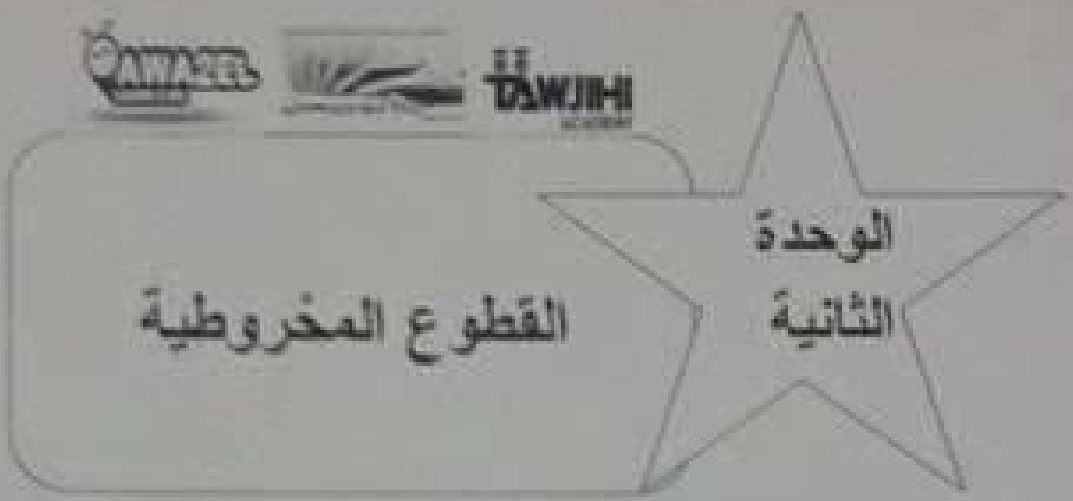


" العلمي"

المستوى الرابع

الأستاذ : عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

التحـــــدّي

* القطوع المخروطية :

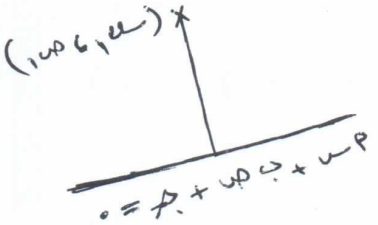
* البعد بين نقطتين $ل(س_1، ص_1)$ ، $م(س_2، ص_2)$

$$م ل = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

* احداثيات منتصف المسافة بين نقطتين

احداثيات $أ$ هي $\left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$

* طول العمود النازل من نقطة على مستقيم معلوم



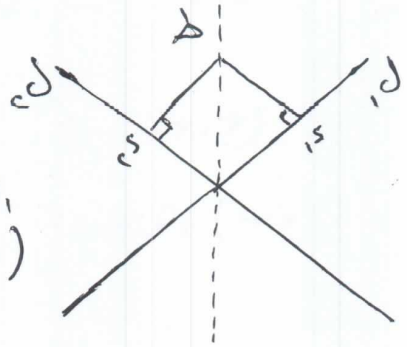
$$ل = \left| \frac{أ س_1 + ب ص_1 + جـ}{\sqrt{أ^2 + ب^2}} \right|$$

* المحل الهندسي : يعرف بأنه الشكل الهندسي الذي ترسمه نقطة تتحرك تحت شروط معينة ← نحصل على معادلة المحل الهندسي بكتابة الشرط السابق ومن ثم استخدام القوانين للوصول على المعادلة .

مثل: المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بعد ثابت من نقطة ثابتة في المستوى هو دائرة مركزها النقطة الثابتة ونصف قطرها البعد الثابت .

الشرط هو $\boxed{وط = ثابت}$

مثل: المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بعدين متساويين من المستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$ في المستوى هو خط مستقيم ينصف الزاوية بين المستقيمين



الشرط هو $(ط ك_1 = ط ك_2)$

الأستاذ عماد سمك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

* الدائرة : هي المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بحيث تكون على بعد ثابت من نقطة ثابتة .

وتسمى النقطة الثابتة المركز (د ، هـ) والبعد الثابت هو نصف القطر (ر)

* الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركز (د ، هـ) ونصف قطرها (ر) هي :

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

مثال : جد احداثيات مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها :

أ) $(س + 1)^2 + (ص - 5)^2 = 17$ ← المركز $(-1 ، 5)$ $ر = \sqrt{17}$

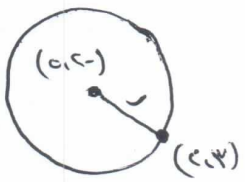
ب) $س^2 + ص^2 = 25$ ← المركز $(0 ، 0)$ $ر = 5$

مثال : اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(2 ، -5)$ وطول نصف قطرها 4

الحل : $(س - 2)^2 + (ص + 5)^2 = 16$

مثال : اكتب معادلة الدائرة التي مركزها $(-2 ، 5)$ وتمر بالنقطة $(2 ، 3)$

الحل :

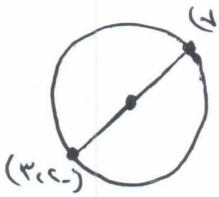


$ر = \sqrt{(2 + 2)^2 + (3 - 5)^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

المعادلة : $(س + 2)^2 + (ص - 5)^2 = 20$

مثال : اكتب معادلة الدائرة التي طرفي قطر فيها هما $(-3 ، 2)$ ، $(7 ، 4)$

الحل :



المركز $\left(\frac{-3 + 7}{2} ، \frac{2 + 4}{2}\right) = (2 ، 3)$

$ر = \sqrt{(-3 - 2)^2 + (2 - 4)^2} = \sqrt{13}$

المعادلة : $(س - 2)^2 + (ص - 3)^2 = 13$

مثال : اكتب معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها يساوي 3 وتمس المحورين وتقع في الربع الثاني

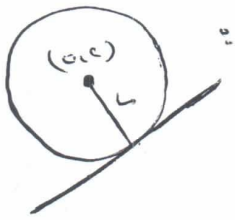
الحل :

المركز $(-3 ، 3)$ $ر = 3$

المعادلة : $(س + 3)^2 + (ص - 3)^2 = 9$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي مركزها (٥،٤) وتمس المستقيم ٣س + ٤ص + ٤ = ٠

الحل:

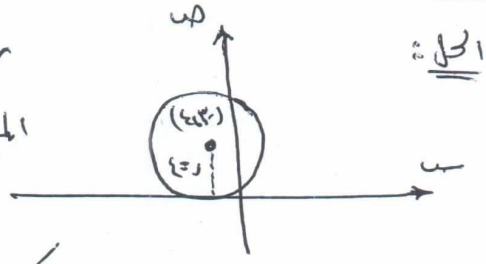


$$ر = \frac{|٤ + ٥\times٤ + ٣\times٥|}{\sqrt{٩+١٦}} = \frac{٣٠}{\sqrt{٢٥}} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$$

المعادلة: $(س - ٥)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ٣٦$

مثال: جد معادلة الدائرة التي مركزها (-٣، ٤) وتمس محور السينات

الحل:

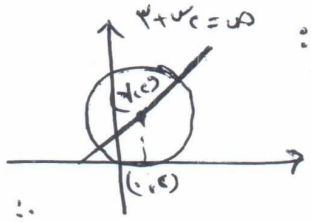


$ر = ٤$

المعادلة: $(س + ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ = ١٦$

مثال: جد معادلة الدائرة التي مركزها يقع على المستقيم ص = ٢س + ٣ وتمس محور السينات عند النقطة (٢، ٠)

الحل:



الاحداثي السيني للمركز هو س = ٢

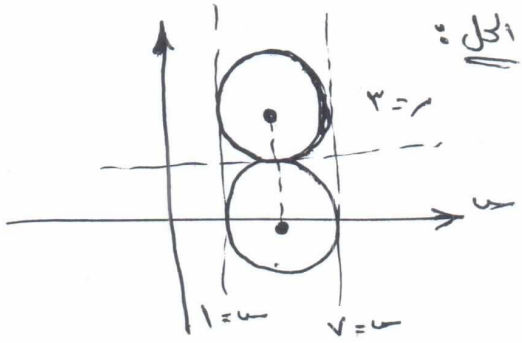
ولايجاد ص نعوض في معادلة المستقيم ⇐ ص = ٢×٢ + ٣ = ٧

∴ المركز (٧،٢) وبما أنه الدائرة تمس محور السينات تكون ر = ٧

∴ المعادلة: $(س - ٢)^٢ + (ص - ٧)^٢ = ٤٩$

مثال: جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمان س = ١ ، س = ٧ ، ص = ٢

الحل:



القطر = ٧ - ١ = ٦

∴ ر = ٣

يوجد حالتان:

① $\left(\frac{١+٧}{٢}، ٢-٣\right) = (٤، -١)$

المعادلة: $(س - ٤)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٩$

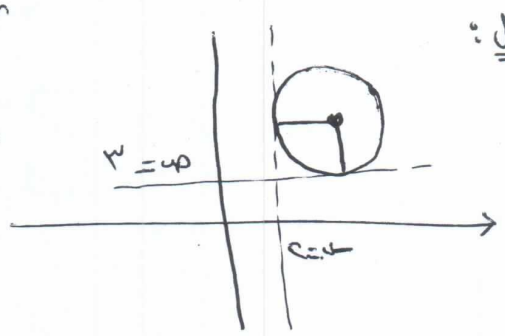
② $\left(\frac{١+٧}{٢}، ٢+٣\right) = (٤، ٥)$

