خبر عاجل

الرياضيات

المراجعة المكثفة

أحمد الرامني

0796970106

الفرع الادبي

النهايات و الاتصال

(١) ادرس سلوك الاقتران ق(س) عندما تقترب قيم س من العدد ٣ ؟

س	٣،٣	٣،٢	٣،١	٣	٢،٩	٢،٨	٢،٧
ص	٥،٩	٥،٦	٥،٣		٤،٧	٤،٤	٤،١

+ ←— —→ -

الحل:

نـــهاق(س)=٥
س ← ٣+
:. نـــهاق(س)=٥
نـــهاق(س)=٥
س ← ٣-

(٢) بالاعتماد على الجدول ادناه الذي يبين قيم ق(س) عندما س ← ٤ فان نـــهاق(س) = ؟

س ← ٤

س	٤،٠٠١	٤،٠٠٠١	٤	٣،٩٩	٣،٩٨	٣،٩٧
ق(س)	٦،٠٠١	٦،٠٠٠١		٧،٩٩	٧،٩٨	٧،٩٧

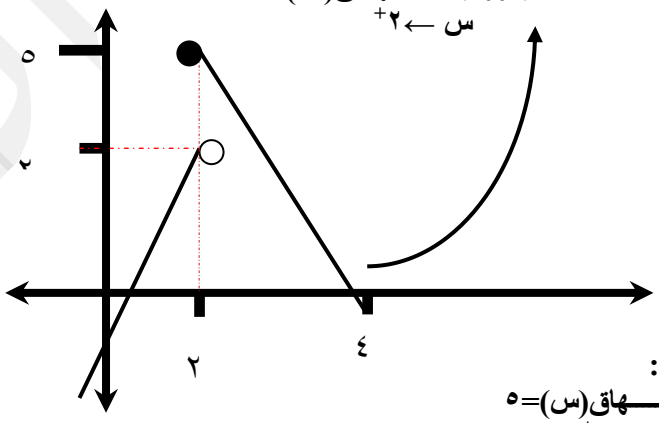
+ ←— —→ -

الحل:

نـــهاق(س)=٦
س ← ٤+
:. نـــهاق(س) غير موجودة
نـــهاق(س)=٨
س ← ٤-

٣) من الشكل المجاور جد نـــهـا ق(س)

س ← ٢+



الحل:

نـــهاق(س)=٥
س ← ٢+

ملاحظه:

لو طب السؤال تحديد اعداد الانقطاع (نقط عدم الاتصال) فتكون النقط المغلقه و المفتوحه و اماكن القطع في المنحنى و هي (س = ٢ , ٤)

(٤) اذا كان نـــهـا ق(س) = ٦ , نـــهـا ع(س)=٥
س←٣ س←٣

فجد ما يلي: (أ) نـــهـا ٢ق(س) – ٤
س←٣

(ب) نـــهـا ٣ع(س) – ٤ + ٥ق(س)
س←٣

الحل:

(أ) = ٢نـــهـا ق(س) – نـــهـا ٤
س←٣ س←٣
= (٢×٦) – ٤ = ١٢ – ٤ = ٨

(ب)=٣نـــهـا ع(س) – نـــهـا ٤+ (٥نـــهاق(س))
س←٣ س←٣ س←٣
= (٣×٥) – ٤ + (٦×٥) = ٤١

(٥) إذا كانت نـــهـا(٢س ق(س)+ ٢س) = ٣٠
س←٥

فجد نـــهـا ق٣(س)+٤
س←٥

الحل

نـــهـا٢ (٥) ق(س) +٢(٥) = ٣٠
س←٥

نـــهـا ١٠ ق(س) + ١٠ = ٣٠
س←٥

نـــهـا ١٠ ق(س) = ٣٠ - ١٠
س←٥

نـــهـا ١٠ ق(س) = ٢٠
س←٥

نـــهـا ق(س) = ٢
س←٥

١- نعوض بدل كل س ٥
٢- تصبح معادله " نتخلص من الجمع او الطرح ثم الضرب او القسمه "

:. نـــهاق٣(س)+ ٣= (نـــهاق(س))٣ + نـــهـا٤
س←٥ س←٥ س←٥
= (٢)٣ + ٤ = ٨ + ٤ = ١٢

(٦) أ) اذا كان نـــهـا(٣س د–٤)=٢ فجد د؟
س←٢

الحل:

(٣×٢×د) – ٤ = ٢
٦ د = ٢ + ٤ = ٦ :. د = ١

ب) إذا كانت نـــهـا $\sqrt{أ س+٣}$=٥ فجد قيمة أ؟
س←٢

الحل:

$\sqrt{٢أ + ٣}$ = ٥

بتربيع الطرفين "للتخلص من الجذر"

٢أ + ٣ = ٢٥
٢أ = ٢٢
:. أ = $\frac{٢٢}{٢}$ = ١١

(٧) جد ناتج مايلي:

(أ) نـــهـا $\sqrt{٧-س}$ (ب) نـــهـا $\sqrt{س^{٢}-٢٥}$
س←٧ س←٥+

الحل:

(أ) نـــهـا $\sqrt{٧-س}$ = $\sqrt{٧-٧}$ = صفر
س←٧

+ + + + — — — —

٧

اذا غير موجوده

(ب) نـــهـا $\sqrt{س^{٢}-٢٥}$ = $\sqrt{٢٥-٢٥}$ = صفر
س←٥+

++++

اذا = صفر

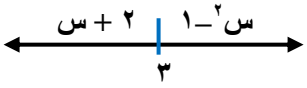
٥

+ = صفر
- = غير

(٨) اذا كان ق(س)= { ٢+س س≥٣ ; س٢−١ س<٣ }

فجد ما يلي: نـــهاق(س) عند س←٣

الحل:



نـــهاق(س)= ٩−١=٨
س←٣+

نـــهاق(س) = ٢+٣ =٥
س←٣−

∴ نـــهاق(س) غير موجودة
س←٣

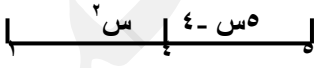
في حاله الاكبر و الاصغر.

