س٧ + س - ٣س٢
جد قً(١).
الحل:- قَ(س) = -٣٥س٦ + ١ - ٦س
قً(س) = -٢١٠س٥ - ٦
قً(١) = -٢١٠×١ - ٦
= -٢١٠ - ٦
= - ٢١٦

[٣] اذا كان ص = س٣ لوهـ س جد $\frac{د^2ص}{دس^2}$

الحل:-
$\frac{دص}{دس}$ = س٣ × لوهـ س + $\frac{1}{س}$ × س٣
$\frac{دص}{دس}$ = ٣س٢ لوهـ س + س٢

$\frac{د^2ص}{دس^2}$ = ٦س لوهـ س + $\frac{1}{س}$ × ٣س٢ + ٢س

= ٦س لوهـ س + ٣س + ٢س

= ٦س لوهـ س + ٥س

[٧] اذا كان د(س)، هـ(س) اقترانين قابلين للاشتقاق وكان د(٢) = ٣، هـ(٢) = -١
دَ(٢) = -٣، هـَ(٢) = ١، دَ(١) = ٥، هـَ(١) = ٢
د(١) = ٤، هـ(١) = -١
أوجد كلاً مما يلي.

أ- (هـ - د)َ(١)

ب- (٢د + ٢هـ)َ(٣)

جـ- $(\frac{هـ}{د})$َ(١)

د- (هـ.د)َ(٢)

هـ- $(\frac{د}{٢})$َ(١)

و- $(\frac{هـ}{س})$َ(٢)

ن- $(\frac{٣س^2}{د})$َ(١)

التفسير الهندسي للمشتقة الأولى

ميل المماس يرمز له بالرمز م
إحداثيات أي نقطة هي (س، ص)
ميل المماس = المشتقة عند النقطة س = ق$'$(س)
معادلة المماس هي

ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
حيث (س$_{١}$، ص$_{١}$) هي نقطة التماس
م هو الميل
نعوض النقطة بدلاً من س$_{١}$، ص$_{١}$
أما س، ص لا نقربهما

[١] إذا كان ق(س) = ٣س^{٣} − ٣س^{٢} − ١٢ جد ميل المماس لمنحنى الاقتران عند (٢، −٣).

الحل: م = ق$'$(٢) ⇐ ق$'$(س) = ٩س^{٢} − ٦س
ق$'$(٢) = ٩ × ٤ − ٦ × ٢ = ٣٦ − ١٢ = ٢٤
معادلة المماس ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − −٣ = ٢٤ (س − ٢)
ص + ٣ = ٢٤س − ٤٨
ص = ٢٤س − ٤٨ − ٣
ص = ٢٤س − ٥١

[٢] إذا كان ق(س) = ٣س^{٢} − ٢س + ٤ جد معادلة المماس لمنحنى ق عند النقطة (−١، ٩)

الحل: م = ق$'$(−١) ⇐ ق$'$(س) = ٦س − ٢
ق$'$(−١) = ٦ × −١ − ٢ = −٨
معادلة المماس
ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − ٩ = −٨ (س − −١)
ص − ٩ = −٨س − ٨
ص = −٨س − ٨ + ٩
ص = −٨س + ١

[٣] إذا كان ق(س) = ٤س − ٢س^{٢} + ٥ جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران عند س = ٢

الحل: نجد أولاً ص = ق(٢)
ص = ق(٢) = ٤ × ٢ − ٢ × ٢^{٢} + ٥ = ٥
م = ق$'$(٢) ⇐ ق$'$(س) = ٤ − ٤س
ق$'$(٢) = ٤ − ٤ × ٢ = ٤ − ٨ = −٤
معادلة المماس ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − ٥ = −٤ (س − ٢)
ص − ٥ = −٤س + ٨
ص = −٤س + ٨ + ٥
ص = −٤س + ١٣

[٤] ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران
ق(س) = (٢س^{٢} + ١)(٣س − ٥) عندما س = ١

