



إدارة المناهج والكتب المدرسية

# الرياضيات

الصف الثاني عشر

للفرعين العلمي والصناعي

⊕

+

-

الرياضيات

العلمي

الفصل الدراسي الأول

الوحدة (1) : النهايات والاتصال  
الفض الأول : النهايات

تدريج (1) الحد 1  
اكل:

$$\text{ج) نهاية (س) = 0}$$

$$\text{ا) نهاية (س) = 1}$$

$$\text{ب) نهاية (س) = 2.8}$$

تدريج (2) : الحد 16

$$\text{ج) نهاية (س) = غير موجودة}$$

$$\text{ا) نهاية (س) = 2}$$

$$\text{د) نهاية (س) = 3}$$

$$\text{ب) نهاية (س) = 2}$$

تدريج (3) : الحد 17

$$\text{ب) نهاية (س) = 2}$$

$$\text{ا) نهاية (س) = 0}$$

$$\text{د) نهاية (س) = 2.8}$$

$$\text{ج) نهاية (س) = 1}$$

$$\text{و) نهاية (س) = 7}$$

$$\text{د) نهاية (س) = 7}$$

$$\text{ز) نهاية (س) = غير}$$

$$\text{ل) نهاية (س) = غير}$$

$$\text{ح) نهاية (س) = 2}$$

$$\text{غير موجودة د) نهاية (س) = 4}$$

$$\text{غير موجودة د) نهاية (س) = 4}$$

$$\text{ه) نهاية (س) = 2}$$

(1)

$$(2) \Rightarrow (1, 1) \quad (3) \Rightarrow (1, -1)$$

$$(4) \Rightarrow 1, 1 = 2 \quad (5) \Rightarrow 2, -2 = 4$$

$$(6) \Rightarrow \text{منازل (س)} = \text{منازل (د)} = (5) \Rightarrow 2 + 4 = 8$$

$$\text{له (س)} = 1 + 2 \times 2 = 5$$

تاسیاً: نظریات کے المناجات

تدریجاً (1)

$$(1) \Rightarrow \text{منازل (س)} + \text{منازل (د)} = \text{منازل (س)} + \text{منازل (د)}$$

$$2 - 4 + 4 =$$

$$16 = 15 - 2 =$$

$$(2) \Rightarrow \frac{\text{منازل (س)}}{\text{منازل (د)}} = \frac{\text{منازل (س)}}{\text{منازل (د)}} = \frac{2}{4} = 1$$

$$(3) \Rightarrow \text{منازل (س)} + \text{منازل (د)} = 10$$

$$10 + 2 \times 2 + 2 =$$

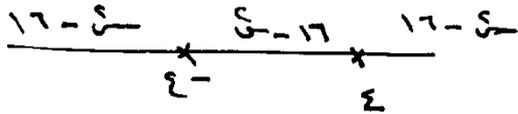
$$10 + 2 \times 2 =$$

(2)

تدريجي (3)

(1) منيا  $|1-0| = |1-1| = 0$  ص 1

(2) منيا  $|16-1| = 15$  ص 16



(3) منيا  $|16-16| = 0$  ص 16

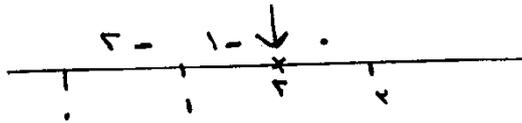
ص 16

ص 16

تدريجي (3)

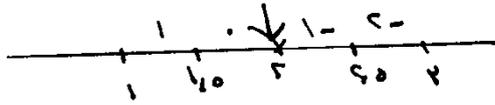
(1) منيا  $[1-1]$  ص 1

ص 1



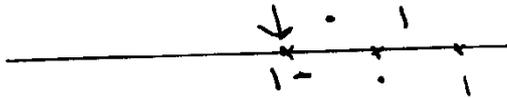
(2) منيا  $[1-1]$  ص 1

ص 1



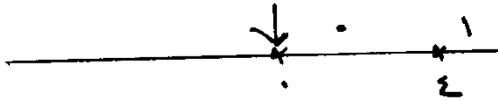
(3) منيا  $[1+1]$  ص 1

ص 1



(4) منيا  $[1.1]$  ص 1

ص 1



(3)

تدريج (٤)  
١ ٥ ٢

(٢) ٥ ٢ (٢,٢)

تدريج (٥)  
١ ٥ ٢

(٢) ٥ ٢ ٢٠٤

(١) ٥ ٢ ٢٠٤

$$(٤) \text{ ٥ ٢ ٢٠٤} = \frac{\sqrt{٢٠٤-٤٩}}{\sqrt{٢٧}}$$

(٣) ٥ ٢ ٢٠٤

تدريج (٦)  
٥ ٢ ٢٠٤ = ٤

٥ ٢ ٢٠٤

تدريج (٧)

(٢) ٥ ٢ ٢٠٤

(١) ٥ ٢ ٢٠٤

$$(٣) \text{ ٥ ٢ ٢٠٤} = ٨$$

(٤)

## عناوين ومساائل

$$(1) \quad 10 = 1 + 9 = 1 + (3+6) = 1 + 3 + 6 = 10$$

$$(2) \quad 22 = 2 + 20 = 2 + (4+16) = 2 + 4 + 16 = 22$$

$$(3) \quad \frac{7}{2} = \frac{7}{2} = \frac{7}{2}$$

$$(4) \quad 81 = 3^4 = (3+6)^2 = 9^2 = 81$$

$$(5) \quad \sqrt{2} = \sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$(6) \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(7) \quad 13 = 1 + 12 = 1 + (3+9) = 1 + 3 + 9 = 13$$

$$(8) \quad 161 = 16 + 145 = 16 + (5+140) = 16 + 5 + 140 = 161$$

$$(9) \quad \frac{161}{5} = \frac{161}{5}$$

$$(10) \quad 165 = 165 = 165$$

$$(11) \quad 174 = 174 = 174$$

$$(12) \quad 12 = 12 = 12$$

$$(13) \quad 10 = 10 = 10$$

$$(14) \quad 12 = 12 = 12$$

(5)

(ز)  $\sqrt{105-5} = \sqrt{100} = 10$

(ط)  $\sqrt{105-3+5+3+2} = \sqrt{112} = \sqrt{16 \times 7} = 4\sqrt{7}$

(ع)  $\sqrt{5.6} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

(هـ)  $\sqrt{100} = 10$

(ث)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  وهو غير موجود

$92 = 4 - 8$  و  $3 = 92 - 4$

$7 = 9 \iff 92 = 6$

(د)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  و  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$   
 اضربها  $2-2 = 4$   
 $3 = 1 + 2 = \sqrt{105-2} + \sqrt{105-2}$

(ج)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  و  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$   
 اضربها  $2-2 = 4$   
 $3 = 1 + 2 = \sqrt{105-2} + \sqrt{105-2}$

(ب)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  و  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$   
 اضربها  $2-2 = 4$   
 $3 = 1 + 2 = \sqrt{105-2} + \sqrt{105-2}$

(أ)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  و  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$   
 اضربها  $2-2 = 4$   
 $3 = 1 + 2 = \sqrt{105-2} + \sqrt{105-2}$

(ف)  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$  و  $\sqrt{105-2} = \sqrt{103}$   
 اضربها  $2-2 = 4$   
 $3 = 1 + 2 = \sqrt{105-2} + \sqrt{105-2}$

(٦)

$$(9) \text{ مينا } (5) = 10 - 5 \quad \leftarrow$$

$$10 - 5 = 5 \quad \leftarrow$$

$$10 - 5 = 5 \quad \leftarrow$$

$$\text{مينا } (5) = 10 - 5 \quad \leftarrow$$

$$10 - 5 = 5$$

$$(10) \text{ مينا } (5) = 10 - 5 \quad \leftarrow$$

$$10 - 5 = 5$$

(7)

ثالثاً : مما يليه افتراسات كربية .

تدريب (١)

$$١ - \frac{١}{٢٠} = \frac{(٣-٥)(٥+٣)}{(٥+٣)(٥-٣)} = \frac{١-٥+٣-١}{٥+٣-٥-٣}$$

$$٢ - \frac{١}{٢٠} = \frac{١+٣}{٢-٣}$$

تدريب (٢)

$$١ - \frac{١}{٢٠} = \frac{١}{٢٠} \left( \frac{١}{٥} - \frac{١}{٣} \right)$$

$$= \frac{١}{(٥+٣)(٥-٣)} \left( \frac{٣-٥}{٣٠} \right)$$

$$\frac{١}{٢٠} = \frac{١}{٢٠} \times \frac{١}{١} = \frac{١}{(٥+٣)(٥-٣)} \times \frac{٣-٥}{٣٠}$$

$$٢ - \frac{١}{٢٠} = \frac{١}{٢٠} \times \frac{٣-٥}{٣٠} = \frac{١}{٢٠} \times \frac{٣-٥}{٣٠} = \frac{١}{٢٠} \times \frac{٣-٥}{٣٠}$$

$$= \frac{(٣-٥)(٣٠)}{٢٠ \times ٣٠} = \frac{٣٦ - ٣٠}{٦٠٠}$$

$$١٢ = \frac{(٣-٥)(٣٠)}{٢٠}$$

$$\frac{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}} \times \frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}$$

$$\frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}$$

$$\frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}} = \frac{(\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}) - (\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c})}{(\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c})(\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c})}$$

$$\frac{2}{2} =$$

تدريج (4)

$$\frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}} = \frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}$$

$$2 = \sqrt{2} =$$

لأن المقدم غير صفرنا مع ميار العدد  $\frac{2}{2}$

$$\frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}$$

تدريج (5)

$$\frac{\sqrt{1+2c} - \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}} \times \frac{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}} = \frac{1}{\sqrt{1+2c} + \sqrt{1+c}}$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{4+4+4} =$$

9

عماريين ومسائل

$$(1) \text{ مينا } \frac{(9 + 1 + 5)(9 - (1 + 5))}{\cancel{9} \times \cancel{5}} = \frac{11 - 5(1 + 5)}{9 - 5}$$

$$11 =$$

$$(2) \text{ مينا } \frac{(2 + \sqrt{5} + \sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{(2 + \sqrt{5} + \sqrt{5})} = \frac{2 - \sqrt{5}}{\sqrt{5} - 2}$$

$$\text{مينا } \frac{1}{(2 + \sqrt{5} + \sqrt{5})} \times \frac{\sqrt{5}}{(2 - \sqrt{5})}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{2}{2 + 2 + 2}$$

$$(3) \text{ مينا } \frac{1}{(2 + \sqrt{5})} = \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{(2 + \sqrt{5})} \right) \frac{1}{(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 - (2 + \sqrt{5})}{2(2 + \sqrt{5})}$$

$$\text{مينا } \frac{1}{(2 + \sqrt{5})} = \frac{(2 - (2 + \sqrt{5}))}{2(2 + \sqrt{5})} = \frac{2 - 2 - \sqrt{5}}{2(2 + \sqrt{5})} = \frac{-\sqrt{5}}{2(2 + \sqrt{5})}$$

$$\text{مينا } \frac{1}{(2 + \sqrt{5})} = \frac{(2 - \sqrt{5})}{2(2 + \sqrt{5})} \times \frac{1}{(2 - \sqrt{5})}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{16}$$

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sqrt{x} + 0}{1 + \sqrt{x}} = \frac{|1 + \sqrt{x}| - 0}{1 + \sqrt{x}} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\frac{x}{2} = \frac{(\cancel{2+x})^2}{(2+\sqrt{x}+\cancel{x})(2+\sqrt{x})} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7}}{1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7}} \times \frac{1 + \sqrt{x} \sqrt{x-7}}{x-7} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x - 49}{(1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7})(x-7)} = \frac{(1+x)^2 - 49}{(1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7})(x-7)} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{12 + \sqrt{x} + 9}{(1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7})^2} = \frac{(12 + \sqrt{x} + 9)}{(1 + \sqrt{x} \sqrt{x+7})(\cancel{x-7})^2} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\frac{x^2}{x^2} = \frac{12 + 12 + 9}{(7+7)^2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{10-x}{0-x} = \frac{\sqrt{(0-x)}}{(0-x)} = \frac{\sqrt{0+0-1-x}}{0-x} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$1 = \frac{0-0}{0-x} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0, \quad 1 = \frac{0-x}{0-x} \quad \text{لـ } x \rightarrow 0$$

$$\text{اذن لـ } x \rightarrow 0 \quad \frac{10-x}{0-x} = 1$$

٢٠. ع رن السج والمقام غير صفران في فترة صنف

$$\frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x}$$

$$\frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x}$$

$$\frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x} = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x}$$

٢١. ربتن إيجاد النهايت سه عيسر ديا -  
العدد ٢٥

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)} = \frac{1}{(5+2x)}$$

$$\frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}} \times \frac{\sqrt{a-1} - \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1} - \sqrt{a+1}}$$

$$\frac{(\sqrt{a-1})^2 - (\sqrt{a+1})^2}{(\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1})(\sqrt{a-1} - \sqrt{a+1})} = \frac{a-1 - (a+1)}{(\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1})(\sqrt{a-1} - \sqrt{a+1})}$$

$$= \frac{-2}{(\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1})(\sqrt{a-1} - \sqrt{a+1})} = \frac{-2}{a-1 - (a+1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

(٣) بما أن النهاية موجودة  $\therefore 5 + (3)n = 5 - 3n$   $\iff 5 - 3n = 5$

$$n = \frac{5 - 5}{-3} = 0$$

$$n = 3 - 6 + 0 = -3 \iff n = 3 + 6 - 0 = 9$$

$$3 + n = 11$$

$$3 + n = 18$$

$$n = 15$$

بما أن النهاية موجودة إذا

$$\frac{2n-1}{n+2} = \frac{2n-1}{n+2}$$

$$\frac{2n-1}{n+2} = 1 = \frac{2n-1}{n+2} \iff 2n-1 = n+2 \iff n = 3$$

$$2n-1 = 5 \iff 2n = 6 \iff n = 3$$

(٤) بيان النهاية موجود

$$\textcircled{1} \dots 0 = 2 + 4c + p$$

$$1 = 4c + p + p$$

$$\textcircled{2} \dots 1 = 4c + p + 2$$

حل المعادلتين ① ، ②

$$\frac{0}{2} = 4c \quad 3 = p$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 4c \quad p \\ \hline (4c+p) \quad p \\ \hline 2+4c+p \quad (4c+p) \quad p \end{array} \textcircled{3}$$

$$\textcircled{5} \text{ مينا } = \frac{1 - \frac{c}{n}}{c \frac{n-1}{n}} = \frac{1 - \frac{c}{n}}{c \frac{n-1}{n}}$$

$$1 = \frac{c}{n} - \frac{c}{n} = \frac{(1 - \frac{c}{n}) \frac{n}{n}}{(c \frac{n-1}{n})}$$

(٦) بيان النهاية موجود

$$\text{مينا } 0 = \text{مينا } 0$$

$$0 + 8 = \frac{2 - 8^2}{18 + 8^2 + 8^2}$$

$$0 + 8 = \frac{(9 + 8^2 + 8^2)(2 - 8)}{(9 + 8^2 + 8^2)^2}$$

$$\textcircled{12 = 8} \iff 12 = 8 \iff 10 + 8^2 = 2 - 8$$

(٧) النهاية غير موجود عند ابقاء المقام

$$0 = 6 + 50 - (2 - 5)(5 - 2)$$

$$212 : 9$$

$$1 - \frac{2}{b} = \frac{2 - 2a + a}{2 - (a)} = \frac{2 - 2a + a}{2 - a}$$

فتح البسط والقامع  $1 - \frac{2}{b}$

$$1 - \frac{2}{b} = \frac{(1-a)(2+a)}{(1-a)} = \frac{2+a}{2-a}$$

$$1 - \frac{2}{b} = \frac{2}{a} \iff \frac{1}{a} - \frac{2}{b} = 0 \iff 1 = 0$$

(A) عبارة التاليف صحيح إذا  $0 + (0) = 0$

$$2 = 2 - 0 - 0 \iff 2 = (2 - 0 - 0) = 2$$

$$1 + 2 = 2 -$$

$$2 = 2$$

رابعاً: من ليح اقراءت متلبيك .

تدريب (1)

$$(1) \text{ من ليح } = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \text{ من ليح } = \frac{(3-1)}{(3-1)} = 1$$

$$(3) \text{ من ليح } = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$(4) \text{ من ليح } = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

تدريب (2)

$$\text{من ليح} = \frac{\text{من} - \text{من} + \text{من} + \text{من}}{\text{من} - \text{من}}$$

$$\text{من} = \frac{1 - 2 + 3 + 4}{2 - 1} = \frac{5}{1} = 5$$

تدريب (3)

$$(1) \text{ من ليح } = \frac{1 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

$$\text{من ليح} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$= 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

(2) من ليح

$$\text{من} = \frac{\text{من} + \text{من}}{\text{من}} = \frac{1 + 1}{1} = 2$$

$$= 2 + 2 = 4$$

تدريج (٤)

$$1 = \frac{\text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}} = \frac{\text{منا حيا (س-١)}}{\text{س (س-١)}}$$

$$\frac{\text{منا حيا س}}{1-س} = \frac{\text{منا حيا (س-١)}}{1-س}$$

$$\frac{\text{س}}{1-س} = \frac{\text{منا حيا (س-١)}}{(1-س)}$$

غاريخه وصاش

$$1 = \frac{\text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}}$$

$$\frac{\text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}} = \frac{\text{منا حيا س} + \text{منا حيا س} + \text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}}$$

$$1 = 1 - 1 + 1 =$$

$$1 = \text{منا حيا (س حيا س)} = \text{منا حيا س} + \text{منا حيا س}$$

$$1 = 0 + 1 =$$

$$2 = \text{منا حيا س حيا س} = \text{منا حيا س}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{\text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}}$$

$$1 = \frac{\text{منا حيا س} + \text{منا حيا س} - \text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}} = \frac{\text{منا حيا س} + \text{منا حيا س} - \text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}}$$

$$1 = \frac{\text{منا حيا س} - \text{منا حيا س}}{\text{س حيا س}} = \frac{1-س}{س}$$

$$1-س = 1-س =$$

١٧

$$16 \text{ مينا } 1 - \text{جاسا} \times \frac{\text{مينا } 1 + \text{قياس}}{\text{جاسا} + \text{قياس}}$$

$$\frac{\text{مينا } 1 - \text{قياس}}{\text{جاسا} + \text{قياس}} = \frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{\text{جاسا} + \text{قياس}}$$

$$\frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{\text{جاسا} + \text{قياس}} = \frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{\text{جاسا} + \text{قياس}}$$

$$1 = \frac{1}{1}$$

$$17 \text{ مينا } \text{قياس} = \frac{\text{مينا } \text{جاسا} (\text{جاسا} - \text{قياس})}{(\text{قياس} - \text{جاسا})^2} = \frac{\text{مينا } \text{جاسا}}{\text{قياس}}$$

$$18 \text{ مينا } \text{جاسا} - \text{قياس} = \frac{\text{مينا } \text{جاسا}}{\text{قياس}} - \frac{\text{مينا } \text{جاسا}}{\text{قياس}} = 1 - 1 = 0$$

$$19 \text{ مينا } \frac{1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} = \frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} \times \frac{\text{مينا } 1 + \text{جاسا}}{1 + \text{جاسا}}$$

$$\frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} = \frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} \times \frac{\text{مينا } 1 + \text{جاسا}}{1 + \text{جاسا}}$$

$$\frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} = \frac{\text{مينا } 1 - \text{جاسا}}{(\text{جاسا} - \text{قياس})^2} \times \frac{\text{مينا } 1 + \text{جاسا}}{1 + \text{جاسا}}$$

$$1 = 1 \times 1 \times 1 \times \frac{1}{1}$$

$$(i) \frac{1 - \sqrt{-3}}{1 + \sqrt{-3}} \times \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 + \sqrt{-3}}$$

$$\frac{1 - \sqrt{-3}}{1 + \sqrt{-3}} = \frac{1 - \sqrt{-3}}{(1 + \sqrt{-3})(1 - \sqrt{-3})}$$

$$= \frac{1 - \sqrt{-3}}{1 - (\sqrt{-3})^2}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$(ii) \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} \text{ من أجل جمع الكسور مع 1}$$

$$\frac{1 + \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} = \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} + \frac{1 - \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{-3} + 1 - \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} = \frac{2}{1 - \sqrt{-3}}$$

$$(iii) \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} = \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 - \sqrt{-3}} \times \frac{1 + \sqrt{-3}}{1 + \sqrt{-3}}$$

$$= \frac{(1 + \sqrt{-3})^2}{1 - (\sqrt{-3})^2} = \frac{1 + 2\sqrt{-3} + (\sqrt{-3})^2}{1 - (-3)}$$

$$(1) \text{ من } \frac{1 - \text{جباري}}{\text{جباري} - 1} \times \frac{1 + \text{جباري}}{1 + \text{جباري}} \times \frac{\text{جباري} + 1}{\text{جباري} + 1}$$

$$\text{من } \frac{1 - \text{جباري}}{\text{جباري} - 1} \times \frac{\text{جباري} + 1}{1 + \text{جباري}}$$

$$\text{من } \frac{\text{جباري}}{\text{جباري} - 1} \times \frac{\text{جباري} + 1}{1 + \text{جباري}}$$

$$\text{من } \frac{\frac{\text{جباري}}{\text{جباري} - 1}}{\frac{\text{جباري}}{\text{جباري} - 1}} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$(2) \text{ من } \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

$$(3) \text{ من } \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$(4) \text{ من } \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\text{من } \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