خط اعداد ثم يمين و يسار اذا كان كلاهما متساوي فالنهايه موجوده والا فلا

(٩) اذا كان ق(س) = { س٢ ١≥ س<٤ ; ٥س−٤ ٤≥ س<٥ }

فجد نـــهـــا ق(س) عند س ← ٤

الحل:



نـــهاق(س)= ٥(٤) − ٤ =٢٠ − ٤ = ١٦
س←٤+

نـــهاق(س) = (٤)٢ = ١٦
س←٤−

نـــهاق(س)= ١٦
س←٤+

(١٠) اذا كان ق(س)= { ٥س+٤ س=٢ ; س٢−٦س س≠٢ , ٥≠ }

فجد : نـــهاق(س) عند س←٢

الحل:

نـــهاق(س)
س←٢
= ٤−١٢= − ٨

في حاله =

≠

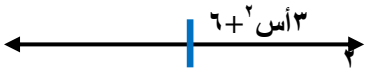
فاننا نعوض النهايه دائما عند ≠ بغض النظر عن الرقم المطلوب

(١١) اذا كان ق(س)= { ٣أس٢+٦ س≥٢ ; ١٢ س+٦ س<٢ }

و كانت نـــهـــا ق(س) موجودة , فجد قيمة الثابت أ؟

س←٢

الحل:



بما ان نـــهـــا ق(س) موجودة
س←٢

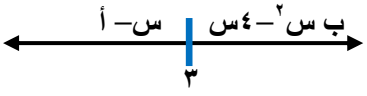
∴نـــهاق(س)= نـــهاق(س)
س←٢+ س←٢−

(٢×١٢)+٦ = ٣ أ (٢)٢+٦
٣٠ = ١٢ أ + ٦
١٢ أ = ٣٠ − ٦
١٢ أ = ٢٤ ← أ = ٢
١٢ ١٢

(١٢) إذا كان ق(س) = { س− أ س>٣ ; ب س٢−٤س س<٣ }

فجد قيمة الثابت أ،ب إذا كانت نـــهـــاق(س)=٦ عند س←١

الحل:



نـــهاق(س)= نـــهاق(س) = ٦
س←٣+ س←٣−

٣− أ = ب (٣)٢ − ٤(٣) = ٦

٣− أ = ٦	٩ب − ١٢ = ٦
− أ = ٦−٣	٩ب = ٦+١٢
أ = − ٣	ب = ٢

(١٣) اذا كان ق(س)= { ٥س+٤ س=٣ ; ب س٢−٤ س س≠٣ }

وكانت نـــهـــا ق(س) =٦ , فجد قيمة الثابت ب ؟

س←٣

الحل:

ب (٣)٢ − ٤(٣) = ٦
٩ب − ١٢ = ٦ ← ٩ ب = ٦ + ١٢ ← ٩ ب = ١٨ ← ب = ٢

(١٤) جد ناتج مايلي:

(أ) نـــهـــا ٢س٢−١٠س / س←٥ ٥− س — عامل مشترك س و رقم

الحل: = نـــهـــا ٢س(س−٥) / س←٥ ٥− س = −٢ (٥) = − ١٠

(ب) نـــهـــا س٢−٣س / س←٣ س−٣ — عامل مشترك س

الحل: نـــهـــا س (س−٣) / س←٣ س−٣ = ٣

(ت) نـــهـــا ٦ س−١٢ / س←٢ س−٢ — عامل مشترك رقم

الحل: نـــهـــا٦ (س−٢) / س←٢ س−٢ = ٦

(ث) نـــهـــا س٢−١٦ / س←−٤ س+٤ — فرق بين مربعين

= نـــهـــا (س−٤)(س+٤) / س←−٤ س+٤ = −٤ −٤ = −٨

(ج) نـــهـــا س٢−٥س+٦ / س←٢ س−٢ — ثلاثي الحدود

= نـــهـــا(س−٣)(س−٢) / س←٢ س−٢ = ٢−٣= −١

(ح) نـــهـــا س٢+٦س+٨ / س←−٤ ٢س+٨

= نـــهـــا(س+٤)(س+٢) / س←−٤ ٢(س+٤) = −٤ + ٢ / ٢ = −١

(خ) نـــــها $\frac{س^{٢}-٥س-١٤}{س-٧}$ $س\to٧$

$= نـــــها \frac{(س-٧)(س+٢)}{(س-٧)}$ $س\to٧$ $= -(٧+٢) = -٩$

(د) نـــــها $\frac{س^{٢}+٢س-٨}{٤-س^{٢}}$ $س\to٢$

$= نـــــها \frac{(س-٢)(س+٤)}{(٢-س)(٢+س)}$ $س\to٢$ $= \frac{-(٢+٤)}{٢+٢} = \frac{-٦}{٤}$

(ذ) نـــــها $\frac{س^{٣}+٦٤}{س+٤}$ $س\to-٤$ =

مجموع مكعبين

الحل : $= نـــــها \frac{(س+٤)(س^{٢}-٤س+١٦)}{س+٤}$ $س\to-٤$

$=١٦+١٦+١٦ = ٤٨$

(ر) نـــــها $\frac{س-٥}{س^{٣}-١٢٥}$ $س\to٥$

فرق بين مكعبين

$\therefore نـــــها \frac{س-٥}{(س-٥)(س^{٢}+٥س+٢٥)} = \frac{١}{٧٥}$

(ز) نـــــها $\frac{س^{٢}-٢س-٨}{٦٤-س^{٣}}$ $س\to٤$

الحل: $= نـــــها \frac{(س-٤)(س+٢)}{(٤-س)(١٦+٤س+س^{٢})}$ $س\to٤$

$= -\frac{(٤+٢)}{١٦+١٦+١٦} = \frac{-٦}{٤٨}$

(س) نـــــها $\frac{س^{٢}-١٦}{\sqrt{س-٢}}$ $س\to٤$ =

ضرب بالمرافق

$= نـــــها \frac{س^{٢}-١٦}{\sqrt{س-٢}} \times \frac{\sqrt{س+٢}}{\sqrt{س+٢}}$ $س\to٤$

