الوحدة الثانية

التفاضل

إدارة معلوماتية ، أدبي

(المستوى الثالث)

الأستاذ : عماد مسك

٠٧٩٥١٥٣٦٦٩

طريق إلى النجاح

* الوحدة الثانية :- التفاضل

* متوسط التغير : يرمز للتغير بالرمز Δ

مثال : جد مقدار التغير في س إذا تغيرت من $س_1 = 5$ إلى $س_2 = 8$

الحل : $\Delta س = س_2 - س_1 = 8 - 5 = 3$

مثال : جد مقدار التغير في س إذا تغيرت من $س_1 = -2,5$ إلى $س_2 = 1,5$

الحل : $\Delta س = س_2 - س_1 = 1,5 - (-2,5) = 1,5 + 2,5 = 4$

مثال : إذا كان $ص = م(س) = س^3$ وتغيرت س من 2 إلى 3 احسب :

① التغير في س ② التغير في ص

الحل :- $\Delta س = س_2 - س_1 = 3 - 2 = 1$

$ص_1 = م(س_1) = م(2) = (2)^3 = 8$

$ص_2 = م(س_2) = م(3) = (3)^3 = 27$

$\Delta ص = ص_2 - ص_1 = 27 - 8 = 19$

* قاعدة :- متوسط التغير $\Leftarrow \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

مثال : $ص = م(س) = س^2 + 2س - 5$ $س \in [1, 2]$ احسب :-

① التغير في س ② التغير في ص ③ $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ (متوسط التغير)

الحل :- ① $\Delta س = س_2 - س_1 = 2 - 1 = 1$

② $ص_1 = م(س_1) = (1)^2 + 2(1) - 5 = -2$

$ص_2 = م(س_2) = (2)^2 + 2(2) - 5 = 3$

$\Delta ص = ص_2 - ص_1 = 3 - (-2) = 5$

③ $\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{5}{1} = 5$

مثال ٥- احسب متوسط التغير إذا كان ص = م(س) = $\sqrt{س+1}$ ، س ∈ [٣،٠]

الحل ٥- متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{م(س_2) - م(س_1)}{س_2 - س_1}$

= $\frac{\sqrt{٣+1} - \sqrt{٠+1}}{٣ - ٠}$ = $\frac{٢ - ١}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

مثال ٥- احسب متوسط التغير إذا كانه ص = م(س) = $\frac{س+1}{٢}$ ، س ∈ [٥،١]

الحل ٥- $\Delta س = س_2 - س_1 = ٥ - ١ = ٤$

$ص_1 = م(س_1) = \frac{١+1}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$

$ص_2 = م(س_2) = \frac{٥+1}{٢} = \frac{٦}{٢} = ٣$

$\Delta ص = ص_2 - ص_1 = ٣ - ١ = ٢$

$\Leftarrow \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

مثال ٥- ص = م(س) = $س^٢$ وكان متوسط التغير $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = ٨ وكان التغير في س ($\Delta س$) = ٤ ، احسب التغير في ص ($\Delta ص$)

الحل ٥- متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ ⟸ $\frac{\Delta ص}{٤}$ = ٨

$\boxed{\Delta ص = ٣٢} \Leftarrow$

مثال ٥- م(س) = $أ س^٢ + ٤$ ، س ∈ [٢،١] وكان التغير في الاقتران = ٩ ، جد قيمة أ ؟

الحل ٥- $\Delta ص$ = م(٢) - م(١) = ٩

$(أ(٢)^٢ + ٤) - (أ(١)^٢ + ٤) = ٩$

$٤أ + ٤ - (أ + ٤) = ٩$

$٤أ + ٤ - أ - ٤ = ٩$ ⟸ $\frac{٣أ}{٣} = \frac{٩}{٣}$

$\boxed{أ = ٣} \Leftarrow$

* سؤال :- اذا كان م(س) = س^{٣} + أ س س ∈ [١،٢] وكان التغير في الاقتران = ٤
جد قيمة (أ) ؟ ـــــ الاجابة [أ = ٨]

* سؤال :- م(س) = أ س^{٣} + ٤ س س ∈ [١،٢] وكان التغير في الاقتران = ١٨
فما قيمة (أ) ؟ ـــــ الإجابة [أ = ٢]

* مسألة :- اذا كانت م(س) = ل(س) - س^{٢} س ∈ [١،٣] وكان متوسط التغير
لـ (ل(س)) = ٥ ، جد متوسط التغير لـ م(س) ؟؟

الحل :- متوسط التغير لـ م(س) = متوسط التغير لـ ل(س) − متوسط التغير لـ س^{٢}
٥

متوسط التغير لـ س^{٢} = $\frac{(٣)^{٢} - (١)^{٢}}{٣ - ١}$ = $\frac{٩ - ١}{٢}$ = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

∴ متوسط التغير لـ م(س) = ٥ - ٤ = ١

* سؤال :- اذا كان م(س) = هـ(س) + ٢ س س ∈ [٢،٤] وكان متوسط التغير لـ (هـ(س)) = ٧
جد متوسط التغير لـ م(س) ؟ ـــــ الإجابة (٩)

* ميل القاطع :- هو متوسط التغير = $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$ = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

مثال :- ص = م(س) = ٣ − س^{٢} جد ميل القاطع المار بالنقطتين (١،٢) (-٣،-٦) ؟
(س١، ص١) (س٢، ص٢)
الحل :- ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ = $\frac{-٦ - ٢}{-٣ - ١}$ = $\frac{-٨}{-٤}$ = ٢

* سؤال : ص = م(س) = ٤ س^{٢} + ١ ، جد ميل القاطع المار بالنقطتين (١،٥) ، (٢،-٣) ؟
م = $\frac{-٣ - ٥}{٢ - ١}$ = $\frac{-٨}{١}$ = (-٨)