المعادلة: $(س - ٤)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٩$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي عن المستقيمين س = ٢ ، ص = ٣ وطول نصف قطرها يساوي ٤ وتقع في الربع الأول

الحل:



ر = ٤

المركز (٢+٤، ٣+٤) = (٦، ٧)

المعادلة: $(س-٦)^{٢} + (ص-٧)^{٢} = ١٦$

* ملاحظة: عند فك أقواس معادلة الدائرة نحصل على الصورة العامة وذلك بعد فرض $-٢د = ٢ب$ ، $-٢هـ = ٢ج$

وتكون: $\boxed{س^{٢} + ص^{٢} + ٢ب س + ٢ج ص + هـ = ٠}$

ويكون المركز $(-ب، -ج)$ = (-نصف معامل س ، -نصف معامل ص)

ويكون $ر = \sqrt{ب^{٢} + ج^{٢} - هـ}$

مثال: جد مركز ونصف قطر الدائرة:

١) $س^{٢} + ص^{٢} + ٢س - ٨ص - ٣ = ٠$

الحل: المركز $= \left(-\frac{١}{٢} \times ٢ ، -\frac{١}{٢} \times -٨\right) = (-١، ٤)$

$ر = \sqrt{١ + ١٦ - (-٣)} = \sqrt{٢٠}$

٢) $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٢ = ٠$

الحل: المركز $= \left(-\frac{١}{٢} \times -٦ ، -\frac{١}{٢} \times ٠\right) = (٣، ٠)$

$ر = \sqrt{٩ + ٠ - ٢} = \sqrt{٧}$

٣) $٣س^{٢} + ٣ص^{٢} - ٦س + ١٢ص - ٦ = ٠$ نقسم على ٣

$س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٤ص - ٢ = ٠$

المركز $= \left(-\frac{١}{٢} \times -٢ ، -\frac{١}{٢} \times ٤\right) = (١، -٢)$

$ر = \sqrt{١ + ٤ - (-٢)} = \sqrt{٧}$

الأستاذ عماد مسلك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٢، -١)، (-٢، ٣)، (١، -٣)

الحل: $س^٢ + ص^٢ + ٢ب س + ٢ب ص + جـ = ٠$

تمر بـ (٢، -١) $\Leftarrow ٤ + ١ + ٢ب - ٢ب + جـ = ٠$

$\Leftarrow ٢ب - ٢ب + جـ = -٥$ ——— (١)

تمر بـ (-٢، ٣) $\Leftarrow ٤ + ٩ - ٤ب + ٦ب + جـ = ٠$

$\Leftarrow -٤ب + ٦ب + جـ = -١٣$ ——— (٢)

تمر بـ (١، -٣) $\Leftarrow ١ + ٩ + ٢ب - ٦ب + جـ = ٠$

$٢ب - ٦ب + جـ = -١٠$ ——— (٣)

نأخذ المعادلات ونحلها بطريقة الحذف $\Leftarrow$ $ب = \frac{٣}{٤}$ $ب = \frac{١}{٤}$ $جـ = -١٠$

∴ المعادلة: $س^٢ + ص^٢ + ٢(\frac{٣}{٤})س + ٢(\frac{١}{٤})ص - ١٠ = ٠$

$س^٢ + ص^٢ + \frac{٣}{٢}س + \frac{١}{٢}ص - ١٠ = ٠$ ×٤

$٤س^٢ + ٤ص^٢ + ٣س + ص - ٤٠ = ٠$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٣، -٤)، (-١، ٤) ومركزها يقع على المستقيم $٥س - ٣ص = ١١$

الحل: $س^٢ + ص^٢ + ٢ب س + ٢ب ص + جـ = ٠$

تمر بـ (٣، -٤) $\Leftarrow ٩ + ١٦ + ٦ب - ٤ب + جـ = ٠$

$\Leftarrow ٦ب - ٤ب + جـ = -٢٥$ ——— (١)

تمر بـ (-١، ٤) $\Leftarrow ١ + ١٦ - ٢ب + ٨ب + جـ = ٠$

$\Leftarrow -٢ب + ٨ب + جـ = -١٧$ ——— (٢)

المركز $(-ب، -ب)$ يقع على $٥س - ٣ص = ١١$ $\Leftarrow -٥ب + ٣ب = ١١$ ——— (٣)

$ب = -٣$ $ب = -٤$

نطرح (١) - (٢) ثم نكمل حل المعادلات بالحذف

$جـ = -١٠$ $\Leftarrow$ المعادلة: $س^٢ + ص^٢ + ٢(-٤)س + ٢(-٣)ص + (-١) = ٠$

$\Leftarrow س^٢ + ص^٢ - ٨س - ٦ص - ١ = ٠$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: في الدائرة $س^2 + ص^2 - ٦س + ٢ل ص - ٣ = ٠$ إذا كان طول نصف قطر الدائرة يساوي ٤ فجد ل.

الحل: المركز $(٣، -ل)$ $\quad ر = \sqrt{٩ + ل^2 + ٣} = ٤ \Leftarrow \sqrt{١٢ + ل^2} = ٤$

$\Leftarrow ١٢ + ل^2 = ١٦ \Leftarrow ل^2 = ٤ \Leftarrow ل = \pm ٢$

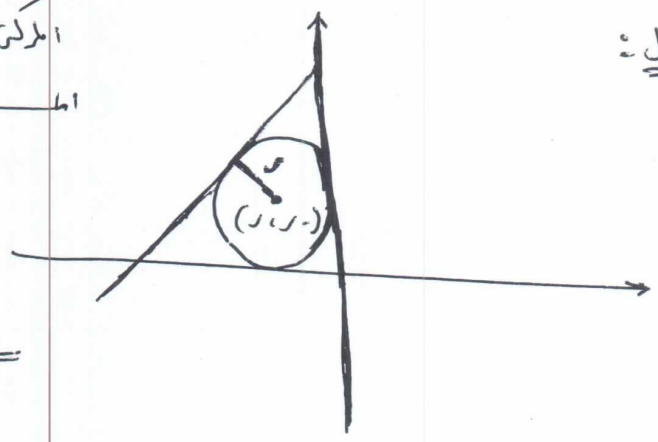
مثال: في المعادلة $س^2 + ص^2 + ٨س - ٤ص + ب = ٠$ ما قيمة ب التي تجعل هذه المعادلة دائرة.

الحل: المركز $(-٤، ٢)$ $\Leftarrow ر = \sqrt{١٦ + ٤ - ب} = \sqrt{٢٠ - ب}$

حتى تمثل دائرة يجب أن يكون $٢٠ - ب > ٠$ أي أن $ب < ٢٠$

مثال: أكتب معادلة الدائرة التي تمس المحورين ومس المستقيم $-٣س + ٤ص = ١٢$ ويقع مركزها في الربع الثاني.

الحل:



المركز $(-ر، ر)$

المستقيم: $-٣س + ٤ص - ١٢ = ٠$

$$ر = \frac{|-٣ \times -ر + ٤ \times ر - ١٢|}{\sqrt{(-٣)^2 + (٤)^2}}$$

$$\Leftarrow ر = \frac{|٧ر - ١٢|}{\sqrt{٢٥}}$$

$\Leftarrow ٧ر - ١٢ = ٥ر$ أو $٧ر - ١٢ = -٥ر$

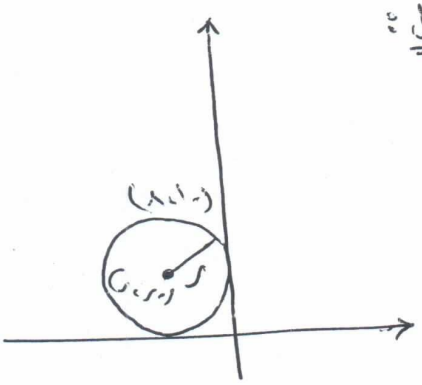
$٢ر = ١٢$ $\quad ١٢ = ١٢ر$

$\boxed{ر = ٦}$ $\quad \Leftarrow \boxed{ر = ١}$

المعادلة: $(س + ٦)^2 + (ص - ٦)^2 = ٣٦$ $\quad$ المعادلة: $(س + ١)^2 + (ص - ١)^2 = ١$

مثال: اكتب معادلة الدائرة التي تمس المحور ص وتمر بالنقطة (-١، ٨)

الحل:



المركز (-ر، ر)

$ر = \sqrt{(-ر+١)^{٢} + (ر-٨)^{٢}}$

$ر^{٢} = (-ر+١)^{٢} + (ر-٨)^{٢}$

$ر^{٢} = ر^{٢} - ٢ر + ١ + ر^{٢} - ١٦ر + ٦٤$

$ر^{٢} - ١٨ر + ٦٥ = ٠$

$\Leftarrow (ر-١٣)(ر-٥) = ٠$

$\Leftarrow$ ر = ١٣ ، ر = ٥

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٢٦٦٩

عندما ر = ١٣

المركز (-١٣، ١٣)

المعادلة: $(س+١٣)^{٢} + (ص-١٣)^{٢} = ١٦٩$

عندما ر = ٥

المركز (-٥، ٥)

المعادلة: $(س+٥)^{٢} + (ص-٥)^{٢} = ١$

* القطع المكافئ:

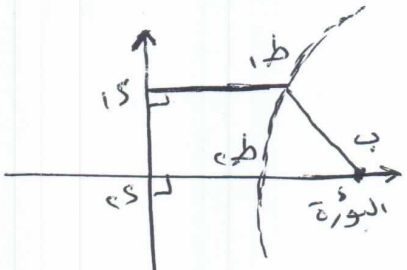
* القطع المخروطي: هو الحل الهندسي (الشكل الهندسي) الذي ترسمه نقطة تتحرك في المستوى بشرط أن تكون نسبة بعدها عن نقطة ثابتة إلى بعدها عن مستقيم ثابت يساوي نسبة ثابتة، حيث تسمى النقطة الثابتة بؤرة القطع ويسمى المستقيم الثابت دليل القطع وتسمى النسبة الثابتة الاختلاف المركزي للقطع (ق) وتكون تسمية القطع كما يلي:

أولاً: إذا كانت النسبة الثابتة تساوي (١) سمي قطعاً مكافئاً

ثانياً: " " " أقل من (١) " " ناقصاً

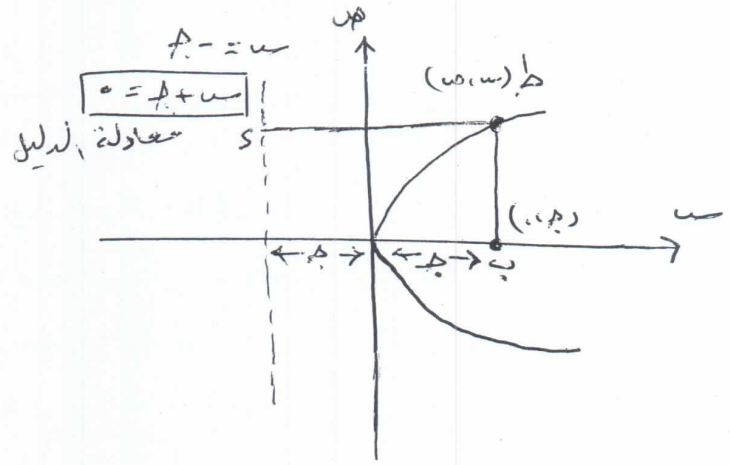
ثالثاً: " " " أكبر من (١) " " زائداً

رابعاً: " " " تساوي صفر " " دائرة.



$\frac{ط_{١}ب}{ط_{١}ك_{١}} = \frac{ط_{٢}ب}{ط_{٢}ك_{٢}}$ = ثابت

* يوجد ٣ حالات للقطع المكافئ إذا كان الرأس يقع في نقطة الأصل :



هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك في المستوى بشرط أن يكون بعدها عن نقطة ثابتة يساوي بعدها عن مستقيم ثابت .

حسب الشرط : ط ب = ط د

$$\sqrt{(س - أ)^2 + (ص - ٠)^2} = \left| \frac{س + أ}{\sqrt{١^2 + (٠)^2}} \right|$$

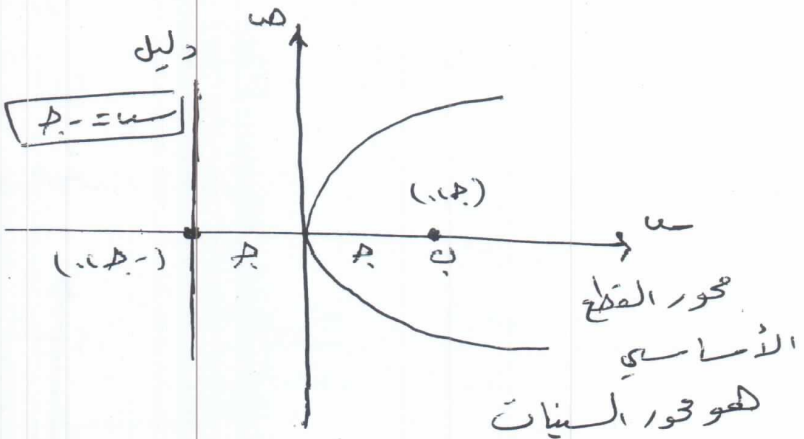
$$\Leftarrow \sqrt{س^2 - ٢أس + أ^2 + ص^2} = |س + أ| \quad \text{تربيع الطرفين}$$

$$\Leftarrow س^2 - ٢أس + أ^2 + ص^2 = س^2 + ٢أس + أ^2$$

$$\Leftarrow \boxed{ص^2 = ٤أس} \quad \text{معادلة القطع المكافئ}$$

* المحور المتعددة للقطع المكافئ ومعادلته :

١) قطع مكافئ سيني موجب رأسه (٠، ٠)

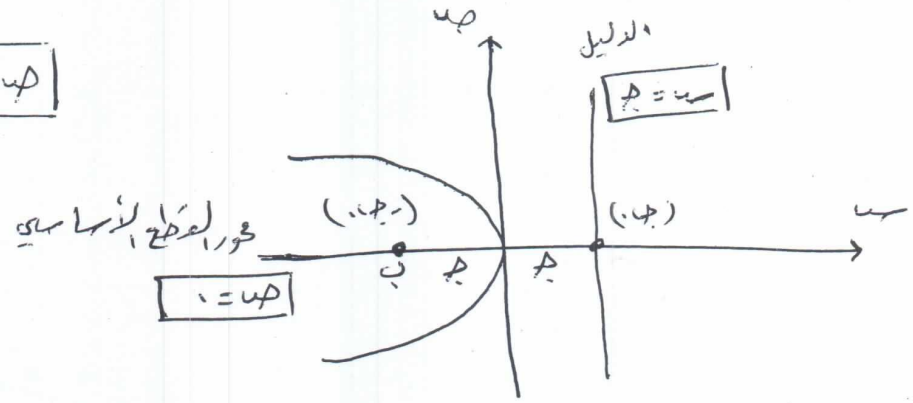


$$\boxed{ص^2 = ٤أس}$$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

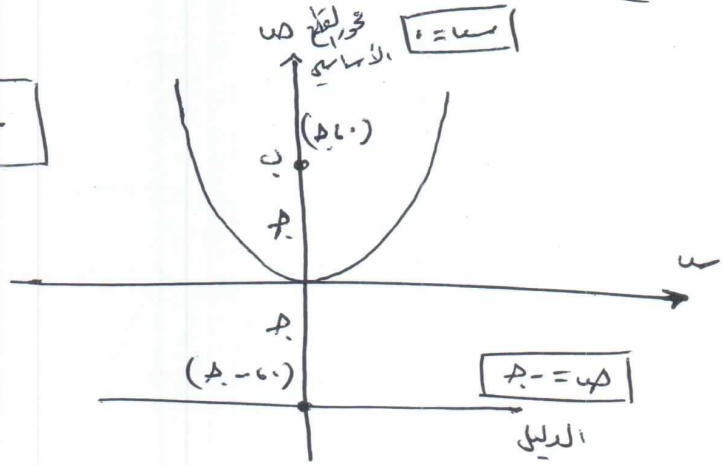
٢) قطع مكافئ، سينى سالب رأسه (٠،٠)

$ص^{٢} = -٤ أ س$



٣) قطع مكافئ، صادي موجب رأسه (٠،٠)

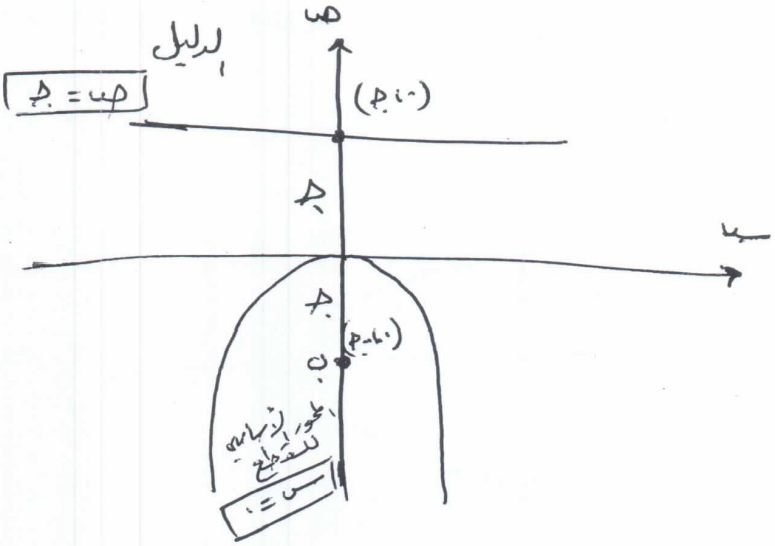
$س^{٢} = ٤ أ ص$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

٤) قطع مكافئ، صادي سالب رأسه (٠،٠)

$س^{٢} = -٤ أ ص$



مثال: عين جميع المعلومات عن كل قطع من القطوع التالية:

(١) $س^2 + 3ص = 0$

(٢) $4ص^2 + س = 0$

(٣) $5س^2 - 7ص = 0$

(٤) $ص^2 - س = 0$

الحل: (١) $س^2 = -3ص$

$س^2 = -4أ ص$

قطع مكافئ صادق سالب

رأسه $(0,0)$

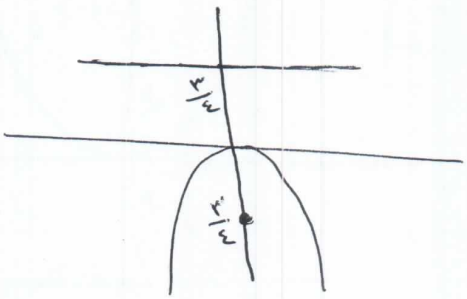
* معادلة محوره الأساسي $س = 0$

$4أ = 3 \Leftarrow أ = \frac{3}{4}$

* البؤرة $(0, -\frac{3}{4})$

معادلة الدليل $ص = \frac{3}{4}$

$4ص - 3 = 0$



الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

(٢) $4ص^2 = -س$

$ص^2 = -4أ س$

قطع مكافئ سيني سالب

رأسه $(0,0)$

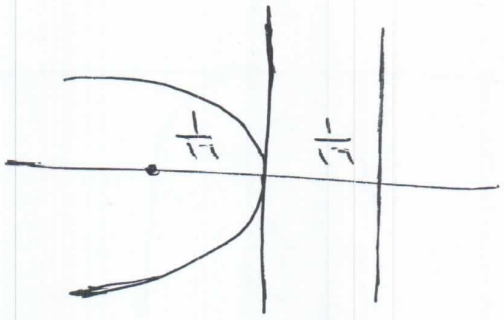
معادلة محوره الأساسي $ص = 0$

$4أ = \frac{1}{4} \Leftarrow أ = \frac{1}{16}$

* البؤرة $(-\frac{1}{16}, 0)$

* معادلة الدليل $س = \frac{1}{16}$

$16س - 1 = 0$

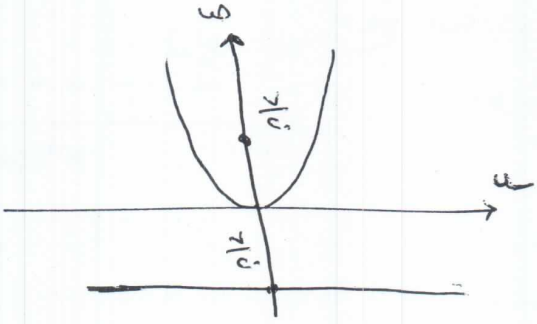


③ $س^2 = ٧ص$

$س^2 = ٤ \times \frac{٧}{٤} ص$

$س^2 = ٤ \times \frac{٧}{٤} ص$

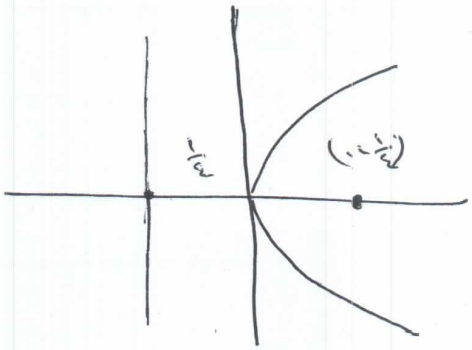
* قطع مكافئ رأسي موجب
الرأس (٠،٠)
* معادلة المحور الأساسي $س = ٠$
$٤ \times \frac{٧}{٤} = ٤ \times ٢$ ⇐ $\boxed{٢ = \frac{٧}{٤}}$
* البؤرة $(٠، \frac{٧}{٤})$
* معادلة الدليل $ص = -\frac{٧}{٤}$
$٤ \times ٧ + ٤ \times ص = ٠$



④ $ص^2 = ٤ \times ١ \times س$

$ص^2 = ٤ \times ١ \times س$

* قطع مكافئ أفقي موجب
* الرأس (٠،٠)
* معادلة المحور المماثل $\boxed{ص = ٠}$
$٤ \times ١ = ٤ \times ١$ ⇐ $\boxed{١ = \frac{١}{٤}}$
* البؤرة $(\frac{١}{٤}، ٠)$
* معادلة الدليل $س = -\frac{١}{٤}$
$٤ \times ١ + ٤ \times س = ٠$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

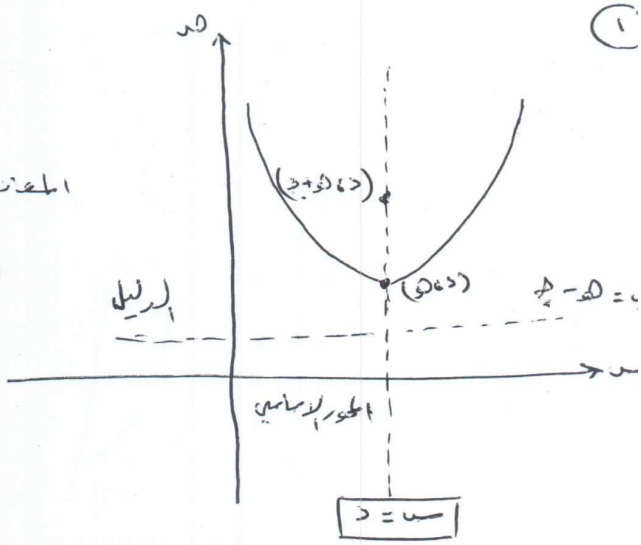
* صور معادلة القطع المكافئ المعتدة عندما يكون الرأس (د ، هـ)

(١)

المعادلة: $(س - د)^{٢} = ٤ ب (ص - هـ)$

قطع صادي موجب

المحور $س = د$

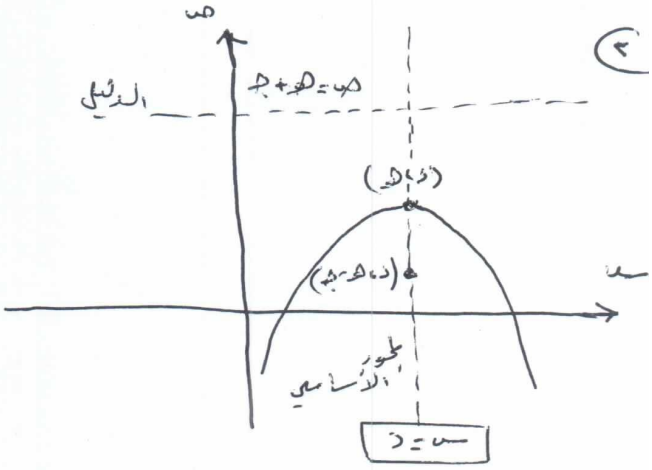


(٢)

المعادلة: $(س - د)^{٢} = -٤ ب (ص - هـ)$

* قطع مكافئ صادي سالب

المحور $س = د$

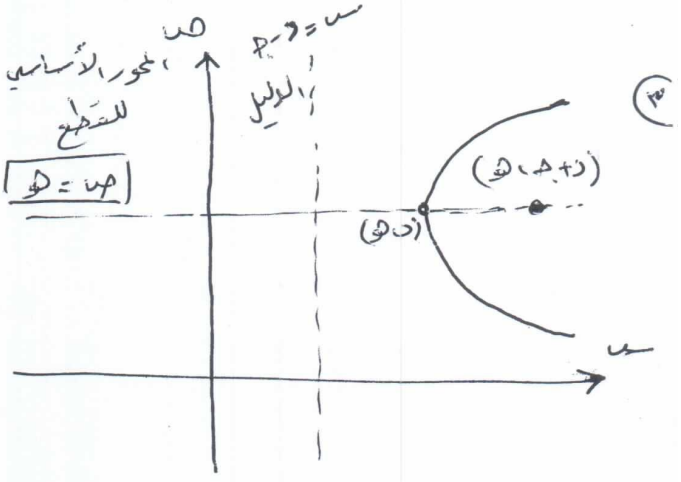


(٣)

المعادلة: $(ص - هـ)^{٢} = ٤ ب (س - د)$

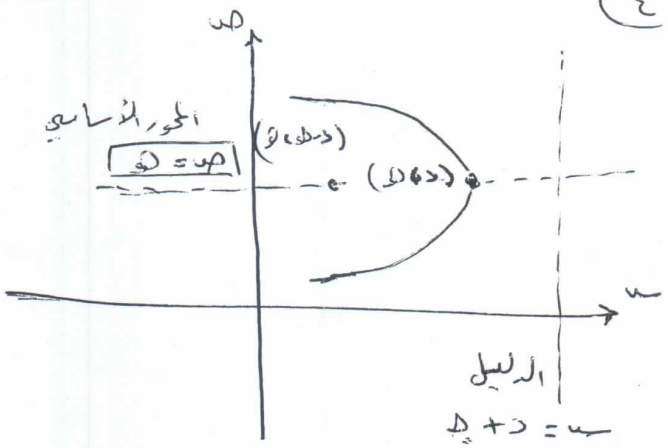
* قطع مكافئ أفقي موجب

المحور $ص = هـ$



الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

٤



المعادلة : $(ص - ك)^2 = -4ل(س - د)$

المحور $ص = ك$

قطع مكافئ سيني سالب

* ملخص لبيانات القطع المكافئ إذا عرفت معادلته :

بعد وضع المعادلة بالصورة المناسبة $(س - ك)^2 = 4ل(ص - د)$ يمكن معرفة ما يلي :

١) القطع المكافئ : سيني أو صادي بعكس التربيع فيه

٢) القطع موجب أو سالب حسب إشارة معامل الدرجة الأولى فيه

٣) الرأس نحصل عليه بمساواة كلاً من الطرفين بالصفر

٤) معادلة محور القطع الأساسي نحصل عليه بمساواة الحد المشتمل على التربيع بالصفر

٥) البؤرة نحصل عليها بإضافة أو طرح $(ل)$ من الإحداثي السيني أو الإحداثي الصادي للرأس حسب ما يكون القطع موجباً أو سالباً سينياً أو صادياً

٦) معادلة دليل القطع نحصل عليها بعكس العمل الذي أجري للحصول على البؤرة

* ملاحظة : يتميز القطع أنه سيني أو صادي بأن محوره يوازي محور السينات أو الصادات .