$= نـــــها \frac{(س^{٢}-١٦)(\sqrt{س+٢})}{س-٤}$ $س\to٤$

$= نـــــها \frac{(س-٤)(س+٤)(\sqrt{س+٢})}{(س-٤)}$ $س\to٤$

$=٨\times٤=٣٢$

(ش) نـــــها $\frac{\sqrt{س-١}-٢}{س-٥}$ $س\to٥$

$\therefore = نـــــها \frac{\sqrt{س-١}-٢}{س-٥} \times \frac{\sqrt{س-١}+٢}{\sqrt{س-١}+٢}$ $س\to٥$

$= نـــــها \frac{س-١-٤}{(س-٥)(\sqrt{س-١}+٢)}$ $س\to٥$

$= نـــــها \frac{(س-٥)}{(س-٥)(\sqrt{س-١}+٢)}$ $س\to٥$

$= \frac{١}{٢+٢} = \frac{١}{٤}$

ص) نـــــها $\frac{\sqrt{٥س+١}-٤}{٢س-٦}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{\sqrt{٥س+١}-٤}{٢س-٦} \times \frac{\sqrt{٥س+١}+٤}{\sqrt{٥س+١}+٤}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٥س+١-١٦}{(٢س-٦)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٥س-١٥}{(٢س-٦)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٥(س-٣)}{٢(س-٣)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٥}{٢(\sqrt{٥س+١}+٤)} = \frac{٥}{٢(٤+٤)} = \frac{٥}{١٦}$

ض) نـــــها $\frac{س-١}{\sqrt{٥س-٤}-\sqrt{٢س-١}}$ $س\to١$.

$= نـــــها \frac{س-١}{\sqrt{٥س-٤}-\sqrt{٢س-١}} \times \frac{\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١}}{\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١}}$ $س\to١$

$= نـــــها \frac{(س-١)(\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١})}{٥س-٤-(٢س-١)}$ $س\to١$

$= نـــــها \frac{(س-١)(\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١})}{٣(س-١)}$ $س\to١$

$= \frac{(\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١})}{٣} = \frac{٢}{٣}$

(ط) نـــــها $\frac{٢-\sqrt{س+١}}{س-٣}$ $س\to٣$

توحيد مقامات

$= نـــــها \frac{(٢\times٢)-(س+١)}{(٢)(س+١)(س-٣)}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٤-س-١}{(٢)(س+١)(س-٣)}$ $س\to٣$

$= نـــــها \frac{٣-س}{(٢)(س+١)(س-٣)}$ $س\to٣$

$= \frac{-١}{(٢)(٣+١)} = \frac{-١}{٨}$

ظ) نـــــها $\left(\frac{١}{س}-\frac{١}{٣}\right)\left(\frac{١}{س-٣}\right)$ $س\to٣$

الحل:

نـــــها $\left(\frac{١}{س}-\frac{١}{٣}\right)\left(\frac{١}{س-٣}\right)$ $س\to٣$

نـــــها $\left(\frac{٣-س}{٣س}\right)\left(\frac{١}{س-٣}\right)$ $س\to٣$

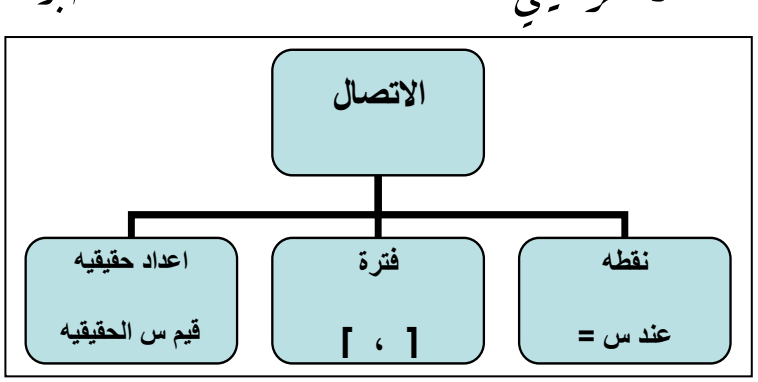
نـــــها $\frac{(٣-س)}{٣س(س-٣)} = \frac{-١}{٣\times٣} = \frac{-١}{٩}$ $س\to٣$

ع) نـــــها $\frac{س^{٢}-١}{س-١}$ $س\to١$

الحل:

$= نـــــها \frac{س^{٢}-١}{س-١}$ $س\to١$

$= نـــــها \frac{(س-١)(س+١)}{(س-١)}$ $س\to١$



الاتصال عند نقطه
١ـ نحد النهايه يمين و يسار
٢ـ نجد الصورة عند اشارة يساوي
ثم نقارنهم ببعض

١٥) ابحث في اتصال الاقتران عند س = ٢

$$ق(س)=\begin{cases} ٤س+٣ & س<٢ \\ ١١ & س=٢ \\ ٣س^{٢}-١ & س>٢ \end{cases}$$

الحل:

$$نـــهاق(س)_{س\to٢^{+}} = (٤\times٢)+٣=١١$$
$$نـــهاق(س)_{س\to٢^{-}} = ٣(٢)^{٢}-١=١١$$
ق(٢) = ١١
∴ الاقتران ق(س) متصل عند س = ٢

الاتصال عند نقطه
١ـ نحد النهايه
عند اشارة ≠
٢ـ نجد الصورة
عند اشارة
يساوي
ثم نقارنهم ببعض

١٦) اذا كان

$$ق(س)=\begin{cases} \dfrac{س^{٢}-١٦}{س-٤} & س\neq٤ \\ س^{٢}-٣س+٤ & س=٤ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران عند س = ٤

الحل:

$$نـــهاق(س)_{س\to٤}=نـــهاق\frac{س^{٢}-١٦}{س-٤}$$
$$نـــهاق_{س\to٤}=\frac{(س-٤)(س+٤)}{س-٤}=٤+٤=٨$$