الحل: نجد ص = ق(١) = (٢ × ١^{٢} + ١)(٣ × ١ − ٥)
ص = (٢ + ١)(٣ − ٥) = ٣ × −٢ = −٦
(١، −٦)
م = ق$'$(١) ⇐ ق$'$(س) = (٤س)(٣س − ٥) + (٣)(٢س^{٢} + ١)
ق$'$(١) = ٤ × −٢ + ٣ × ٣ = −٨ + ٩ = ١
م = ١
معادلة المماس ص − ص$_{١}$ = م (س − س$_{١}$)
ص − −٦ = ١ (س − ١)
ص + ٦ = س − ١
ص = س − ١ − ٦
ص = س − ٧

[٥] ما معادلة المماس لمنحنى ق(س) = $\frac{٥}{٢س − ١}$ عند س = ٣

[٦] ما معادلة المماس لمنحنى ص = $\frac{س − ٥}{٣س + ١}$ عند س = ١

7 ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران ص = هـ^(٣س+١) عند (٠ ، هـ)

الحل :- م = دص/دس | س=٠ ⇐ دص/دس = ٣ هـ^(٣س+١)

دص/دس | س=٠ = ٣ هـ

معادلة المماس ص - ص١ = م (س - س١)

ص - هـ = ٣ هـ (س - ٠)

ص - هـ = ٣ هـ س

ص = ٣ هـ س + هـ

8 ما معادلة المماس للاقتران ص = لو_هـ (س^٢+١)

عند س = ٠

9 جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = ١ / (٢س - ١) عندما س = صفر

10 إذا كان ق(س) = س^٢ - ١ ، جد ميل

المماس لمنحنى ق(س) عند س = ٣

11 ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران

ق(س) = س^٢ هـ^(س-٣) عند س = ٣ ؟

الحل :- نجد ص = ق(٣) = ٣^٢ هـ^(٣-٣)

ص = ٩

(٣ ، ٩) ⇐ م = قَ(٣) =

قَ(س) = ٢س هـ^(س-٣) + هـ^(س-٣) × س^٢

قَ(٣) = ٦ + ٩ = ١٥ ⇐ م = ١٥

ص - ص١ = م (س - س١)

ص - ٩ = ١٥ (س - ٣)

ص - ٩ = ١٥ س - ٤٥

12 جد الميل للاقتران ق(س) = (٢س - ١) / (س^٢ + ١)

عند النقطة (٠ ، ٢)

التفسير الفيزيائي للمشتقة

ف(ن) اقتران المسافة ، ن الزمن

ع(ن) = فَ(ن) السرعة

تَ(ن) = عَ(ن) = فً(ن) التسارع

ملاحظات

إنعدام السرعة ع = صفر .

عند أقصى ارتفاع ع = صفر .

إنعدام التسارع ت = صفر .

توقف الجسم ع = صفر .

1 يتحرك جسم حسب العلاقة

ف(ن) = ن^٣ + ٤ن^٢ + ١ جد سرعة الجسم

وتسارعه بعد ثانية من بدء الحركة .

الحل :- ف(ن) = ن^٣ + ٤ن^٢ + ١

ع(ن) = ٣ن^٢ + ٨ن

ت(ن) = ٦ن + ٨

ع(١) = ٣ + ٨ = ١١ م/ث

ت(١) = ٦ + ٨ = ١٤ م/ث^٢

2 يتحرك جسم بخط مستقيم بحيث

ف(ن) = ٢ن^٣ - ٣ن^٢ - ٥ جد تسارع الجسيم

عند انعدام السرعة .