مثال : عين جميع المعلومات عن كل قطع من القطوع التالية :

١) $(س + ١)^2 = ٣ص - ٦$

٢) $ص^2 - ٨ص + ١٢س = ١٥$

٣) $س^2 - ٦س + ص = ٠$

٤) $ص^2 - س + ٥ = ٠$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

الحل: ① $(٣س + ١)^{٢} = ٧ص - ٣$ نحولها بالصورة العكسية

$\Leftarrow (٣(س + \frac{١}{٣}))^{٢} = ٧(ص - \frac{-٣}{٧})$

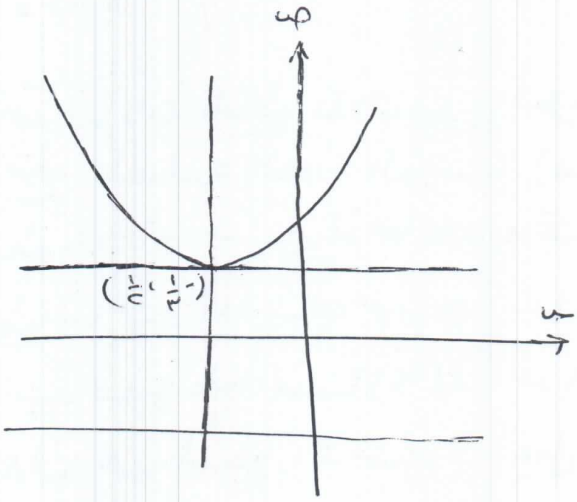
$\Leftarrow ٩(س + \frac{١}{٣})^{٢} = ٧(ص - \frac{-١}{٧})$ $\times \frac{١}{٩}$

$\Leftarrow (س + \frac{١}{٣})^{٢} = ٨(ص - \frac{-١}{٧})$

$(س - د)^{٢} = ٤ب(ص - ص_{د})$

القطع مكافئ هابط فوجب

- الرأس $(-\frac{١}{٣}, \frac{-١}{٧})$
- معادلة محور القطع $\Leftarrow$ $س + \frac{١}{٣} = ٠$ ، $س = -\frac{١}{٣}$ ، $٣س + ١ = ٠$



* $٤ب = ٨ \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$
* البؤرة $(-\frac{١}{٣}, \frac{-١}{٧} + ٢) = (-\frac{١}{٣}, \frac{٥}{٧})$
* معادلة الدليل $\Leftarrow$ $ص = -\frac{١}{٧} - ٢$ ، $ص = -\frac{٣}{٧}$ ، $٧ص + ٣ = ٠$

② $ص^{٢} - ٨ص + ١٢س = ١٥$

$٢(ص^{٢} - ٤ص) = -١٢س + ٥$ عن طريق اكمال المربع

نضيف ونطرح $(\frac{١}{٢}$ معامل $ص)^{٢}$ $\longleftarrow$ $(-٢)^{٢} = ٤$

$\Leftarrow ٢(ص^{٢} - ٤ص + ٤ - ٤) = -١٢س + ١٥$

$\Leftarrow ٢((ص - ٢)^{٢} - ٤) = -١٢س + ١٥ \Leftarrow ٢(ص - ٢)^{٢} - ٨ = -١٢س + ١٥$ $\times \frac{١}{٢}$

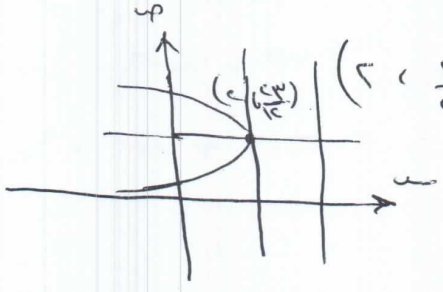
$\Leftarrow ٢(ص - ٢)^{٢} = -١٢س + ٢٣ \Leftarrow ٢(ص - ٢)^{٢} = -١٢(س - \frac{٣}{١٢})$

$\Leftarrow (ص - ٢)^{٢} = -٦(س - \frac{٣}{١٢})$ قطع مكافئ سيني سالب

* الرأس $(\frac{٣}{١٢}, ٢)$ * معادلة محور القطع $ص = ٢$

* $٤ب = ٦ \Leftarrow \boxed{ب = \frac{٣}{٢}}$ * البؤرة $(\frac{٣}{١٢} - \frac{٣}{٢}, ٢)$

* معادلة الدليل $س = \frac{٣}{١٢} + \frac{٣}{٢}$



(٣) $٣س^{٢} - ٦س + ص = ٠$

$٣(س^{٢} - ٢س) = -ص$ إكمال المربع $(-١)^{٢} = ١$

$\Leftarrow ٣(س^{٢} - ٢س + ١ - ١) = -ص$

$\Leftarrow ٣((س-١)^{٢} - ١) = -ص \Leftarrow ٣(س-١)^{٢} - ٣ = -ص$

$\Leftarrow ٣(س-١)^{٢} = -ص + ٣$

$\Leftarrow (س-١)^{٢} = -\frac{١}{٣}(ص - ٣)$ $\times \frac{١}{٣}$

$(س-د)^{٢} = ٤ب(ص-ه)$

قطع مكافئ هابط سالب

* الرأس $(١، ٣)$

* معادلة محور القطع $\boxed{س = ١}$

* $٤ب = \frac{١}{٣} \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١}{١٢}}$

* البؤرة $(١، ٣ - \frac{١}{١٢})$

* معادلة الدليل $\Leftarrow \{ ص = ٣ + \frac{١}{١٢}$

(٤) $ص^{٢} - س + ٥ = صفر \Leftarrow ص^{٢} = س - ٥$

$(ص-ه)^{٢} = ٤ب(س-د)$

قطع مكافئ أفقي موجب

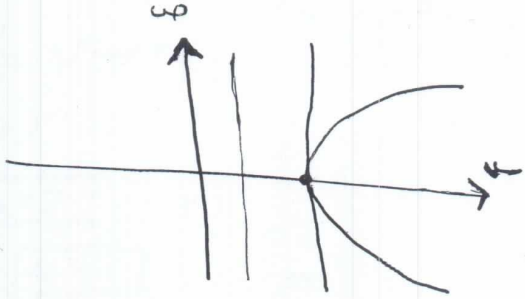
* الرأس $(٥، ٠)$

* معادلة محور القطع $\{ ص = ٠$

$٤ب = ١ \Leftarrow \boxed{ب = \frac{١}{٤}}$

* البؤرة $(٥ + \frac{١}{٤}، ٠)$

* معادلة الدليل $\Leftarrow \{ س = ٥ - \frac{١}{٤}$

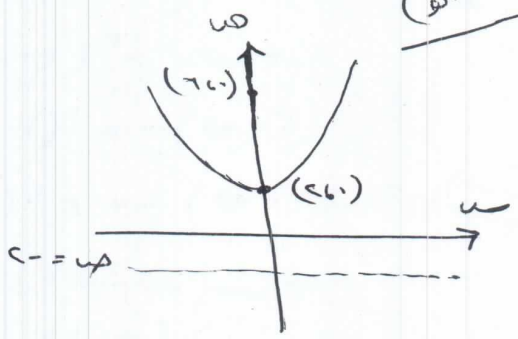


الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: لكل قطع مكافئ فيما يلي عين احداثيات الرأس والبؤرة واكتب معادلة المحور والدليل.

① $\frac{1}{2}س^2 - 8ص + 16 = 0 \Leftarrow \frac{1}{2}س^2 = 8ص - 16 \Leftarrow \frac{1}{2}س^2 = 8(ص - 2)$

$\Leftarrow (س - 0)^2 = 16(ص - 2)$ على الصورة $(س-د)^2 = 4ب(ص-هـ)$ قطع مكافئ صادي موجب



* الرأس $(٠،٢)$
* معادلة المحور $\boxed{س = ٠}$
* $4ب = 16 \Leftarrow \boxed{ب = 4}$
* البؤرة $(٠، ٢+4) = (٠،٦)$
* معادلة الدليل $ص = 2-4 \Leftarrow ص = -2$

② $س^2 - 6س = 8ص + 7$ عن طريق اكمال المربع

$س^2 - 6س + 9 - 9 = 8ص + 7 \Leftarrow (س-3)^2 - 9 = 8ص + 7$

$\Leftarrow (س-3)^2 = 8ص + 16 \Leftarrow (س-3)^2 = 8(ص+2)$ $(س-د)^2 = 4ب(ص-هـ)$ قطع مكافئ صادي موجب

* الرأس $(3، -2)$
* المحور $\boxed{س = 3}$
* $4ب = 8 \Leftarrow \boxed{ب = 2}$
* البؤرة $(3، -2+2) = (3، ٠)$
* الدليل $ص = -2 - 2 \Leftarrow ص = -4$

③ $ص^2 - 4ص + 4س = ٠ \Leftarrow ص^2 - 4ص = -4س$ اكمال المربع

$\Leftarrow ص^2 - 4ص + 4 = -4س - 4 \Leftarrow (ص-2)^2 = -4(س+1)$ $(ص-هـ)^2 = -4ب(س-د)$ قطع مكافئ صادي سالب

$\Leftarrow (ص-2)^2 = -4س + 4$

* الرأس $(-1، 2)$
* المحور $\boxed{ص = 2}$
* $4ب = 4 \Leftarrow \boxed{ب = 1}$
* البؤرة $(-1-1، 2) = (-2، 2)$
* الدليل $س = -1+1 = 0$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