٥

$$(17) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 =$$

$$(18) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(19) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(20) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(21) \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$





## تاریخ مسائل

(۱)  $s = 5$  لائن منان (۱)  $\neq$  منان (۵)  $s = 0$

$s = 1$  لائن منان (۱)  $\neq$  منان (۱)  $s = 0$

$s = 2$  لائن منان (۲) غیر معرفتہ



(۳) منان (۱)  $s = 1$   
 $s = 1.5$

منان (۱)  $s = 0$   
 $s = 1.5$

جوان منان (۱)  $\neq$  منان (۱)  $s = 1.5$   $\therefore$  جہ غیر متصل عند  $s = 1.5$

(۴) نہ غیر متصل عند  $s = 1$  لائن (۱) غیر معرفتہ

(۲) نہ غیر متصل عند  $s = 2$  لائن (۲) غیر معرفتہ

(۵) منان (۱)  $s = 1$  منان (۱)  $s = 1$   $s = 0$

منان (۱)  $s = 1$  منان (۱)  $s = 1$   $s = 0$

جوان منان (۱)  $\neq$  منان (۱)  $s = 1$   $\therefore$  نہ غیر  
 منان (۱)  $s = 1$   $s = 0$



$$7 = [7] = [2+5] = (2) \text{ م (11)}$$

$$\left(\frac{7}{5} + \frac{0+5}{5}\right) \text{ م (11)} = \text{م (11)} \quad \begin{matrix} \leftarrow 5 \\ \leftarrow 5 \end{matrix}$$

$$7 = 2 + 5 =$$

بيان م (11) = م (11)  $\begin{matrix} \leftarrow 5 \\ \leftarrow 5 \end{matrix}$

∴ م (11) عند م = 2

$$(12) \text{ م (11)} = \text{م (11)} = \text{م (11)} \quad \begin{matrix} \leftarrow 5 \\ \leftarrow 5 \end{matrix}$$

$$12 = 3 + 9 \leftarrow 4 + 5 = 9$$

$$14 = 0 + 4 = 0 + 2 \times 2 = (2) \text{ م (13)}$$

$$2 - 2(2) = \text{م (13)} \quad \begin{matrix} \leftarrow 2 \\ \leftarrow 2 \end{matrix}$$

$$2 - 2 \times 2 =$$

$$14 =$$

بيان م (13) ≠ م (13) ∴ م (13) عند م = 2

ثانياً: الاتصال على فترة

تدريب (١)

وه متصل على الفترة (٥١٢) على صورة كثير حدود -  
 وه متصل على الفترة (٧١٥) على صورة كثير حدود .

$$\begin{aligned} \text{منا} \text{ (س)} &= 9 \\ \text{سا} &\leftarrow + 2 \\ \text{منا} \text{ (س)} &= 9 \\ \text{سا} &= 12 \end{aligned}$$

اجتبه في اتصال ه عند نقطة التغير .

$$\begin{aligned} \text{منا} \text{ (س)} &= 25 \\ \text{سا} &\leftarrow + 5 \\ \text{منا} \text{ (س)} &= 25 \\ \text{سا} &= 5 \end{aligned}$$

!! ه متصل عند سا = ٥ وذلك ه متصل على الفترة [٧١٣]

$$\begin{aligned} \text{منا} \text{ (س)} &= 26 \\ \text{سا} &\leftarrow - 4 \\ \text{منا} \text{ (س)} &= 9 \\ \text{سا} &= 7 \end{aligned}$$

ايضا ه متصل عند سا = ٧ وذلك ه متصل على الفترة [٧١٣]

تدريب (٢)

١١ ه متصل على ج - {٥} على صورة اقلتان ليني مرتان ج قابل

$$\begin{aligned} \text{منا} \text{ (س)} &= 10 \\ \text{سا} &\leftarrow 5 \\ \text{منا} \text{ (س)} &= 10 \\ \text{سا} &= 5 \end{aligned}$$

عند سا = ٥

وه ه متصل على تحويل الاعداد امكنة ج

تدريب (٣)

اجتبه في الاتصال ه .

ه متصل على (١٠ او ١١ او ١٢) على  
 صورة كثير حدود -  
 ه متصل على (١٠ او ١١) على صورة كثير حدود .



## تأريخ ومائل

(أ) من مصل على الفترة  $(-1, 2)$  على محور كثير حدود -  
 من مصل على الفترة  $(1, 2)$  على محور كثير حدود -  
 عند نقطة المحاور

$$n = 5 + 2 = 7 \quad \text{منها (س) = 7} \quad \text{منها (س) = 7}$$

$$n = (1) = 1$$

∴ من مصل عند  $s = 1$

عند الأضراس:

$$17 = (2) = 17, \quad 17 = (2) = 17$$

∴ من مصل على عمود العدد 2 -

$$n = (1) = 1, \quad n = (1) = 1$$

∴ من مصل على محور العدد 1

ومن ثم من مصل على الفترة  $[-1, 2]$

⤴ أخذ تعريف الاقتران ل

$$\left. \begin{array}{l} n > 0 \geq s \\ 0 > s \geq 1 \end{array} \right\} = (s) = \left. \begin{array}{l} 1 - s \\ s - 1 \end{array} \right\}$$

ل من مصل على الفترة  $(0, 1)$  والفترة  $(-1, 0)$  على محور كثير حدود -  
 عند نقطة المحاور

$$n = 0 = 0, \quad n = 0 = 0$$

∴ من مصل عند  $s = 0$

عند النظر في :

$$٢. = (١٠ - ١) \times ٢ \quad ٣. = ١٠ + ١ = ١١$$

∴ هـ متصل على تعيين العدد - ١٠

$$٦ = (٨) \times ٦ \quad ٦ = ١٠ - ١٦ = -٦$$

∴ هـ متصل على بيان العدد ٨

ومن هـ هـ متصل على الفترة [٨٠١٠ -]

٣) ع هـ متصل على الفترة (٣٠٥٥ -) على هـ افتراق نسبي  
مترجم على مجال

٤) هـ متصل على الفترة (٥٥١٣) على هـ افتراق كثير حدود

عند هـ = ٣

$$= \frac{٢٧ - ٢}{٣ - ٢} = \frac{٢٥}{١} = ٢٥$$

$$= \frac{٢٧ - ٢}{٣ - ٢} = \frac{٢٥}{١} = ٢٥$$

$$٢٧ - ٢ = ٢٥$$

∴ ع هـ متصل عند هـ = ٣

ومن هـ ع هـ متصل على ع - {٣}

٤) ل هـ متصل على الفترة (٤٠٥٥ -) جذر تربيعي مترجم

ل هـ متصل على الفترة (٥٠٤) متصل (فيه مطلق)

عند نقطة الحدود هـ = ٤

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{سيز} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \\ \text{منا (س)} = \text{سيز} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \end{array}$$

∴ ل متصل عند س = ع

ومن هنا ل متصل على الفترة (٥٥، ٥٥)

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{٨} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \\ \text{منا (س)} = \text{٨} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \end{array}$$

∴ ع غير متصل عند س = ع فاهية ايبا

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{٥} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \\ \text{منا (س)} = \text{٥} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \end{array}$$

∴ ع غير متصل عند س = ٣ من جهة اليمين

ع متصل على الفترة (٤١٣) على صورة كثير حدود من الدرجة الصفرية

ومن هنا ع متصل على الفترة (٤١٣)

٦) ل متصل على الفترة (٣١٠) افتراض جيد معرف على مجال

في الفترة (٦١٣) يوجد نقطة تحوّل عند س = ع

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{٢} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \\ \text{منا (س)} = \text{٢} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \end{array}$$

∴ ل غير متصل عند س = ع

عند الطرف

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{٢} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \\ \text{منا (س)} = \text{١} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \end{array}$$

∴ ل غير متصل على نهاية العدد

$$\begin{array}{l} \text{منا (س)} = \text{٣} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} - \\ \text{منا (س)} = \text{٣} \\ \text{س} \leftarrow \text{ع} + \end{array}$$

∴ ل متصل على يار العدد ٦  
ومن هنا ل متصل على الفترة (٦، ٦) - {٤}

٧) بيان القرآن مع مقصود :-

$$\sqrt{\text{منا}} = (س) \leftarrow س$$

$$\sqrt{\text{منا}} = \frac{س + (س-١)^2 + ٤ - س}{٢ - س} \leftarrow س$$

مع بيان الباب معجونه :- (س-١) عامل من عوامل البسط

$$\sqrt{\text{منا}} = \frac{(س + (س-١)^2 + ٤ - س) (س-١)}{(س-١) (س-١)} = \frac{س + (س-١)^2 + ٤ - س}{س-١} \leftarrow س$$

$$\sqrt{\text{منا}} = (س-١)^2 + ٢ + ٢$$

$$٣ = (س-١)^2$$

$$\frac{٣}{٢} = ١ - س \Rightarrow \frac{٥}{٢} = س$$

١) مع مقصود الفترة (٢١٥٥) على الحدود كثير حدود

مع مقصود الفترة (٤١٢) اقتران قطبي

مع مقصود الفترة (٥٥٢) اقتران ليني معروف على مجاله

عند النظر

$$\begin{aligned} \text{منا} = (س) = ٤ \quad \text{منا} = (٢) = ٣ \quad \text{منا غير مقصود عند س} = ٢ \\ \leftarrow س \quad \leftarrow س \quad \leftarrow س \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{منا} = (س) = ٣ \quad \text{منا} = (س) = \frac{٢}{١} = \frac{٢}{٢٦-١٦} = ١ \\ \leftarrow س \quad \leftarrow س \quad \leftarrow س \end{aligned}$$

:- مع غير مقصود عند س = ٤

$$\{٤, ٢\} \text{ مع مقصود على } ٢ -$$

٩) في الفترة  $(-1, 0)$  من نفس في وحدة حين عدد  $(-1, 0)$   
 في الفترة  $(0, 1)$  من نفس (جمع انتراليته مقلية)

نظمت الحول بس = .

$$\begin{aligned} \text{مناصه (د)} &= \text{هنز , مناصه (د)} = 1 - \\ \text{صا.ج.} &+ \text{صا.ج.} - \end{aligned}$$

∴ من غير من نفس عند سا = .

الطرقه :

$$\left. \begin{aligned} \text{مناصه (د)} &= 2 - \\ \text{صا.ج.} &+ 1 - \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{مناصه (د)} &= \frac{1}{2} + \sqrt{2} \\ \text{صا.ج.} &- 2 \leftarrow \end{aligned}$$

$$\text{مناصه (د)} = \frac{1}{2} + \sqrt{2}$$

∴

من نفس على يا - العدد 2

$$\text{مناصه (د)} = 2 -$$

∴

من نفس على عليه

العدد 1 =

ومن من نفس على الفترة  $[-1, 2]$  - { . }

١٠) يكون التفران النسبي مستلزم مع مجموع الاعداد الحقيقية

اذا كان المسمى  $0 < 2 < 4$  .  
 لا للمقام

$$1 - 2 \times 2 \times 4 > .$$

$$1 - 2 \times 13 > . \leftarrow 1 > 13 \times 2$$

$$\text{ضم } 2 \text{ التي حقه المناسبة } 2 < \frac{1}{13}$$

أسئلة الوحدة

$$\begin{array}{l|l} \text{(د) مناخ (س) = ٤} & \text{(أ) مناخ (س) = ٢} \\ \text{س ← ٤} & \text{س ← ٢} \\ \text{(هـ) } \{٢٠\} = ٢ & \text{(ب) مناخ (س) = ٢-} \\ \text{س ← ٢} & \text{س ← ٢} \\ \text{(و) } \{٤, ٢٠\} = ٢ & \text{(ج) مناخ (س) = ٢} \\ \text{س ← ٢} & \text{س ← ٢} \end{array}$$

(٢) انزلت ١ + ٤ = ٥ ، ٥ ← ١ ، ٥ ← ٣

مناخ (س) = مناخ (س) + ٢ = ١ + ١٦ = ١٧

س ← ٣ ، س ← ١

(٢) بما أن النهار موجود

∴ مناخ (س) = مناخ (س)

س ← ٢ ، س ← ٢

٤ - ٥ = ١

١ = ٤ = ٢ = ٢

(٢) حتى تكون النهار مهيون :- (س-٢) عامله فواصل السيط

دعنا

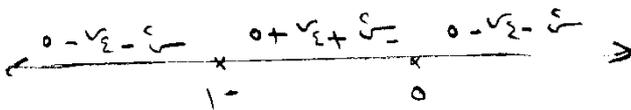
$$\begin{aligned} &= ٢ + ٢ \times (١٣ + ٢) + ٤ \\ &= ٢ + ٢٦ + ٢٢ + ٤ \\ &= ٢٣ + ٣ \end{aligned}$$

١٠ = ٢ ←

٥) بما أن  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  هو عدد

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$7 = \frac{(1+\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2})^2} = \frac{10-2-2-2}{10-2-1} = \frac{2}{7}$$



$$7 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$7 = 0 + 2 = 2 \Rightarrow \boxed{1=2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(ب) \text{ مينا } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{مينا } \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$(د) \text{ مينا } \frac{1}{(1-s)} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{1-s} \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\text{مينا } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(1-s)}$$

بالتعويض في المعادلات

$$(د) \text{ مينا } \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-s}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-s} \Rightarrow \frac{1}{2} (1-s) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} (1-s) = \frac{1}{2} \Rightarrow 1-s = 1 \Rightarrow s = 0$$

$$\Sigma = \frac{12}{2} = 6$$

$$\frac{\sqrt{3} \sin \alpha \cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} = \frac{\sqrt{3} \sin \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\frac{\sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha + \sqrt{3} \sin^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \left(\frac{1}{\cos \alpha} + \sqrt{3}\right) \times \frac{\sqrt{3} \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} + \sqrt{3}$$

(د)  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha - 1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$

$\frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$

(هـ)  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha}$  (تعريف المتتمة)

$\frac{\pi}{4} = \alpha$  عند  $\alpha = \frac{\pi}{4}$

(و)  $\frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha}$

$\frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha \cos \alpha - \frac{1}{2}}{\sin \alpha \cos \alpha}$

(ب) بالنسبة على صا بجميع اعداد -

$$\frac{1}{x} = \frac{\frac{x^2-4}{x} - \frac{x^2}{x}}{\frac{x^2}{x} - \frac{x^2-4}{x}}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{x-4}{x} \implies x-4 = x \implies -4 = 0$$

ا)  $\frac{x^2-4}{x} = \frac{x^2-4}{x}$   $\frac{x^2-4}{x} = \frac{x^2-4}{x}$   $\frac{x^2-4}{x} = \frac{x^2-4}{x}$

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

ه غير متصل عند صا = 2

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

د)  $\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

$$\frac{x^2-4}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{(x+2)(x-2)}{x}$$

١١) ع (س) =  $\sqrt{1+s}$  متصل على الفترة (٢,١) افتراضاً حينئذٍ نرسمه  
 معروفه على مجاله .

اجتث فيما اتصاله على  $s=1$  العدد ٢  
 مناه (س) =  $\frac{1}{\sqrt{1+s}}$  =  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  =  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

س (٢) =  $\sqrt{1+2} = \sqrt{3}$  =  $\sqrt{2}$

بما ان مناه (س)  $\neq$  س (٢)  $\therefore$  نضع عنبر متصل على  $s=1$  العدد ٢

وصلة ع متصل على الفترة (٢,١)

١٢) ه متصل على الفترة (-١,٠) على حدوده كثير حدود -

ه متصل على الفترة (١,٠) لانه حاصل ضرب كثير حدود بافتراضاً  
 حينئذٍ نرسمه نرسمه على مجاله متخرج منها .

اجتث فيما اتصاله ه عند  $s=1$

مناه (س) =  $\frac{1}{1+s}$  =  $1 - 1$  = ١

مناه (س) =  $\frac{1}{1-s}$  =  $1 - 1$  = ١

بما ان مناه (س)  $\neq$  مناه (س)  $\therefore$  ه عنبر متصل عند  $s=1$

(١٣) من مقبل على الفترة  $(-٢, ١)$  على صورة افتراض نسبي معرّف  
 على مجال  
 اكتب فيما اتصاله على الفترة  $(-١, ١)$   
 يوجد نقطة تعجب عند  $s = ٠$ .

من مقبل على الفترة  $(٠, ١)$  مع صورة كسرية  
 حدود

من مقبل على الفترة  $(١, ٠)$  على صورة كسرية  
 اكتب فيما الاتصال عند  $s = ٠$ .

منام (د) = كسر ، منام (د) = منام (د) - منام (د) =  $s = ٠$   
 $s \leftarrow +$  ،  $s \leftarrow -$

من  $(٠) = ٠$  ، من مقبل عند  $s = ٠$  ، ومن مقبل على  $(-١, ١)$

عند نقطة التعجب  $s = ٠$

منام (د) = منام  $[s] = ١$   
 $s \leftarrow +$  ،  $s \leftarrow +$

منام (د) = منام حة  $= \frac{١ - s}{١ + s - ١ - s} = \frac{١ - s}{١ - s} = ١$   
 $s \leftarrow -$  ،  $s \leftarrow -$

من كسر مقبل عند  $s = ١$

عند الطرف  $s = ٢$

منام (د) = منام  $(٢) = ٢$   
 $s \leftarrow +$  ،  $s \leftarrow +$

منام  $(٢) = \frac{١ - s}{١ + s + ٢ - s} = \frac{١ - s}{٣ + s}$   
 $s \leftarrow -$  ،  $s \leftarrow +$

من  $(٢) = ٢$

من مقبل عند  $s = ٢$  من جهة اليسار

ومن مقبل على الفترة  $[-٢, ١) - \{١\}$

$$\left. \begin{array}{l} 1 > 0 \\ 0 > 1 \\ 2 = 0 \end{array} \right\} = 0 \times 0$$

لا يوجد متصل على الفترة (1,0) مع بسطة أكثر حدوداً  
لا يوجد متصل على الفترة (2,1) على بسطة أكثر لسيما معزج بجار

المبني على الاتصال عند نقط التحوّل

عند  $x=1$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 0, \quad f(1) = 0$$

∴ لا يوجد متصل عند  $x=1$

عند الطرف الأيمن

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0, \quad f(0) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{2}{3}, \quad f(0) = 0$$

بما أن  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$  ∴ لا يوجد متصل عند  $x=0$

العدد 2 ومنه لا يوجد متصل على الفترة [2,0]

١٥

١	A.
٢	A.
٣	C.
٤	A.
٥	A.
٦	A.
٧	A.
٨	A.
٩	A.
١٠	C.

٢٧

(1) الوحدة الثانية: المتفاضل / علمي

الفصل الأول: متوسط التغير والمستقيمات

أولاً: متوسط التغير

تدريب (1)

$$(1) \Delta s = 5 - 3,7 = 1,3$$

$$(2) \Delta s = 5 - 1 + 2 = 6$$

تدريب (2)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5 - 3,7}{2 - 1} = \frac{1,3}{1} = 1,3$$

$$= \frac{1,3}{1} = 1,3$$

تدريب (3)

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5 - 3}{2 - 0} = \frac{2}{2} = 1$$

تدريب (4)

$$11 = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{19 - 0,2}{2} = \frac{18,8}{2} = 9,4$$

تدريب (5)

$$\text{معدل التغير} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = 130 = 130$$

تجاربين وسائل

$$(1) \Delta s = 7 - 1,2 = (3) - (4) = 3 - 4 = -1$$

$$(2) \Delta s = 5 - 3 = (2) - (3) = 2 - 3 = -1$$

$$= 5 - 3 = 2 - 3 = -1$$

$$(3) \text{ معدل التغير} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$= \frac{3 - 1}{2 - 1} = \frac{2}{1} = 2$$

(17)

تربيع (6)

$$\frac{(c + (1)w - 3) - (c + (\varepsilon)w - 1c)}{w} = \frac{(1)w - (\varepsilon)w}{1 - \varepsilon} = \frac{\Delta}{\varepsilon \Delta}$$

$$\frac{(1)w - (\varepsilon)w}{w} - \frac{q}{w} = \frac{(1)w - (\varepsilon)w - (c - 3 - c + 1c)}{w} =$$

$$w - = 7 - w =$$

(ع)

$$(3) \quad s = 2 - 0.1 = 1.9 \\ v = 5 - 0.6 = 4.4 \\ \text{النقطة } P(1.9, 4.4)$$

