المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ١ساعة و نصف

الفرع : الأدبي و الإدارة المعلوماتية — اليوم و التاريخ : / / ٢٠١٦

ملحوظة : أجب عن الأسئلة التالية جميعها و عددها (٥) و عدد الصفحات ٣

السـؤال الأول : (١٧ علامة)

أ) جد التكاملات الأتية :

١) $\int \frac{(س^{٢} - ٣\sqrt{س}\ جا\ س)}{\sqrt{س}}$ دس

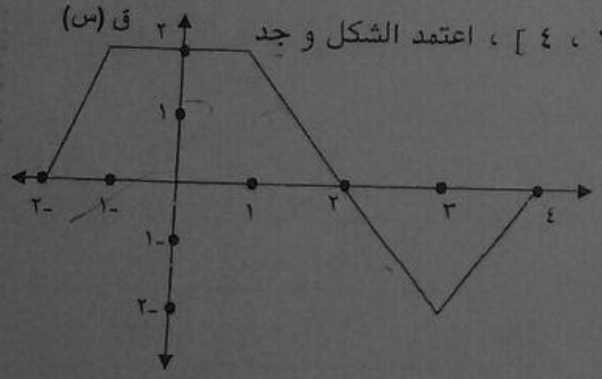
٢) $\int_{-١}^{٢} ٨\ س^{٣}\ ق'(س^{٤})$ دس ، حيث ق (١) = − ٥ ، ق (١٦) = ٨

ب) إذا كان $\int_{٣}^{٥} \left(\frac{ق(س)}{٢} - ١\right)$ دس = ٦ ، $\int_{٨}^{٥} ق(س)$ دس = ١٠ ، جد $\int_{٣}^{٨} (ق(س) + ٢س)$ دس

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) يساوي $\left(٦\ هـ^{٣س} - \frac{١}{س + هـ}\right)$ ، جد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن النقطة (٠ ، ١) تقع على منحنى الاقتران ق .

السـؤال الثاني : (١٤ علامة)

أ) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ٤] ، اعتمد الشكل و جد $\int_{-٢}^{٤} ق(س)$ دس .



ب) إذا كان جـ عدد ثابت ، وكان ق(جـ) = ١٢ ، ق(٠) = ٨

$\int_{٠}^{ج} (ق'(س) - هـ^{س})$ دس = صفر ، جد قيمة هـ^{ج} .

ج) جد مساحة المنطقة المحصورة والمغلقة بين منحنى ق (س) = ١ − س^{٢} و المستقيم ص + ٣ = ٠

تابع صفـ٢حـة

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان اقتران (السعر – الطلب) لمنتج ما هو ع = ق (س) = ٤٨ – ٣س ، و كان اقتران (السعر – العرض) لهذا المنتج هو ع = هـ (س) = ٥س ، جد فائض المنتج عند سعر التوازن .

ب) يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت يعطى بالعلاقة ت (ن) = ١٢ م/ث^{٢} ، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ن ثانية ، علما بأن السرعة الابتدائية = ٤ م/ث ، وموقعه الابتدائي = ١٠ م .

ج) جد قيمة ن فيما يلي :-

١) (ن – ١) ! = ل (٦ ، ٣) × $\binom{٤}{٢}$

٢) $\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن ، ٢)}{!٣}$

السـؤال الرابع : (١٦ علامة)

أ) مجموعة مكونة من ٦ معلمين و ٤ طلاب ، جد عدد الطرق التي بها تكوين لجة رباعية فيما يلي:-

١) الرئيس و المساعد من المعلمين و الأعضاء من الطلبة .

٢) اللجنة تحوي ثلاث معلمين على الأقل .

ب) تقدم (١٠٠٠٠) طالب بطلبات للالتحاق بالجامعات الحكومية ، وكانت معدلاتهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (٧٨) و بانحراف معياري مقداره (١٠) ، وكان عدد المقبولين في الجامعات الحكومية هو ٣٠٨٥ طالب ، جد معدل القبول في الجامعات الحكومية .