الحل :- ف(ن) = ٢ن^٣ - ٣ن^٢ - ٥

ع(ن) = ٦ن^٢ - ٦ن

ت(ن) = ١٢ن - ٦

ت(١) = ١٢ - ٦

ت = ٦ م/ث^٢

انعدام السرعة

ع = ٠

٦ن^٢ - ٦ن = ٠

٦ن(ن - ١) = ٠

ن = ٠ ، ن = ١

تهمل

[٣] يتحرك جسم على خط مستقيم بحيث

$\text{ف}(\text{ن}) = \text{ن}^٣ - ٦\text{ن}^٢ + ٩\text{ن} + ١٠$ جد

أ - السرعة بعد ثانيتين

ب - التسارع عندما تصبح سرعته ٩ م/ث

جـ - متى يسكن الجسم ، يتوقف

[٤] يتحرك جسم بحيث $\text{ف}(\text{ن}) = \text{ن}^٣ - ٣\text{ن}^٢ + ٥$

جد سرعة الجسم عندما يكون تسارعه ١٢ م/ث^٢

الحل: $\text{ف}(\text{ن}) = \text{ن}^٣ - ٣\text{ن}^٢ + ٥$

$\text{ع}(\text{ن}) = ٣\text{ن}^٢ - ٦\text{ن}$

$\text{ت}(\text{ن}) = ٦\text{ن} - ٦$

$\text{ت} = ١٢$

$٦\text{ن} - ٦ = ١٢$

$٦\text{ن} = ١٨$

$\text{ن} = ٣$

المطلوب

$\text{ع}(٣) = ٣ \times ٣^٢ - ٦ \times ٣$

$= ٢٧ - ١٨$

$= ٩$ م/ث

[٥] يتحرك جسم بحيث $\text{ف} = \text{ن}^٣ - ٦\text{ن}^٢ + ٣٢\text{ن} + ٥$

جد الزمن اللازم ليصبح تسارعه صفر

الحل: $\text{ف} = \text{ن}^٣ - ٦\text{ن}^٢ + ٣٢\text{ن} + ٥$

$\text{ع} = ٣\text{ن}^٢ - ١٢\text{ن} + ٣٢$

$\text{ت} = ٦\text{ن} - ١٢$

$٦\text{ن} - ١٢ = ٠$

$٦\text{ن} = ١٢$

$\text{ن} = ٢$ ث

[٦] يتحرك جسم حسب $\text{ف} = ٢\text{ن}^٢ - ٨\text{ن} + ٢٤$

جد تسارع الجسم عندما تصبح سرعته ٤ م/ث.

قاعدة السلسلة

إذا كان ص = ع ، ع = هـ(س) وكان ص قابل للاشتقاق بالنسبة لـ ع ، ع قابل للاشتقاق بالنسبة لـ س فإن

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$$

[١] إذا كان $\text{ص} = ٢\text{ع}^٣ - ٢$ ، $\text{ع} = ٦\text{س} - ١$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$.

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٦\text{ع} \times ٦$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٦(٦\text{س} - ١) \times ٦$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٣٦(٦\text{س} - ١)$

[٢] إذا كان $\text{ص} = \text{ع}^٤$ ، $\text{ع} = \frac{٢}{\text{س} - ١}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٤\text{ع}^٣ \times \frac{-٢}{(\text{س} - ١)^٢}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٤\left(\frac{٢}{\text{س} - ١}\right) \times \frac{-٢}{(\text{س} - ١)^٢}$

[٣] $\text{ص} = \text{ع}^٣ - ٣\text{ع}^٢ - ١$ ، $\text{ع} = ٢\text{س}^٣ + ٥\text{س} + ٣$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$.

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (٣\text{ع}^٢ - ٦\text{ع})(٦\text{س}^٢ + ٥)$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (٣(٢\text{س}^٣ + ٥\text{س} + ٣)^٢ - ٦(٢\text{س}^٣ + ٥\text{س} + ٣))$

$\times (٦\text{س}^٢ + ٥)$

مشتقة القوس

$$\text{ص} = \left(\text{هـ}(\text{س})\right)^{\text{ن}}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{ن}\left(\text{هـ}(\text{س})\right)^{\text{ن}-1}\left(\text{هـَ}(\text{س})\right)$$

[١] ص = $(٢\text{س} - ٤)^{٧}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٧(٢\text{س}-٤)^{٦}(٢)$

[٢] ص = $٤(٦\text{س}^{٢} - ٣)^{٥}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل: $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٢٠(٦\text{س}^{٢}-٣)^{٤}(١٢\text{س})$

[٣] ص = $(\text{س}^{٣} + ٢\text{س} - ٥)^{\frac{١}{٢}}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:-