(4) نفرضنا طول ضلع المربع  $s$  وسأضربه  $s$  =  $s^2$

$$\text{معدل التغير} = \frac{v(1.9) - v(1.7)}{s(1.9) - s(1.7)} = \frac{7.61 - 2.89}{3.61 - 2.89} = \frac{4.72}{0.72} = 6.555$$

$$= \frac{1.9 \times 2.1}{0.72} = 5.583$$

$$(5) \text{ معدل التغير} = \frac{v(1) - v(0)}{s(1) - s(0)} = \frac{(1-2) - (0-2)}{(1-1) - (0-1)} = \frac{-1 - (-2)}{-1 - (-1)} = \frac{-1 + 2}{-1 + 1} = \frac{1}{0}$$

$$= \frac{(1-2) - (0-2)}{1 - 0} = \frac{-1 - (-2)}{1} = \frac{-1 + 2}{1} = 1$$

$$= 11 - 5 \times 2 - 4 = 1$$

$$(6) \quad \bar{c} = \frac{v(2) - v(0)}{c(2) - c(0)} = \frac{100 - 140}{2 - 0} = \frac{-40}{2} = -20$$

$$c(0) = \frac{v(0)}{c(0)} = \frac{100 - 140}{2} = -20$$

$$(7) \quad \bar{c} = \frac{v(5) - v(0)}{c(5) - c(0)} = \frac{100 - 140}{5 - 0} = \frac{-40}{5} = -8$$

$$c(5) = \frac{v(5) - 140}{5} = \frac{100 - 140}{5} = -8$$

$$(8) \quad \text{معدل التغير} = \frac{v(1) - v(0)}{s(1) - s(0)} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1$$

$$= \frac{(1) - (0)}{1 - 0} = 1$$

$$7 = c \times 3 = (1) \times 3 = 3$$

(٢)

$$07 = (0)u - (9)u \quad 1\varepsilon = \frac{(0)u - (9)u}{0 - 9} \quad (٨)$$

$$01 = (c)u - (0)u \quad v = \frac{(c)u - (0)u}{c - 0}$$

$$\frac{(c)u - (0)u + (0)u - (9)u}{v} = \frac{(c)u - (9)u}{c - 9} = \text{معدل التغير}$$

$$11 = \frac{01}{v} + \frac{07}{v} = \frac{(c)u - (0)u}{v} + \frac{(0)u - (9)u}{v} =$$

$$\text{معدل التغير} = \frac{(1)u - \varepsilon}{1 - \varepsilon} = \text{نظا } \frac{3}{\varepsilon} \quad (٩)$$

$$0 = (1)u - \varepsilon = (1)u - \varepsilon$$

$$\frac{13 - \varepsilon - [1 + \varepsilon]}{3} = \frac{(1)u - (\varepsilon)u}{1 - \varepsilon} = \text{معدل التغير} \quad (١٠)$$

$$\frac{\varepsilon}{3} = \frac{1 - \varepsilon}{3} =$$

$$\neq 3, \quad \frac{1}{3 + \varepsilon} = (u) \quad (١١)$$

$$\frac{1}{3} - \varepsilon = (1)u - (u) = \text{معدل التغير}$$

$$\frac{1}{3} - \varepsilon = \frac{1}{3} - \frac{1}{3 + \varepsilon}$$

$$7 = \varepsilon + \frac{1}{3 + \varepsilon}, \quad \frac{1}{7} = \frac{1}{\varepsilon + 3}$$

$$\cdot = (\varepsilon - 3)(3 + \varepsilon), \quad \cdot = 7 - \varepsilon + \frac{1}{\varepsilon + 3}$$

$$\text{اذن } 3 - \varepsilon = \varepsilon + \frac{1}{\varepsilon + 3}$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon - 1}{1 - \varepsilon} = \text{معدل UP} \quad (١٢)$$

$$\frac{1}{\varepsilon} - \varepsilon = \text{معدل العكسي}$$

(3)

### ثانياً: المشتقات الأولى

التدريبات

$$(1) \quad (1-x)^2 = (1-x)(1-x) \Rightarrow \frac{d}{dx} (1-x)^2 = \frac{d}{dx} (1-x)(1-x)$$

$$= (1-x) \frac{d}{dx} (1-x) + (1-x) \frac{d}{dx} (1-x)$$

$$= (1-x)(-1) + (1-x)(-1)$$

$$= -1(1-x) - 1(1-x)$$

$$= -1 + x - 1 + x$$

$$= 2x - 2$$

c) نعرف  $0 < x < 1$  ونضع  $u = \frac{x}{1-x}$  . لـ  $c = 0$  عندما  $x = 0$  .

$$\frac{d}{dx} (1-x)^2 = \frac{d}{dx} (1-x)(1-x) = (1-x) \frac{d}{dx} (1-x) + (1-x) \frac{d}{dx} (1-x)$$

$$= (1-x)(-1) + (1-x)(-1) = -1(1-x) - 1(1-x)$$

$$= -1 + x - 1 + x = 2x - 2$$

$$(c) \quad \frac{d}{dx} (1-x)^2 = \frac{d}{dx} (1-x)(1-x) = (1-x) \frac{d}{dx} (1-x) + (1-x) \frac{d}{dx} (1-x)$$

$$= (1-x)(-1) + (1-x)(-1) = -1(1-x) - 1(1-x)$$

$$= -1 + x - 1 + x = 2x - 2$$

$$(d) \quad \frac{d}{dx} (1-x)^2 = \frac{d}{dx} (1-x)(1-x) = (1-x) \frac{d}{dx} (1-x) + (1-x) \frac{d}{dx} (1-x)$$

$$= (1-x)(-1) + (1-x)(-1) = -1(1-x) - 1(1-x)$$

$$= -1 + x - 1 + x = 2x - 2$$

س = 1 نقطة تفرع

$$(1) \quad \frac{d}{dx} (1-x)^2 = \frac{d}{dx} (1-x)(1-x) = (1-x) \frac{d}{dx} (1-x) + (1-x) \frac{d}{dx} (1-x)$$

$$= (1-x)(-1) + (1-x)(-1) = -1(1-x) - 1(1-x)$$

$$= -1 + x - 1 + x = 2x - 2$$

نلاحظ ان المشتقة تكون صفر عند  $x = 1$  و  $x = 0$

$$(4) \quad \frac{\frac{s}{n+s} - \frac{e}{n+e}}{s-e} \cdot \frac{n}{s-e} = \frac{(s)n - (e)n}{s-e} \cdot \frac{n}{s-e} = (s-e) \cdot \frac{n}{s-e}$$

$$\frac{s^2 - e^2}{(n+s)(n+e)(s-e)} \cdot \frac{n}{s-e} = \frac{(n+e)s - (n+e)e}{(n+s)(n+e)} \cdot \frac{n}{s-e} =$$

$$\frac{(s-e)(s+e)}{(n+s)(n+e)(s-e)} \cdot \frac{n}{s-e} = \frac{(s+e)n}{(n+s)(n+e)(s-e)} \cdot \frac{n}{s-e} =$$

$$\frac{s+e}{(n+s)(n+e)} =$$

نما رین و سائل

$$(1) \quad (P) \quad \frac{(v-)-(d+3)0-8}{d} \cdot \frac{n}{d} = \frac{(2)n-(d+3)n}{d} \cdot \frac{n}{d} = (2) \cdot \frac{n}{d}$$

$$0 = \frac{d0 - 2n}{d} = \frac{7+d0-15-8}{d} \cdot \frac{n}{d} =$$

$$(2) \quad \frac{-(d+1)+2}{d} \cdot \frac{n}{d} = \frac{(1)--(d+1)-}{d} \cdot \frac{n}{d} = (1) \cdot \frac{n}{d}$$

$$\frac{d+2-3}{d} \cdot \frac{n}{d} = \frac{d+2-1+1-d-2+3-3}{d} \cdot \frac{n}{d} =$$

$$1 = \frac{(1+d-2-3)}{d} \cdot \frac{n}{d} =$$

$$(3) \quad \frac{c-1-\sqrt{c}}{c-s} \cdot \frac{n}{c-s} = \frac{(0)--(s)}{c-s} \cdot \frac{n}{c-s} = (0) \cdot \frac{n}{c-s}$$

$$\frac{c-1-\sqrt{c}}{(c+1-\sqrt{c})(c-s)} \cdot \frac{n}{c-s} = \frac{c+1-\sqrt{c}}{c+1-\sqrt{c}} \times \frac{c-1-\sqrt{c}}{c-s} \cdot \frac{n}{c-s} =$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{(c+1-\sqrt{c})(c-s)} \cdot \frac{n}{c-s} = \frac{c-s}{(c+1-\sqrt{c})(c-s)(c-s)} \cdot \frac{n}{c-s} =$$

(٤)

تدريبات (٥)

نفرض طول ضلع المربع  $s$  وسأضربها  $m$  ( $s$ )  
فيكون  $m$  ( $s$ ) =  $s^2$

$$\frac{m(s) - (s)m}{s - s} = \frac{m(s) - (s)m}{s - s} = \frac{m(s) - (s)m}{s - s}$$

$$s = (s + s) = \frac{(s + s)(s - s)}{s - s} = \frac{(s + s)(s - s)}{s - s}$$

$$m = (s) = s \times s = s^2 = \text{مساحة مربع}$$

(D)

5)  $\lambda = 0, 1, 2$  غير موجودة  $\lambda = 3, 4, 5, 6$  طرفي فترة.

$\lambda = 3$  نقطة تفرع

$$\lambda = 3 \quad \frac{7 - \lambda - \lambda^2}{\lambda - 3} = \frac{(3)\lambda - (3)\lambda}{\lambda - 3} = \frac{0}{\lambda - 3} = 0$$

$$0 = \frac{(3+\lambda)(\lambda-3)}{\lambda-3} = \frac{0}{\lambda-3} = 0$$

$$\lambda = 4 \quad \frac{7 - 9 - \lambda^2}{\lambda - 4} = \frac{(4)\lambda - (4)\lambda}{\lambda - 4} = \frac{0}{\lambda - 4} = 0$$

$$0 = \frac{(4-\lambda) \cdot 0}{\lambda-4} = 0$$

$$\lambda = 2 \quad \lambda = 3 \quad \lambda = 4$$

6) تغير تعريف  $\lambda = 5$

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 5 \\ \lambda \geq 2 \\ \lambda < 5 \end{array} \right\} = \lambda = 5$$

$$\lambda = 1 \quad \frac{3 - \lambda - \lambda^2}{1 - \lambda} = \frac{(1)\lambda - (1)\lambda}{1 - \lambda} = \frac{0}{1 - \lambda} = 0$$

$$0 = \frac{(1+\lambda)(1-\lambda) - 0}{1-\lambda} = \frac{0}{1-\lambda} = 0$$

$\lambda = 5$  نقطة تفرع

$$\lambda = 5 \quad \frac{0 - \lambda - \lambda^2}{\lambda - 5} = \frac{(5)\lambda - (5)\lambda}{\lambda - 5} = \frac{0}{\lambda - 5} = 0$$

$$0 = \frac{(5+\lambda)(\lambda-5)}{\lambda-5} = \frac{0}{\lambda-5} = 0$$

$$0 = \frac{(5+\lambda)(\lambda-5)}{\lambda-5} = \frac{0 - \lambda - \lambda^2}{\lambda - 5} = 0$$

$\lambda = 5$  غير موجودة  $\lambda = 6$   $\lambda = 7$

$$\lambda = 6 \quad \frac{3 + \lambda + \lambda^2}{\lambda + 6} = \frac{(6)\lambda - (6)\lambda}{\lambda + 6} = \frac{0}{\lambda + 6} = 0$$

$$\frac{3}{\lambda} = \frac{(1+\lambda) \cdot 3}{(\lambda+6)(1+\lambda)} = \frac{3 + \lambda + \lambda^2}{(\lambda+6)(1+\lambda)}$$

(7)

$$\frac{\xi\xi + \sqrt{\xi} - \sqrt{\xi} - \sqrt{\xi}}{\xi - \xi} = \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} = \frac{\xi}{\xi} \quad (P \ C)$$

$$\frac{\xi\xi + \sqrt{\xi} - \sqrt{\xi} - \sqrt{\xi}}{\xi - \xi} = \frac{(\xi - \xi) - \xi - \xi}{\xi - \xi} = \frac{\xi}{\xi}$$

$$\frac{(\xi + (\sqrt{\xi} + \xi))(\xi - \xi)}{(\xi - \xi)\xi} = \frac{(\xi - \xi)\xi - (\xi - \xi)\xi}{(\xi - \xi)\xi} = \frac{\xi + \sqrt{\xi}}{\xi} =$$

$$\frac{\sqrt{7 - \sqrt{c}} - \sqrt{7 - \xi c}}{\xi - \xi} = \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} = (\xi)\xi$$

$$\frac{\sqrt{7 - \sqrt{c}} + \sqrt{7 - \xi c}}{\sqrt{7 - \sqrt{c}} + \sqrt{7 - \xi c}} \times \frac{\sqrt{7 - \sqrt{c}} - \sqrt{7 - \xi c}}{\xi - \xi} =$$

$$\frac{\xi - \xi}{(\sqrt{7 - \sqrt{c}} + \sqrt{7 - \xi c})(\xi - \xi)} = \frac{(\sqrt{7 - \sqrt{c}}) - (\sqrt{7 - \xi c})}{(\sqrt{7 - \sqrt{c}} + \sqrt{7 - \xi c})(\xi - \xi)}$$

$$\frac{1}{\sqrt{7 - \sqrt{c}}} = \frac{1}{\sqrt{7 - \sqrt{c}}\xi} = \frac{1}{\sqrt{7 - \sqrt{c}} + \sqrt{7 - \xi c}} = \frac{1}{\xi}$$

$$(P \ P) = \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi + (\xi)\xi - (\xi + \xi)\xi}{\xi} = \frac{(\xi - \xi)\xi - (\xi + \xi)\xi}{\xi} = \frac{(\xi)\xi - (\xi + \xi)\xi}{\xi}$$

$$\xrightarrow{\text{بفرض } \xi = \xi} \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi} + \frac{(\xi)\xi - (\xi + \xi)\xi}{\xi} =$$

$$(\xi)\xi + (\xi)\xi = \frac{(\xi)\xi - (\xi + \xi)\xi}{\xi} + (\xi)\xi =$$

$$(\xi)\xi =$$

$$\frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi - (\xi)\xi + (\xi)\xi}{\xi - \xi} = \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi}$$

$$\frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} + \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} =$$

$$\frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} - \frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} =$$

$$\frac{(\xi)\xi - (\xi)\xi}{\xi - \xi} = (\xi)\xi - (\xi)\xi =$$

(٦)

السؤال (٤)

$$(ج) \frac{r^3}{r^3 - 8} = \frac{r^3}{(r-2)(r^2+2r+4)} = \frac{r^3}{(r-2)(r^2+2r+4)}$$

$$r^3 = (r^2 + 2r + 4) \frac{r^3}{r^3 - 8} = \frac{(r^2 + 2r + 4)(r^3)}{r^3 - 8}$$

$$(د) \frac{r^3 - 8}{r^3 - 8} = \frac{(r-2)(r^2+2r+4)}{(r-2)(r^2+2r+4)}$$

$$= \frac{r^3 - 8}{r^3 - 8} \times \frac{r^2 + 2r + 4}{r^2 + 2r + 4}$$

$$\frac{1}{r^3 - 8} = \frac{r^2 + 2r + 4}{(r^3 - 8)(r^2 + 2r + 4)}$$

$$(v) \frac{(s)N\delta + (s)N\sigma - (s)N\epsilon - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} = \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta}$$

$$\frac{(s - \delta)(s)N}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} + \frac{((s)N - (\delta)N)\epsilon}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} =$$

$$(s)N\sigma + (s - \delta)N\epsilon =$$

$$(s)N - (l\epsilon + 0)N - (l\sigma - 0)N + (0)N \quad \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} = \frac{(l\epsilon + 0)N - (l\sigma - 0)N}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta}$$

$$\frac{(s)N - (l\epsilon + 0)N}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} + \frac{(s)N - (l\epsilon + 0)N}{s - \delta} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} =$$

تفرض  $\epsilon = \frac{m}{s}$  وتفرض  $\sigma = \frac{l}{s}$  ونفسه  $\frac{m}{s}$

$$\frac{(s)N - (l + 0)N}{\frac{l}{s}} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} + \frac{(s)N - (m + 0)N}{\frac{m}{s}} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} =$$

$$\frac{(s)N - (l + 0)N}{l} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} - \frac{(s)N - (m + 0)N}{m} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} =$$

$$s\sigma - (s)N\sigma - (s)N\sigma - (s)N\sigma =$$

$$\frac{(s)N - (l + 0)N}{l} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} = \frac{(s)N - (m + 0)N}{m} \times \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta}$$

$$(s)N = (s)N \times \frac{s - \delta}{s - \delta}$$

(7) بفرض طول نصف القطر (r)، أو ارتفاع (h) نيكو  $\epsilon = r + c$

$$(r)N = (r)N \times \frac{r + c}{r + c} = \frac{(r)N}{r + c}$$

$$\frac{(r)N}{r + c} = \frac{(r)N}{r + c}$$

$$\frac{(r)N - (r)N}{r - c} = \frac{(r)N - (r)N}{r - c} = \frac{(r)N}{r - c}$$

$$\frac{(r)N}{r - c} = \frac{(r)N}{r - c} = \frac{(r)N}{r - c}$$

$$(v) \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} = \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta} = \frac{(s)N\sigma - (\delta)N\epsilon}{s - \delta}$$

$$s\sigma - (s)N\sigma = (s)N\sigma - (s)N\sigma$$

(٧)

(٨) نفرض طول ضلع المثلث  $l$  وصدرة ضلوعه  $e(d) = l^3$

$$e(d) = (c) \frac{l^3}{c-d} = \frac{(c)l^3 - (d)l^3}{c-d} = \frac{l^3(c-d)}{c-d} = l^3$$

$$12 = (e+d+c+l) \frac{l^3}{c-d} = \frac{(e+d+c+l)(c-d)l^3}{c-d} = (e+d+c+l)l^3$$

(٩) نفرض طول نصف قطر الكرة  $r$  وصدرة  $e(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$e(r) = (e) \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{(e)4\pi r^3 - (e)4\pi r^3}{e-r} = \frac{4\pi r^3(e-r)}{e-r} = 4\pi r^3$$

$$\frac{(e)4\pi r^3}{e-r} = \frac{4\pi r^3(e-r)}{e-r} = 4\pi r^3$$

$$e(r) = 4\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3 \times 3 = (e+r+e+r+e+r) \frac{4}{3}\pi r^3 = 6r \frac{4}{3}\pi r^3 = 8\pi r^4$$

(A)

ثانياً : الاتصال والاشتقاق

التدريبات

(1) (أ)  $s = c$  نقطة تقعر

$$9 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$\frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} \neq \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

اذ  $c \neq s$  غير متصل عند  $s = c$

$$\frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$1 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$\frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$0 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

غير قابل للاشتقاق عند  $s = c$  لأن  $\lim_{s \rightarrow c} f'(s) \neq f'(c)$

(2) بين الاتصال عند  $s = c$  لأننا نقطت تقعر

$$3 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$3 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

بأنه  $\lim_{s \rightarrow c} f'(s) = f'(c)$  ولذا فهو متصل عند  $s = c$

اذ  $c = s$  غير قابل للاشتقاق عند  $s = c$  حسب النظرية

$$\frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

$$8 = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}} = \frac{3s^2 - 1 + \frac{2}{s}}{c - s + \frac{2}{s}}$$

(9)

تجاربين وسائل

(1) (P) مد غير قابل للاشتقاق عند  $s = 1$  الا انه مد غير متصل عند  $s = 1$

(u) نبيك اتصال عند  $s = 1$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{1}{s-1} = \infty, \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{1}{s-1} = -\infty, \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{s-1} \text{ غير موجود}$$

(c) مد غير متصل عند  $s = 1$  الا انه نبيك اتصال عند  $s = 1$

$$\left. \begin{aligned} c > 1 \geq c - 1 \\ c > 3 \geq c - 1 \end{aligned} \right\} = (s) \text{ مد}$$

$$c = \frac{0 - (c-1)c}{c-1} = \frac{(c-1)c}{c-1} = c$$

$$1 = \frac{c-1}{c-1} = \frac{(c-1)c}{c-1} = c$$

مد (c) غير موجود لانه  $\lim_{s \rightarrow 1^+} (c) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} (c)$

(g) نبيك تعريف ل (s)

غير مد (s) مد فاعدته بعد كل فترة طولها  $\frac{1}{2}$  وحدة.

$$\left. \begin{aligned} 0 & \leq s < \frac{1}{2} \\ 1 & \leq s < \frac{3}{2} \\ 2 & \leq s < \frac{5}{2} \\ 3 & \leq s < \frac{7}{2} \end{aligned} \right\} = (s) \text{ ل}$$

$$0 = \frac{c-1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{(c-1)c}{\frac{1}{2}-1} = \frac{(c-1)c}{-\frac{1}{2}} = -2(c-1)c$$

$s = 1$  نقطت تفريج . نبيك الاتصال عند  $s = 1$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{1}{s-1} = \infty, \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{1}{s-1} = -\infty, \lim_{s \rightarrow 1} \frac{1}{s-1} \text{ غير موجود}$$

نبيك ل (s) غير موجوده وعليه ل غير متصل عند  $s = 1$

ل غير قابل للاشتقاق عند  $s = 1$  لانه غير متصل عند هذه النقطة



(11)