* مثال: $ص = م(س) = ٣س^{٤}$
جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(١، م(١))$ $(٤، م(٤))$ ؟

الحل: ميل القاطع $= \frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$
$ص_١ = م(س_١) = ٣(١)^{٤} = ٣$
$ص_٢ = م(س_٢) = ٣(٤)^{٤} = ٤٨$
$\Leftarrow$ ميل القاطع $= \frac{٤٨ - ٣}{٤ - ١} = \frac{٤٥}{٣} = ١٥$

* سؤال: $ص = م(س) = س^{٣} - ٧$
جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(٠، م(٠))$ $(١، م(١))$ ـــــ الإجابة (١)

* سؤال: $ص = م(س) = ٥ - س^{٢}$ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(١، م(١))$ $(٣، م(٣))$ ـــ الإجابة (٤-)

* السرعة المتوسطة:

$ع = \frac{\Delta ل}{\Delta ن} = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$ حيث: ف المسافة بالأمتار
ن الزمن بالثانية

مثال: يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ن^{٢} + ٢ن$ حيث ف المسافة بالأمتار و ن الزمن بالثاني
احسب السرعة المتوسطة في الفترة $[٢، ٤]$ ؟
$ن_١ = ٢$، $ن_٢ = ٤$
الحل: $ع = \frac{ف(ن_٢) - ف(ن_١)}{ن_٢ - ن_١}$
$ف(٤) = ٤^{٢} + ٢(٤) = ١٨$
$ف(٢) = ٢^{٢} + ٢(٢) = ٦$
$ع = \frac{١٨ - ٦}{٤ - ٢} = \frac{١٢}{٢} = ٦$ م/ث

سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ن^{٢} + ٢ن$ احسب ع في الفترة $[٢، ٣]$ ـــ م/ث
سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ن^{٣}$ احسب ع في الفترة $[٠، ٢]$ ـــ م/ث
سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة $ف(ن) = ن^{٢} + ٥ن + ١$ ، احسب ع في الفترة $[٠، ١٠]$ ـــ م/ث

سؤال :- $م(س) = \begin{cases} 5س & ، س < 2 \\ س^2 & ، س \geq 2 \end{cases}$ جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(1، م(1))$ ، $(4، م(4))$

* المشتقة الأولى : (تعريف المشتقة الأولى) :-

مهارات أساسية :

① $5(س + 6) = 5س + 30$

② $-4(س + 3) = -4س - 12$

③ $(س + هـ)^2 = س^2 + 2س هـ + هـ^2$

④ $(س + هـ)^3 = س^3 + 3س^2 هـ + 3س هـ^2 + هـ^3$

* اذا كان $ص = م(س)$ فإن $\leftarrow$ $ص' = م'(س) = \lim_{\Delta س \to 0} \frac{\Delta ص}{\Delta س}$

$$= \lim_{\Delta س \to 0} \frac{م(س + \Delta س) - م(س)}{\Delta س}$$

نضع $\Delta س = هـ$

$$\leftarrow م'(س) = \lim_{هـ \to 0} \frac{م(س + هـ) - م(س)}{هـ}$$

يرمز للمشتقة الأولى بالرموز التالية :- ① $م'(س)$ ② $\frac{د ص}{د س}$ ③ $ص'$

* إستخدام تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لـ $م(س)$

خطوات الحل :-

① كتابة القانون
② التعويض في القانون
③ نفك الأقواس
④ نخرج هـ عامل مشترك من البسط ونختصرها مع هـ التي في المقام
⑤ نعوض بدل هـ = ٠ ، وتخرج لنا المشتقة الأولى بدون هـ .

مثال: * استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية:-

① $م(س) = ٥س - ٧$

الحل:- $م'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥(س+هـ) - ٧ - (٥س - ٧)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥س + ٥هـ - ٧ - ٥س + ٧}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٥هـ}{هـ} = ٥$

② $م(س) = ٣س^{٢} - ٤$

الحل:- $م'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣(س+هـ)^{٢} - ٤ - (٣س^{٢} - ٤)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣(س^{٢} + ٢هـس + هـ^{٢}) - ٤ - ٣س^{٢} + ٤}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣س^{٢} + ٦هـس + ٣هـ^{٢} - ٤ - ٣س^{٢} + ٤}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{٦هـس + ٣هـ^{٢}}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{٣هـ(٢س + هـ)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} ٣(٢س + هـ) = ٣(٢س + ٠)$

$= ٦س$

③ $م(س) = س^{٣} - ٤$

الحل:- $م'(س) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ} = \lim_{هـ \to ٠} \frac{(س+هـ)^{٣} - ٤ - (س^{٣} - ٤)}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{س^{٣} + ٣س^{٢}هـ + ٣سهـ^{٢} + هـ^{٣} - ٤ - س^{٣} + ٤}{هـ}$

$= \lim_{هـ \to ٠} \frac{هـ(٣س^{٢} + ٣سهـ + هـ^{٢})}{هـ} = ٣س^{٢} + ٣س(٠) + (٠)^{٢}$

$= ٣س^{٢}$

سؤال: استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى للاقتران

$م(س) = س^{٢} + ٥$ ـــــــــ المطلوب $م'(٢)$

مثال :- $م(س) = \sqrt{س}$

$م'(س) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{م(س+هـ) - م(س)}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{س+هـ} - \sqrt{س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}{\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س}}$

$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{س+هـ - س}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{س+هـ} + \sqrt{س})} = \frac{1}{\sqrt{س} + \sqrt{س}}$

$= \frac{1}{٢\sqrt{س}}$

سؤال :- استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لـ $م(س) = \frac{٢}{س}$ ، $س \neq ٠$ ثم جد $م'(-٢)$