④ $٦ص = ٤س^٢ + ٨س - ٥ \Leftarrow ٤س^٢ + ٨س = ٦ص + ٥$

$\Leftarrow ٤(س^٢ + ٢س) = ٦ص + ٥ \Leftarrow ٤(س^٢ + ٢س + ١) = ٦ص + ٥ + ٤$

$\Leftarrow ٤(س+١)^٢ = ٦ص + ٩ \Leftarrow ٤(س+١)^٢ = ٦(ص + ١,٥)$

$\Leftarrow (س+١)^٢ = \frac{٦}{٤}(ص + ١,٥)$

$\Leftarrow (س+١)^٢ = \frac{٣}{٢}(ص + ١,٥)$

قطع مكافئ رأسي موجب

$(س-د)^٢ = ٤ب(ص-هـ)$

* الرأس $(-١، -١,٥)$

* المحور $\boxed{س = -١}$

$٤ب = \frac{٣}{٢} \Leftarrow ب = \frac{٣}{٨}$

* البؤرة $(-١، -\frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٨}) = (-١، -\frac{٩}{٨})$

* الدليل $ص = -\frac{٣}{٢} - \frac{٣}{٨} = -\frac{١٥}{٨}$

* ملاحظة: لكتابة معادلة القطع المكافئ يجب معرفة احداثيات الرأس وقيمة ب

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

أ) رأسه $(٢، ٥)$ وبؤرته $(١، ٥)$

ب) رأسه $(-١، ٣)$ وبؤرته $(-١، ٤)$

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

الحل: أ) $ب = ٥ - ١ = ٤$

المعادلة: $(س-د)^٢ = -٤ب(ص-هـ)$

$(س-٢)^٢ = -١٦(ص-٥)$

ب) $ب = ٤ - (-٣) = ٧$

المعادلة: $(ص-هـ)^٢ = ٤ب(س-د)$

$(ص-١)^٢ = ٢٨(س+٣)$

* ملاحظات: اذا علم الرأس والبؤرة فإن ب تساوي المسافة بينهما.

اذا علم الرأس والدليل فإن ب تساوي المسافة بينهما.

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

أ) رأسه (-٢، ١) ودليله س - ٣ = ٠

ب) رأسه (٣، ٤) ودليله محور السينات

الحل: أ) س - ٢ = ٠ ⇐ س = ٢

أ = ٣ - (-٢) = ٥

المعادلة: (ص - هـ)^٢ = -٤أ (س - د)

(ص - ١)^٢ = -٢٠ (س + ٢)

ب) أ = ٤ - ٠ = ٤

المعادلة: (س - د)^٢ = ٤أ (ص - هـ)

(س - ٣)^٢ = ١٦ (ص - ٤)

* ملاحظة: اذا علم البؤرة والدليل فإن المسافة بينهما تساوي ٢أ ويكون الرأس في منتصف المسافة بينهما

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

أ) بؤرته (١، -١) ودليله ص = ٥

ب) بؤرته (٤، ٣) ودليله محور الصادات

الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٢٦٦٩

الحل: أ) الرأس $\left(١، \frac{-١+٥}{٢}\right) = (٢، ١)$

أ = ٥ - ٢ = ٣

المعادلة: (س - د)^٢ = -٤أ (ص - هـ)

(س - ١)^٢ = -١٢ (ص - ٢)

ب) الرأس $\left(\frac{٤+٠}{٢}، ٣\right) = (٢، ٣)$

أ = ٤ - ٢ = ٢

المعادلة: (ص - هـ)^٢ = ٤أ (س - د)

(ص - ٣)^٢ = ٨ (س - ٢)

* ملاحظة: اذا علم الرأس واتجاه المحور ونقطة يمر بها القطع، في هذه الحالة نكتب الصورة العامة للمعادلة ونستفيد بتعويض النقطة في المعادلة لايجاد $أ$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي:

أ) رأسه $(٣، ٦)$ ومحوره يوازي السينات والقطع يمر بالنقطة $(-١، ٢)$

ب) رأسه $(-٣، ٢)$ ومحوره يوازي الصادات والقطع يمر بالنقطة $(١، ١٠)$

الحل: أ) المعادلة: $(ص - هـ)^{٢} = ٤أ(س - د)$

$(ص - ٦)^{٢} = ٤أ(س - ٣)$

يمر بـ $(-١، ٢) \Leftarrow (٢ - ٦)^{٢} = ٤أ(-١ - ٣)$

$\Leftarrow ١٦ = ١٦أ \Leftarrow \boxed{أ = ١}$

المعادلة: $(ص - ٦)^{٢} = ٤(س - ٣)$

ب) المعادلة: $(س - د)^{٢} = ٤أ(ص - هـ)$

$(س - ٢)^{٢} = ٤أ(ص + ٣)$

يمر بـ $(١، ١٠) \Leftarrow (١٠ - ٢)^{٢} = ٤أ(١ + ٣)$

$\Leftarrow ٦٤ = ١٦أ \Leftarrow \boxed{أ = ٤}$

المعادلة: $(س - ٢)^{٢} = ١٦(ص + ٣)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $(س = ١)$ ويمر بالنقطتين $(٢، -١)$، $(-٤، ٥)$

الحل: المعادلة: $(س - د)^{٢} = ٤أ(ص - هـ)$

الرأس على محور الصادات $\Leftarrow د = ٠$

المعادلة: $س^{٢} = ٤أ(ص - هـ)$

$(٢، -١) \Leftarrow ٤ = ٤أ(-١ - هـ)$ ... ① بالقسمة $\Leftarrow \frac{١}{٤} = \frac{-١ - هـ}{٥ - هـ}$

$(-٤، ٥) \Leftarrow ١٦ = ٤أ(٥ - هـ)$ ... ②

$\Leftarrow ٥ - هـ = -٤ - هـ \Leftarrow ٩ = -٣هـ \Leftarrow هـ = -٣$

بالتعويض في ① $٤ = ٤أ(-١ + ٣) \Leftarrow ٤ = ٤أ \times ٢ \Leftarrow ٤أ = ٢$

∴ المعادلة: $س^{٢} = ٢(ص + ٣)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $س = ٢$ ودليله $ص = ١$ والقطع يمر بالنقطة $(٦، ٦)$.

الحل: الرأس $(د، هـ)$ ومحوره $س = ٢ \Leftarrow د = ٢$

الدليل $ص = ١ \Leftarrow هـ - ٤أ = ١ \Leftarrow هـ = ٤أ + ١$

$\Leftarrow$ الرأس $(٢، ٤أ + ١)$

المعادلة: $(س - د)^{٢} = ٤أ(ص - هـ) \Leftarrow (س - ٢)^{٢} = ٤أ(ص - (٤أ + ١))$

يمر بـ $(٦، ٦) \Leftarrow (٦ - ٢)^{٢} = ٤أ(٦ - (٤أ + ١))$

$\Leftarrow ١٦ = ١٦أ(٥ - أ)$ بالقسمة على ٤

$\Leftarrow ٤ = أ(٥ - أ) \Leftarrow ٤ = ٥أ - أ^{٢}$

$\Leftarrow أ^{٢} - ٥أ + ٤ = ٠ \Leftarrow (أ - ٤)(أ - ١) = ٠$

$\Leftarrow أ = ٤، ١$

أولاً: $\boxed{أ = ٤} \Leftarrow$ المعادلة: $(س - ٢)^{٢} = ١٦(ص - ٥)$

ثانياً: $\boxed{أ = ١} \Leftarrow$ المعادلة: $(س - ٢)^{٢} = ٤(ص - ٢)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره $ص = ٣$ ودليله $س = ١$ والقطع يمر بالنقطة $(٦، ٧)$.

الحل: الرأس $(د، هـ)$ ومحوره $ص = ٣ \Leftarrow هـ = ٣$

الدليل $س = ١ \therefore د - ٤أ = ١ \Leftarrow د = ٤أ + ١$

المعادلة: $(ص - هـ)^{٢} = ٤أ(س - د)$

$(ص - ٣)^{٢} = ٤أ(س - (٤أ + ١))$

يمر بـ $(٧، ٦) \Leftarrow (٧ - ٣)^{٢} = ٤أ(٦ - (٤أ + ١))$

$\Leftarrow ١٦ = ١٦أ(٥ - ٤أ)$

$\Leftarrow ٤ = ٥أ - ٤أ^{٢} \Leftarrow ٤أ^{٢} - ٥أ + ٤ = ٠ \Leftarrow (٤أ - ٤)(٤أ - ١) = ٠$

$أ = ٤، ١$

١) $\boxed{أ = ٤} \Leftarrow$ المعادلة: $(ص - ٣)^{٢} = ١٦(س - ٥)$

٢) $\boxed{أ = ١} \Leftarrow$ المعادلة: $(ص - ٣)^{٢} = ٤(س - ٢)$

الأستاذ عصام مسلك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه يمس الصادات ويمر بالنقطتين (١، ٤)، (٩، ٨)

الحل: الرأس (د، هـ) يقع على الصادات ⇐ د = ٠

المعادلة: $(ص - هـ)^{٢} = ٤ أ (س - د)$

$(ص - هـ)^{٢} = ٤ أ س$

يمر بـ (١، ٤) ⇐ $(٤ - هـ)^{٢} = ٤ أ \times ١$ ... ①

يمر بـ (٩، ٨) ⇐ $(٨ - هـ)^{٢} = ٤ أ \times ٩$ ... ②

بالقسمة ⇐ $\frac{(٤ - هـ)^{٢}}{(٨ - هـ)^{٢}} = \frac{١}{٩}$

نأخذ الجذر التربيعي:

$\frac{٤ - هـ}{٨ - هـ} = \pm \frac{١}{٣}$

أولاً: $\frac{٤ - هـ}{٨ - هـ} = \frac{١}{٣}$

$١٢ - ٣هـ = ٨ - هـ$

$-٣هـ + هـ = ٨ - ١٢$

$-٢هـ = -٤$

$هـ = ٢$

بالتعويض في ① :