يمكن الاستفادة من الجدول التالي :

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل(ز≥ أ)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٥

ج) إذا كان س متغير ذا الحدين معاملاه ، ن = ٢ ، أ = ٢٠٪

اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

تابع صفـ٣حة

السؤال الخامس :(١٥ علامة)

أ) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥) و الانحراف المعياري لها (٦) ،
جد العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحرافين معياريين

ب) جد معامل الارتباط بيرسون (ر) بين المتغيرين س ، ص في الجدول الآتي :

س	٧	٦	٩	١٠	٨
ص	٨	٧	١٠	٨	١٢

ج) إذا كان (س) يمثل عدد ساعات العمل اليومي في مصنع ما ، (ص) يمثل كمية الاستهلاك اليومي من الكهرباء في المصنع نفسه بالكيلو واط / ساعة ، جمعت البيانات التالية ل ستة مصانع :

$\overline{س} = ٨$ ، $\overline{ص} = ٤٠٠$ ، $\sum (س - \overline{س})^2 = ١٠٠$ ، $\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص}) = ٢٠٠$

جد ما يلي :-

١) معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

٢) الخطأ في التنبؤ لكمية استهلاك الكهرباء لمصنع عمل ٩ ساعات في احد الايام ،و كان استهلاكه الحقيقي من الكهرباء في ذلك اليوم ٤١٠ كيلو واط / ساعة .

انتهت الأسئلة

مع التمنيات للجميع بالنجاح

T: Imad Misk

② ③ ④ $\int \frac{(س^4 - 3جتا س)}{س^2} \, د س = \int س^{-2}(س^4 - 3جتا س) \, د س$

$= \int س^2 - 3جتا س \, د س = \frac{س^3}{3} + 3 جتا س + ج$

$= \frac{1}{3} س^3 + 3 جتا س + ج$

④ $\int_{-1}^{2} 8 س^3 \, هـ(س^4) \, د س$

نفرض ص $= س^4$

$\frac{د ص}{د س} = 4 س^3 \Leftarrow د س = \frac{د ص}{4 س^3}$

عندما س $= -1$ فإن ص $= 1$

س $= 2$ فإن ص $= 16$

$\Leftarrow \int_{1}^{16} \frac{8 س^3 \, هـ(ص) \, د ص}{4 س^3} = 2 \int_{1}^{16} هـ(ص) \, د ص = 2(هـ(16) - هـ(1))$

$= 2((8-) - (5-))$

$= 2(13) = 26$

⑤ $\int_{3}^{8} (هـ(س) + 2س) \, د س = \int_{3}^{8} هـ(س) \, د س + \int_{3}^{8} 2س \, د س$

$\Leftarrow \int_{3}^{8} هـ(س) \, د س = \int_{3}^{5} هـ(س) \, د س + \int_{5}^{8} هـ(س) \, د س$

$= 16 + (10-) = 6$

$\therefore \int_{3}^{8} (هـ(س) + 2س) \, د س = 6 + [س^2]_{3}^{8}$

$= 6 + (64 - 9) = 6 + 55$

$= 61$

$\int_{3}^{8} \left(\frac{هـ(س)}{2} - 1\right) د س = 6$

$\int_{3}^{8} \frac{هـ(س)}{2} \, د س + \int_{3}^{8} -1 \, د س = 6$

$\int_{3}^{5} \frac{هـ(س)}{2} \, د س + (-1)(5-3) = 6$

$\int_{3}^{5} هـ(س) \, د س = 8$

$\int_{3}^{5} هـ(س) \, د س = 16$

(٢) $م = م'(س) = ٦هـ^{-س} - \frac{١}{س+هـ}$

$م(س) = \int م'(س) ds \Leftarrow م(س) = \int ٦هـ^{-س} - \frac{١}{س+هـ} ds$

$\Leftarrow م(س) = \int ٦هـ^{-س} ds - \int \frac{١}{س+هـ} ds$

$= ٦ \times -\frac{١}{هـ} هـ^{-س} - \int \frac{١}{ص} ص ds$

$ص = س + هـ$
$\frac{ص}{ص} = ١$
$ص = ص$

$= -٦هـ^{-س} - \int \frac{١}{ص} ص ds$

$= ٣هـ^{-س} - لو_{هـ} |ص| + ج$

$= ٣هـ^{-س} - لو_{هـ} |س+هـ| + ج$

لكن : يمر بالنقطة (٠، ١)