* تعريف المشتقة عند نقطة $س_١$:-

$م'(س_١) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{م(س_١ + هـ) - م(س_١)}{هـ}$

مثال :- استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لـ $م(س) = س^٢ + ٥س$ عند $س = ٢$

الحل :- $م'(٢) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{م(٢+هـ) - م(٢)}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{(٢+هـ)^٢ + ٥(٢+هـ) - ١٤}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{٤ + ٤هـ + هـ^٢ + ١٠ + ٥هـ - ١٤}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ^٢ + ٩هـ}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ(هـ+٩)}{هـ} = ٠ + ٩ = ٩$

سؤال :- استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لـ $م(س) = س^٣ + ٥$ عندما $س = -١$

مثال :- $م(س) = \sqrt{س-١}$ عند $س = ٥$

الحل :- $م'(٥) = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{م(٥+هـ) - م(٥)}{هـ} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{٥+هـ-١} - \sqrt{٥-١}}{هـ}$

$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{\sqrt{٤+هـ} - ٢}{هـ} \times \frac{\sqrt{٤+هـ} + ٢}{\sqrt{٤+هـ} + ٢} = \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{٤+هـ-٤}{هـ(\sqrt{٤+هـ} + ٢)}$

$= \text{نها}_{هـ \to 0} \frac{هـ}{هـ(\sqrt{٤+هـ} + ٢)} = \frac{١}{\sqrt{٤} + ٢} = \frac{١}{٤}$

سؤال : استخدم تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى لـ $هـ(س) = \frac{٢}{س - ٣}$ ، $س \neq ٣$ عند $س = ٤$

* قواعد الاشتقاق :-

اذا كان هناك الاقتران $هـ(س)$ فإن المشتقة الأولى يرمز لها بالرمز $هـ'(س)$ واذا كانت ص فإن المشتقة الأولى $\frac{د ص}{د س}$

* قاعدة (١) :- $هـ(س) = عدد \Leftarrow هـ'(س) = صفر$

مثال :- $هـ(س) = ٥ \Leftarrow هـ'(س) = صفر$

$هـ(س) = -٢ \Leftarrow هـ'(س) = صفر$

$هـ(س) = \frac{١}{٢} \Leftarrow هـ'(س) = صفر$

$هـ(س) = (\frac{٣}{٨})^{٢} \Leftarrow هـ'(س) = صفر$

* قاعدة (٢) :- $هـ(س) = س^{ن} \Leftarrow هـ'(س) = ن س^{ن-١}$

مثال :- جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

١) $هـ(س) = س^{٤} \Leftarrow هـ'(س) = ٤ س^{٣}$

٢) $هـ(س) = س^{٣} \Leftarrow هـ'(س) = ٣ س^{٢}$

٣) $هـ(س) = س^{\frac{١}{٢}} \Leftarrow هـ'(س) = \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}}$

٤) $هـ(س) = س^{-٢} \Leftarrow هـ'(س) = -٢ س^{-٣}$

٥) $هـ(س) = س^{-١٠} \Leftarrow هـ'(س) = -١٠ س^{-١١}$

٦) $هـ(س) = س^{\frac{٣}{٢}} \Leftarrow هـ'(س) = \frac{٣}{٢} س^{\frac{١}{٢}}$

ملاحظة :- $\frac{١}{س^{م}} = س^{-م}$

$\sqrt[م]{س^{ن}} = س^{\frac{ن}{م}}$

* قاعدة (٣) :- $هـ(س) = ب \times م(س)$

$\Leftarrow هـ'(س) = ب \times م'(س)$

مثال :- ١) $هـ(س) = ٥ س^{٣} \Leftarrow هـ'(س) = ١٥ س^{٢}$

٢) $هـ(س) = ٥ \sqrt[٣]{س} = ٥ س^{\frac{١}{٣}} \Leftarrow هـ'(س) = ٥ \times \frac{١}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}}$

$هـ'(س) = \frac{٥}{٣} س^{-\frac{٢}{٣}} = \frac{٥}{٣ \sqrt[٣]{س^{٢}}}$

مثال :- $م(س) = \frac{٧}{س^٥} = ٧ س^{-٥}$

$م'(س) = -٣٥ س^{-٦} = \frac{-٣٥}{س^٦}$

* $م(س) = ٢ س^{\frac{١}{٢}} \Leftarrow م'(س) = س^{-\frac{١}{٢}} = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$