$(٤ - ٢)^{٢} = ٤ أ \times ١$

$٤ أ = ٤$

المعادلة: $(ص - ٢)^{٢} = ٤ س$

ثانياً: $\frac{٤ - هـ}{٨ - هـ} = -\frac{١}{٣}$

$١٢ - ٣هـ = -٨ + هـ$

$٣هـ + هـ = ٨ + ١٢$

$٤هـ = ٢٠$

$هـ = ٥$

بالتعويض في ① :

$(٤ - ٥)^{٢} = ٤ أ \times ١$

$٤ أ = ١$

المعادلة: $(ص - ٥)^{٢} = س$

مثال: جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (١، ٥) ومعادلة دليله هي:

$ص - ١١ = صفر$

الحل: القطع مكافئ سالب لأنه دليله يشمل على ص وسالب لأنه الدليل ص = ١١ أكبر من الإحداثي الصادي للبؤرة ص = ٥

الرأس $= \left(١، \frac{٥ + ١١}{٢}\right) = (١، ٨)$

$(س - د)^{٢} = -٤ أ (ص - هـ)$ ⇐

$٤ أ = ٦$ ⇐ $\boxed{أ = ٣}$

المعادلة: $(س - ١)^{٢} = -١٢ (ص - ٨)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ، الذي محوره يوازي محور الصادات ورأسه على المستقيم ص = س ويمر بالنقطتين (٤،٣) ، (٠،٣)

الحل: الرأس (د، هـ) يقع على المستقيم ص = س ← د = هـ فيكون الرأس (د، د)

المعادلة: $(س - د)^{2} = 4أ(ص - د)$

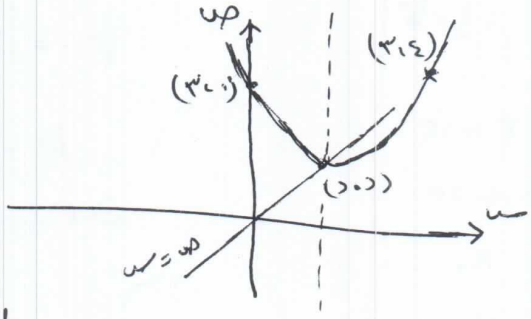
يمر بـ (٠،٣) ⇐ $(د)^{2} = 4أ(٣ - د)$ بالقسمة: $\frac{د^{2}}{(٤ - د)^{2}} = \frac{1}{1}$ ①

يمر بـ (٤،٣) ⇐ $(٤ - د)^{2} = 4أ(٣ - د)$ ②

⇐ $د^{2} = (٤ - د)^{2}$ ⇐ $د^{2} = ١٦ - ٨د + د^{2}$ ⇐ $٠ = ١٦ - ٨د$ ← **د = ٢**

بالتعويض في ①: $(٢)^{2} = 4أ(٣ - ٢)$ ⇐ $4 = 4أ$ ← **أ = ١**

المعادلة: $(س - ٢)^{2} = 4(ص - ٢)$



الاستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ، الذي رأسه يقع على المستقيم ص = ٢س والقطع يمر بالنقطتين (٤،٠) ، (٤،٨) ومحوره يوازي السينات

الحل: الرأس (د، هـ) يقع على المستقيم ص = ٢س ⇐ ∴ هـ = ٢د

∴ الرأس (د، ٢د)

المعادلة: $(ص - هـ)^{2} = 4أ(س - د)$

$(ص - ٢د)^{2} = 4أ(س - د)$ ⇐ $4د^{2} = 4أ(٤ - د)$ ... ①

يمر بـ (٠،٤) ⇐ $(-٢د)^{2} = 4أ(٤ - د)$ ... ②

يمر بـ (٨،٤) ⇐ $(٨ - ٢د)^{2} = 4أ(٤ - د)$ ... ③ نقسم

⇐ $\frac{4د^{2}}{(٨ - ٢د)^{2}} = \frac{1}{1}$ ⇐ $4د^{2} = (٨ - ٢د)^{2}$ ⇐ $4د^{2} = ٦٤ - ٣٢د + 4د^{2}$

⇐ $٠ = ٦٤ - ٣٢د$ ← **د = ٢**

⇐ $16 = 8أ$ ⇐ $16 = 4أ(٤ - ٢)$ ← **أ = ٢**

نعوض في ① ⇐ $4 \times 4 = 4أ(٤ - ٢)$

المعادلة: $(ص - ٤)^{2} = 8(س - ٢)$

مثال: جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٢، -٣) وبؤرته (٧، -٣)

الحل: من الواضح أن القطع سيفتح جهة اليمين لأن الإحداثي الذي تغير هو الإحداثي السيني وموجب لأن إحداثي البؤرة زاد عن إحداثي الرأس

المعادلة: $(ص - ك)^2 = 4أ(س - د)$

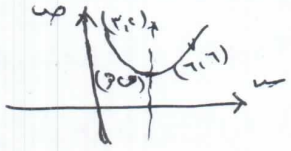
$أ = 7 - 2 = 5$

∴ المعادلة: $(ص + 3)^2 = 20(س - 2)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرته (٣، ٢) ويمر بالنقطة (٦، ٦).

الحل: يوجد حالتان إما أن يكون الرأس فوق البؤرة أو تحت البؤرة

١) الرأس تحت البؤرة ⇐ الرأس (د، ك) والبؤرة (٣، ٢) ⇐ د = ٢



⇐ الرأس (٢، ٣ - أ)

⇐ المعادلة: $(س - د)^2 = 4أ(ص - ك)$

$(س - 2)^2 = 4أ(ص - (3 - أ))$

يمر (٦، ٦) ⇐ $(6 - 2)^2 = 4أ(6 - (3 - أ))$ ⇐ $16 = 4أ(3 + أ)$

⇐ $4 = 3أ + أ^2$ ⇐ $أ^2 + 3أ - 4 = 0$ ⇐ $(أ + 4)(أ - 1) = 0$

⇐ $أ = -4$ ، $\boxed{أ = 1}$

نأخذ $أ = 1$ ⇐ المعادلة: $(س - 2)^2 = 4(ص - 2)$

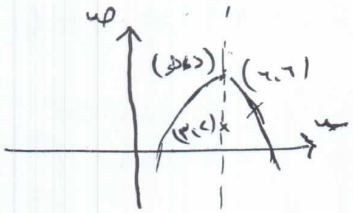
٢) الرأس فوق البؤرة ⇐ الرأس (د، ك) والبؤرة (٣، ٢) ⇐ د = ٢

⇐ الرأس (٢، ٣ + أ)

⇐ المعادلة: $(س - د)^2 = -4أ(ص - ك)$

$(س - 2)^2 = -4أ(ص - (3 + أ))$

يمر (٦، ٦) ⇐ $(6 - 2)^2 = -4أ(6 - (3 + أ))$ ⇐ $16 = -4أ(3 - أ)$



⇐ $4 = -3أ + أ^2$ ⇐ $أ^2 - 3أ - 4 = 0$

⇐ $(أ - 4)(أ + 1) = 0$

⇐ $\boxed{أ = 4}$ ، $أ = -1$

نأخذ $\boxed{أ = 4}$ ⇐ المعادلة: $(س - 2)^2 = -16(ص - 7)$

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

مثال: جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات وبؤرته $(-3,3)$ ويمر بالنقطة $(0,-1)$ ويقع رأسه على عين بؤرته

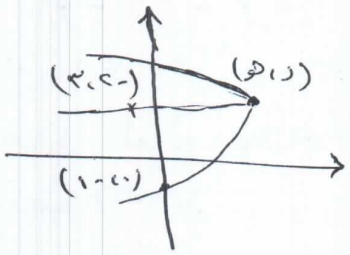
الحل: الرأس $(د, هـ)$ والبؤرة $(-3,3)$ $\therefore هـ = 3$

قطع سيني سالب

$د - ب = -3 \Leftarrow د = ب - 3$

المعادلة: $(ص - هـ)^2 = -4ب(س - د)$

$(ص - 3)^2 = -4ب(س - (ب - 3))$



يمر بـ $(0,-1) \Leftarrow (-1-3)^2 = -4ب(0 - (ب - 3))$

$\Leftarrow 16 = -4ب(-ب + 3)$ ÷ 4

$\Leftarrow ب^2 - 3ب - 4 = 0$

$\Leftarrow (ب - 4)(ب + 1) = 0 \Leftarrow \boxed{ب = 4}$ ، $ب = -1$

نأخذ $\boxed{ب = 4}$ $\Leftarrow$ المعادلة: $(ص - 3)^2 = -16(س - 1)$

مثال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته على المستقيم $ص = س$ ودليله $س = 4$ ويمر بالنقطة $(9,7)$

الحل: نفرض الرأس $(د, هـ) \Leftarrow$ البؤرة تقع على المستقيم $ص = س \Leftarrow$ البؤرة $(هـ + ج, هـ)$

وتكون $د = ب + 4 \Leftarrow هـ = د + ج = ب + 4 + ج \Leftarrow هـ = ب + ج + 4$

المعادلة: $(ص - هـ)^2 = 4ب(س - د)$

$(ص - (ب + ج))^2 = 4ب(س - (ب + 4))$

يمر بـ $(9,7) \Leftarrow (7 - (ب + ج))^2 = 4ب(9 - (ب + 4))$

$\Leftarrow (5 - ب)^2 = 4ب(5 - ب) \Leftarrow (5 - ب)^2 - 4ب(5 - ب) = 0$

$\Leftarrow (5 - ب)[(5 - ب) - 4ب] = 0$

$\Leftarrow (5 - ب)(5 - 5ب) = 0 \Leftarrow \boxed{ب = 5}$ ، $\boxed{ب = 1}$

عندما $\boxed{ب = 5}$ $\Leftarrow$ المعادلة: $(ص - 7)^2 = 0(س - 9)$

عندما $\boxed{ب = 1}$ $\Leftarrow$ المعادلة: $(ص - 3)^2 = 4(س - 5)$

الاستاذ عماد ميسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

ملاحظة : اذا علمت ٣ نقاط يمر بها القطع وعلم اتجاه المحور نستخدم احدى الصيغتين : ① ص = أ س^{٢} + ب س + جـ عندما يكون المحور موازيا لمحور الصادات

② س = أ ص^{٢} + ب ص + جـ عندما يكون المحور موازيا لمحور السينات

مثال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٣،٠) ، (-١،٦) ، (١،٠) .