(٤) عندما  $s > 1$

وهي متقاربة لجميع قيم  $s > 1$  لأن كثير الحدود

$$n^s = (n^s) = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$$c = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

عندما  $s > 1$  ، وهي متقاربة لأن كثير الحدود

$$n^s = (n^s) = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$$c = \frac{(n^s - (s-1)n^{s-1})}{s-1} = \frac{(n^s - (s-1)n^{s-1})}{s-1}$$

عندما  $s < 1$  ، وهي متقاربة لأن كثير الحدود

$$n^s = (n^s) = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$s = 1$  نقطة تفرد

$$1 = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$$1 = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$n^s = (n^s) = 1 = (1-1) = 1$  ، وهي متقاربة عند  $s = 1$

$$n^s = (1-1) = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$$c = \frac{(1-1)n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{(1-1)n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$$c = \frac{(1-1)n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{(1-1)n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$c = (1-1)$

$s = 1$  نقطة تفرد

$$1 = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1} = \frac{n^s - (s-1)n^{s-1}}{s-1}$$

$n^s = (n^s) = 1 = (1-1) = 1$  ، وهي متقاربة عند  $s = 1$

(١٤)

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

$$1 = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

مع (١) غير موجودة لانه  $c \neq 1$   
 $c > 1$   
 $c < 1$

(٥) بحيث اتصال عند  $c = 1$

$$0 = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

$$0 = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

مع (٥) غير موجودة لانه  $c = 1$

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

مع (٥) غير موجودة لانه  $c \neq 1$

(٦) عندما  $c > 0$  ، متصل لانه ثابت

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

عندما  $c > 0$  ،  $c = 0$  ، متصل لانه كثير حدود

$$1 = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

عندما  $c < 0$  ،  $c = 0$  ، متصل لانه كثير حدود

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

$$c = \frac{(1-a) = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a} = \frac{1-c}{1-a}$$

(13)

بين ان اشتقاقه عند تقاطع الشعب

عند  $s = 1$

$$\zeta'(s) = -\zeta(s) + \frac{1}{s^2}$$

$$\zeta'(s) = -\zeta(s) + \frac{1}{s^2}$$

بين ان  $\zeta'(s)$  غير موجودة وعلية له غير متقل عند  $s = 1$ .

$$s = 1$$

$$\zeta'(s) = -\zeta(s) + \frac{1}{s^2} = 1 - \zeta(s) + \frac{1}{s^2}$$

$$\zeta'(s) = 1 - \zeta(s) + \frac{1}{s^2}$$

اذن  $\zeta'(s)$  غير موجودة.

$$\left. \begin{array}{l} s > 1 \\ 0 < s < 1 \\ s < 0 \end{array} \right\} = \zeta'(s)$$

$$\left. \begin{array}{l} s \geq 1 \\ 2 \geq s \geq 1 \\ 4 \geq s > 2 \end{array} \right\} = \zeta'(s)$$

ملاحظة (1)  $\zeta'(s)$  غير موجودة لانه  $s = 1$ ,  $s = 2$  طرفي فترة

عندما  $s > 1$ ,  $\zeta'(s)$  متقل لانه اقترانه ثابت

$$\zeta'(s) = -\zeta(s) + \frac{1}{s^2}$$

(14)

عندما  $c > s > 3$  ،  $v = (s)u$  ،  $v = 2 - s$  متصل لانه كثير حدود

$$1 - \frac{v}{s} = \frac{s-v}{s} = \frac{(s-2)-s}{s} = \frac{(s)-s-(2)}{s} = \frac{(s)-s-(2)}{s-2}$$

عندما  $3 > s > 2$

لانه  $v = s - 3$  متصل لانه كثير حدود

$$1 - \frac{v}{s} = \frac{s-v}{s} = \frac{(s)-s+3}{s} = \frac{(s)-s+(3)}{s-3}$$

نقاط التقاط ،  $s = c$

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{c-v}{c} = \frac{(c)-v}{c} = \frac{(c)-v}{c}$$

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{c-v}{c} = \frac{(c)-v}{c} = \frac{(c)-v}{c}$$

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{c-v}{c} = \frac{(c)-v}{c} = \frac{(c)-v}{c}$$

$$1 - \frac{v}{c} = \frac{c-v}{c} = \frac{(c)-v}{c} = \frac{(c)-v}{c}$$

لانه  $v = (c)u$  ،  $v = 1 - c$  ،  $v = 1 - c$  متصل عند  $s = c$

عندما  $s = 3$

$$1 - \frac{v}{3} = \frac{3-v}{3} = \frac{(3)-v}{3} = \frac{(3)-v}{3}$$

$$1 - \frac{v}{3} = \frac{3-v}{3} = \frac{(3)-v}{3} = \frac{(3)-v}{3}$$

$$1 - \frac{v}{3} = \frac{3-v}{3} = \frac{(3)-v}{3} = \frac{(3)-v}{3}$$

$$1 - \frac{v}{3} = \frac{3-v}{3} = \frac{(3)-v}{3} = \frac{(3)-v}{3}$$

لانه  $v = (3)u$  ،  $v = 3 - s$  ،  $v = 3 - s$  متصل عند  $s = 3$

$$\left. \begin{array}{l} c > s > 1 \\ 3 > s > c \\ 2 > s > 3 \\ 2 < 2 < 1 = s \end{array} \right\} = (s)u$$

سابعاً : قواعد الاستقارة ا

(10)

التدريبات

$$(11) \quad (1) \text{ مة (س) } = 0, \quad (2) \text{ مة (س) } = 8 - 8\text{س}, \quad (3) \text{ مة (س) } = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$(2) \text{ مة (س) } = 10\text{س}^0 - 15\text{س}^3$$

$$\text{مة (س) } = 50\text{س}^2 - 45\text{س}^5, \quad \text{مة (س) } = 1 \times 50 - 1 \times 50 = 0$$

$$(3) \quad (1) \text{ مة (س) } = 8\text{س}^4 - 10\text{س}^0, \quad \text{مة (س) } = 3\text{س}^3 - 5\text{س}^5$$

$$(2) \text{ حول س } = 4 - 4\text{س}, \quad \text{مة (س) } = \text{س} + \text{س}$$

$$\text{مة (س) } = 1, \quad \text{مة (س) } = 1$$

تجارب و مسائل

$$(11) \quad (P) \text{ مة (س) } = 0, \quad (U) \text{ مة } = 20\text{س}^3$$

$$(B) \text{ مة } = 0, \quad (Y) \text{ مة (س) } = \frac{1}{17}\text{س}^5, \quad \text{مة (س) } = \frac{1}{4}\text{س}^3$$

$$(U) \text{ مة (س) } = \frac{20\text{س}^3}{\text{س}^3} = 20 = (20\text{س}^0) = \frac{1}{4}\text{س}$$

$$(P) \text{ مة (س) } = \frac{20\text{س}^3}{\text{س}^3} = 20 = 3 + 17\text{س}$$

$$(Y) \text{ مة (س) } = \frac{20\text{س}^3}{\text{س}^3} = 20 = 1 - 17\text{س} + 3\text{س}^2$$

$$(B) \text{ مة (س) } = \frac{20\text{س}^3}{\text{س}^3} = 20 = 12\text{س}^2$$

$$(3) \quad (P) \text{ مة (س) } = 2\text{س}^3, \quad \text{مة (س) } = (1 - 1)\text{س} = 0$$

$$(U) \text{ حول س } = 3, \quad \text{مة (س) } = 7 - 3 + 2\text{س}^2 = 4 + 2\text{س}^2$$

$$\text{مة (س) } = 3 + 3\text{س} = 6, \quad 9 = 3 + 6 = (3)$$

$$(B) \text{ حول س } = 4, \quad \text{مة (س) } = 6 - 4 = 2 = 2\text{س}^2$$

$$\text{مة (س) } = 8 - 8\text{س} = (4, 4) = 4 \times 8 - 4 \times 8 = 0$$

$$(Y) \text{ حول س } = 1, \quad \text{مة (س) } = 3 - 3\text{س} = 0, \quad 1 - 4\text{س} = (1)$$

$$\text{مة (س) } = 4, \quad \text{مة (س) } = (1 - 1)$$

$$(4) \quad (P) \text{ مة (س) } = 7 - 7\text{س}, \quad \text{مة (س) } = 2 - 2\text{س}$$

$$\text{مة (س) } = 7 - 7\text{س} = (2 - 2\text{س}) = 7 - 7\text{س} = 3 - 4\text{س} - 4 \times 7 = 3 - 4\text{س}$$

$$(U) \text{ مة (س) } = \frac{1}{2} \text{ مة (س) } + \text{مة (س) } + 3\text{س}^2$$

$$\text{مة (س) } = (2 - 2\text{س}) = \frac{1}{2} \text{ مة (س) } + \text{مة (س) } + 3\text{س}^2$$

$$11 = 12 + 3 - 4 \times \frac{1}{2} =$$

(16)

$$\left. \begin{aligned} 1 &\geq s & s &+ s^2 &+ p \\ 1 &< s & s &+ s^2 &- \epsilon \end{aligned} \right\} = (s) \text{ مة (5)}$$

مة (1) موجودة، اذ  $n$  متصل عند  $s = 1$

$$\begin{aligned} \text{منا مة (س)} &= \text{منا مة (س)} \\ &+ 1 \leftarrow s \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 1 &\geq s & c &+ s^2 &+ p \\ 1 &< s & s &+ \epsilon &- p \end{aligned} \right\} = \left. \begin{aligned} 1 &\geq s & c &+ s^2 &+ p \\ 1 &< s & s &+ \epsilon &- p \end{aligned} \right\} = (s) \text{ مة}$$

مة (1) = مة (1)  $\Rightarrow$  مة (1) موجودة

$$7 - = p \quad c + p = \epsilon - p$$

(6)  $n$  متصل عند  $s = 0$  بالفضن

$$\left. \begin{aligned} 0 &< s & s &+ \epsilon \\ 0 &< s & s &+ \epsilon \end{aligned} \right\} = (s) \text{ مة}$$

$$s^2 + s = (s) \text{ مة}, \quad s^2 + s = (s) \text{ مة}$$

$$s^2 + s = (s) \text{ مة} = (s) \text{ مة}$$

اذ  $n$  مة قبل الاستقانه عند  $s = 0$  و  $n$  مة (س) = (س) مة

(17)

خاصاً : قواعد الاشتقاق  
التدريبات

$$(1) \text{ حده (س)} = (4 - 2س^2) \left(\frac{1}{س}\right) + \left(\frac{1}{س}\right) (2س - 4) =$$

$$= 4 - 2س^2 - 2س + 4 = 8 - 2س^2 - 2س$$

$$(2) \frac{س^2 - 4س + 4}{(4 - 2س^2)} = \frac{(س^2 - 4س + 4) - (4 - 2س^2)}{(4 - 2س^2)} =$$

$$= \frac{س^2 - 4س + 4 - 4 + 2س^2}{(4 - 2س^2)} =$$

$$(3) \frac{3\sqrt{2} - 3}{3س} = \frac{3(\sqrt{2} - 1)}{3س} = \frac{\sqrt{2} - 1}{س}$$

$$ص 2 = \frac{3}{س} - 3س^2 \quad ص 3 = \frac{2}{س^2} - 2س$$

$$\frac{ص 2 + ص 3}{س} = \frac{(3 - 2س^2) - (2س^2 - 2س)}{س^2} = \frac{3 - 2س^2 - 2س^2 + 2س}{س^2} = \frac{3 - 4س^2 + 2س}{س^2}$$

$$= \frac{3}{س^2} - 4 + \frac{2}{س} = \frac{3}{س^2} + \frac{2}{س} - 4$$

$$(4) \text{ حده (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 > س \\ 1 < س \end{array} \right\} \frac{4 - 2س^2}{(1 + س)}$$

$$\text{حده (1)} = 1 = \frac{4 - 2س^2}{4} = 1 - \frac{2س^2}{4} = 1 - \frac{س^2}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 > س \\ 1 = س \\ 1 < س \end{array} \right\} \frac{4 - 2س^2}{(1 + س)} = \text{حده (س)}$$

(18)

تماماً بين وصلاً

$$(11) \quad (1) \quad (c^2 + 1)(c^2 + 1) + (c^2 - 2)c^2 = c^4 + 2c^2 + 1 + c^4 - 2c^2 = 2c^4 + 1$$

$$c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1$$

$$(2) \quad (c^2 - 2)(c^2 - 4) + (4)(1 + c^2 - 2) = c^4 - 6c^2 + 8 + 4 + 4c^2 - 4 = c^4 - 2c^2 + 8$$

$$c^4 - 2c^2 + 8 = c^4 - 2c^2 + 8$$

$$10 + c^4 - 2c^2 - 9 - 3c^2 = c^4 - 5c^2 + 1$$

$$(3) \quad \frac{c^4 + c^2 - 2c^2 - 3}{c^2(c-1)} = \frac{c^4 - c^2 - 3}{c^2(c-1)}$$

$$\frac{c^4 - c^2 - 3}{c^2(c-1)}$$

$$(4) \quad \frac{(c^2)(1-c^2) - (c^2)(c^2+1)}{c^2(c^2+1)} = \frac{c^2 - c^4 - c^4 - c^2}{c^2(c^2+1)} = \frac{-2c^4}{c^2(c^2+1)}$$

$$\frac{c + c^7 + c^9}{c^2(c^2+1)} = \frac{c + c^9 - c^7 + c^9}{c^2(c^2+1)}$$

$$(5) \quad (c^2 + 1)(c^2 + 1) = (c^2 + 1)(c^2 + 1)$$

$$(c^2 + 1)(c^2 + 1) + (c^2 - 1)(c^2 + 1) = (c^2 + 1)(c^2 + 1 + c^2 - 1) = (c^2 + 1)(2c^2)$$

$$c^4 + 2c^2 + 1 + c^4 - 2c^2 + 1 = 2c^4 + 2 = 2(c^4 + 1)$$

$$c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1 \\ c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1 \end{array} \right\} = (c^2 + 1)(c^2 + 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1 \\ c^4 + 2c^2 + 1 = c^4 + 2c^2 + 1 \end{array} \right\} = (c^2 + 1)(c^2 + 1)$$

$$15 - = 2 + 13 - 15 = (2) \quad 15 = 2 - 15 - 13 = (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 < 15 \\ 2 = 15 \\ 2 > 15 \end{array} \right\} = (2)$$

(19)

$$(2) \quad \frac{(s^2)(s^2 + 4s + 4) - (s^2 - 4)(s^2 + 4)}{(s^2 + 4)^2} = (s^2)$$

$$\frac{8 - 4s^2}{(s^2 + 4)^2} = \frac{8s^2 - 4s^4 + 4s^2 - 8 - 8s^2 + 4s^4 - 4s^2}{(s^2 + 4)^2} =$$

$$(5) \quad \left. \begin{array}{l} \text{ادس } > 4 \\ \text{ادس } \geq 0 \end{array} \right\} = (s^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ادس } > 4 \\ \text{ادس } \geq 0 \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \frac{s-4}{s} \\ \frac{s-4}{s} \end{array} \right\} =$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ادس } > 4 \\ \text{ادس } > 0 \end{array} \right\} = (s^2)$$

فد (4) =  $\frac{1}{4}$  ، فد (8) =  $\frac{1}{2}$  ، فد (4) غير موجودة

$$\left. \begin{array}{l} \text{ادس } > 4 \\ \text{ادس } = 4 \\ \text{ادس } > 0 \end{array} \right\} = (s^2)$$

(3) (P) فد (س) = س فد (س) + فد (س)  
 $1 = 3 + 4 - 2c = (c) + (c) = (c)$

(4) فد (س) =  $5 - 2 + 3 \times (c) + (c) = 3 + 4 \times (c)$   
 $19 = 5 - 12 + 4 + 12 = (c)$

(ج) فد (س) = فد (س) + فد (س)

$$\frac{1}{9} = \frac{1}{3} + 1 = \frac{(c)}{(c)} + \frac{(c)}{(c)}$$

(5) فد (س) =  $\frac{(3 \times (c) + 1)(s^2) - c \times (3 \times (c) + 1)}{(3 \times (c) + 1)^2}$

$$\frac{11}{9} = \frac{32}{27} = \frac{10 + 18}{27} = \frac{(c) \times 10 - (c) \times 6}{(3 \times (c) + 1)^2}$$

(٤٠)

$$(٤) \quad p \text{ ص } (٤) = (٤) \times (٤) + (٤) \times (٤) + (٤) \times (٤)$$

$$(٤) \text{ ص } (٤) = (٤) \times (٤) + (٤) \times (٤) + (٤) \times (٤)$$

$$٤٤ - = ١ - ٤٤ + ٦ - ٤٢ =$$

$$\frac{(٤) \text{ ص } (٤) - (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)} = \frac{(٤) \text{ ص } (٤) - (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$\frac{(٤) \text{ ص } (٤) - (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)} = \frac{(٤) \text{ ص } (٤) - (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$\frac{٥ -}{٤} = \frac{٤ -}{١٦} = \frac{١ - ٤٤ - ٦ - ٤٢}{(٤) \text{ ص } (٤)} =$$

(٥)  $p$  تعريف  $(٤) \text{ ص } (٤) = ١, ٤ = ٣ - ٤$

$$\text{ص } (٤) = (٤) \text{ ص } (٤), \text{ ص } (٤) = (٤) \text{ ص } (٤)$$

$$\frac{٣ -}{١ - ٤} = (٤) \text{ ص } (٤) = (٤) \text{ ص } (٤)$$

$$\frac{٤ -}{٣} = \frac{٦ -}{٤} = (٤) \text{ ص } (٤), \frac{٤ \times ٣ -}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$(٤) \text{ ص } (٤) = \frac{(٤) \text{ ص } (٤) - (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$\frac{٤ -}{٣} = \frac{٤ + ٦ -}{٩} = \frac{٤ - ٤١ - ٤ \times ٣ -}{(٣) \text{ ص } (٤)}$$

$$(٦) \quad \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)} = \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$= \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$= \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$= \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

(٧)  $p$  تعريف  $(٤) \text{ ص } (٤) = ١, ٤ = ٣ - ٤$

$$\frac{(٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)} = \frac{(٤) \text{ ص } (٤) \times (٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

$$= \frac{(٤) \text{ ص } (٤)}{(٤) \text{ ص } (٤)}$$

(c1)

$$(A) \quad \left. \begin{array}{l} 1 > s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

مقدار (1) = 6 ، مقدار (11) = 12 ، اذن مقدار (11) غير موجودة

$$\left. \begin{array}{l} 1 > s \\ 1 = s \\ 1 < s \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

$$(9) \quad \left. \begin{array}{l} \text{تعريف مقدار (s)} \\ \left. \begin{array}{l} s(6+s) \\ s(6+s) \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)} \\ \left. \begin{array}{l} s > 1 \\ s = 1 \\ s < 1 \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

$$\left. \begin{array}{l} s > 1 \\ s = 1 \\ s < 1 \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

مقدار (1) = 0 ، مقدار (11) = 0 ، اذن مقدار (11) = 0

$$\left. \begin{array}{l} s > 1 \\ s = 1 \\ s < 1 \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

(10) مقدار متصل عند s = c ، اذن مقدار قابل للتقسيم عند s = c

$$\frac{c+s}{c+s} = \text{مقدار (s)}$$

$$(1) \quad 0 \dots c = 3 + p \text{ و } 2 - p = p + 11 - 4$$

$$\left. \begin{array}{l} c \geq 3 \\ c < 2 \end{array} \right\} = \text{مقدار (s)}$$

$$\frac{c}{c} = \text{مقدار (c)}$$

$$(c) \quad 0 \dots 0 = 11 + p \text{ و } p + 12 = 11 - p$$

$$(c) \quad 0 \dots 0 = 11 + p$$

$$(11) \quad 0 \dots c = 3 + p$$

$$3 - 11 = 11 - p$$

$$11 = 9 + c = 3 - p = 11 - p$$

(٤٤)

سواءً: المتغيرات العليا

التدريبات

$$(1) \text{ قه (س)} = 15 - 8س + 7 \quad \text{قه (س)} = 8 - 3س$$

$$38 - 8 - 30 = (1 - 3)س \quad \text{قه (س)} = 8 - 3س$$

$$(2) \text{ قه (س)} = \frac{1 - 3س}{1} \quad \text{قه (س)} = \frac{(1 - 3س)س}{1}$$

$$\text{قه (س)} = \frac{3 - 3س}{1} = 3 - 3س$$

$$3 - 3س = 3 - 3س$$

$$7 = \frac{3 \times 4 \times 5}{1} = P$$

$$0 = 3 - 3س \quad \text{وهذا ن}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3س < 3 \\ 3س > 3 \end{array} \right\} = \text{قه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3س < 3 \\ 3س > 3 \end{array} \right\} = \text{قه (س)}$$

١٢ قه (٠) = ٠ ، قه (١) = ٠ ، اذ ١٢ قه (٠) موجودة وتساوي صفر

قه (٠) = ٠ ، قه (١) = ٠ ، قه (٠) موجودة وتساوي صفر

$$\left. \begin{array}{l} 3س < 3 \\ 3س \geq 3 \end{array} \right\} = \text{قه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3س < 3 \\ 3س \geq 3 \end{array} \right\} = \text{قه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3س < 3 \\ 3س > 3 \end{array} \right\} = \text{قه (س)}$$