ق(٤)=(٤)٢ـ(٤×٣)+٤
= ١٦ـ١٢+٤ =٨

∴ الاقتران متصل عند س = ٤

١٧) اذا كان

$$ق(س)=\begin{cases} ٤س^{٢}-٦س & س>٣ \\ ٣س+أ & س\leq٣ \end{cases}$$

وكان ق(س) متصلا فجد قيمة الثابت أ؟

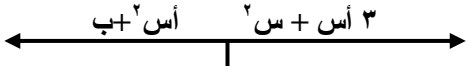
الحل:
ق(س) متصل ∴ نبحث عند نقطة التشعب
∴ نـــهاق(س)= نـــهاق(س)
$$س\to٣^{+} \qquad س\to٣^{-}$$
(٣×٣)+أ = ٤ (٣)٢ـ(٣×٦)
٩+أ =٣٦ ـ ١٨
أ = ١٨ ـ ٩ ← أ = ٩

١٨) اذا كان

$$ق(س)=\begin{cases} أس^{٢}+ب & س<٢ \\ ٣أس+س^{٢} & س>٢ \\ س^{٣}+٤س & س=٢ \end{cases}$$

و كان ق(س) متصلا عند س = ٢ فما قيمة الثوابت أ ، ب

الحل:



$$نـــهاق(س)_{س\to٢^{+}}=نـــهاق(س)_{س\to٢^{-}}=ق(٢)$$
٣أ(٢) + (٢)٢ = أ(٢)٢ + ب = (٢)٣ + ٤

٦أ + ٤ = ٨أ + ب = ٨ + ٨	
٦أ + ٤ = ١٦	٨أ + ب = ١٦
٦أ = ١٢	٨(٢) + ب = ١٦
أ = ٢	ب = ١٦ ـ ٨ = ٨

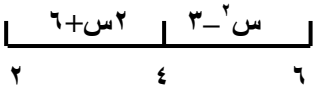
١٩) اذا كان

$$ق(س)=\begin{cases} ٢س+٦ & ٢\leq س<٤ \\ س^{٢}-٣ & ٤\leq س\leq٦ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران على الفترة [٢،٦]

١ـ اقترانات
٢ـ نقط تشعب
٣ ـ أطراف

الحل:



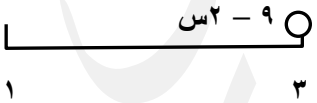
ق(س)= ٢س+٦ اقتران كثير الحدود ∴ متصل على(٢،٤)
ق(س)= س٢ـ٣ اقتران كثير الحدود ∴ متصل على(٤،٦)

نقط التشعب		الاطـــــراف	
نـــها ق(س) =١٤ $س\to٤^{+}$	نـــها ق(س) =١٣ $س\to٤^{-}$	نـــها ق(س)= ١٠ $س\to٢^{+}$	نـــها ق(س) ٣٣ $س\to٦^{-}$
∴ الاقتران غير متصل عند س= ٤		ق(٢) = (٢×٢)+٦= ١٠	ق(٦) = (٦)٢ـ٣= ٣٣
		∴ الاقتران متصل عند س=٢	∴ الاقتران متصل عند س=٦

∴ ق(س) متصل[٢،٦] ماعدا س= ٤

٢٠) ق(س)=
$$\begin{cases} ٩-٢س & ١\leq س<٣ \\ ٣ & س=٣ \end{cases}$$
ابحث في اتصال ق على الفترة [١ ، ٣] ؟

الحل :
ق(س) = ٩ − ٢س اقتران كثير حدود
∴ متصل على الفترة (ـ١ ، ٣)



اطـــــــراف

نـــهاق(س)= $س\to١^{+}$ = ٩ − (٢×ـ١)= ١١	نـــهاق(س) $س\to٣^{-}$ = ٩ − (٢× ٣)= ٣
ق(١) = ٩ − (٢×١)=٧	ق(٣) = ٣
ق(س) غير متصل عند س = ١	∴ ق(س) متصل عند س = ٣

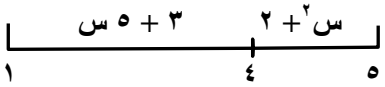
∴ ق متصل على الفترة [١ ، ٣] ما عدا س = ١

(٢١) ق(س)= { ٣ + ٥س ، ١ ≤ س < ٤ ; س^{٢} + ٢ ، ٤ ≤ س ≤ ٥ }

ابحث في اتصال على الفترة [١، ٤]

١- اقترانات
٢- نقط تشعب
٣ - أطراف

الحل :



٣+٥س متصل على (١، ٤) لأنه كثير حدود

هنا نقطه التشعب اصبحت طرف

نـــــهـا ق(س)	نـــــهـاق(س)
س←١$^{+}$	س←٤$^{-}$
= ٣ + (٥×١) = ٨	= ٣ + ٥(٤) = ٢٣
ق(١) = ٣ + (٥×١) = ٨	ق(٤) = (٤)٢ + ٢ = ١٨
ق(س) متصل عند س =١	... ق(س) متصل غير عند س = ٤

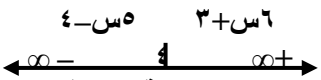
∴ ق(س) متصل على الفترة [١، ٤] ماعدا النقطة س = ٤

---

(٢٢) اذا كان ق(س)= { ٥س−٤ س≤ ٤ ; ٦س+٣ س>٤ }

فابحث في اتصال الاقتران على مجموعة الاعداد الحقيقية؟

الحل:



ق(س)=٦س+٣ اقتران كثير الحدود ∴ متصل على(٤،∞)

ق(س)=٥س−٤ اقتران كثير الحدود ∴ متصل على(٤،−∞)

نـــــهاق(س)= ٦ × ٤)+٣=٢٧

س←٤$^{+}$

نـــــهاق(س) =(٥×٤)−٤=١٦

س←٤$^{-}$

١- اقترانات
٢- نقط تشعب

∴ ق(س) غيرمتصل عند س = ٤

∴ ق(س) متصل على جميع الاعداد الحقيقية ماعدا س = ٤

(٢٣) اذا كان ق(س)= { ٣س^{٢}+٤ س≤٢ ; ٥س+٦ س>٢ }

هـ(س)=٢س

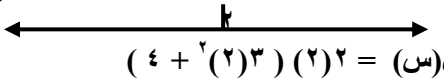
فابحث في اتصال ل(س)=هـ(س)×ق(س) عند س=٢

الحل:

ل(س)= { ٢س(٣س^{٢}+٤) س≤ ٢ ; ٢س(٥س+٦) س> ٢ }

نجهز اولا الاقتران ل (س) ثم نجد المطلوب

٢س(٥س+٦) ٢س(٣س^{٢}+٤)



نـــــها ل(س) = ٢(٢) (٣(٢)^{٢} + ٤)

س←٢$^{+}$ = ٦٤

نـــــها ل(س)= ٢(٢) (٥*٢ + ٦) = ٦٤

س←٢$^{-}$

ل(٢) = ٦٤

∴ ل(س) متصل عند س = ٢

(٢٤) جد اعداد الانقطاع للاقتران التالية:

(أ) ق(س)= ٦س − ٤ / ٢س^{٢} − س

(ب) ق(س) = ١٢ / س−٣

(ج) ق(س)= { ٣س^{٢}+٤ , س≤ ٣ ; ٨س+٥ , س< ٣ }

الحل:

أ) ٢س^{٢} − س= ٠ ⟵ س(٢س−١)= ٠

س= ٠ ٢س−١= ٠

٢س=١ ← س = ١/٢

ب) س−٣= ٠ ← س= ٣

(ج) نبحث عند نقاط التشعب (عند س=٣)

ممكن ان تكون نقطه قطع و لكن ليس بالضرورة

نـــــهاق(س) =٣(٣)^{٢}+٤=٣١

س←٣$^{+}$

نـــــهاق(س) =(٨×٣)+٥=٢٩

س←٣$^{-}$

∴نـــــهاق(س) ≠ نـــــهاق(س)

س←٣$^{+}$ س←٣$^{-}$

∴ الاقتران غيرمتصل عند س = ٣

∴ نقاط الانقطاع عند س= ٣

التفاضل

التغير في قيم س = Δ س = س٢ – س١
التغير في قيم ص = Δ ص = ص٢ – ص١
التغير في الاقتران = Δ ق(س)
= ق(س ٢) – ق(س١)
Δ ص = Δق (س)

متوسط التغير = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$

متوسط التغير وميل القاطع هم نفس الشئ

(٢٥) إذا كان ق (س) = ٢س + ٣ فجد ما يلي :
أ) مقدار التغير في السينات إذا كانت س= ٢ وتغيرت لتصبح ٤
ب) مقدار التغير في الاقتران
الحل:
أ) Δس = س٢ – س١ = ٤ – ٢ = ٢
ب) Δ ق(س) = ق(س٢)– ق(س١) = ق(٤)– ق(٢)
= (٢*٤ + ٣) - (٢*٢ + ٣)
= ١١ – ٧ = ٤

(٢٦) إذا كان مقدار التغير في س = ٦ عندما تتغير س من س١=١ الى س٢ فان قيمة س٢ تساوي؟
الحل:
Δ س = س٢ – س١
٦ = س٢ – ١
س٢= ٦ + ١ = ٧

٢٧)إذا علمت ان مقدار التغير في الاقتران ق(س)=١٣ عندما تتغير س من ٢ الى ٤ و كان ق(٢)=٢ فان (٤) تساوي؟

Δ ق(س) = ق (س٢) – ق(س١)
١٣ = ق(٤) – ق(٢)
ق(٤) = ١٣ + ق(٢)
= ١٣ + ٢ = ١٥

٢٨) إذا كان ق (س) =ب س^{٢} + ٣ ، س ∋ [١ ، ٣]
وكان التغير في الاقتران = ١٦ فجد قيمة أ فجد قيمه ب ؟
Δ ق(س) = ق (س٢) – ق(س١)
١٦ = ق (٣) – ق (١)
١٦ = [ب (٣)^{٢} + ٣] - [ب (١)^{٢} + ٣]
١٦ = ٩ب + ٣ – ب – ٣
١٦ = ٨ ب
ب = ٢

(٢٩) إذا كان ق (س) = س^{٢} – ٦ فجد متوسط التغير في ق(س) إذا كانت س١ = ٢ ، س٢ = ٥ ؟

متوسط التغير= $\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$
= $\frac{ق (٥) - ق (٢٤)}{٥ - ٢}$
= $\frac{[٦ - ٢(٢)][٦ - ٢(٥)]}{٩ + ١٢}$ = ٧

(٣٠) إذا كانت ق(س)= $\sqrt{٢س+٣}$ و كانت س١=٣ ، Δس= ٨ فجد متوسط التغير؟
متوسط التغير= $\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$
لكن Δس = س٢ – س١
٨ = س٢ –٣ ← س٢ =١١
∴ متوسط التغير= $\frac{ق(١١) - ق(٣)}{٨}$
= $\frac{\sqrt{(٢×١١)+٣} - \sqrt{(٢×٣)+٣}}{٨}$
= $\frac{٥ - ٣}{٨} = \frac{١}{٤}$

(٣١)إذا كان متوسط التغير لـ ق(س) عندما تتغير س من س= ١ الى ٣=٦ وكان هـ(س)=٣ق(س)+٥س فجد متوسط التغير هـ(س) عندما تتغير س من ١ الى ٣؟

متوسط التغير لـ ق(س) = $\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$
٦ = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٣ - ١}$
٦ = $\frac{ق(٣) - ق(١)}{٢}$ ← ق(٣) – ق(١) = ١٢
متوسط التغير لـ هـ(س)
= $\frac{هـ(س_2) - هـ(س_1)}{س_2 - س_1} = \frac{هـ(٣) - هـ(١)}{٣ - ١}$
= $\frac{[٣ق(٣)+(٣×٥)] - [٣ق(١)+(١×٥)]}{٢}$
= $\frac{٣ ق(٣) – ٣ق(١)+١٠}{٢}$
= ٣ $\frac{ق(٣) – ق(١) + ١٠}{٢}$ = $\frac{(١٢×٣)+١٠}{٢}$=٢٣