* $م(س) = ٤ س^{-٧} \Leftarrow م'(س) = -٢٨ س^{-٨} = \frac{-٢٨}{س^٨}$

* قاعدة (٤) :- في حالة الجمع والطرح نشتق كل قاعدة لوحدها

مثال :- جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

١) $م(س) = ٤ س^٧ - ٢ س^٥ - ٣$

$م'(س) = ٢٨ س^٦ - ١٠ س^٤$

٢) $م(س) = ٧\sqrt{س} + س^٥ - ١٠٠ \Leftarrow م(س) = س^{\frac{١}{٢}} + س^٥ - ١٠٠$

$م'(س) = \frac{١}{٢} س^{-\frac{١}{٢}} + ٥ س^٤ = \frac{١}{٢\sqrt{س}} + ٥ س^٤$

* قاعدة (٥) :- مشتقة الاقترانات الدائرية :-

١) $م(س) = جا س \Leftarrow م'(س) = جتا س$

٢) $م(س) = جتا س \Leftarrow م'(س) = - جا س$

٣) $م(س) = ظا س \Leftarrow م'(س) = قا^٢ س$

مثال :- أوجد $م'(س)$ لكل من الاقترانات التالية :-

١) $م(س) = ٣ ظا س - ٥ جتا س + جا س$

$م'(س) = ٣ قا^٢ س + ٥ جا س + جتا س$

٢) $م(س) = ٣ جا س + ٥ جتا س - ٧ ظا س \Leftarrow م'(س) =$ _____

٣) $م(س) = ٥\sqrt[٣]{س} + جا س \Leftarrow م'(س) =$ _____

* القاعدة (٦) :- مشتقة الاقتران الأسي :-

$م(س) = هـ^{س} \Leftarrow م'(س) = هـ^{س}$

* مشتقة الاقتران اللوغاريتمي :-

$م(س) = \log_{هـ} س \Leftarrow م'(س) = \frac{1}{س}$

أمثلة :-

① $م(س) = س^{٥} + \log_{هـ} س + ٣هـ^{س}$

$م'(س) = ٥س^{٤} + \frac{1}{س} + ٣هـ^{س}$

② $م(س) = جتاس - \log_{هـ} س$

$م'(س) = -جاس - \frac{1}{س}$

ملاحظة :- $\log_{هـ} ١ = ٠$

$هـ^{٠} = ١$

③ $ص = س^{٤} - ٣هـ^{س} - ٢س$ أوجد المشتقة الأولى عند $س = ٠$

$\frac{د ص}{د س} = ٤س^{٣} - ٣هـ^{س} - ٢$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=٠} = ٤(٠)^{٣} - ٣هـ^{٠} - ٢ = ٠ - ٣(١) - ٢ = -٥$

④ $ص = \log_{هـ} س - ٣هـ^{س}$ أوجد المشتقة الأولى عند $س = ١$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{1}{س} - ٣هـ^{س}$

$\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س=١} = \frac{1}{١} - ٣هـ^{١} = ١ - ٣هـ$

⑤ $م(س) = -٢هـ^{س} - ٤\log_{هـ} س + ٣س^{٢}$ أوجد $م'(س)$ عند $س = ٢$

$م'(س) = -٢هـ^{س} - ٤\left(\frac{1}{س}\right) + ٦س = -٢هـ^{س} - \frac{٤}{س} + ٦س$

$م'(٢) = -٢هـ^{٢} - \frac{٤}{٢} + ٦(٢) = -٢هـ^{٢} - ٢ + ١٢$

$= -٢هـ^{٢} + ١٠$

* القاعدة (٧) :- قاعدة الضرب

$هـ(س) = $ الأول × الثاني

$هـ'(س) = (\text{الأول})\times(\text{مشتقة الثاني}) + (\text{الثاني})\times(\text{مشتقة الأول})$

$هـ(س) = ل(س) \times م(س)$

$هـ'(س) = ل(س) \times م'(س) + م(س) \times ل'(س)$

* مثال :- أوجد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

① $هـ(س) = (٤س - ١)(س^٢ - ٣)$

$هـ'(س) = (٤س - ١)(٢س) + (س^٢ - ٣)(٤)$

② $هـ(س) = (س^٣ + ٤)(٤س^٢ + ٥)$ جد $هـ'(-١)$

$هـ'(س) = (س^٣ + ٤)(٤س) + (٤س^٢ + ٥)(٣س^٢)$

$هـ'(-١) = ((-١)^٣ + ٤)(٤(-١)) + (٤(-١)^٢ + ٥)(٣(-١)^٢)$

$= (٣)(-٤) + (٩)(٣) = -١٢ + ٢٧ = ١٥$

* القاعدة (٨) :- قاعدة القسمة :-

$هـ(س) = \frac{\text{بسط}}{\text{مقام}} \Leftarrow هـ'(س) = \frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{البسط} \times \text{مشتقة المقام}}{\text{مربع المقام}}$

* مثال :- أوجد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

① $هـ(س) = \frac{س + ١}{س^٢}$

$هـ'(س) = \frac{س^٢(١) - (س + ١)(٢س)}{(س^٢)^٢} = \frac{س^٢ - (٢س^٢ + ٢س)}{س^٤} = \frac{س^٢ - ٢س^٢ - ٢س}{س^٤}$

$= \frac{-س^٢ - ٢س}{س^٤}$

② $د(س) = \frac{٣س - ٥}{٨س - ٣}$ جد $د'(١)$

$$د'(س) = \frac{(٨س - ٣)(٣) - [(٣س - ٥)(٨)]}{(٨س - ٣)^٢}$$

$$د'(ك) = \frac{٢٤س - ٩ - (٢٤س - ٤٠)}{(٨س - ٣)^٢} = \frac{٣١}{(٨س - ٣)^٢}$$

$$د'(١) = \frac{٣١}{(٨(١) - ٣)^٢} = \frac{٣١}{٢٥}$$

③ $م(س) = \frac{٢س + ١}{س^٣ + ١}$ جد $م'(٢)$ ——— واجب

* مشتقة ثابت على اقتران ٥- (حالة خاصة)

$م(س) = \frac{\text{ثابت}}{\text{اقتران}}$ أو $\frac{ب}{م(س)}$ $\Leftarrow$ $م'(س) = \frac{-ب(م'(س))}{(م(س))^٢}$

* مثال:- جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية ٥-

① $م(س) = \frac{٤}{س^٣ + ٥س + ١}$ جد $م'(س)$

$$م'(س) = \frac{-٤(٣س^٢ + ٥)}{(س^٣ + ٥س + ١)^٢}$$

② $م(س) = \frac{-٢}{س^٢ + ١٠س}$ $\Leftarrow$ $م'(س) = \frac{٢(٢س + ١٠)}{(س^٢ + ١٠س)^٢}$