قه (٠) = ٦ ، قه (١) = ٠ ، اذ ٦ قه (٠) غير موجودة

تدريبات (١) جزء (٤)

$$\text{قه (س)} = 7س + 14س - 3س - 3س + 1س + 7س$$

$$\text{قه (س)} = 14س + 7س - 3س - 3س + 1س - 1س$$

$$\text{قه (س)} = 7س + 14س - 3س - 3س + 1س + 1س$$

$$\text{قه (١)} = 7 + 14 + 14 + 1 = 36$$



(٤٤)

$$(٤) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s} = \frac{1 \times c}{c \times s} = \frac{c}{cs} = \frac{c}{s^2} \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(٥) \quad \text{فد (س)} = 1 - s - s^2 + s^3 = 1 - s - s^2 + s^3$$

$$\text{فد (س)} = 1 - s - s^2 + s^3 = 1 - s - s^2 + s^3$$

$$P \quad 1 - s - s^2 + s^3 = (1 - s)(1 + s + s^2) \quad \cdot \quad 1 - s - s^2 + s^3 = (1 - s)(1 + s + s^2)$$

$$\cdot \quad \text{س فد مدع } P : (1 - s)(1 + s) = 1 - s^2$$

$$\text{س} \in (-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$$

$$\cdot \quad \text{س فد مدع } P : (1 - s)(1 + s) = 1 - s^2$$

$$\text{س} \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$$

$$(٦) \quad P \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$\frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(٧) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$P \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(٨) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$\frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(٩) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$\frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(١٠) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$\frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

$$(١١) \quad \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s} = \frac{c}{s}$$

(٢٥)

$$(٨) \quad \text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^٢ \text{ل}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \times \text{س}$$

$$\text{هـ}^٢(\text{س}) = \text{س}^٢ \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{س} + \text{س} \times \text{ل}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \times \text{س} \\ = \text{س}^٢ \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{س} \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{س} \text{ل}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \text{س}$$

$$\text{هـ}^٣(\text{س}) = \text{س}^٣ \text{ل}^٣(\text{س}) + \text{ل}^٣(\text{س}) \times \text{س} + \text{س} \times \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{س} + \text{س} \times \text{ل}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \times \text{س} \\ = \text{س}^٣ \text{ل}^٣(\text{س}) + \text{س}^٢ \text{ل}^٣(\text{س}) + \text{س} \text{ل}^٣(\text{س}) + \text{ل}^٣(\text{س}) \text{س} + \text{س} \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \text{س} + \text{س} \text{ل}(\text{س}) + \text{ل}(\text{س}) \text{س}$$

$$(٩) \quad \text{ل}(\text{هـ} \times \text{س}) = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س})$$

$$\text{ل}(\text{هـ}^٢ \times \text{س}) = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^٢(\text{س}) + \text{هـ}^٢(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) \\ = \text{ل}(\text{هـ}^٢ \times \text{س}) + \text{ل}(\text{هـ} \times \text{س}) + \text{ل}(\text{هـ} \times \text{س}) + \text{ل}(\text{هـ} \times \text{س})$$

$$(١٠) \quad \text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^٢ + \text{س} + \text{هـ}$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = ٣ \text{ وفضة } ٣ = \text{هـ} + \text{س} + \text{س} \quad (١١) \dots$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^٢ + \text{س} + \text{هـ}$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = ٢ \text{ وفضة } ٢ = \text{س} + \text{س} = \text{س} \quad (١٢) \dots$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = \text{س}^٢$$

$$\text{هـ}(\text{س}) = ٤ \text{ وفضة } ٤ = \text{س}^٢$$

$$\text{هـ} \text{ معادلة (١) : } ٦ = \text{س} \text{ وفضة معادلة (١) : } ٧ = \text{س}$$

$$(١١) \quad \frac{\text{هـ}(\text{س})}{\text{س}} = \frac{\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) - \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س})}{\text{س}} \\ = \frac{\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) - (\text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}^٢(\text{س}))}{\text{س}} \\ = \frac{\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}^٢(\text{س})}{\text{س}}$$

$$(١٢) \quad \text{هـ}(\text{س}) = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س})$$

$$\text{هـ}^٢(\text{س}) = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^٢(\text{س}) + \text{هـ}^٢(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) \\ = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^٢(\text{س}) + \text{هـ}^٢(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) + \text{س} \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{س}$$

$$\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) = \text{س} \times \text{هـ}(\text{س}) \text{ ، ما يتفق عليه الطرفين يحصل على}$$

$$\text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) = \text{س} \times \text{هـ}(\text{س})$$

$$\text{هـ}^٢(\text{س}) = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^٢(\text{س}) + \text{هـ}^٢(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{ل}^٢(\text{س}) + \text{ل}^٢(\text{س}) \times \text{هـ}(\text{س}) \\ = \text{ل}(\text{س}) \times \text{هـ}^٢(\text{س}) + \text{هـ}^٢(\text{س}) \times \text{ل}(\text{س}) + \text{س} \times \text{هـ}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س}) \times \text{س}$$



(٦٢)

سابقاً استنتجت المقرانات المقلصية

التدريبات

$$(1) \text{ مع } (س) = س \text{ قياس } ٦ + ٦$$

$$\text{مع } (\frac{\pi}{3}) = ٦ + \frac{1}{٣} \times س$$

$$(2) \text{ مع } (س) = س \text{ قياس } ١ + ١$$

$$\text{مع } (\frac{\pi}{6}) = ١ + ٠ \times \frac{\pi}{6}$$

$$(3) \text{ مع } (س) = س \text{ قياس } = \frac{1}{\text{قياس}}$$

$$\text{مع } (س) = (س - س) = \frac{س - س}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{س}{س} = \text{قياس قياس}$$

$$\text{مع } (س) = (س - س) = \frac{س - س}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{س}{س} = \text{قياس قياس}$$

$$\text{مع } (س) = (س - س) = \frac{س - س}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{س}{س} = \text{قياس قياس}$$

$$\text{مع } (س) = (س - س) = \frac{س - س}{س} = \frac{1}{س} \times \frac{س}{س} = \text{قياس قياس}$$

$$= \frac{س - س}{س} = \frac{1}{س} = \text{قياس قياس}$$

$$(4) \text{ مع } (س) = س \text{ قياس } ٤ + ٤$$

$$\text{مع } (\frac{\pi}{4}) = ٤ + \frac{1}{4} \times س = \frac{٤}{٤} + \frac{س}{4} = \frac{٤}{٤} + \frac{س}{4}$$







(٣٠)

أضاً : قاعدة الثلث

التدريب ١ :  
(١) افترض  $ع = ٣س - ٦$  فيكون  $ص = ٦ع = ١٨س - ٣٦$  ،  $ع = ٣س - ٦$

$$\frac{ص}{ع} = \frac{١٨س - ٣٦}{٣س - ٦} = \frac{٦(٣س - ٦)}{٣س - ٦} = ٦$$

$$ع = ٣س - ٦ = \frac{١}{٣}ع = ١$$

$$ص = ٦ع = ٦(١) = ٦$$

$$ع = ٣س - ٦ = ١$$

$$ع = \frac{ص}{٦} = \frac{٦}{٦} = ١$$

$$ع = ٣س - ٦ = ١ \Rightarrow ٣س = ٧ \Rightarrow س = \frac{٧}{٣}$$

(٣) افترض  $ع = ٣س - ٦$  فيكون  $ص = ٦ع = ١٨س - ٣٦$  ،  $ع = ٣س - ٦$

$$ص = ٦ع = ٦(٣س - ٦) = ١٨س - ٣٦$$

$$ع = ٣س - ٦ = ١ \Rightarrow ٣س = ٧ \Rightarrow س = \frac{٧}{٣}$$

(٤) افترض  $ع = ٣س - ٦$  فيكون  $ص = ٦ع = ١٨س - ٣٦$  ،  $ع = ٣س - ٦$

$$ص = ٦ع = ٦(٣س - ٦) = ١٨س - ٣٦$$

$$ع = ٣س - ٦ = ١ \Rightarrow ٣س = ٧ \Rightarrow س = \frac{٧}{٣}$$

$$ع = ٣س - ٦ = ١ \Rightarrow ٣س = ٧ \Rightarrow س = \frac{٧}{٣}$$

$$ص = ٦ع = ٦(١) = ٦$$

(31)

تجاربين واسائل

$$(1) \quad (c - s^3)^7 (s + c - s^2)^8 = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$10 \quad \frac{10 - s}{7(1+s)} = \frac{(s^2)^8 (1+s)^5 - (s^2)^5 (1+s)^8}{10(1+s)^7} = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$(2) \quad \frac{(s^3 - 1)^7 (s^3 + 1)^8 + (s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^7}{(s^3 - 1)^{15}} = \frac{(s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^8 - (s^3 - 1)^7 (s^3 + 1)^7}{(s^3 - 1)^{15}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$\frac{(s^3 + 1)^8 (s^3 - 1)^7}{(s^3 - 1)^{15}} = \frac{(s^3 + 1)^8 (s^3 - 1)^7}{(s^3 - 1)^{15}}$$

$$(3) \quad \frac{r_{ص}}{r_{س}} = - (s - s^2) \times (s - s^2) = (1 - s^2) \times (s - s^2)$$

$$(4) \quad \text{مقدار } s - s^2 = (s - s^2) \text{ ، مقدار } s^3 = (s - s^2)$$

$$(5) \quad (1) = (1) \times (1) + (1) \times (1)$$

$$6 = 3 \times 2 = 3 \times (2) =$$

$$(6) \quad (1) = (1) \times (1) + (1) \times (1) = (1) \times (1) + (1) \times (1)$$

$$(7) \quad (2) = (1) \times (1) + (1) \times (1) = (1) \times (1) + (1) \times (1)$$

$$(8) \quad = (3) \times (2) = 6 - 2 = 4$$

$$(9) \quad (s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^7 = (s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^7$$

$$(10) \quad \text{مقدار } s = (s - s^2) \text{ ، مقدار } s^3 = (s - s^2)$$

$$(11) \quad \frac{r_{ص}}{r_{س}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}} \times \frac{r_{ص}}{r_{س}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$(12) \quad = (s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^7 \times (s^3 - 1)^8 (s^3 + 1)^7$$

$$(13) \quad \frac{r_{ص}}{r_{س}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}} \times \frac{r_{ص}}{r_{س}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$(14) \quad (1 - s^3) \times (s^3 - 1)^8 = (1 - s^3) \times (s^3 - 1)^8$$

$$(15) \quad \frac{s^2}{1 + s^2} \times (c + 1) = \frac{r_{ص}}{r_{س}} \times \frac{r_{ص}}{r_{س}} = \frac{r_{ص}}{r_{س}}$$

$$\frac{s^2}{1 + s^2} + s^2 = \frac{s^2}{1 + s^2} \times (c + 1 + s^2) =$$



(۳۳)

$$(۱۰) \quad \frac{c^2 + c^2 + c^2}{c} = \frac{c^2 - c^2 - c^2}{c} = 0$$

$$\frac{c^2 \times (c^2 + c^2 + c^2) - (c^2 - c^2 + c^2)}{c} = 0$$

$$\frac{c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2}{c} =$$

$$\frac{c^2 + c^2 + c^2 - c^2 + c^2 + c^2}{c} =$$

$$(۱۱) \quad c^2 (c^2 + c^2) = c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2$$

$$c^2 = \frac{c^2}{c} \quad \text{اذا كان } c = \frac{c^2}{c} \quad \text{وهذا } c = \frac{c^2}{c}$$

$$c^2 (c^2 + c^2) = \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c}$$

$$c^2 \times \sqrt{c} \times c = \frac{c^2}{c} \times c \times c = \frac{c^2}{c} \times c \times c$$

$$c^2 = \frac{c^2}{c} \times c \times c = \frac{c^2}{c} \times c \times c$$

$$(۱۲) \quad \frac{c^2}{c} = \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c} + \frac{c^2}{c}$$

$$c^2 = \frac{c^2}{c} \times c = \frac{c^2}{c} \times c = \frac{c^2}{c} \times c$$

$$(۱۳) \quad \frac{c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2}{c} = \frac{c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2 + c^2}{c}$$

$$(۱۴) \quad c^2 = (c^2) + c^2$$

$$c^2 = c^2 + c^2$$

$$\frac{c^2}{c} = (c^2) + c^2$$

$$\frac{c^2}{c} = (c^2) + c^2$$

(۳۳)

$$(10) \quad \begin{aligned} 7 &= (7) \\ 6 &= (6) \\ 5 &= (5) \\ 4 &= (4) \\ 3 &= (3) \\ 2 &= (2) \\ 1 &= (1) \end{aligned}$$

$$(11) \quad 7 \times 7 = 49$$

$$10 \times 7 = 70$$

$$10 \times 10 = 100$$

$$10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$(12) \quad 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$$

$$(13) \quad 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1000000$$

$$10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000000$$

$$(14) \quad 10 \times 10 = 100000000$$

$$10 \times 10 = 1000000000$$

$$10 \times 10 = 10000000000$$

(٣٤)

تجانباً: الاستقامة الضمنية

التدريبات

$$(1) \quad 8s^2 - 6s = 0$$

$$8s^2 = 6s \quad \text{ونضرب كلا الطرفين بـ } \frac{1}{8}$$

$$s^2 + 1 = 3s^2 - s + 1$$

$$s^2 - 1 = 3s^2 - s - 1$$

$$\frac{s^2 - 1}{s^2 - 3s^2 - s} = \frac{s^2 - 1}{s^2 - 1} \quad \text{ونضرب كلا الطرفين بـ } \frac{1}{s^2 - 1}$$

$$(3) \quad s + 1 = 3s^2 - s$$

$$\frac{s}{1 - 3s^2} = \frac{s + 1}{s - 3s^2}$$

$$(4) \quad \frac{s}{1 - 3s^2} = \frac{s + 1}{s - 3s^2} \quad \text{ونضرب كلا الطرفين بـ } \frac{1}{s}$$

$$s(1 - 3s^2) = (s + 1)(s - 3s^2)$$

$$s - 3s^3 = s^2 - 3s^3 + s - 3s^2$$

$$\frac{s - 3s^3}{s - 3s^3 + s - 3s^2} = \frac{s^2 - 3s^3 + s - 3s^2}{s - 3s^3 + s - 3s^2}$$

$$(5) \quad \frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s - 3s^2}$$

نجد جاد بدلالة س:

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s - 3s^2}$$

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

$$(6) \quad \frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

$$\frac{1}{1 - 3s^2} = \frac{1}{s(1 - 3s)}$$

(٣٥)

تجاربين وصائل

$$(1) \quad \frac{1}{s} \times \frac{1}{s} = \frac{1}{s^2} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{s^2}$$

$$\frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{s^2} \times \frac{s^2 + 3s + 2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{1}{s^2}$$

$$(2) \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \frac{2}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s}$$

$$(3) \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s}$$

$$(4) \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = \frac{0}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$(5) \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s} \quad \text{و} \quad \frac{1}{s} = \frac{1}{s}$$

(٣٦)

$$(ع) \frac{رص}{رص} = س(-صا) + صا$$

$$\frac{جناص}{صا + س صا} = \frac{رص}{رص} \text{ و } جناص = (س صا + صا)$$

$$\frac{(صا + س صا) جناص - صا(-صا)(صا + س صا)}{(صا + س صا)^2} = \frac{رص}{رص}$$

$$= \frac{(صا + س صا) جناص - صا(-صا)(صا + س صا)}{(صا + س صا)^2}$$

$$\frac{صا + (صا + س صا) صا}{(صا + س صا)^2}$$

$$(د) جناص = \frac{صا}{صا} \text{ و } صا = \sqrt{صا} \text{ جناص}$$

$$\frac{صا}{\sqrt{صا}} + صا - \sqrt{صا} = \frac{صا}{\sqrt{صا}}$$

$$= \frac{صا}{\sqrt{صا}} + صا - \sqrt{صا}$$

$$(هـ) صا - صا + صا - صا = صا - صا$$

$$\frac{صا - صا}{صا - صا} = صا - صا \text{ و } صا - صا = (صا - صا)$$

$$\frac{\pi \epsilon}{\pi \epsilon - 1} = \frac{\pi \epsilon}{1 - \pi \epsilon} = \frac{\pi \times \Lambda}{1 - \frac{\pi}{\epsilon} \times \Lambda} \quad \left( \frac{\pi}{\epsilon} \text{ و } \frac{\pi}{\epsilon} \right)$$

$$(و) صا - صا + (صا + صا) - صا = صا - صا$$

$$صا + صا - صا = (صا - صا)$$

$$0 = \frac{\epsilon - 1 \times \mu}{\epsilon - \mu} = \frac{صا}{(-\epsilon)} \text{ و } \frac{صا + صا - صا}{صا - صا}$$

$$(ز) \frac{\epsilon}{\epsilon - \mu} = صا \text{ و } \frac{\epsilon - \mu}{\epsilon} = \frac{\epsilon}{\epsilon} - \mu = \frac{\epsilon}{\epsilon}$$

$$\frac{\Lambda}{\epsilon - \mu} = صا \text{ و } \frac{\mu \times \epsilon - (\epsilon - \mu)}{\epsilon(\epsilon - \mu)}$$

$$\frac{1}{\Lambda} - \epsilon = \frac{\Lambda}{\epsilon} \quad (ح)$$

(٣٧) (٤)  $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$\sin(\alpha + \beta) - \sin\alpha \cos\beta = \cos\alpha \sin\beta$

$\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin\alpha \cos\beta}{\cos\alpha \sin\beta} = 1$

(٥)  $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

بكونه الجيب فنقيلاً إذا كان  $\sin\alpha = 1$  أي  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  :

$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$  ومنه  $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{1}{\cos\alpha \sin\beta}$  بكونه الجيب فنقيلاً عند النقطة (٥٩-)

(٦)  $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

(٧)  $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

$\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

(٨)  $\frac{1}{\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\beta} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha \sin\beta}$

(٣٨)

$$(9) \quad s + \bar{s} = \text{جناح}$$

$$\frac{\text{جناح}}{s} = \bar{s}$$

$$\frac{s + \bar{s} - \text{جناح}}{s} = \frac{1 \times (\text{جناح} - s) - (\bar{s} - \text{جناح})}{s} = \bar{s}$$

$$s + \bar{s} + \frac{\text{جناح} - s}{s} \times c + \frac{s + \bar{s} - \text{جناح}}{s} = s + \bar{s} + c + \frac{\text{جناح} - s}{s} = s + \bar{s} + c + \frac{\text{جناح} - s}{s}$$

$$\frac{s + \bar{s} + c + \frac{\text{جناح} - s}{s}}{s} =$$

بالعروض عن s ص ب حاس و s ص ب جناح ص

$$= \frac{s + \bar{s} + c + \frac{\text{جناح} - s}{s}}{s} = \text{صفر}$$

$$(10) \quad \frac{1}{n} + \frac{3}{4} = \left(\frac{1}{n}\right)(c + 3n) = \frac{cn}{n} = \frac{cn}{n}$$

$$\frac{\frac{1}{n} \times 4}{c(n)} - \frac{1}{n} \times \frac{3}{4} = \frac{\frac{4}{cn} \times c - \frac{3}{4}}{c(n)} + \frac{cn}{n} \times \frac{3}{4} = \frac{cn}{n}$$

$$\frac{1}{3(n)} - \frac{3}{16} =$$

$$\frac{1}{16} = \frac{1}{n} - \frac{3}{16} = \left| \frac{cn}{n} \right|_{n=1}$$

$$(11) \quad 1 + \bar{s} = \text{جناح} + \bar{s}$$

$$\bar{s} = \text{جناح} + \bar{s} - 1$$

$$\bar{s} = \text{جناح} - 1$$

$$\bar{s} = \frac{\text{جناح} - 1}{\text{حاص}}$$

$$(12) \quad \bar{s} = \text{جناح} + s + \bar{s} + s + \bar{s} + s + \bar{s} + s + \bar{s} = \bar{s}$$

$$\bar{s} = (s-1) - \bar{s} = \frac{\bar{s} - \text{حاص}}{s-1}$$

$$\bar{s} + \frac{\bar{s} - \text{حاص}}{s-1} = s + \frac{\bar{s} - \text{حاص}}{s-1} = \bar{s}$$

$$\frac{\bar{s}}{s-1} = \frac{((s-1) - \text{حاص}) + \bar{s}}{s-1} =$$

$$\bar{s} = \text{حاص} + s + \bar{s}$$

(٣٩١)

مراجعة

(١) معقول التغيير =  $\frac{عدد(س + د) - عدد(س)}{د}$

$$\frac{ظاس + ظاف - ظاس}{د} = \frac{ظاس + د - ظاس}{د} =$$

$$\frac{ظاس + ظاف - ظاس}{د} = \frac{ظاس + د - ظاس}{د} =$$

$$\frac{ظاف (١ + ظاس)}{د(١ - ظاس ظاف)} =$$

(٢)  $\frac{ظاس}{د} = \frac{ظاس + د}{د} = \frac{ظاس + د}{د}$

$$\frac{ظاس}{د} = \frac{ظاس + د}{د} = ١ + \frac{ظاس}{د}$$

$$\frac{ظاس}{د} = \frac{ظاس + د}{د} = ١ + \frac{ظاس}{د}$$

$$\left. \begin{matrix} ١ > ٣ > ٤ \\ ٢ > ٤ > ١ \\ ٣ > ١ > ٤ \end{matrix} \right\} = (٣) \text{ عدد}$$

$$\left. \begin{matrix} ١ > ٤ > ٣ \\ ٢ > ٣ > ٤ \\ ٣ > ١ > ٤ \end{matrix} \right\} = (٤) \text{ عدد}$$