(٣٢) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق= –٢ و تغير س من ١ الى ٥ و كان ق(٥)=١٠، اوجد ق(١)؟

متوسط التغير= $\frac{ق(س_2) - ق(س_1)}{س_2 - س_1}$
–٢ = $\frac{ق (٥) – ق (١)}{٥ - ١}$
-٢ = $\frac{١٠ – ق(١)}{٤}$
–٢×٤ = ١٠–ق(١) ← ق(١) = ١٠+٨ = ١٨

(٣٣) إذا كان ق (س)= { ٣س ١≤ س ≤ ٣ ; ٥–س ٣ < س ≤ ٥ }

فجد متوسط التغير للاقتران ق عندما نغير س من ٣ إلى ٥ ؟
الحل:
متوسط التغير = $\frac{ق (س_2) – ق (س_1)}{س_2 - س_1}$
= $\frac{ق (٥) – ق (٣)}{٥ - ٣}$
= $\frac{(٥–٥) – (٣ × ٣)}{٢} = \frac{٠–٩}{٢} = \frac{٩}{٢}$

(٣٤) إذا كان ص = ق(س) = ٣– س^{٢} جد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠، ٣)(–٢، –١)

ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} – ص_{١}}{س_{٢} – س_{١}}$

= $\frac{-١ - ٣}{-٢ - ٠} = \frac{-٤}{-٢} = ٢$

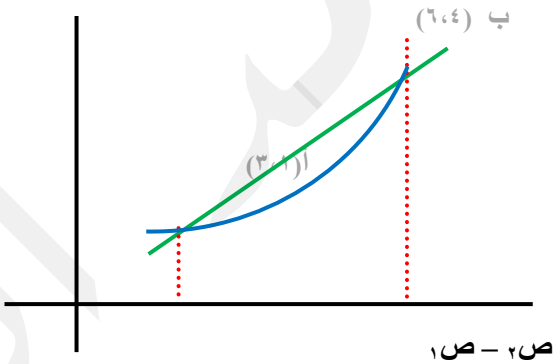
(٣٥)إذا كان ص = ق(س) =٢+س^{٢} فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٢،ق(٢)) (٤ ،ق(٤))

ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} – ص_{١}}{س_{٢} – س_{١}}$

= $\frac{ق(٤) – ق(٢)}{٤ – ٢}$

= $\frac{(٢+ (٤)^{٢}) – (٢+ (٢)^{٢})}{٢} = \frac{١٨ – ٦}{٢} = ٦$

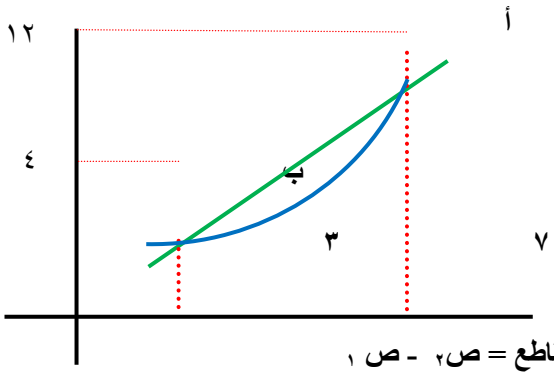
(٣٦) معتمدا على الشكل المجاور جد ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب



ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} – ص_{١}}{س_{٢} – س_{١}}$

= $\frac{-٦ - ٣}{-٤ - ١} = \frac{٣}{٣} = ١$

(٣٧) معتمدا على الشكل ادناه جد ميل القاطع المار بالنقطتين أ , ب



الحل : ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} – س_{١}}$

= $\frac{٤ - ١٢}{٧ - ٣} = \frac{-٨}{٤} = ٢$

(٣٨) إذا كان ق (٥)= ٨ ق (٧) =١٢ فجد متوسط التغير للاقتران عندما تتغير س من ٥ إلى ٧

متوسط التغير = $\frac{ق(س_{٢}) – ق(س_{١})}{س_{٢} – س_{١}}$

= $\frac{ق (٧) – ق (٥)}{٧ – ٥} = \frac{١٢ – ٨}{٢} = ٢$

السرعه المتوسطه = متوسط السرعه =

ع = $\frac{ف(ن_{٢}) – ف (ن_{١})}{ن_{٢} - ن_{١}}$

(٣٩)يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن)=ن^{٢}+٣ حيث ف المسافة بالأمتار ن الزمن بالثانية ، احسب السرعة المتوسطة في الفترة [٥، ٢]

ع = $\frac{ف(ن_{٢}) – ف(ن_{١})}{ن_{٢} – ن_{١}}$

= $\frac{ف(٢) – ف(٥)}{٢ – ٥}$

= $\frac{((٢)^{٢} + ٣) – ((٥)^{٢} + ٣)}{-٣} = \frac{-٢١}{-٣} = ٧$

المشتقه الاولى يرمز لها بالرمز

قَ(س) ، $\frac{د ص}{د س}$ ، صَ ، $\frac{د ق(س)}{د س}$

و يتم ايجادها بطريقتين

١- التعريف العام (اذا كتب السؤال كلمه بالتعريف العام او القانون العام)

٢- بالطرق السريعه : تسعمل دوما ما لم يذكر كلمه التعريف او القانون

التعريف العام للمشتقه :

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) – ق(س)}{ه}$ ه←٠

مفكوك الاقواس

(س+ه)^{٢} = س^{٢} +ه^{٢}+٢سه

(س+ه)^{٣} = س^{٣}+ه^{٣}+٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}

(٤٠) اذا كان ق(س)=س^{٢} – ٣ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة ؟

الحل: قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه)– ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{(س+ه)^{٢}– ٣–(س^{٢}– ٣)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{س^{٢}+٢سه+ه^{٢}–٣–س^{٢}+٣}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٢سه+ه^{٢}}{ه}$ = نـــــها $\frac{ه(٢س+ه)}{ه}$ ه←٠ ه←٠