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٢}(\text{س}^{٣}+٢\text{س}-٥)^{-\frac{١}{٢}}(٣\text{س}^{٢}+٢)$

[٤] ص = $\text{جا}^{٤}\text{س}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:- $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٤\text{جا}^{٣}\text{س} \times \text{جتاس}$

[٥] اذا كان ص = $\text{ع}^{٣}+\text{ع}$ ، ع = $\text{س}^{٢}+١$

جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ عند س = ١

الحل:- $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \frac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (٣\text{ع}^{٢}+١)(٢\text{س})$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = (٣(\text{س}^{٢}+١)^{٢}+١)(٢\text{س})$$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=١} = (٣(١+١)^{٢}+١)(٢\times١) = ٢٦$$

الجذور

تجهيز الجذور $\sqrt[\text{ن}]{(\text{ق}(\text{س}))^{\text{م}}} = (\text{ق}(\text{س}))^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}}$

[١] ص = $\sqrt[٣]{(\text{س}^{٢}-٥\text{س}+١)^{٤}}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

الحل:- تجهيز

$\text{ق}(\text{س}) = (\text{س}^{٢}-٥\text{س}+١)^{\frac{٤}{٣}}$

$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{٤}{٣}(\text{س}^{٢}-٥\text{س}+١)^{\frac{١}{٣}}(٢\text{س}-٥)$

$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{٤}{٣}\sqrt[٣]{(\text{س}^{٢}-٥\text{س}+١)}\,(٢\text{س}-٥)$

[٢] ص = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}$ جد $\text{قَ}(٤)$

[٣] ص = $\sqrt[٣]{\text{س} - ٢}$ جد $\text{قَ}(١)$

الحل:- تجهيز ص = $(\text{س}-٢)^{\frac{١}{٣}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٣}(\text{س}-٢)^{\frac{-٢}{٣}}(١)$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١}{٣(\text{س}-٢)^{\frac{٢}{٣}}} = \frac{١}{٣\sqrt[٣]{(\text{س}-٢)^{٢}}}$

[٤] ص = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٣} - ٢\text{س} + ١}$ جد $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$

مشتقة الاقترانات الدائرية بزاوية غير خطية

ص = جا هـ(س) ⟸ دص/دس = جتا هـ(س) × هـَ(س)

ص = جتا هـ(س) ⟸ دص/دس = - جا هـ(س) × هـَ(س)

ص = ظا هـ(س) ⟸ دص/دس = قا² هـ(س) × هـَ(س)

١) ص = جا س² جد دص/دس

الحل:- دص/دس = جتا س² × ٢س

٢) ص = جتا (س - ٥س² + ٥) جد صَ

الحل:-

صَ = - جا(س - ٥س² + ٥) × (١ - ١٠س)

٣) ص = جتا((س³ - ١)/٣) جد صَ

الحل:-

صَ = - جا((س³ - ١)/٣) × ٣س²

٤) ص = جا³ س² جد صَ

الحل: قوس وزاوية

صَ = ٣ جا² س² × جتا س² × ٢س

٥) ص = جتا³ س - جا² (س/٢) جد صَ

٦) ص = √(جا س²) جد دص/دس

الحل:- جذر وزاوية

دص/دس = مشتقة ما داخل الجذر / (٢ × الجذر نفسه)

دص/دس = (جتا س² × ٢س) / (٢√(جا س²))

٧) ص = جا(س - ١) جد صَ

٨) ص = ∛(ظا س) جد دص/دس

٩) ص = (جا س + جتا س)⁸ جد دص/دس

١٠) ما معادلة المماس لمنحنى ص = √(س² + ٥س + ٢) عند س = ٢

١١) ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران ص = (س² - ٢)³ عند س = ١

١٢) ما معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = س² + ٤√س عندما س = ١

الحل:- نجد ص = ق(١) = ١² + ٤√١ = ٥

(١ ، ١)

م = قَ(١) ⟸ قَ(س) = ٢س + ٤/(٢√س)

قَ(س) = ٢ + ٤/٢ = ٤

معادلة المماس ص - ص١ = م(س - س١)