عدد(١) = ٤ ، عدد(٢) = ٤ ، عدد(٣) = ٤ ، عدد(٤) = ٤

عدد(٤) = ٤ ، عدد(٣) = ٤ ، عدد(٢) = ٤ ، عدد(١) = ٤

$$\left. \begin{matrix} ١ > ٣ > ٤ \\ ٢ > ٤ > ١ \\ ٣ > ١ > ٤ \end{matrix} \right\} = (٥) \text{ عدد}$$

(ع-)

$$\frac{1}{\sqrt{c}} \times (s) + (s) \times \sqrt{c} = (s) \quad (P(ع))$$

$$\frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \times 1 + c \times c = \frac{1}{\sqrt{c}} \times (1-s) + (1-s) \times \sqrt{c} = (1-s)$$

$$\frac{(1-s)^2 - (s) \cdot (c) \cdot (s)}{(s-c)^2} = (s)$$

$$\frac{11}{2} = \frac{3-x-2x \times 2}{2} = \frac{(3-x) - (1-x) \times c}{c} = (1-s)$$

$$(ج) \quad \frac{(s) \cdot (s) - (s) \cdot (s)}{c} = (s)$$

$$\frac{(1-s) - (1-s)}{c} = (1-s)$$

$$0 = 3 + c = \frac{1-c \times 1}{1} - c =$$

$$(س) \quad \frac{\pi}{3} \times (s) + (s) \times \frac{\pi}{3} = (s)$$

$$c \times \left(\frac{\pi}{3}\right) = (1-s) \times \frac{\pi}{3} \times (1-s) \times \frac{\pi}{3} = (1-s)$$

$$\frac{\pi \times 1}{3} = 2 \times \frac{\pi \times c}{3} =$$

$$(P(ه)) \quad s + s \times c = s$$

$$s = s \times c + s + s \times c + s + c \times s = s$$

$$c \times s + s \times c + s = c \times s + s + c \times s + s = s$$

$$c \times s + s = s$$

$$(و) \quad \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \times c + c \times c = \frac{1}{\sqrt{c}} \times (1-s) + (1-s) \times \sqrt{c} = (1-s)$$

يُجد جيبناص بدلالة س

$$جيبناص + جيبناص = 1, \quad جيبناص + جيبناص = 1$$

$$ص \left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \sqrt{1-s^2} = \text{جيبناص} \quad \text{و} \quad \sqrt{1-s^2} = \text{جيبناص}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-s^2}} = \frac{1}{\text{جيبناص}} = \frac{1}{\text{جيبناص}}$$

(٤١)

$$(٦) \frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } c = \frac{cn}{cn}$$

$$c - n = \frac{1}{c} \times (c - n) = \frac{cn}{cn} \cdot \frac{cn}{cn} = \frac{cn}{cn}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} = \frac{cn}{cn}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$(٧) \frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } c = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$c = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\left. \begin{aligned} \cdot \rightarrow s^3 (1+s)^4 \\ \cdot \rightarrow s^3 (1-s)^4 \end{aligned} \right\} = (1) \text{ عند } s = \frac{cn}{cn}$$

$$(٨) \text{ عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$(٩) \frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } c = \frac{cn}{cn}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{نجد عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\frac{1}{c} = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$(١٠) \text{ عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$c = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$(١١) \text{ عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$

$$\text{عند } s = \frac{cn}{cn} \text{ عند } n = 6, c = \frac{cn}{cn}$$





(٤٤)

$$(17) \quad \text{ص}^c = P \text{ جيبا}^c + \text{ن حاس}$$

$$(18) \quad \text{ص}^c + \text{ص}^c = P \text{ جيبا}^c + \text{ن حاس} + P \text{ حاس} + \text{ن حاس} + \text{ن حاس} + \text{ن حاس}$$

$$+ P \text{ حاس} + \text{ن حاس} - P \text{ حاس} + \text{ن حاس} + \text{ن حاس} =$$

$$= \text{جيبا}^c (\text{ن} + \text{پ}) + \text{حاس} (\text{ن} + \text{پ}) =$$

$$(\text{ن} + \text{پ}) (\text{جيبا}^c + \text{حاس}) = \text{ن} + \text{پ}$$

$$(18) \quad \text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ع}) (\text{ص} - \text{ع}) = \text{ص}^c (1 - \text{ع})$$

عندما  $\text{ص} = \text{ع}$  يكون  $\text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ع}) = \text{ص}^c (1 - \text{ص})$  ومنه  $\text{ص} = \text{ع}$

$$9 - x(7) = \text{ص}^c \quad | \quad \text{ص}^c = \frac{9-x}{7}$$

$$37 - = \frac{37}{13} = \text{ص}^c \quad | \quad 37 - = 9 - x(7) = \text{ص}^c$$

$$(19) \quad \text{ص}^c = \text{ص}^c - \text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c) = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c)$$

$$\text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c) \quad | \quad \text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c)$$

$$(\text{ص}^c) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c)$$

$$10 \text{ع} = 7 \times \text{ص}^c = 7 \times (7 - \text{ص}^c) =$$

$$((\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c)) = ((\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c)) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c)$$

$$= (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) + (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) =$$

$$((\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c)) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) + (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) =$$

$$(\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) + (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) =$$

$$(\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) = (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) + (\text{ص}^c) (1 - \text{ص}^c) =$$

$$7 \times \text{ص}^c = 7 \times 7 + 7 \times \text{ص}^c =$$

$$\text{ص}^c = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c) = \text{ص}^c (1 - \text{ص}^c)$$

$$P(4) \quad S(3) \quad U(2) \quad P(1) \quad (21)$$

$$U(1) \quad S(2) \quad P(3) \quad P(4) \quad (20)$$

رياضيات / العلمي / ف ١

إجابات أسئلة ومقارن

الوحدة الثالثة

تطبيقات التفاضل

التحليلات الهندسية

تدريب (1) ص 174 :

عند  $(1, 1) \quad \sqrt{3+u} = 1-u$

بالمجال  $u < 1$  :  $\frac{1}{\sqrt{3+u}} = \frac{1}{1-u} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3+u}} = \frac{1}{1-u}$

معادلة المجال  $u < 1$  :  $\frac{1}{\sqrt{3+u}} = \frac{1}{1-u}$

معادلة الحدود  $u = 1$  :  $\frac{1}{\sqrt{3+u}} = \frac{1}{1-u}$

تدريب (2) ص 174 :

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

بتقاطعنا عند  $u = 1$  :  $u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

بالمجال  $u < 1$  :  $1 = \frac{u}{1-u} = \frac{u}{1-u}$

بالمجال  $u < 1$  :  $1 = \frac{u}{1-u} = \frac{u}{1-u}$

ومما أن  $1 = \frac{u}{1-u} = \frac{u}{1-u}$  : معادلات

تدريب (3) ص 173 :

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

بالمجال  $u < 1$  :  $u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

بتقاطعنا عند  $u = 1$  :  $u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

تدريب (4) ص 174 :

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

$u = 1-u \Rightarrow \frac{u}{1-u} = 1-u$

تدريب (٥) ص ١٦٥

١٥-١٥ = ٥ = ٥ - ٥ = ٥ (النقطة (١, ٣) لا تقع على منحني ١٥-١٥)

افرضنا ان النقطة (٣, ٣) نقطة تقاطع منحنى ١٥-١٥  $\Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥$

ميل المحاور عند (٣, ٣) = (٣, ٣) = ٣ - ٥ = ٣ - ٥

معادلتها المحاور:  $٣ - ٥ = ٠ - ٥ = ٥ - ٥ = ٥ - ٥$

١٥ = (٣, ٣)  $\Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥ \Leftrightarrow (٣ - ٥) \cdot ٣ - ٥ = ٣ - ٥$

$$\begin{aligned} ٣ - ٥ &= ٣ - ٥ \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥ \\ ٣ - ٥ &= ٣ - ٥ \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥ \\ ٥ &= ٣ - ٥ \end{aligned}$$

نقطة التقاطع الاولي (١, ١) ومعادلتها المحاور الاولي:  $١ - ٥ = ١ - ٥$   
الثاني (٥, ٥) والثالث:  $٥ - ٥ = ٥ - ٥$

تدريب ومساائل

ص ١٦٦

(١)  $١٥ = (٣, ٣) \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥$   
ميل المحاور عند (١, ١) = (١, ١) = ١ - ٥ = ١ - ٥

(٢)  $١٥ = (٣, ٣) \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥$   
ميل المحاور عند (١, ١) = (١, ١) = ١ - ٥ = ١ - ٥  
معادلتها المحاور:  $١ - ٥ = ١ - ٥$  عند (١, ١)

(٣)  $١٥ = (٣, ٣) \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥$   
ميل المحاور عند (١, ١) = (١, ١) = ١ - ٥ = ١ - ٥  
النقطة (١, ١)

$$\frac{1}{١ - ٥} = \frac{٥}{٣ - ٥} \Leftrightarrow ١ = \frac{٥}{٣ - ٥} \times (٣ - ٥) \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥$$

$$٣ - ٥ = ٣ - ٥ \Leftrightarrow ٣ - ٥ = ٣ - ٥ \Leftrightarrow \frac{1}{١ - ٥} = \frac{1}{١ - ٥}$$

ميل المنحني = ميل المستقيم  $\Leftrightarrow$  النقطة (١, ١)

(٢)

$$\textcircled{6} \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma - \xi - \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ الجاهل المتناهي: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ العددي: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\textcircled{7} \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ الجاهل: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ الجاهل: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ العددي: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\textcircled{8} \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\textcircled{9} \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\textcircled{10} \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{النقطة الأولى (1,1) ، النقطة الثانية (2,2)}$$

$$\text{مبدأ الجاهل الأول: } \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

$$\text{مبدأ الجاهل الثاني:}$$

$$\sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1) \quad \sigma = (u-1)$$

(3)

(1) العلاقة  $\zeta + u \zeta - = \zeta + u \zeta + \zeta = u \zeta + \zeta$  ميل  $u$  متغير، العلاقة  $\Rightarrow$

$$\frac{u-1}{u+u} = \frac{\zeta+u\zeta-}{\zeta+u\zeta} = u$$

$$u \zeta = \zeta + u \zeta - \Rightarrow \zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta - \Rightarrow \zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

(11) ميل  $u$  متغير، العلاقة  $\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$  عند  $\zeta - = \zeta -$ ، التقاطع  $(\frac{\zeta-}{2}, 0)$

$$\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta - = (\frac{\zeta-}{2}) \zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$\frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta - \Rightarrow \frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$(\frac{\zeta-}{2} - u) \zeta - = 0 - u \zeta -$$

$$(\frac{\zeta-}{2} - u) \frac{1}{2} = 0 - u \zeta -$$

(12) ميل  $u$  متغير، العلاقة  $\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$  عند  $\zeta - = \zeta -$ ، التقاطع  $(\frac{\zeta-}{2}, 0)$

$$\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta - = (\frac{\zeta-}{2}) \zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$\frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta - \Rightarrow \frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$(\frac{\zeta-}{2} - u) \zeta - = 0 - u \zeta -$$

(13) ميل  $u$  متغير، العلاقة  $\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$  عند  $\zeta - = \zeta -$ ، التقاطع  $(\frac{\zeta-}{2}, 0)$

$$1 + u \frac{1}{2} = u$$



المماس يقطع السينات عندما  $u = 0$  عند  $\zeta - = \zeta -$

$$A = \zeta \times A \times \frac{1}{2} = \Delta \zeta$$

(14) ميل  $u$  متغير، العلاقة  $\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$  عند  $\zeta - = \zeta -$ ، التقاطع  $(\frac{\zeta-}{2}, 0)$

$$\zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta - = (\frac{\zeta-}{2}) \zeta - = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$\frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta - \Rightarrow \frac{1}{2} = \zeta - \zeta + u \zeta -$$

$$0 = \zeta - \zeta + u \zeta - = \Delta \zeta$$

(14)

## تطبيقات فيزيائية

تدريب (1) ص 119:

ف (ن) = ع جاب ن - ٥ جاب ن

ف (٤) = ع جاب ٥ - ٤ جاب ٥ = ١ - ١١٤ = ع

ف (ن) = ١٢ جاب ن + ١٥ جاب ن = ف (٤) = ١٢ جاب ٤ + ١٥ جاب ٤ = ١٥ + ١ = ١٥ م / ن

ف (٥) = ٣٦ جاب ن + ٥٥ جاب ن = ف (٤) = ٣٦ جاب ٤ + ٥٥ جاب ٤ = ٣٦ + ١ = ٣٦ م / ن

تدريب (2) ص 119:

ف (ن) = ٩ ن - ٣ = ١٥ + ٥ ن / ف (ن) = ٣ = ١٥ + ٥ ن = ١٨ - ٥ ن = (٥ - ن)(١ - ن) = ٣

١ ن = ١٨ / ٥ = ٣.٦

ف (ن) = ١٨ - ٥ ن = ١٨ - ٥(٣.٦) = ١٨ - ١٨ = ٠ = ف (٥)

تدريب (3) ص 119:

ف (ن) = ٥٥ - ٥ ن = ٥٥ - ٥(١٨) = ٥٥ - ٩٠ = ٣٥ = ٥(٧) = ٥(١٠ - ٣) = ٥(١٠) - ٥(٣) = ٥٠ - ١٥ = ٣٥

٥ ن = ٥٥ - ٣٥ = ٢٠ = ٥(٤) = ٥(١٠ - ٦) = ٥(١٠) - ٥(٦) = ٥٠ - ٣٠ = ٢٠

ف (١٨) = ٥ - ٣٥ = -٣٠ = ٥(٦ - ٦) = ٥(٦) - ٥(٦) = ٣٠ - ٣٠ = ٠

### تدريب (4) ص 119:

ف (ن) = ٣ ن - ٥ = ٣ + ٩ = ١٢

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٩ + ١٢ = ٢١

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(٣) - ٥ = ٩ - ٥ = ٤ = ٣

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١) - ٥ = ٣ - ٥ = -٢ = ٣

ف (ن) = ٣ جاب (١/٢) + ٣ جاب (١/٢) = ٣

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣ جاب (١/٢) + ٣ جاب (١/٢) = ٣ جاب (١/٢) + ٣ جاب (١/٢) = ٣ جاب (١/٢) = ٣

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣ جاب (١/٢) = ٣ جاب (١/٢) = ٣

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(٩) - ٥ = ٢٧ - ٥ = ٢٢

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(٩,٨) - ٥ = ٢٩,٤ - ٥ = ٢٤,٤ = ٣(٨) = ٢٤

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١٩,٦) - ٥ = ٥٨,٨ - ٥ = ٥٣,٨ = ٣(١٩,٦) = ٥٨,٨

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(٩,٨) - ٥ = ٢٧,٦ - ٥ = ٢٢,٦ = ٣(٩,٨) = ٢٧,٦

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١٩,٦) - ٥ = ٥٨,٨ - ٥ = ٥٣,٨ = ٣(١٩,٦) = ٥٨,٨

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١٦) - ٥ = ٤٨ - ٥ = ٤٣ = ٣(١٦) = ٤٨



ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١٦) - ٥ = ٤٨ - ٥ = ٤٣ = ٣(١٦) = ٤٨

ف (٥) = ٣(٥) - ٥ = ١٥ - ٥ = ١٠ = ٣(١٦) - ٥ = ٤٨ - ٥ = ٤٣ = ٣(١٦) = ٤٨



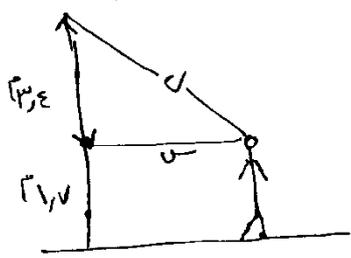
المعادلات المرتبطة بالزمن

تدريب (1) مه 170

$$\frac{25}{0.5} = 1 - 100 \text{ م/ث}$$

$$1 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$

$$2 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$



تدريب (2) مه 179  
 $\frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$

$$\frac{25}{0.5} \times 0.5 = \frac{25}{1} = 25 \text{ م} \Rightarrow \sqrt{25 + 1} = \sqrt{26} = 5.1 \text{ م}$$

$$\frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$



تدريب (3) مه 177

$$\frac{25}{0.5} = 50 \text{ م/ث}$$

$$2 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$

$$3 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$

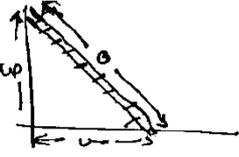
تمرين (1) مه 174

$$\frac{25}{0.5} = 1 - 100 \text{ م/ث}$$

$$3 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$

$$4 \text{ م} = \frac{25}{0.5} \times \frac{1}{100} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \text{ م} \Rightarrow \frac{25}{0.5} = \frac{1}{2} \times 100 = 50 \text{ م/ث}$$

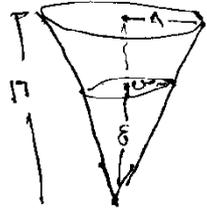
(1)



تدريب (١) مه ١٧٩

$$= \left| \frac{40.5}{0.5} \right| \text{ م/ث} = \frac{80}{0.5} \text{ م/ث}$$

$$\frac{\frac{1}{2} \times 3 \times 4}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{\frac{6}{2} \times 4 \times 3}{5} = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ م/ث}$$



$$\frac{8}{17} = \frac{u}{r} \Rightarrow \boxed{\frac{8}{17} = u}$$

$$= \left| \frac{15}{0.5} \right| \text{ م/ث} = \frac{30}{0.5} \text{ م/ث}$$

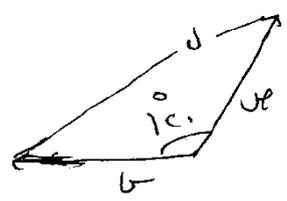
تدريب (٣)

$$\frac{8.5 \times 7.6 \times \frac{\pi}{2}}{0.5} = 17 \Rightarrow \frac{8.5 \times 7.6 \times \frac{\pi}{2}}{0.5} = \frac{8.5}{0.5} \Rightarrow \frac{7.6}{2} \times \frac{\pi}{1} = \frac{8.5}{0.5} \times \frac{\pi}{4} = 8 \times \frac{\pi}{4} = 2$$

$$\frac{0}{0.5} \times \frac{3}{\pi} = \frac{8.5}{0.5} \times \frac{1}{2} = \frac{17}{0.5} \Rightarrow \frac{3}{\pi} = \frac{17}{0.5} \times \frac{2}{8.5} = \frac{17}{4.25} = 4$$

$$\frac{0}{0.5} \times 3 = \frac{3}{\pi} \times 8 \times \pi \times r = \left| \frac{15}{0.5} \right| \Rightarrow \frac{3}{\pi} \times 24 \times \pi = \frac{15}{0.5} \Rightarrow 72 = \frac{15}{0.5} \Rightarrow \pi r = 8$$

تدريب (٤)



$$\frac{u}{v} = \frac{10}{0.5} = \frac{20}{1} \text{ م/ث}$$

$$\frac{u}{v} = \frac{10}{0.5} = 20 \text{ م/ث}$$

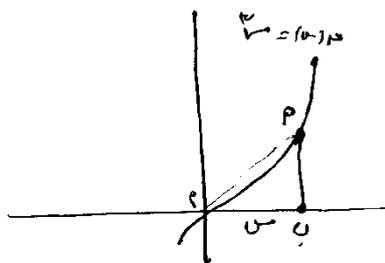
$$\sqrt{u^2 + v^2 + w^2} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} = u$$

$$\frac{\frac{10}{0.5} u + \frac{10}{0.5} v + \frac{10}{0.5} w + \frac{10}{0.5} u}{2} = \frac{10}{0.5}$$

$$\frac{2 \times 7 + 3 \times 8 + 3 \times 6 + 2 \times 5}{2} = \frac{10}{0.5}$$

(٢)

تمرین (5)



$$= \left| \frac{y}{x} \right|, \quad \theta = \frac{y}{x}$$

اذا  $\theta = \frac{y}{x}$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

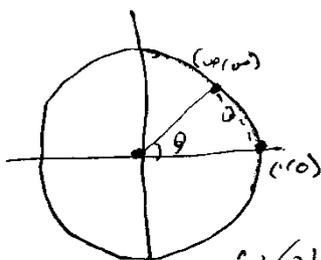
اذا  $\theta = \frac{y}{x}$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{197}{687} = \frac{2 \times (97 + 2)}{74 + 47} = \frac{201}{121} = \frac{201}{121}$$

اذا  $\theta = \frac{y}{x}$

تمرین (6)



$$= \left| \frac{y}{x} \right|, \quad \theta = \frac{y}{x}$$

اذا  $\theta = \frac{y}{x}$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

تمرین (7)