$\Leftarrow ١ = ٣هـ^{-(٠)} - لو_{هـ} |٠+هـ| + ج$

$١ = ٣(١) - لو_{هـ} هـ + ج \Leftarrow ١ = ٣ - ١ + ج$

$\Leftarrow ١ = ٢ + ج \Leftarrow \boxed{ج = -١}$

$\therefore \boxed{م(س) = ٣هـ^{-س} - لو_{هـ} |س+هـ| - ١}$

← تابع

④ $\int_{-2}^{4} د(س)\,ds = م_1 + م_2 + م_3 + (-م_4)$

$م_1$ (مساحة المثلث) $= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$

$م_2$ (مساحة المستطيل) $= 2 \times 2 = 4$

$م_3$ (مساحة المثلث) $= \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$

$م_4$ (مساحة المثلث) $= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

$\therefore \int_{-2}^{4} د(س)\,ds = 1 + 4 + 1 - 2 = 4$

⑤ $\int_{ب}^{ب} د'(س) - ك_س\,ds = \int_{ب}^{ب} د'(س)\,ds - \int_{ب}^{ب} ك_س\,ds = صفر$

$\Leftarrow د(ب) - د(0) - ك_س \Big]_{ب}^{ب} = صفر$

$12 - 8 - (ك_ب - ك_0) = صفر$

$4 - ك_ب + 1 = صفر \Leftarrow 5 - ك_ب = صفر$

$\boxed{ك_ب = 5}$

⑥ نجد نقاط التقاطع $\Leftarrow 1 - س^2 = -3 \Leftarrow س^2 = 4 \Leftarrow س = \pm 2$

$م = \int_{-2}^{2} (د(س) - ك(س))\,ds = \int_{-2}^{2} 1 - س^2 + 3\,ds$

$= \int_{-2}^{2} 4 - س^2\,ds = \left[4س - \frac{س^3}{3} \right]_{-2}^{2} = \left(8 - \frac{8}{3}\right) - \left(-8 + \frac{8}{3}\right)$

$= 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3} - \frac{8}{3} = \frac{16 - 8}{3} = \frac{8}{3}$

(٤) بحل س،

$$\boxed{س_1 = ٦} \Leftarrow ٢س^٣ = ٤٨ \Leftarrow ٣س^٣ = ٢س^٣ + ٤٨$$

نعوض في د(س) لإيجاد ع،

$$ع = د(٦) = ٥(٦) = ٣٠$$

$$ف_ع = ع، س_1 - \left(\int_{س_1}^{س_2} د(س) \, د س\right)$$

$$= (٣٠ \times ٦) - \left(\int_{٠}^{٦} ٥ س^٢ \, د س\right)$$

$$= ١٨٠ - \left(\left[\frac{٥ س^٣}{٣}\right]_{٠}^{٦}\right) = ١٨٠ - (٩٠ - ٠)$$

$$= ١٨٠ - ٩٠ = ٩٠$$

(٥) $ع(ن) = \int ٥(ن) \, د ن \Rightarrow ع(ن) = \int ١٢ ن \, د ن = ٦ن^٢ + ج$

لكن: $ع(١) = ٤ \Leftarrow \boxed{ج = ٨}$

$$ع(ن) = ٦ن^٢ + ٨$$

$$ف(ن) = \int ع(ن) \, د ن \Leftarrow ف(ن) = \int (٦ن^٢ + ٨) \, د ن = ٢ن^٣ + ٨ن + ج$$

لكن: $ف(١) = ١٠ \Leftarrow \boxed{ج = ١}$

$$\therefore ف(ن) = ٢ن^٣ + ٨ن + ١$$

← تابع

(٢٠) ① $\binom{٤}{٤} \times (٣،٦)\,ل = !(١-ن)$

$$\frac{!١٤}{!١٢ \times !٢} \times ٤ \times ٥ \times ٦ = !(١-ن)$$

$$\frac{١٢ \times ١٣ \times ١٤}{!٢ \times !١٢} \times ١٢٠ =$$

$$٦ \times ١٢٠ =$$

$$\Leftarrow (ن-١)! = ٧٢٠ \Leftarrow ن-١ = ٦$$

$$\Leftarrow \boxed{ن = ٧}$$

② $\binom{ن}{٣} \cdot \frac{ل(٤،ن)}{!٣}$

الكل: $\frac{ل(ن،٣)}{!٣} = \frac{ل(ن،٤)}{!٣}$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} = \frac{ن(ن-١)}{٦}$$

$$\Leftarrow ٦ \times ن(ن-١) = ٦ \times ن(ن-١)(ن-٢)$$

$$\Leftarrow ن-٢ = ١$$

$$\Leftarrow \boxed{ن = ٣}$$

(٤) ① عدد الطرق = $\binom{٤}{٢} \times ٥ \times ٦ = ٣٠ \times \frac{١٤!}{١٢! \times ٢!}$