③ $م(س) = \frac{٨}{(١ - ٢س)}$ $\Leftarrow$ جد $م'(١)$

$$م'(س) = \frac{-٨(-٢)}{(١ - ٢س)^٢}$$

$$م'(١) = \frac{-١٦}{(١ - ٢(١))^٢} = \frac{-١٦}{١} = -١٦$$

* مشتقة الجذر التربيعي :-

$$\text{إذا كان } ص = \sqrt{م(س)} \Leftarrow \text{فإن } ص' = \frac{م'(س)}{2\sqrt{م(س)}}$$

مثال ١ :- جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات التالية :-

① $\text{هـ}(س) = \sqrt{8 + س^2}$

$$\text{هـ}'(س) = \frac{2س}{2\sqrt{8 + س^2}} = \frac{س}{\sqrt{8 + س^2}}$$

② $\text{هـ}(س) = \sqrt{2س^3 + 3س^2}$

$$\text{هـ}'(س) = \frac{6س^2 + 6س}{2\sqrt{2س^3 + 3س^2}}$$

③ $\text{هـ}(س) = \sqrt{س^2 + 3س}$ جد $\text{هـ}'(2)$

$$\text{هـ}'(س) = \frac{2س + 3}{2\sqrt{س^2 + 3س}} \Leftarrow \text{هـ}'(1) = \frac{2(1) + 3}{2\sqrt{(1)^2 + 3(1)}} = \frac{5}{4}$$

* المشتقات العليا :-

إذا كان $ص = \text{هـ}(س)$ فإن المشتقة الأولى هي $\frac{د ص}{د س}$ ← $\text{هـ}'(س)$

المشتقة الثانية هي $\frac{د^2 ص}{د س^2}$ ← $\text{هـ}''(س)$

مثال :- $\text{هـ}(س) = 9س^3 - 3س^2 - 5$ جد $\text{هـ}''(2)$

$$\text{هـ}'(س) = 27س^2 - 6س$$

$$\text{هـ}''(س) = 54س - 6 \Leftarrow \text{هـ}''(2) = 54(2) - 6 = 102$$

سؤال :- أوجد المشتقة الثانية لكل مما يلي :

① $\text{هـ}(س) = \ln س$ ② $\text{هـ}(س) = س^3 \text{هـ}^{س}$

* التفسير الهندسي والفيزيائي للمشتقة :-

① التفسير الهندسي (ميل المماس للاقتران س) :-

ملاحظة :- ميل المماس (م) عند س = ، هو م(س =)

أمثلة :- جد ميل المماس لكل من الاقترانات التالية عندما س = إذا وجد :-

① م(س) = $س^3 + س^2 + 3$ ، س = ١

م = م'(س) = $3س^2 + 2س$

م'(١) = $3(1)^2 + 2(1) = 3 + 2 = 5$

② م(س) = $\frac{4}{س} + 9س$ ، س = ٢

م = م'(س) = $\frac{-4}{س^2} + 9$

م'(٢) = $\frac{-4}{(2)^2} + 9 = -1 + 9 = 8$

③ م(س) = $\frac{3س - 2}{س + 1}$ ، س = ٤

م = م'(س) = $\frac{(س+1)(3) - [(1)(3س-2)]}{(س+1)^2}$ ⇐ م'(٤) = $\frac{(٤+1)(3) - [(1)(3(٤)-2)]}{(٤+1)^2}$

م'(٤) = $\frac{(5)(3) - [(1)(10)]}{25} = \frac{15-10}{25} = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$

* كيفية إيجاد معادلة المماس :-

① نجد ميل المماس

② نكتب المعادلة ص - ص١ = م(س - س١)

③ نعوض مكان س١ ، ص١ من النقطة المعطاة في السؤال

* ملاحظة :- إذا لم يعطينا ص١ نجدها بالتعويض في المسألة الأصلية

مثال ٣- جد معادلة المماس عند النقطة (١، ٦) إذا علمت أن $ه(س) = س^٣ + ٤س + ٣$

الحل- $م = ه'(س) = ٣س^٢ + ٤س$

$ه'(١) = ٣(١)^٢ + ٤(١) = ٧$

$ص - ص_١ = م(س - س_١)$

$ص - ٦ = ٧(س - ١) \Leftarrow ص - ٦ = ٧س - ٧$

$\Leftarrow$ $\boxed{ص = ٧س - ١}$ ← معادلة المماس

مثال ٤- $ه(س) = \frac{١}{س + ٢}$ جد معادلة المماس عند النقطة $(٢، \frac{١}{٤})$

الحل- $ه'(س) = \frac{-١(١)}{(س+٢)^٢} \Leftarrow ه'(س) = \frac{-١}{(س+٢)^٢} \Leftarrow ه'(٢) = \frac{-١}{١٦}$ ← م

$ص - ص_١ = م(س - س_١) \Leftarrow ص - \frac{١}{٤} = -\frac{١}{١٦}(س - ٢)$

$\Leftarrow ص - \frac{١}{٤} = -\frac{س}{١٦} + \frac{١}{٨}$

$\Leftarrow ص = -\frac{س}{١٦} + \frac{١}{٨} + \frac{٢}{٤}$

$\Leftarrow$ $\boxed{ص = -\frac{س}{١٦} + \frac{٣}{٨}}$

مثال ٥- $ه(س) = \sqrt{٧س^٢ + ٣}$ جد معادلة المماس عند النقطة $(٢، ٣)$

الحل- $م = ه'(س) = \frac{٧س}{\sqrt{٧س^٢ + ٣}} = \frac{س}{\sqrt{٧س^٢ + ٣}}$

$ه'(٢) = \frac{٢}{\sqrt{٧(٢)^٢ + ٣}} = \frac{٢}{٧}$

$ص - ص_١ = م(س - س_١) \Leftarrow ص - ٣ = \frac{٢}{٧}(س - ٢)$

$\Leftarrow ص - ٣ = \frac{٢}{٧}س - \frac{٤}{٧}$

$\Leftarrow$ $\boxed{ص = \frac{٢}{٧}س - \frac{٤}{٧} + ٣}$

* التفسير الفيزيائي للمشتقة :-

بما أن السرعة والتسارع مرتبطان بالزمن
فإن علاقة المسافة دائماً تكون ف(ن)
والسرعة هي ع(ن) والتسارع ت(ن)