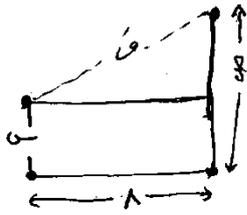
$$\frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= \left| \frac{y}{x} \right|, \quad \theta = \frac{y}{x}$$

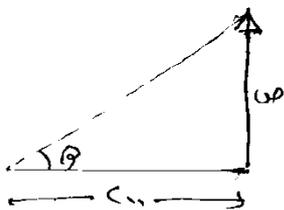
اذا  $\theta = \frac{y}{x}$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos \theta} \times \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ \cos \theta &= \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{b}{c} \\ \cos \theta &= \frac{c}{c} = 1 \\ \tan \theta &= \frac{b}{c} \end{aligned}$$

تمرین (۹):

$$\sin \theta = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

تمرین (۶):

$$\sin \theta = \frac{b}{c} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{a}{c} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{b}{a} = \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{\sin \theta} = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

## النقطة الحرجة

تدريب (1)

$$f(u) = u^3 - 3u^2 + 1 \quad ; \quad f'(u) = 3u^2 - 6u = 0$$

$$\Rightarrow u(u-2) = 0 \Rightarrow u = 0 \text{ أو } u = 2$$

نقطة (0, 1) :  $f(0) = 1$   
 نقطة (2, -1) :  $f(2) = -1$   
 نقطة (1, 0) :  $f(1) = 0$  (نقطة انحناء)  
 نقطة (3, 0) :  $f(3) = 0$  (نقطة انحناء)

النقطة الحرجة هي :  
 (0, 1) ، (2, -1) ، (1, 0) ، (3, 0)

تدريب (2)

$$f(u) = u^3 - 3u^2 + 1 \quad ; \quad f'(u) = 3u^2 - 6u = 0$$

$$\Rightarrow u(u-2) = 0 \Rightarrow u = 0 \text{ أو } u = 2$$

نقطة (0, 1) :  $f(0) = 1$   
 نقطة (2, -1) :  $f(2) = -1$   
 نقطة (1, 0) :  $f(1) = 0$  (نقطة انحناء)  
 نقطة (3, 0) :  $f(3) = 0$  (نقطة انحناء)

النقطة الحرجة (0, 1) ، (2, -1) ، (1, 0) ، (3, 0)

تدريب (3)

$$f(u) = \sqrt{u} \quad ; \quad f'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}} = 0$$

$$\frac{1}{2\sqrt{u}} = 0 \Rightarrow \text{لا يوجد نقطة حرجة}$$

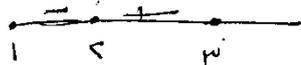
النقطة الحرجة (0, 0) ، (1, 1) ، (4, 2)

تدريب (4)

$$f(u) = |u^2 - 2u - 3| \quad ; \quad f'(u) = 2u - 2 = 0$$

$$2u - 2 = 0 \Rightarrow u = 1$$

$$f(1) = |1 - 2 - 3| = 4$$



نقطة (1, 4) :  $f(1) = 4$   
 نقطة (3, 0) :  $f(3) = 0$

نقطة (1, 4) هي النقطة الحرجة في  
 (1, 1) ، (1, 2) ، (1, 3)

(1)

تسريث (1)

(م)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 النقطة الحرجة هي  $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$

(ن)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 النقطة الحرجة هي  $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$

(د)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 النقطة الحرجة هي  $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$

(ج)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 النقطة الحرجة هي  $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$

(ب)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$

(أ)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$

نقطة (ب)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$

(هـ)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$

(و)  $\begin{cases} \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \\ \epsilon = 1 - \epsilon \end{cases}$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 حيث  $\epsilon = 1 - \epsilon$   
 النقطة الحرجة هي  $(1, 1), (2, 1), (3, 1)$

تمرين (1):

$$u + v + p + r = 1 \quad u + v = 1 \quad \text{نقطه اخرى من}$$

$$u + v + p + r = 1 \quad u + v = 1$$

$$u + v + p + r = 1$$

$$u + v + p + r = 1$$

$$\leftarrow \cdot = u + p + r = 1 \leftarrow \cdot = (1)$$

$$\leftarrow \cdot = u + p + r + v = 1 \leftarrow \cdot = (2)$$

$$u = 1 \quad v = p \quad r = 1 - u - v$$

تمرين (2)

$$\cdot = u + v + p + r = 1 \quad \cdot = u + v + p + r = 1$$

$$\cdot = u + v + p + r = 1 \quad \cdot = u + v + p + r = 1$$

النقطة الحرجة  $(1, 0, 0)$  و  $(0, 1, 0)$  و  $(0, 0, 1)$  و  $(1, 1, 0)$  و  $(1, 0, 1)$  و  $(0, 1, 1)$

تمرين (3)

$$\frac{(1+u^3)(1+v^3)(1-w^3)}{(1+u)(1+v)(1+w)} = \frac{(1+u^3)(1+v^3)(1-w^3)}{(1+u)(1+v)(1+w)}$$

$$\cdot = u + v + w = 1 \quad \cdot = u + v + w = 1$$

$$\cdot = u + v + w = 1 \quad \cdot = u + v + w = 1$$

$$(1, 0, 0)$$

النقطة الحرجة

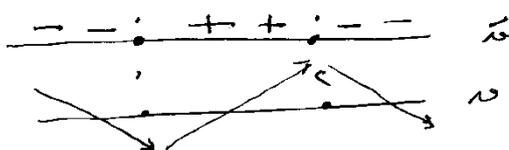
(3)

التزايد والتناقص

(7)

تدريب (1)

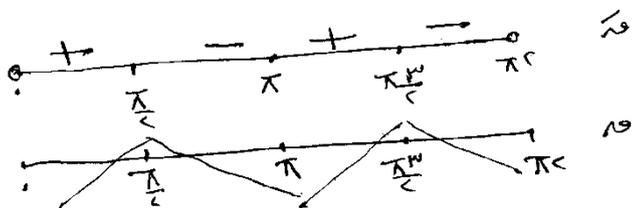
$$1 = (u-2)(u-3) \Leftrightarrow 1 = (u-2) \Leftrightarrow u-2 = 1 \Leftrightarrow u = 3 \Leftrightarrow u-3 = 0 \Leftrightarrow (u-3) = 0 \Leftrightarrow u = 3$$



فحلنا الفترة  $u \in (2, 3)$  متزايد في الفترة  $[2, 3]$  و متناقص في  $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$

تدريب (2):

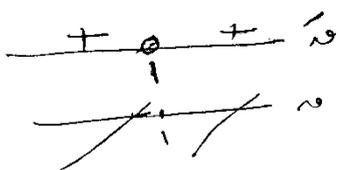
$$u \in (2, 3) \Leftrightarrow u-2 > 0 \wedge u-3 < 0 \Leftrightarrow u > 2 \wedge u < 3 \Leftrightarrow 2 < u < 3$$



وه متزايد في  $[\frac{\pi}{2}, \pi] \cup [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$   
وه متناقص في  $[\pi, \frac{3\pi}{2}] \cup [2\pi, \frac{5\pi}{2}]$

تدريب (3):

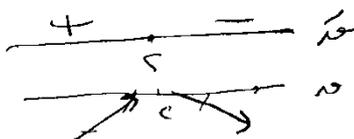
$$\frac{1}{\sqrt{1-u}} \times \frac{1}{u} = (u-2) \Leftrightarrow \frac{1}{1-u} = u-2 \Leftrightarrow 1 = (u-2)(1-u)$$



وه متزايد في  $2$

تجارب ومساائل

$$u \in (2, 3) \Leftrightarrow u-2 > 0 \wedge u-3 < 0 \Leftrightarrow u > 2 \wedge u < 3 \Leftrightarrow 2 < u < 3$$

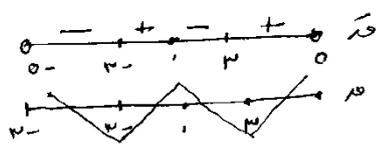


وه متزايد في  $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$   
وه متناقص في  $[2, 3]$

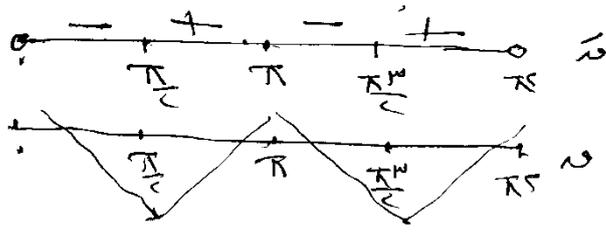
$$\begin{cases} u > 2 \\ u < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < u < 3$$

$$\begin{cases} u > 2 \\ u < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < u < 3$$

وه متزايد في  $[0, \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$   
وه متناقص في  $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \cup [2\pi, \frac{5\pi}{2}]$

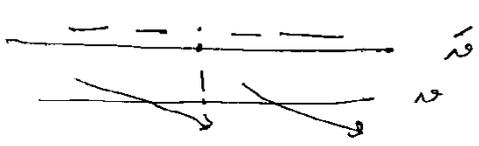


$\pi = u \Leftrightarrow \pi = u \Leftrightarrow \pi = u \Leftrightarrow \pi = u$   
 $\frac{\pi}{\pi} = u \Leftrightarrow \pi = u \Leftrightarrow \pi = u \Leftrightarrow \pi = u$



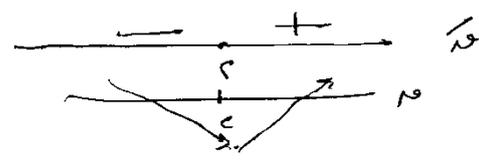
$[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$   
 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$

$u = u \Leftrightarrow u = u \Leftrightarrow (u-1)^2 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^3 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^4 = (u-1)$



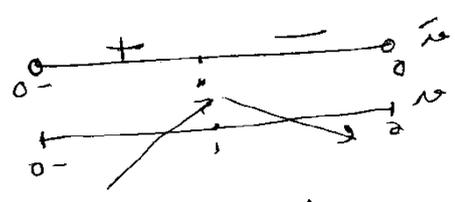
$u = u \Leftrightarrow u = u$

$u = u \Leftrightarrow u = u \Leftrightarrow (u-1)^2 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^3 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^4 = (u-1)$



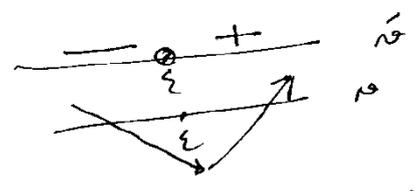
$u = u \Leftrightarrow u = u$

$u = u \Leftrightarrow u = u \Leftrightarrow (u-1)^2 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^3 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^4 = (u-1)$



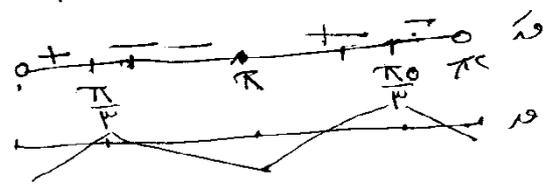
$u = u \Leftrightarrow u = u$

$u = u \Leftrightarrow u = u \Leftrightarrow (u-1)^2 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^3 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^4 = (u-1)$



$u = u \Leftrightarrow u = u$

$u = u \Leftrightarrow u = u \Leftrightarrow (u-1)^2 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^3 = (u-1) \Leftrightarrow (u-1)^4 = (u-1)$

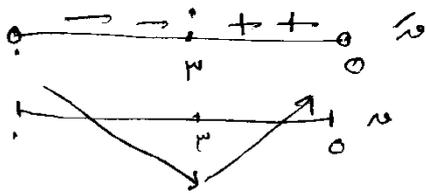


$[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$   
 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$



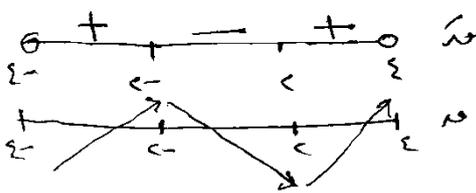
تمارين دسالة

$$3 = u \Leftrightarrow 1 \leq (u-1) \Leftrightarrow 7 - u < = (u) \Leftrightarrow 9 + u - u = (u) \Leftrightarrow 9 = (u)$$



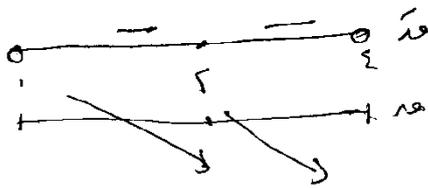
لوقت ان  $u \geq 1$  :  
 قيمه مفرقا عليه عند  $u = 3 = (u)$   
 قيمه كطه وطلقه عند  $u = 9 = (u)$

$$2 \pm = u \Leftrightarrow 1 = (u) \Leftrightarrow 12 - u = (u) \Leftrightarrow u - 12 = u = (u) \Leftrightarrow u = 12 = (u)$$



قيمته كطه وطلقه عند  $u = 12 = (u)$   
 قيمه مفرقا عليه عند  $u = 1 = (u)$   
 قيمه كطه وطلقه عند  $u = 17 = (u)$

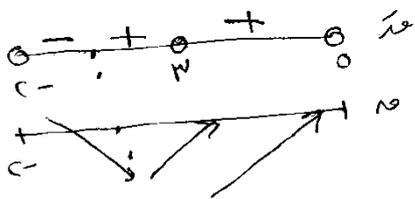
$$c = u \Leftrightarrow 1 = (u) \Leftrightarrow (u - c) = (u) \Leftrightarrow [2, 1] \cup [1, 2] = (u - c) = (u) \Leftrightarrow 1 = (u) \Leftrightarrow 1 = (u)$$



لوقت ان قيمه كطه وطلقه عند  $u = 1 = (u)$   
 قيمه مفرقا عليه عند  $u = 1 = (u)$

$$\left. \begin{array}{l} 3 > u \geq 1 \\ 0 \geq u \geq 2 \end{array} \right\} = (u) \Leftrightarrow 1 = (u)$$

$$1 = (u) \Leftrightarrow 1 = (u)$$



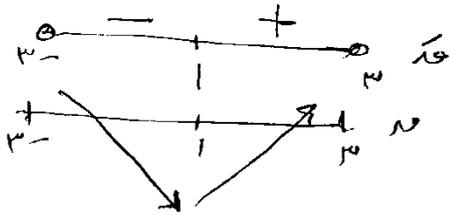
لوقت ان  $u \geq 1$  :  
 قيمه مفرقا عليه عند  $u = 1 = (u)$   
 قيمه كطه وطلقه عند  $u = 6 = (u)$

(c)



$$[1, 3] \rightarrow v, (u-1) = (u-1) \text{ عدد } (u-1)$$

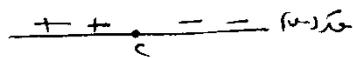
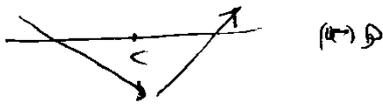
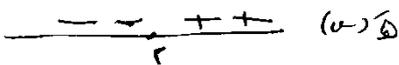
$$1 \rightarrow u \rightarrow \dots = (u-1) \text{ عدد } (u-1) \text{ عدد } (u-1)$$



عددات  $(u-1)$ :  
 قيمه صغرى عليه  $(1)$  واطرفه

قيمته كبرى مطلقه  $(3)$  واطرفه

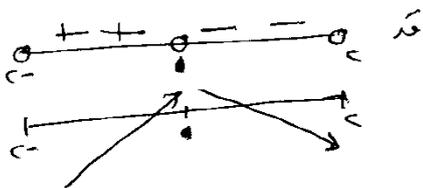
$$[1, 3] \rightarrow v, (u-1) = (u-1) \text{ عدد } (u-1) \text{ عدد } (u-1) \text{ عدد } (u-1)$$



عددات  $(u-1)$  قيمه صغرى عليه

$$1 \rightarrow v \rightarrow \dots = (u-1) = (u-1) \text{ عدد } (u-1)$$

مجموعة قيم  $u$  عند هاتين نقطتيه  $[1, 3]$  =  $\{1, 2, 3\}$



الامتداد متزايد في الفترة  $[1, 3]$

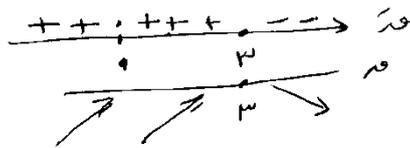
متناقص في  $[1, 0]$

الامتداد قيمه صغرى عليه عند  $v$

الامتداد نقطه صغرى عند  $v = 0$  /  $v = 3$

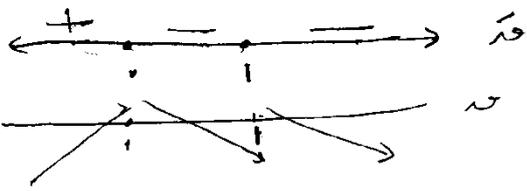
معيار الامتداد متزايد في  $[3, \infty)$

الامتداد قيمه صغرى عليه عند  $v = 3$



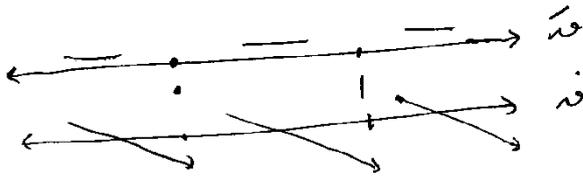
(2)

$$\left. \begin{aligned} & \text{عد } (u) = u \\ & 1 \geq u, u \neq 1 \\ & 1 < u, \frac{u-1}{u} \end{aligned} \right\} = \text{عد } (u) \iff \left. \begin{aligned} & 1 \geq u, u \neq 1 \\ & 1 < u, \frac{u-1}{u} \end{aligned} \right\} = \text{عد } (u)$$

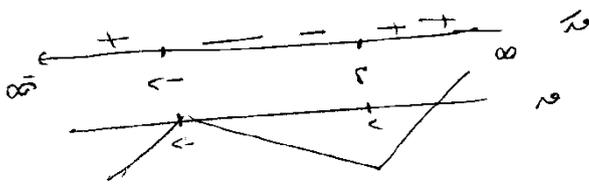


عد (u) متزايد في  $(-\infty, 1)$   
 عد (u) متناقص في  $(1, \infty)$

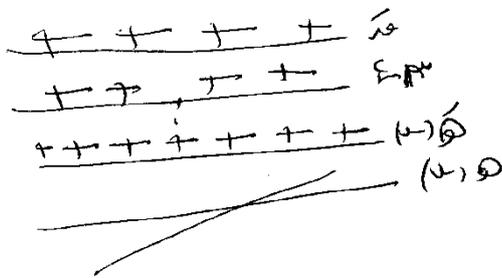
$$\left. \begin{aligned} & \text{عد } (u) = u \\ & 1 > u, \frac{u-1}{u} \\ & 1 \leq u, \frac{u-1}{u} \end{aligned} \right\} = \text{عد } (u) \iff \left. \begin{aligned} & 1 > u, \frac{u-1}{u} \\ & 1 \leq u, \frac{u-1}{u} \end{aligned} \right\} = \text{عد } (u)$$



عد (u) متناقص في  $\mathbb{R}$



عد (u) متزايد في  $(-\infty, 1) \cup [2, \infty)$   
 عد (u) متناقص في  $(1, 2]$



عد (u) متزايد في  $\mathbb{R}$   
 عد (u) متناقص في  $\mathbb{R}$   
 عد (u) متناقص في  $\mathbb{R}$   
 عد (u) متزايد في  $[p, \infty)$

# التفصير

تدريب (1)

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4)$$

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$

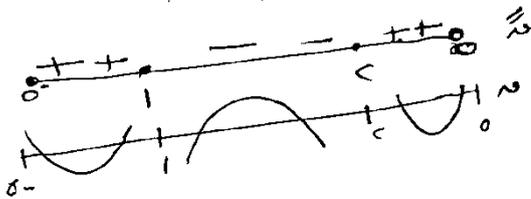
$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$

الافتقار ناقص لا يمكن في الفترة

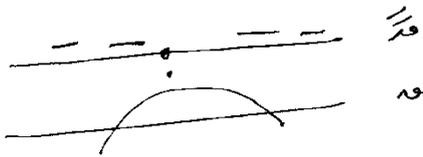
$$[0, 3] \cup [4, \infty)$$

الافتقار ناقص لا يمكن في الفترة [3, 4]

تدريب (2)



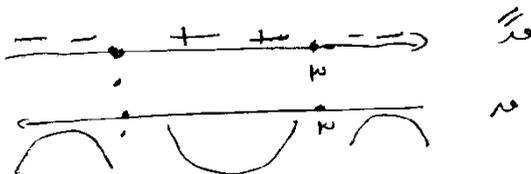
$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$



الافتقار ناقص لا يمكن في الفترة (3, 4)

تدريب (3)

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$



لا يمكن تقطع في انعطاف هما (1, 6), (3, 8)

تدريب (4)

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$

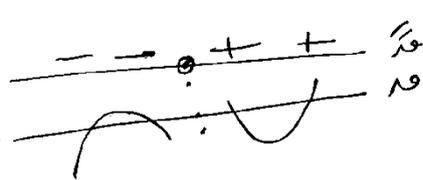
$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$

$$f(x) = x^2 - 7x + 12 = (x-3)(x-4) \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = 4$$