$= ٣٠ \times \frac{\cancel{١٢!} \times ١٣ \times ١٤}{\cancel{١٢!} \times ٢} = ٣٠ \times ٦ = ١٨٠$ طريقة

② عدد الطرق = $\binom{٦}{٣}\binom{٤}{١} + \binom{٦}{٤}$

$= ٢٠ \times ٤ + ١٥ = ٩٥$

(٥) $\bar{س} = ٧٨$ $ع = ١٠$

الحل: نسبة المقبولين = $\frac{٣٠٨٥}{١٠٠٠} = ٠٫٣٠٨٥$

$ل(ز \geq م) = ٠٫٣٠٨٥ \Leftarrow ل(ز \leq م) = ١ - ٠٫٣٠٨٥ = ٠٫٦٩١٥$

من الجدول $م = ٠٫٥$

$\frac{س - ٧٨}{١٠} = ٠٫٥ \Leftarrow س - ٧٨ = ٥$

$\Leftarrow$ **س = ٧٣** معدل المقبول

(٦) ن = ٢ ، م = ٠٫٢ $\quad ١ - م = ٠٫٨$

قيم س هي {٠، ١، ٢}

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٦٤	٠٫٣٢	٠٫٠٤

جدول التوزيع الاحتمالي

$ل(٠) = \binom{٢}{٠}(٠٫٢)^{٠}(٠٫٨)^{٢} = ١ \times ١ \times ٠٫٦٤ = ٠٫٦٤$

$ل(١) = \binom{٢}{١}(٠٫٢)^{١}(٠٫٨)^{١} = ٢ \times ٠٫٢ \times ٠٫٨ = ٠٫٣٢$

$ل(٢) = \binom{٢}{٢}(٠٫٢)^{٢}(٠٫٨)^{٠} = ١ \times ٠٫٠٤ \times ١ = ٠٫٠٤$

(ب) (أ) $\bar{س} = ٦٥$ $\quad ع = ٦$

الحوافز معيارين $٢ \times ٦ = ١٢$

فوق الوسط $= ٦٥ + ١٢ = ٧٧$

(ب) س	ص	س − $\bar{س}$	ص − $\bar{ص}$	(س − $\bar{س}$)(ص − $\bar{ص}$)	$(س - \bar{س})^٢$	$(ص - \bar{ص})^٢$
٧	٨	−١	−١	١	١	١
٦	٧	−٢	−٢	٤	٤	٤
٩	١٠	١	١	١	١	١
١٠	٨	٢	−١	−٢	٤	١
٨	١٢	٠	٣	٠	٠	٩
المجموع ٤٠	٤٥	٠	٠	٤	١٠	١٦

$$\bar{س} = \frac{٧+٦+٩+١٠+٨}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$$

$$\bar{ص} = \frac{٨+٧+١٠+٨+١٢}{٥} = \frac{٤٥}{٥} = ٩$$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{٤}{\sqrt{١٦ \times ١٠٧}} = \frac{٤}{\sqrt{١٧٠٤}} = \frac{١}{١٠٧}$$

(ج) (أ) $\hat{ص} = أ س + ب$

نفرض: $أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{٤٠٠}{١٠٠} = ٤$

$ب = \bar{ص} - أ \bar{س} \Leftarrow ب = ٤٠٠ - ٤(٨) \Leftarrow ب = ٤٠٠ - ١٦ = ٣٨٤$

$\therefore \boxed{\hat{ص} = ٤ س + ٣٨٤}$ معادلة خط الانحدار

← تابع

④ لإيجاد الخطأ في التنبؤ

$\hat{ص} = ٢٨٤ + (٩)٢ = ٢٨٤ + ١٨ = ٤٠٢$ لسنة المتوقعة

الخطأ = القيمة الحقيقية - القيمة المتوقعة

$= ٤١٠ - ٤٠٢ = ٨$

T: Imad MisK