بعض المصطلحات والرموز :-

ف ← المسافة بوحدة (م)
ن ← الزمن بوحدة (ث)
ع ← السرعة بوحدة (م/ث)
ت ← التسارع بوحدة (م/ث²)

* ملاحظة :- المشتقة الأولى للمسافة = السرعة

ف'(ن) = ع(ن)

المشتقة الثانية للمسافة (الأولى للسرعة) = التسارع

ف''(ن) = ع'(ن) = ت(ن)

* مشتقة المسافة تعطي السرعة اللحظية (أي في لحظة معينة)

مفاتيح لإيجاد الزمن :-

① تتقدم السرعة ع = صفر
② يتوقف الجسم ف = صفر
③ يتقدم التسارع ت = صفر

مثال :- يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = $\frac{1}{3}ن^3 + \frac{5}{2}ن^2 + 6ن - 1$ حيث ف المسافة بالأمتار و ن الزمن بالثانية، جد السرعة والتسارع عندما ن = ٢ ثانية

الحل :- ع(ن) = ف'(ن) = $ن^2 + 5ن + 6$

ع(٢) = $(2)^2 + 5(2) + 6 = 4 + 10 + 6 = 20$ م/ث

ت(ن) = ف''(ن) = ع'(ن) = $2ن + 5$

ت(٢) = $2(2) + 5 = 9$ م/ث²

مثال :- يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = $ن^3 - 12ن^2 + 36ن$ جد السرعة عندما يتقدم التسارع ؟

المطلوب : السرعة في اللحظة التي يصبح فيها ت = ٠

الحل :- ع(ن) = ف'(ن) = $3ن^2 - 24ن$

ت(ن) = ع'(ن) = $6ن - 24$

$6ن - 24 = صفر \Leftarrow 6ن = 24 \Leftarrow ن = 4$

ع(٤) = $3(4)^2 - 24(4) = 48 - 96 = -48$ م/ث

مثال: يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن³ - ٤ن² + ٦ جد متى تتقدم السرعة؟

المطلوب: في أي ثانية تصبح السرعة صفر (الزمن)

الحل: ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن² - ٨ن ، ج(ن) = صفر

٣ن² - ٨ن = صفر

ن(٣ن - ٨) = صفر ⇐ ن = ٠ ثانية ، ن = ٨/٣ ثانية

مثال: يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن³ - ٣ن² + ٦ جد التسارع عندما تنعدم السرعة؟

المطلوب: التسارع عندما ع = صفر

الحل: ع(ن) = ف'(ن) = ٣ن² - ٣ ، ت(ن) = ٦ن

٣ن² - ٣ = صفر

٣ن² = ٣ ⇐ ن² = ١ ⇐ ن = ±√١ = ±١

ن = -١ مرفوض لأن لا يوجد زمن سالب

ت(١) = ٦(١) = ٦ م/ث²

سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن³ - ٦ن² + ٧ن + ١ جد السرعة عندما التسارع = ٦ م/ث²

سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ١/٣ ن³ - ٥/٢ ن² + ٨ن + ٧ جد السرعة عندما التسارع = ٢ م/ث²

الحل: ع(ن) = ف'(ن) = ن² - ٥ن + ٨

ت(ن) = ع'(ن) = ٢ن - ٥

ن² - ٥ن + ٨ = ٢ ⇐ (عبارة تربيعية)

ن² - ٥ن + ٦ = صفر ⇐

(ن - ٣)(ن - ٢) = صفر

ن = ٣ أو ن = ٢

ت(٢) = ٢(٢) - ٥ = ٤ - ٥ = -١ م/ث²

ت(٣) = ٢(٣) - ٥ = ٦ - ٥ = ١ م/ث²

سؤال: يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = ن³ + ٢ن + ٧ جد المسافة عندما السرعة = ٦ م/ث؟

مثال:- يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = $\frac{1}{4}$ ن⁴ − $\frac{5}{6}$ ن³ + ٨ن + ٧ جد التسارع عندما السرعة = ٢ م/ث

الحل:- ع(ن) = ف'(ن) = ن³ − ٥ن + ٨

ن³ − ٥ن + ٨ = ٢ ⟸ ن³ − ٥ن + ٦ = صفر ⟸ (ن − ٢)(ن − ٢) = صفر

ن = ٢ أو ن = ٣

عبارة تربيعية تحلل بالقوانين

ت(ن) = ٢ن − ٥

ت(٢) = ٢(٢) − ٥ = −١ م/ث²

ت(٣) = ٢(٣) − ٥ = ١ م/ث²

سؤال:- يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = $\frac{1}{3}$ ن³ − $\frac{7}{2}$ ن² + ١٥ن + ٥ جد التسارع عندما السرعة = −٢ م/ث ـــــ واجب

سؤال:- يتحرك جسيم حسب العلاقة ف(ن) = $\frac{1}{3}$ ن³ − $\frac{3}{2}$ ن² + ن + ١ جد التسارع عندما السرعة = −١ م/ث ـــــ واجب

* قاعدة السلسلة *

نستخدم قاعدة السلسلة إذا كان لدينا معادلتين وطلب منا إيجاد المشتقة.