ص - ١ = ٤(س - ١)

ص - ١ = ٤س - ٤

ص = ٤س - ٤ + ١

ص = ٤س - ٣

الإشتقاق الضمني

إقتران ضمني يعني ان يكون المتغيران مختلفان في طرف واحد او طرفين مثل

$ص س = ٢س + ٥$

$ص + س^٣ = ص^٢ - ١$

خطوات الاشتقاق الضمني

١ - نشتق جميع الحدود دون ترتيب مع مراعاة مشتقة ص ← $\frac{دص}{دس}$

٢ - نجعل الحدود التي بها $\frac{دص}{دس}$ في طرف والبقية في طرف

٣ - نخرج $\frac{دص}{دس}$ عامل مشترك

٤ - نقسم على معامل $\frac{دص}{دس}$

$\boxed{١}$ جد $\frac{دص}{دس}$ للعلاقة $س^٢ + ص^٢ = ١٦$

الحل:- مشتق

$٢س + ٢ص\frac{دص}{دس} = ١$

$٢ص\frac{دص}{دس} = ١ - ٢س$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{١ - ٢س}{٢ص}$$

$\boxed{٢}$ $ص^٣ + س^٢ = ٣$ جد $\frac{دص}{دس}$

$\boxed{٣}$ اذا كان $س + ص^٢ = س^٣ - ٢س^٢$ جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $١ + ٢ص\frac{دص}{دس} = ٣س^٢ - ٤س$

$٢ص\frac{دص}{دس} = ٣س^٢ - ٤س - ١$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٣س^٢ - ٤س - ١}{٢ص}$$

$\boxed{٤}$ $ص س^٢ + ٢س = ٣ص$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $(١،٢)$

الحل:- $\frac{دص}{دس}س^٢ + ٢س ص + ٢ = ٣\frac{دص}{دس}$

$\frac{دص}{دس} \times ١ + ٢ \times ١ \times ٢ + ٢ = ٣\frac{دص}{دس}$

$-٤ + ٢ = ٣\frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس}$

$٢\frac{دص}{دس} = -٢ \Leftarrow \frac{دص}{دس} = -١$

$\boxed{٥}$ جد $\frac{دص}{دس}$ للعلاقة $س^٢ - ٤س ص^٢ = ٣ - س^٤$

الحل:-

$٢س - (٤ \times ص^٢ + ٤س \times ٢ص\frac{دص}{دس}) = -٤س^٣$

$٢س - ٤ص^٢ - ٨س ص\frac{دص}{دس} = -٤س^٣$

$-٨س ص\frac{دص}{دس} = -٤س^٣ - ٢س + ٤ص^٢$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{-٤س^٣ - ٢س + ٤ص^٢}{-٨س ص}$$

$\boxed{٦}$ جد $\frac{دص}{دس}$ للعلاقة

$س^٢ - ٥س ص + ص^٣ = ص + س^٥$

$\boxed{٧}$ $س ص^٢ = ص س^٢ + ٢$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $(١،٣)$

٨ إذا كان $س ص^2 - ص = 17$ أوجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:-

$1 \times ص^2 + 2ص \frac{دص}{دس} \times س - \frac{دص}{دس} = 0$

$2ص س \frac{دص}{دس} - \frac{دص}{دس} = -ص^2$ إخراج $\frac{دص}{دس}$

$\frac{دص}{دس}(2ص س - 1) = -ص^2$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-ص^2}{2ص س - 1}$

٩ إذا كانت $س^2 = لو ص$ أوجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $2س = \frac{\frac{دص}{دس}}{ص}$ ضرب تبادلي

$\frac{دص}{دس} = 2س \times ص$

١٠ إذا كان $ص^2 = س^2 + 8س$ أوجد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة $(1، 3)$