تجارب مسائل

$$\frac{1}{3u} = \frac{u-1}{4u} = (u) \text{ عدد } \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 1 = (u) \Leftrightarrow \frac{4}{3} + u = (u) \text{ عدد}$$

$$\text{عدد } (u) = \dots \text{ لا يوجد قيم } \Leftrightarrow \text{عدد } (u) \text{ في } (0, \infty) \text{ موجود عند } u = \dots$$



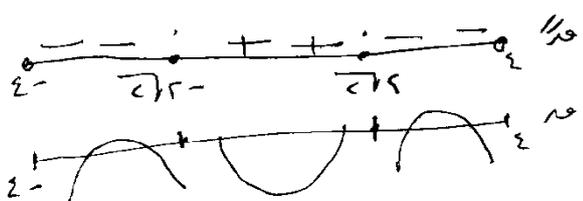
متخفاً من (u) في (0, ∞) فقط لا يقل عن [0, ∞)  
 لا يقل عن [0, ∞) في (0, ∞)

$$\frac{u-1}{4u} = (u) \Leftrightarrow \sqrt{u-17} = (u) \text{ عدد}$$

$$\frac{u-1}{4u} = \frac{u-17}{4u-17} = \frac{u-17}{4u-17} = (u) \text{ عدد}$$

$$\frac{u-1}{4u} = \frac{u-17}{4u-17} = \frac{u-17}{4u-17} = (u) \text{ عدد}$$

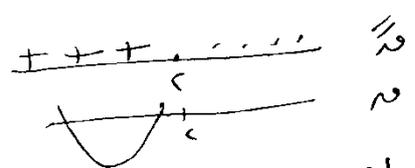
$$\sqrt{4u-17} = (u) \Leftrightarrow \frac{4u-17}{4} = (u) \text{ عدد}$$



متخفاً من (u) في (0, ∞) فقط لا يقل عن [1/2, 2]  
 لا يقل عن [1/2, 2] في (0, ∞)

$$\{ \langle u, 1 \rangle, \langle u, 2 \rangle \} = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow \{ \langle u, 1 \rangle, \langle u, 2 \rangle \} = (u) \text{ عدد}$$

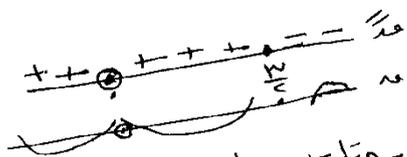
$$\{ \langle u, 1 \rangle, \langle u, 2 \rangle \} = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow \{ \langle u, 1 \rangle, \langle u, 2 \rangle \} = (u) \text{ عدد}$$



متخفاً من (u) في (0, ∞) فقط لا يقل عن (0, ∞)

$$\left(\frac{1}{3u} - \frac{1}{4u}\right) = \left(\frac{1}{3u}\right) \left(\frac{1}{4u} - 1\right) = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3u} - 1\right) = \left(\frac{1-u}{3u}\right) = (u) \text{ عدد}$$

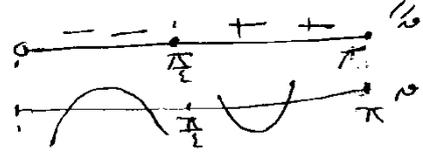
$$= (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow \left(\frac{1-u}{3u}\right) = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow \left(\frac{1-u}{3u}\right) = (u) \text{ عدد}$$



متخفاً من (u) في (0, ∞) فقط لا يقل عن [1/2, 3/2]  
 لا يقل عن [1/2, 3/2] في (0, ∞)

$$1 + u = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow u = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow u = (u) \text{ عدد}$$

$$u = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow u = (u) \text{ عدد} \Leftrightarrow u = (u) \text{ عدد}$$



متخفاً من (u) في (0, ∞) فقط لا يقل عن [pi/2, pi]  
 لا يقل عن [pi/2, pi] في (0, ∞)

$$12 - 5x = (x) \Leftrightarrow 9 + 5 - 12 = (x) \Leftrightarrow 2 = (x) \Leftrightarrow x = 2$$

فد  $x = 2$  هو نقطة انعطاف عند  $x = 2$

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x = (x)$$

$$\frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{3}x = (x)$$

$$1 = x \Leftrightarrow x = 1$$

مختار الانتزاع هو  $(x)$  : نقطة انعطاف عند  $x = 1$

مفتر على  $[1, 1]$

مفتر لا على  $(-\infty, 1)$  و  $(1, \infty)$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} \times \frac{7}{\sqrt{x}} = \frac{7}{x} = (x) \Leftrightarrow \frac{7}{x} - x = (x) \Leftrightarrow \frac{7}{x} - x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{7}{x} - 2x = (x)$$

$$\frac{7}{x} - 2x = (x) \Leftrightarrow \frac{7}{x} - 2x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{7}{x} - 3x = (x)$$

مختار  $x = 0$  مفتر لا على  $(-\infty, 0)$  و  $(0, \infty)$

نقطة انعطاف عند  $x = 0$

$$\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} - x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x} - 2x = (x)$$

نقطة انعطاف عند  $x = 0$

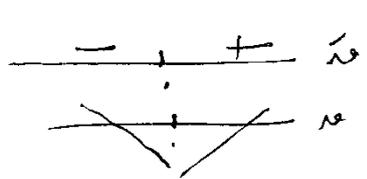
$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 2x = (x)$$

$$\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - x - x = (x) \Leftrightarrow \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} - 2x = (x)$$

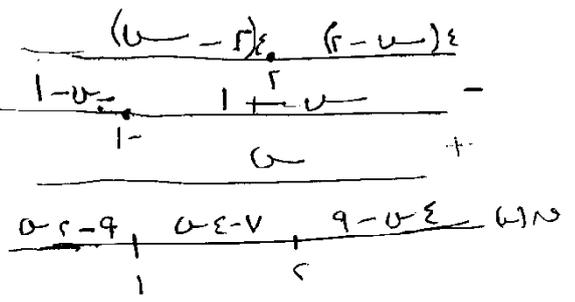
نقطة انعطاف عند  $x = 0$

(ن)

(u)  $u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1$   
 (u)  $u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1$   
 (u)  $u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1 \iff u = (u) = 1$



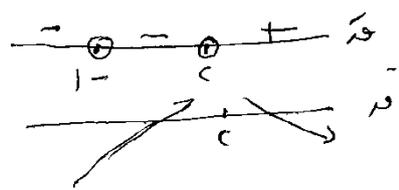
سواء كان في جهة صفرية أو غير صفرية



$$u + |1+u| - |1-u| = (u) \iff$$

$$\left. \begin{array}{l} u \geq 1 \\ 1 \geq u \end{array} \right\} = (u) \iff$$

$$\left. \begin{array}{l} u > 1 \\ 1 > u \end{array} \right\} = (u) \iff$$



باعتبار اختيار وترجع إلى اختيار المسألة الأولى

سواء كان في جهة صفرية أو غير صفرية

$$(u) \iff \frac{1-u}{u} + u = (u) \iff \frac{1-u}{u} + u = (u) \iff$$

$$u = \frac{1-u}{u} \iff$$

$$u = \frac{1-u}{u} + u = (u) \iff \frac{1-u}{u} + u = (u) \iff$$

باعتبار اختيار وترجع إلى اختيار المسألة الأولى

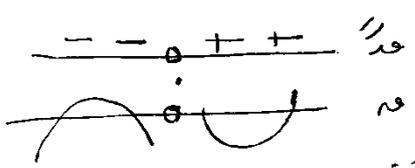
$$u + u + p = (u) \iff u + u + p = (u) \iff$$

$$\begin{array}{l} 1 = u + p \\ 1 = u + p \end{array}$$

$$\boxed{1 = p} \iff \boxed{p = 1}$$

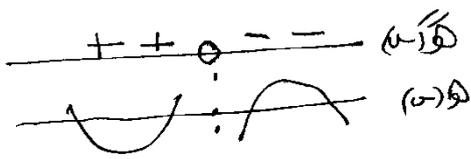
(4)

(5)  $\frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x)$  ,  $\frac{x}{x} = (x)$

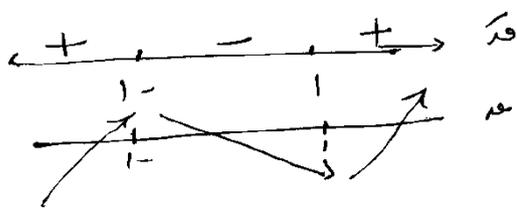


مختار  $x=1$  وقمر للاعلى في  $(0, 1)$   
 لا يوجد له نقطة انعطاف لان  $x=1$  غير معرف عند  $x=1$   
 وعند  $x=0$  غير معرف عند  $x=0$

$\frac{1}{x^2} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x^2} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x^2} = (x)$  ,  $\frac{x}{x^2} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x)$



مختار  $x=1$  وقمر للاعلى في  $(1, \infty)$   
 لا يوجد له نقطة انعطاف لان  $x=1$  غير معرف عند  $x=1$

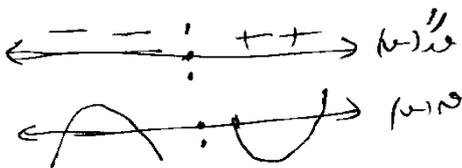


مختار  $x=1$  وقمر للاعلى في  $(-\infty, 1] \cup [1, \infty)$   
 مختار  $x=-1$  وقمر للاعلى في  $[-1, 1]$

$\frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x)$

مختار  $x=1$  وقمر للاعلى في  $(-\infty, 1]  
 مختار  $x=-1$  وقمر للاعلى في  $[-1, 1]$$

$\frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x)$   
 $\frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x) \Rightarrow \frac{1}{x} = (x)$

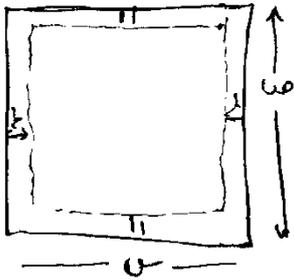


مختار  $x=1$  وقمر للاعلى في  $(-\infty, 1]  
 مختار  $x=-1$  وقمر للاعلى في  $[-1, 1]$$

لا يوجد له نقطة انعطاف لان  $x=1$  غير معرف عند  $x=1$

## تطبيقات القمم العنقودية

تدريب (1):



$$\frac{1}{6} \frac{1}{u} = u \rho \Leftrightarrow 1 \frac{1}{6} = u \rho \times u = \rho$$

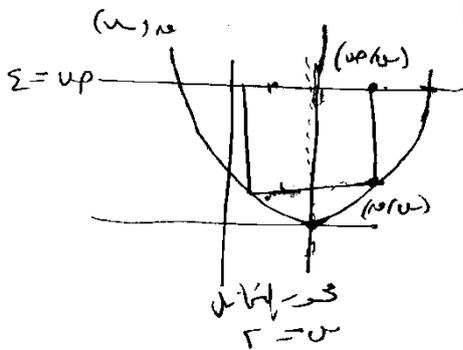
$$r + u \rho - v r - u \rho = (r - u \rho)(r - u) = u \rho \times 1 \rho$$

$$\frac{1}{6} \frac{1}{u} - v r = 1 \rho = \rho$$

$$\xi = u \Leftrightarrow \xi = u \Leftrightarrow \rho = \frac{1}{6} \frac{1}{u} + r - \rho$$

$$\rho = \frac{1}{6} \frac{1}{u} - \rho = \frac{1}{12} \frac{1}{u} \Leftrightarrow \rho = \frac{1}{24} \frac{1}{u}$$

∴ أكبر مساحة عند  $\xi = u$  و  $r = u \rho$



تدريب (2):

$$(u - u - u) (r - u) r = \rho$$

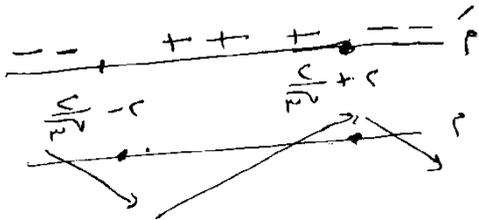
$$((\xi + u - u) - \xi) (r - u) r = \rho$$

$$(u - u - u) r = (u - u - u) (r - u) r = \rho$$

$$\frac{r}{u} \pm r = u \Leftrightarrow (u + u - u - u) r = (u - u - u - u) r = \rho$$

∴ أكبر مساحة عند  $r = u$

$$\rho = \frac{1}{6} \left( \frac{r}{u} + r \right) = u$$



تدريب (3):

$$\rho = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

$$\frac{r}{u} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow r = \frac{1}{6} u$$

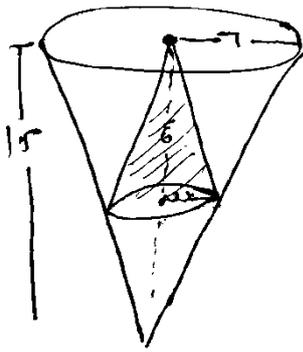
$$\frac{r}{u} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow r = \frac{1}{6} u$$

$$\frac{r}{u} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow r = \frac{1}{6} u \Rightarrow \text{أكبر مساحة للمثلث عند } r = \frac{1}{6} u$$

أي عند المثلث قائم الزاوية

$$\frac{r}{u} = \frac{1}{6}$$

(1)



تدریس (۲) :  
 من اینجا به

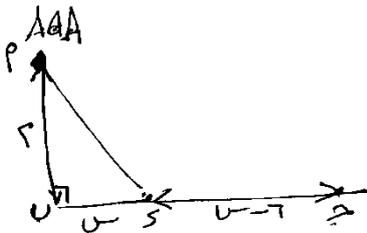
$$\frac{x-12}{12} = \frac{r}{7}$$

$$\frac{x-12}{x} = \frac{r}{r}$$

$$\boxed{x-12=r}$$

$$\frac{\pi r^2}{3} = \frac{\pi}{3} (x-12)^2$$

تدریس (۵)



$$\sqrt{u^2 + \varepsilon^2} = \sqrt{u^2 + \varepsilon^2}$$

$$\frac{u}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}}$$

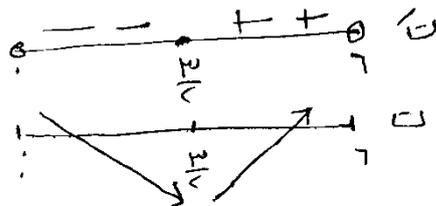
$$\frac{u}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}} + \frac{\varepsilon}{\sqrt{u^2 + \varepsilon^2}}$$

$$u = \frac{u^2}{u + \varepsilon}$$

$$u(u + \varepsilon) = u^2$$

$$\frac{u}{7} = \frac{7}{\varepsilon} = u \Rightarrow u = 7 = \frac{u^2}{u + \varepsilon}$$

∴ أقل تکلفه ممکنه عندما  $\frac{u}{\varepsilon} = 7$   
 و کبر تکلفه = عندما  $\frac{u}{\varepsilon} = 7$



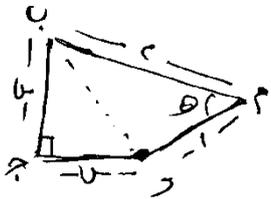
(۲)





(8) الربح = البيع - التكلفة  $\Rightarrow R(u) = 100 - 5u - 10 - 10.5u = 90 - 15.5u$   
 $R(u) = 100 - 5(10.5 - 5) - 10 = 90 - 10.5(5) = 90 - 52.5 = 37.5$

$10.5u = \frac{100 \times 10.5}{2} = \frac{10500}{2} = 5250$   
 $u = \frac{5250}{10.5} = 500$   
 أكبر ربح ممكن سنوياً عندما  $u = 500$  قطع

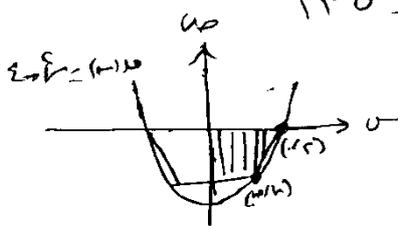


(9)  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 100 = 25$   
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 100 = 25$

$\frac{100}{2} = 50$   
 $\frac{100}{2} = 50$

$\frac{100}{2} = 50$   
 $\frac{100}{2} = 50$

$\frac{100}{2} = 50$   
 $\frac{100}{2} = 50$



(10)  $c = 3$   
 $(c-4)(c+3) = ((2-4)-3)(\frac{3+4}{3})$

$c \geq 3$   
 $(c-4)(c+3) = (u-3)^2$

$(1) (c-4) + (b-c)(c+3) = (u-3)^2$

$4 + 3c - 4c - 3c - 9 = (u-3)^2$

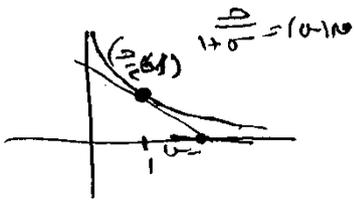
$4 - c - 9 = (u-3)^2$

$-5 - c = (u-3)^2$

$-5 - c = (u-3)^2$

الأكبر مساحة ممكنة لبيد الخروف عندما  $\frac{c}{3} = 5$   
 $\frac{c}{3} = 5 \Rightarrow c = 15$

أسئلة لوحدة



$$(1) \text{ ميل المماس} = f'(u) = \frac{v}{1+u} = \frac{v}{v} = 1$$

معادلة المماس هي:  $v - u = (1-u) \frac{v}{1+u} = \frac{v}{1+u} - u$

المماس يقطع محور السينات عند  $v = u$   
 المماس يقطع محور الصادات عند  $v = 1$   
 $\frac{v}{1+u} = u \iff v = u(1+u)$

$$v = \frac{v}{1+u} \times \frac{1+u}{1} = \frac{v}{1+u} \times \frac{1+u}{1} = v$$

(2)  $f(u) = \frac{v}{1+u}$  جان  $f'(u) = \frac{1}{1+u}$  جان  $f''(u) = -\frac{1}{(1+u)^2}$

$$\frac{v}{1+u} = u \iff \frac{v}{1+u} = \frac{u}{1+u} \iff v = u$$

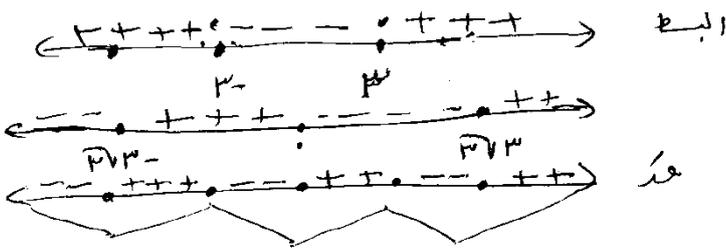
$$\frac{v}{1+u} = 1 \iff \frac{v}{1+u} = \frac{1+u}{1+u} \iff v = 1+u$$

$$f''(u) = -\frac{1}{(1+u)^2} < 0 \iff \text{جان } f''(u) < 0$$

$$f''(u) = -\frac{1}{(1+u)^2} < 0 \iff \text{جان } f''(u) < 0$$

$$\frac{v - \frac{v}{1+u}}{1+u} = \frac{v(1+u) - v}{(1+u)^2} = \frac{v}{(1+u)^2}$$

(3)  $v = u(1+u) \iff v = u + u^2$   
 $v = 1+u \iff v - u = 1$



(4)  $v = u(1+u) \iff v = u + u^2$

$$v - u = u^2 \iff v - u = u^2$$

$$v - u = u^2 \iff v = u + u^2$$

$$0 = 0 \iff 0 = 0$$

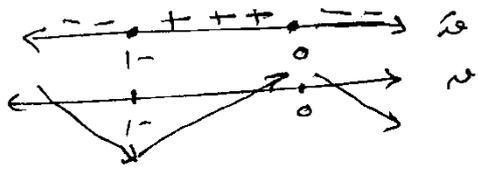
$$v - u = u^2 \iff v - u = u^2$$

$$v - u = u^2 \iff v - u = u^2$$

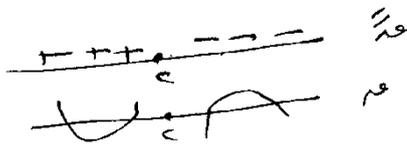
$$v - u = u^2 \iff v - u = u^2$$

(1)

(م) النقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$



(ن)  $U$  و  $V$  هما نقطتان متماثلتان في  $[0, 1]$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $0 = 1 - 1 = 0$  و  $1 = 0 + 1 = 1$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

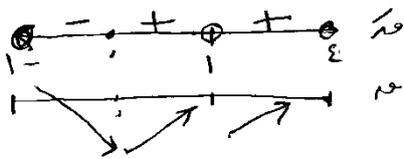


(س) النقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

نقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

نقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

(م) النقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$



(ن)  $U$  و  $V$  هما نقطتان متماثلتان في  $[0, 1]$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

(س) النقطة  $0$  هي مركز  $U$  و  $1$  هي مركز  $V$  و  $0 = 1 - 1 = 0$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 و  $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

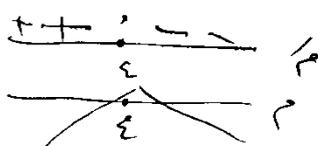
$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$

$U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$   
 $U = 0$  و  $V = 1$  هما نقطتان متماثلتان في  $(0, 1)$



(د)