مثل: ص = اقتران يعتمد على ع

ع = اقتران يعتمد على س « نعني ع هي وسيط »

* كيفية ايجاد المشتقة $\frac{د ص}{د س}$:-

١) نضع الأسهم الدالة ص ← ع ← س

٢) نكتب القانون $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

٣) نضرب المشتقات

٤) نضع مكان ع قيمتها

مثال :- اذا كان ص = ع^٧ ، ع = ٣س^٢ + ٢ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- ① ص ← ع ← س ② $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

③ ص = ع^٧ ⇐ $\frac{د ص}{د ع} = ٧ ع^{٦}$

ع = ٣س^٢ + ٢ ⇐ $\frac{د ع}{د س} = ٦ س$

$\frac{د ص}{د س} = ٧ ع^{٦} \times ٦ س$ ⇐ $\frac{د ص}{د س} = ٧ (٣س^{٢}+٢)^{٦} \times ٦ س$

$= ٤٢ س (٣س^{٢}+٢)^{٦}$

مثال :- اذا كان ص = ع^٢ + ٥ ، ع = ٣س - ٢ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د ع} = ٢ ع$ $\frac{د ع}{د س} = ٣$

$\frac{د ص}{د س} = ٢ ع \times ٣ = ٦ ع$

$\frac{د ص}{د س} = ٦ (٣س - ٢) = ١٨ س - ١٢$

مثال :- اذا كان ص = ع^٣ + ٥ ع ، ع = ٣س^٢ - ٢ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د ع} = ٣ ع^{٢} + ٥$ $\frac{د ع}{د س} = ٦ س$

$\frac{د ص}{د س} = (٣ ع^{٢} + ٥)(٦ س) = ١٨ س ع^{٢} + ٣٠ س$

$\frac{د ص}{د س} = ١٨ س (٣س^{٢} - ٢)^{٢} + ٣٠ س$

سؤال :- اذا كان ص = جتا ع ، ع = س^٥ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د ع} = -$ جتا ع $\frac{د ع}{د س} = ٥ س^{٤}$

$\frac{د ص}{د س} = -$ جتا ع × ٥ س^٤ = ٥ س^٤ - جتا ع

$\frac{د ص}{د س} = ٥ س^{٤} (-$ جتا س^٥ $)$

مثال :- اذا كان $ص = ل^{٣} + ٢$ ، $ل = \frac{٣}{١ + س^{٢}}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د ل} = ٣ ل^{٢}$ ، $\frac{د ل}{د س} = \frac{-٣(٢س)}{(١ + س^{٢})^{٢}} = \frac{-٦}{(١ + س^{٢})^{٢}}$

$\frac{د ص}{د س} = ٣ ل^{٢} \left(\frac{-٦}{(١ + س^{٢})^{٢}}\right)$ ← نعوض قيمة ل

$\frac{د ص}{د س} = ٣ \left(\frac{٣}{١ + س^{٢}}\right)^{٢} \left(\frac{-٦}{(١ + س^{٢})^{٢}}\right)$

سؤال :- اذا كان $ص = ع^{٣} + ع^{٢}$ ، $ع = ٣س + ١$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ٠$ ؟؟

مثال :- اذا كان $ص = ع^{٣}$ ، $ع = ٣س^{٢} + ١$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = -١$

الحل :- $\frac{د ص}{د ع} = ٣ ع^{٢}$ ، $\frac{د ع}{د س} = ٦س$

$\frac{د ص}{د س} = ٣ ع^{٢} \times ٦س = ١٨ س ع^{٢}$

$\frac{د ص}{د س} = ١٨ س (٣س^{٢} + ١)^{٢}$ وعندما $س = -١$ فإن $ع = ٣(-١)^{٢} + ١$

$ع = ٤$

$\frac{د ص}{د س} = ١٨ (-١) [٣(-١)^{٢} + ١]^{٢}$

$= -١٨ (١٦) = -٢٨٨$

سؤال :- $ص = ع^{٢} + ٥$ ، $ع = ٤س$ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما $س = ١$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د ع} = ٤ ع$ ، $\frac{د ع}{د س} = ٤$ ـــــ أكمل

* قواعد قاعدة السلسلة :-

مشتقة القوة أولاً × مشتقة ما بداخل الاقتران

① ص = (ه(س))^ن فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ن (ه(س))^{ن-١} × ه'(س)

مثال : ② ص = (٣س^٢ + ٥)^٢ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟؟

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = ٢ (٣س^٢ + ٥) × (٦س)

③ ص = (س^٣ + ٥س)^٦ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = ٦ (س^٣ + ٥س)^٥ (٣س^٢ + ٥)

④ ص = (س^٢ - س)^٤ جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = ٤ (س^٢ - س)^٣ (٢س - ١)

⑤ ص = $\sqrt[٣]{س^٣ - ٤}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ ⟸ ص = (س^٣ - ٤)^{١/٣}

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١}{٣}$ (س^٣ - ٤)^{-٢/٣} (٣س^٢) = $\frac{٣س^٢}{٣(س^٣ - ٤)^{٢/٣}}$ = $\frac{س^٢}{\sqrt[٣]{(س^٣ - ٤)^٢}}$ = $\frac{س^٢}{\sqrt[٣]{(س^٣ - ٤)^٢}}$

⑥ ص = $\frac{١}{(س^٣ - ٤)^٢}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ ⟸ ص = (س^٣ - ٤)^{-٢}

$\frac{د ص}{د س}$ = -٢ (س^٣ - ٤)^{-٣} (٣س^٢) = -٩س^٢ (س^٣ - ٤)^{-٣} = $\frac{-٩س^٢}{(س^٣ - ٤)^٣}$

⑦ ص = $\sqrt[٣]{(س^٢ - ٤)^٢}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ ⟸ ص = ((س^٢ - ٤)^٢)^{١/٣} = (س^٢ - ٤)^{٢/٣}