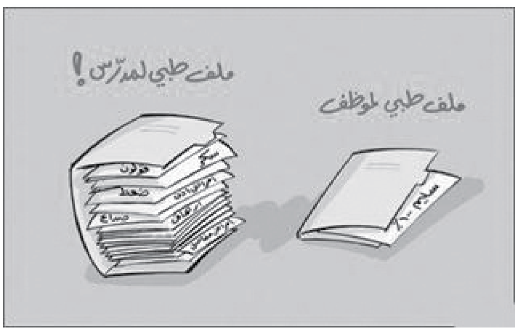
الحل:-

$2ص \frac{دص}{دس} = 2س + 8$ نعوض $(1، 3)$

$2 \times 3 \times \frac{دص}{دس} = 2 \times 1 + 8$

$6 \frac{دص}{دس} = 10$

$\frac{دص}{دس} = \frac{10}{6} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{5}{3}$



تمارين عامة

١١ إذا كان $ق(س) = \sqrt{س} + (ظا 4س)^2$ أوجد $ق'(س)$

الحل:-

$ق'(س) = \frac{1}{2\sqrt{س}} + 2 ظا 4س قا^2 4س \times 4$

٢ $ص = \frac{5}{س^2 + 1}$ أوجد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = 2$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \frac{-5 \times 2س}{(س^2 + 1)^2}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-10 \times 2}{5^2} = \frac{-20}{25}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{-4}{5}$

٣ إذا كانت $ص = ع^3 + 1$ ، $ع = 3س - 1$ أوجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دع} \times \frac{دع}{دس}$

$\frac{دص}{دس} = 3ع^2 \times 3$

$\frac{دص}{دس} = 9(3س - 1)^2$

٤ احسب معادلة المماس لمنحنى العلاقة $ص^2 = 45 - 20س$ عند النقطة $(1، 5)$

الحل:-

$2ص \frac{دص}{دس} = -20$ نعوض $(1، 5)$

$2 \times 5 \frac{دص}{دس} = \frac{-20}{10} \Leftarrow \frac{دص}{دس} = -2$

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$

$ص - 5 = -2(س - 1)$

$ص - 5 = -2س + 2$

$ص = -2س + 2 + 5$

$ص = -2س + 7$

٥ $ص = ع^{٣} + ع$ ، $ع = س^{٢} + ١$ ، جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ٢$

٦ إذا كان الاقتران $ق(س) = (٢س - ١)^{٢}$ وكان $ق'(س_{١}) = ٤$ فما قيمة $س_{١}$

الحل:- $ق'(س) = ٢(٢س - ١)(٢)$

$ق'(س_{١}) = ٤(٢س_{١} - ١) = ٤$ ÷ ٤

$٢س_{١} - ١ = ١$

$٢س_{١} = ٢$

$س_{١} = ١$

٧ يتحرك جسيم على خط مستقيم $ف(ن) = ن^{٣} - ٣ن + ١٥$ جد تسارع الجسيم عندما تصبح سرعته ٩م/ث.

الحل:- $ف = ن^{٣} - ٣ن + ١٥$

$ع = ٣ن^{٢} - ٣$

$ت = ٦ن$

$ت(٤) = ٦ × ٤$

$ت(٤) = ٢٤ م/ث^{٢}$

$٣ن^{٢} - ٣ = ٩$

$٣ن^{٢} = ٩ + ٣$

$٣ن^{٢} = ١٢$ ÷ ٣

$ن^{٢} = ٤$

$ن = ٤$ ، -٤ تهمل

٨ $ص = ع^{٢} + ٣ع$ ، $ع = ٣ - ٢س^{٢}$ ، جد $\frac{دص}{دس}$ عندما $س = -١$.

٩ يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ٢ن^{٣} - ٦ن^{٢} + ١٠ن - ١٠$ جد سرعة هذا الجسيم عندما ينعدم تسارعة

١٠ جد $ق'(س)$ للاقتران $ق(س)$

$ق(س) = ظا^{٢} ٦س - ٤ لو(س^{٢} + ٤) + ٢هـ^{س^{٢}}$

١١ اذا كان $س ص^{٣} - ص^{٢} س^{٢} = ٤$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة $(٢ ، ١)$

١٢ اذا كان $ص = \sqrt{٤ - ٣ع}$ ، $ع = ٢س - ١$ جد $\frac{دص}{دس}$ عند $س = ٢$