= نـــــها ٢س+ه= ٢س + ٠ = ٢س ه←٠

(٤١) اذا كان ق(س) = س^{٣} + ٦ فجد صَ باستخدام قانون المشتقة الاولى ؟

صَ = نـــــها $\frac{ق(س+ه)– ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{(س+ه)^{٣}+٦–(٢س^{٣}+٦)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{س^{٣}+٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}+ه^{٣}+٦–٢س^{٣}–٦}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}+ ه^{٣}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{ه(٣س^{٢}+٣سه+ ه^{٢})}{ه}$ = ٣س^{٢} ه←٠

(٤٢) اذا كان ق(س)=٣س – ٢ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة ؟

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) – ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣(س+ه) –٢ – (٣س– ٢)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س+٣ه – ٢ – ٣س+ ٢}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣ه}{ه}$ = نـــــها ٣ = ٣ ه←٠

(٤٣) اذا كان ق(س)=٣س^{٣} – ٤ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة

قَ(س) = نـــــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٣(س+هـ)^{٣}-٤-(٣س^{٣}-٤)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٣(س^{٣}+٣س^{٢}هـ+٣سهـ^{٢}+هـ^{٣})-٤-٣س^{٣}+٤}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٣س^{٣}+٩س^{٢}هـ+٩سهـ^{٢}+٣هـ^{٣}-٤-٣س^{٣}+٤}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٩س^{٢}هـ+٩سهـ^{٢}+٣هـ^{٣}}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{هـ(٩س^{٢}+٩سهـ+٣هـ^{٢})}{هـ}$ = ٩س^{٢} هـ←٠

(٤٤) جد المشتقة الأولى للاقتران ق حيث أن

ق(س) = $\frac{٤}{١-٣س}$ باستخدام تعريف المشتقة ؟

قَ(س) = نـــــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{\frac{٤}{١-٣(س+هـ)}+\frac{٤}{١-٣س}}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٤(١-٣س)-٤(١-٣(س+هـ))}{(١-٣(س+هـ))(١-٣س)} \times \frac{١}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{-١٢س+٤+١٢س+١٢هـ}{(١-٣(س+هـ))(١-٣س)} \times \frac{١}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{١٢هـ}{(١-٣(س+هـ))(١-٣س)هـ}$ هـ←٠

= $\frac{١٢}{(١-٣(هـ+٠))(١-٣س)} = \frac{١٢}{(١-٣س)^{٢}}$

(٤٥)جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) ق(س)=$\sqrt{٤+٣س}$

قَ(س) = نـــــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{\sqrt{٤+٣(س+هـ)}-\sqrt{٤+٣س}}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{\sqrt{٤+٣(س+هـ)}-\sqrt{٤+٣س}}{هـ} \times \frac{\sqrt{٤+٣س+٣هـ}+\sqrt{٤+٣س}}{\sqrt{٤+٣س+٣هـ}+\sqrt{٤+٣س}}$

= نـــــهـا $\frac{٤+٣س+٣هـ-(٤+٣س)}{هـ(\sqrt{٤+٣س+٣هـ}+\sqrt{٤+٣س})}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٤+٣س+٣هـ-٤-٣س}{هـ(\sqrt{٤+٣س+٣هـ}+\sqrt{٤+٣س})}$ هـ←٠

= $\frac{٣}{\sqrt{٤+٣س}+\sqrt{٤+٣س}}$

= $\frac{٣}{٢\sqrt{٤+٣س}}$

(٤٦) جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) = ٧ باستخدام تعريف المشتقة

قَ(س) = نـــــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٧-٧}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا صفر = صفر هـ←٠

(٤٧) باستخدام تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى

ق(س) = س^{٢}+٣س–٥ عند س= ٢ ؟

الحل : قَ(س) = نـــــهـا $\frac{ق(س+هـ)-ق(س)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{(س+هـ)^{٢}+٣(س+هـ)-٥-(س^{٢}+٣س-٥)}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{س^{٢}+٢سهـ+هـ^{٢}+٣س+٣هـ-٥-س^{٢}-٣س+٥}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٢سهـ+هـ^{٢}+٣هـ}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{هـ(٢س+هـ+٣)}{هـ}$ هـ←٠

= ٢س + ٠+٣

= ٢س + ٣

قَ(٢) = ٢ (٢) + ٣ = ٧

(٤٨) اذا كان ص=ق(س) و كان مقدار التغير في ق(س) عندما تتغير س من س الى (س+هـ) هو ٥س هـ + ٣هـ^{٢} + ٧هـ فجد قَ(س)؟

يستعمل هذا القانون اذا اعطانا التغير في الاقتران و طلب المشتقه

الحل: قَ(س)= نـــــهـا $\frac{\Delta ص}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{٥س هـ + ٣هـ^{٢} + ٧هـ}{هـ}$ هـ←٠

= نـــــهـا $\frac{هـ(٥س + ٣هـ + ٧)}{هـ}$ هـ←٠

= ٥س + ٧

قواعد الاشتقاق

مشتقه القسمه = $\frac{\text{(مشتقه الاول) (الثاني) - (مشتقه الثاني) (الاول)}}{\text{(الثاني)}^{٢}}$

مشتقه الضرب = (مشتقه الاول) (الثاني) + (مشتقه الثاني) (الاول)

مشتقه الجذور

جذر تربيعي
مشتقه ما داخل الجذر
٢ *(الجذر نفسه)

جذر مش تربيعي
يلزم تجهيزه اولا ثم اشتقاقه

(٤٩) جد المشتقة الأولى في كل من الحالات التالية :

(١) ق(س) = ١٣

(٢) ق(س) = س^{٣}+٦

(٣) ق(س)=(٢س^{٢}+س)(٥س–س^{٣})

(٤) ق(س)= $\frac{س^{٢}+٥س}{س^{٣}+٧}$

(٥) ق(س)= $\frac{٣}{٤+٢س^{٢}}$

الحل:

(١) قَ(س) = صفر

(٢) قَ(س) = ٣س^{٢}

(٣) قَ(س)= (٤س+١)(٥س–س^{٣})+(٥–٣س^{٢})(٢س^{٢}+س)