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٢}{٣}$ (س^٢ - ٤)^{-١/٣} (٢س) = $\frac{٤س}{٣(س^٢ - ٤)^{١/٣}}$ = $\frac{٤س}{٣\sqrt[٣]{س^٢ - ٤}}$

⑧ ص = (٤س - ٣)^٧ جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

$\frac{د ص}{د س}$ = ٧ (٤س - ٣)^٦ (٤) = ٢٨ (٤س - ٣)^٦

$\frac{د ص}{د س}$ |_{س=١} = ٢٨ (٤(١) - ٣)^٦ = ٢٨ (١)^٦ = ٢٨

٢) مشتقة المقران الأسي :-

إذا كان ص = هـ^{ع(س)} فإن $\frac{د ص}{د س}$ = ع'(س) × هـ^{ع(س)} مشتقة الأس × نفسه

مثال :- ① ص = هـ^{٢س} جد $\frac{د ص}{د س}$

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = ٢ × هـ^{٢س}

ب) ص = هـ^{س^٢ + ٢س + ٥} جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = (٢س + ٢) × هـ^{س^٢ + ٢س + ٥}

ج) ص = هـ^{جاس} جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = جتاس × هـ^{جاس}

د) ص = هـ^{س^٣ - ٤س} جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٢

$\frac{د ص}{د س}$ = (٣س^٢ - ٤) × هـ^{س^٣ - ٤س}

$\frac{د ص}{د س}_{س=٢}$ = ٨ × هـ^{(٢)^٣ - ٤(٢)} = ٨ هـ^٠ = ٨ × ١ = ٨

هـ) ص = $\frac{\text{س}^{٢} \times \text{هـ}^{\text{س}^{٢}-٤\text{س}}}{\text{الثاني}}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ (الأول)

$\frac{د ص}{د س}$ = س^٢ × ((س^٢ - ٤)(هـ^{س^٢ - ٤س}) + هـ^{س^٢ - ٤س} (٢س)

مثال :- إذا كان ص = $\frac{\text{جتاس}}{\text{الثاني}}$ $\frac{\text{هـ}^{\text{جاس}}}{\text{الأول}}$ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

الحل :- $\frac{د ص}{د س}$ = جتاس × (جتاس هـ^{جاس}) + هـ^{جاس} × (-جاس)

= جتا^٢س هـ^{جاس} - جاس هـ^{جاس}

٣) مشتقة المقران اللوغاريتمي :-

إذا كان ص = لو_هـ ع(س) فإن $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{\text{ع'(س)}}{\text{ع(س)}}$

مثال :- ① ص = لو_هـ س أوجد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١}{\text{س}}$

ب) ص = لو_هـ ٢س جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = ٢ × $\frac{١}{\text{س}}$ = $\frac{٢}{\text{س}}$

ج) ص = لو_هـ (٥س + ٨) جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٥}{٥\text{س} + ٨}$

د) ص = لو_هـ (٥س^٢ + ٨) جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١٠\text{س}}{٥\text{س}^{٢} + ٨}$

⇐ ص = ٢ لو_هـ س

هـ) ص = لو_هـ جاس جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{\text{جتاس}}{\text{جاس}}$

و) ص = لو_هـ جتاس جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}}$

ز) ص = لو_هـ ظاس جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{\text{قا}^{٢}\text{س}}{\text{ظاس}}$

ح) ص = لو_هـ (س^٢ - ٢س) جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٢\text{س} - ٢}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}$

$\frac{د ص}{د س}_{س=١}$ = $\frac{٢(١) - ٢}{(١)^{٢} - ٢(١)}$ = $\frac{٢ - ٢}{١ - ٢}$ = $\frac{٠}{-١}$ = ٠

(٢٢)

٤) مشتقة اقتران مثلثي بداخله اقتران :-

اذا كان ① ص = جا (ه(س)) ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ = جتا (ه(س)) × ه'(س)

② ص = جتا (ه(س)) ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ = - جا (ه(س)) × ه'(س)

③ ص = ظا (ه(س)) ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ = قا^{٢}(ه(س)) × ه'(س)

مثال :- ① ص = جا (س^{٢} + ٢س) جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = جتا (س^{٢} + ٢س) (٢س + ٢)

② ص = جتا (س^{٣} - ٥س) جد $\frac{د ص}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = - جا (س^{٣} - ٥س) (٣س^{٢} - ٥)

③ ص = ظا (س^{٤})

$\frac{د ص}{د س}$ = قا^{٢} (س^{٤}) (٤س^{٣})

٥) مشتقة اقتران مثلثي بداخله اقتران مرفوع لقوة :-

اذا كان ص = (جا ه(س))^{ن} ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ = ن (جا ه(س))$^{ن-١}$ × جتا (ه(س)) × ه'(س)

اشتق القوة × مشتقة الاقتران المثلثي × مشتقة الاقتران الذي بداخل الاقتران المثلثي

مثال :- ① ص = (جا (٢س))^{٣} ⟸ $\frac{د ص}{د س}$ = ٣ (جا (٢س))^{٢} × جتا (٢س) × ٢

= ٦ جا (٢س)^{٢} جتا (٢س)

② ص = (جتا (س^{٢}))^{٥} ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ = ٥ (جتا (س^{٢}))^{٤} × (- جا (س^{٢})) × ٢س

= -١٠ س (جتا (س^{٢}))^{٤} (جا (س^{٢}))

③ ص = (ظا (س^{٣}))^{٨} ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ ـــ واجب

④ ص = (جا (س^{٢} + س))^{٩} ⟵ $\frac{د ص}{د س}$ ـــ واجب