الحل : ص = أ س^{٢} + ب س + جـ

يمر بـ (٣،٠) ⇐ ٠ = ٩ أ + ٣ ب + جـ ـــــ ①

(-١،٦) ⇐ ٦ = أ - ب + جـ ـــــ ②

(١،٠) ⇐ ٠ = أ + ب + جـ ـــــ ③

② - ③ ⇐ ٦ = -٢ ب ⇐ **ب = -٣**

نعوض في ① ⇐ ٣ = ٩ أ - ٦ + جـ ⇐ ٩ = ٩ أ + جـ ④ نطرح

نعوض في ② ⇐ ٦ = أ + ٣ + جـ ⇐ ٣ = أ + جـ ⑤

٦ = ٣ أ ⇐ **أ = ٢**

نعوض في ⑤ ⇐ ٣ = ٢ + جـ ⇐ **جـ = ١**

المعادلة : ص = ٢ س^{٢} - ٣ س + ١

سؤال : اكتب معادلة القطع المكافئ الذي دليله يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٣،٠) ، (٤،١) ، (٦،-١) ـــــ س = ٢ ص^{٢} - ص + ٣

* أمثلة تطبيقية على القطع المكافئ :

مثال : قذف جسم رأسيا لأعلى حسب العلاقة ف(ن) = ٤٠ ن - ٥ ن^{٢} احسب أقصى ارتفاع باستخدام القطع المكافئ .

الحل : المطلوب هو نقطة الرأس ⇐ ف = ٤٠ ن - ٥ ن^{٢} ⇐ -ف/٥ = ن^{٢} - ٨ ن

⇐ ن^{٢} - ٨ ن = $\frac{-١}{٥}$ ف (اكمال مربع) ⇐ ن^{٢} - ٨ ن + ١٦ - ١٦ = $\frac{-١}{٥}$ ف

⇐ (ن - ٤)^{٢} = $\frac{-١}{٥}$ ف + ١٦ ⇐ (ن - ٤)^{٢} = $\frac{-١}{٥}$ (ف - ٨٠)

∴ الرأس (٤ ، ٨٠)

∴ أقصى ارتفاع ٨٠ م بعد ٤ ثواني

مثال: بني جسر على شكل قطع مكافئ، طول قاعدته الأفقية ١٢م وأعلى ارتفاع ٩م.

١) اكتب معادلة الجسر على اعتبار أنه يتماثل حول الصادات.

٢) جد ارتفاع الجسر على بعد ٤م من مركز القاعدة.

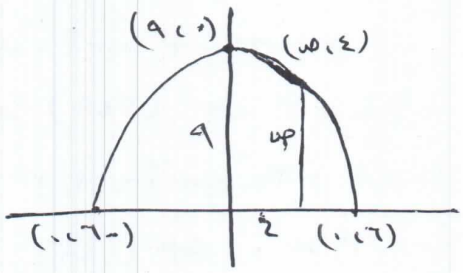
الحل: ١) الرأس (٠، ٩)

المعادلة: $(س - د)^{٢} = -٤ب(ص - هـ)$

$(س - ٠)^{٢} = -٤ب(ص - ٩)$

يمر بـ (٦، ٠) $\Leftarrow (٦)^{٢} = -٤ب(٠ - ٩)$

$\Leftarrow ٣٦ = ٣٦ب \Leftarrow \boxed{ب = ١}$



المعادلة: $س^{٢} = -٤(ص - ٩)$

يمر بـ (٤، ص) $\Leftarrow ١٦ = -٤(ص - ٩)$

$\Leftarrow ١٦ = -٤ص + ٣٦$

$\Leftarrow ٤ص = ٣٦ - ١٦ = ٢٠ \Leftarrow \boxed{ص = ٥}$

مثال: أطلقت قذيفة من مستوى سطح أرض أفقية وعادت إلى نفس المستوى وكانت مسارها على شكل قطع مكافئ، فإذا كان أعلى ارتفاع وصلته القذيفة ٥٠م وأقصى مدى أفقي لها هو ٤٠م معتبراً نقطة انطلاق القذيفة (٠، ٠) جد ما يلي:

١) معادلة القطع المكافئ.

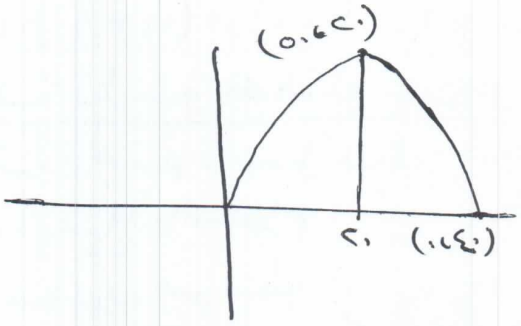
٢) ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة وسقوطها على الأرض.

الحل: ١) رأس القطع المكافئ (٢٠، ٥٠)

المعادلة: $(س - ٢٠)^{٢} = -٤ب(ص - ٥٠)$

يمر بـ (٠، ٠) $\Leftarrow (٠ - ٢٠)^{٢} = -٤ب(٠ - ٥٠)$

$\Leftarrow ٤٠٠ = ٢٠٠ب \Leftarrow \boxed{ب = ٢}$



المعادلة: $(س - ٢٠)^{٢} = -٨(ص - ٥٠)$

٢) الارتفاع = المسافة الأفقية أي أن $س = ص$

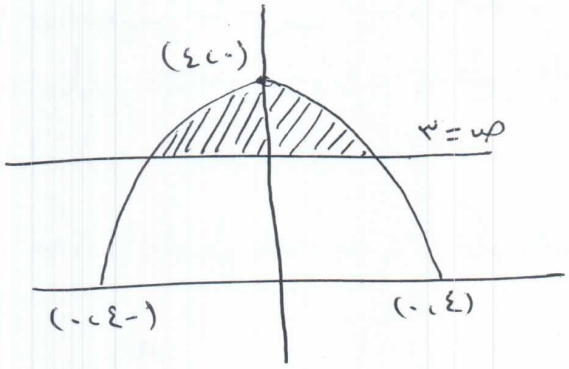
بالتعويض في المعادلة: $(ص - ٢٠)^{٢} = -٨(ص - ٥٠) \Leftarrow (ص - ٢٠)^{٢} = -٨(ص - ٥٠)$

$\Leftarrow ص^{٢} - ٤٠ص + ٤٠٠ = -٨ص + ٤٠٠ \Leftarrow ص^{٢} - ٣٢ص = ٠$

$\Leftarrow ص(ص - ٣٢) = ٠ \Leftarrow ص = ٠ ، ص = ٣٢$

مثال: معتمداً على الشكل جد مساحة المنطقة المظللة

الحل: نجد معادلة القطع المكافئ الرأس (٠، ٤)



المعادلة: $(س - د)^{٢} = -٤ ب (ص - هـ)$

$س^{٢} = -٤ ب (ص - ٤)$

يمر بـ $(٠، ٤) \Leftarrow ١٦ = -٤ ب (٠ - ٤)$

$\Leftarrow ١٦ = ١٦ ب \Leftarrow \boxed{ب = ١}$

المعادلة: $س^{٢} = -٤ (ص - ٤)$

لإيجاد نقاط تقاطع مع المستقيم ص = ٣ نعوض ص في المعادلة

$س^{٢} = -٤ (٣ - ٤) \Leftarrow س^{٢} = ٤ \Leftarrow س = \pm ٢$

نحول المعادلة $س^{٢} = -٤ (ص - ٤)$ بدلالة ص $\Leftarrow س^{٢} = -٤ ص + ١٦$

$\Leftarrow ٤ ص = ١٦ - س^{٢} \Leftarrow ص = ٤ - \frac{س^{٢}}{٤}$

$\Leftarrow م = \int_{-٢}^{٢} \left(٤ - \frac{س^{٢}}{٤}\right) - ٣ \, د س = \int_{-٢}^{٢} ١ - \frac{س^{٢}}{٤} \, د س$

$= س - \frac{س^{٣}}{١٢} \Big|_{-٢}^{٢} = \left(٢ - \frac{٨}{١٢}\right) - \left(-٢ + \frac{٨}{١٢}\right)$

$= \left(٢ - \frac{٢}{٣}\right) - \left(-٢ + \frac{-٢}{٣}\right) = \frac{٤}{١} - \frac{٤}{٣} = \frac{١٢ - ٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$

سؤال: اكتب معادلة القطع المكافئ الذي محوره المستقيم س = ٢ ويمر بالنقطتين $(٣، -١)$ ، $(٥، ٣)$.

الأستاذ عماد مسك
٠٧٩٥١٥٣٦٦٩