(٤) قَ(س)= $\frac{(٢س+٥)(س^{٣}+٧)-٣س^{٢}(س^{٢}+٥س)}{(س^{٣}+٧)^{٢}}$

(٥) قَ(س)= $\frac{-٣(٤س)}{(٤+٢س^{٢})^{٢}}$

(٦) ص = $\sqrt{س^{٢}+٥س}$

(٧) ص = $\sqrt[٣]{س}$

(٨) ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٣}+٧س}$

الحل :

(٦) قَ(س) = $\frac{٢س+٥}{٢\sqrt{س^{٢}+٥س}}$

(٧) ص = (س)$^{٣/١}$

صَ = $\frac{١}{٣}$ (س)$^{-٢/٣}$

٨) ق(س) = (س^{٣} + ٧س)$^{\frac{١}{٣}}$

قَ(س) = $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١}{٣}$(س^{٣}+٧س)$^{-\frac{٢}{٣}}$(٣س^{٢}+٧)

اقتران مركب
(نشتق القوة) (نشتق الى جوا)

الاقترانات الدائريه والاسيه و اللوغاريتمات

(٩) ق(س)= ٢جا ٧س + جتا ٤س^{٢}

(١٠) ق(س) = س^{٢} + ٥ظا ٣س

(١١) ص= ٢س ظا٣س

(١٢) ص= ٩س جا٤س

(١٣) ق(س)= ٥س–٢هـ^{س}+٤ لوس

(١٤) ص= لوهـ (٥س^{٣}–٨س+٦)

(١٥) ص= هـ$^{س^{٢}+٧س}$ +لوهـ (س+١٦)

مشتقه ما بعد (لو)
ما بعد ال (لو)

الحل:

(٩) قَ(س) = ٢ (جتا ٧س) (٧) + (–جا ٤س^{٢}) (٨س)

(١٠) صَ = ٢س + ٥ (قا^{٢} ٣س) (٣)

(١١) صَ=(٢) (ظاس٣س)+(قا^{٢}٣س) (٣) (٢س)

(١٢) صَ=(٩) (جا٤س) +(جتا٤س) (٤) (٩س)

(١٣)قَ(س)= ٥–٢هـ^{س}+$\frac{٤}{س}$

(١٤) صَ = $\frac{١٥س^{٢}-٨}{٥س^{٣}-٨س+٦}$

(١٥) صَ=(٢س+٧) هـ$^{س^{٢}+٧س}$ + $\frac{١}{س+١٦}$

(١٦) ص = (س^{٢}+٥)^{٦}

(١٧) ص = $\frac{٥}{(٢س-٤)^{٦}}$

(١٨) ص = (جتاهس)^{٣}

(١٩) ق(س)= ظا^{٣}هس

(٢٠) ص = س هـ^{س}

الحل :

(١٦) $\frac{د ص}{د س}$ = ٦(س^{٢}+٥)^{٥}×٢س

(١٧) $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-٥×٦(٢س-٤)^{٥}×٢}{(٢س-٤)^{٦})^{٢}}$

(١٨) صَ = ٣(جتاهس)^{٢} (-جاهس) (٥)

(١٩) قَ(س)= ٣(ظاهس)^{٢} (قا^{٢}هس) (٥)

(٢٠) صَ =(١) (هـ^{س}) + (س) (هـ^{س})

(٥٠) اذا كان ق(٤)= ٥ ، قَ(٤)= ٧ ، و كان ل(س)= ٢س . ق(س) جد لَ (س) ، لَ(٤)؟

لَ(س)=٢ق(س)+٢س قَ(س) + ١٢س

لَ(٤)= ٢ق(٤)+(٢×٤قَ(٤))

=(٢×٥)+(٧×٨) = ١٠ + ٥٦ = ٦٦

(٥١) اذا علمت ان ق(س)=٤س^{٥}–٢س+٩ فان نـــــها $\frac{ق(١+هـ)-ق(١)}{هـ}$ تساوي؟

هـ←٠

الحل: المطلوب هو قَ(١) و نشتقه بالطرق السريعه

∴ قَ(س)= ٢٠س^{٤}–٢

قَ(١)= ٢٠(١)^{٤}–٢= ٢٠–٢

= ١٨

(٥٢) إذا كان ص =٢ س^{٣}+٧ س فجد $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$

$\frac{دص}{د س}$ = ٦ س^{٢} + ٧

$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ = ١٢ س

(٥٣)إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٤}}{٤}$ + $\frac{س^{٣}}{٣}$ + ٦س – ٤

فجد قيمة س التي تجعل قً(س) = صفر ؟

الحل

قَ(س) = س^{٣} + س^{٢} + ٦

قً(س) = ٣س^{٢} + ٢س = صفر

= س (٣س + ٢) = ٠ س = ٠

أو ٣س+٢=٠←٣س=–٢←س=$\frac{-٢}{٣}$

(٥٤)إذا كان ص = ع^{٣}+٤ع ، ع=٢ س+٥ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟

$\frac{د ص}{د ع}$ = ٣ع^{٢} + ٤ ، $\frac{د ع}{د س}$ = ٢

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{د ص}{د ع}$ × $\frac{د ع}{د س}$

= (٣ع^{٢} + ٤) × ٢

= ٦ع^{٢} + ٨ = ٦ (٢س+٥)^{٢}+ ٨

قاعده السلسله

(٥٥) إذا كان ص = ٢ ع + ع^{٢} ، ع = ٣س^{٢}+١
جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ ؟

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

$\frac{د ص}{د ع} = ٢ + ٢ع$ ، $\frac{د ع}{د س} = ٦ س$

$= (٢ + ٢ع) \times ٦ س$
$= ١٢ س + ١٢ س ع$
$= ١٢ س + ١٢ س (٣س^{٢}+١)$

$\frac{د ص}{د س} = (١٢\times١) + ((١٢\times١) (٣ + ١)) = ٦$ عند س=١

ميل المماس = م = نشتق ثم نعوض بقيمه س
معادله المماس = قاعده المماس
ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)
س$_{١}$ = تعطى من السؤال
ص$_{١}$ = نعوض قيمه س$_{١}$ فى الاقتران الاصلى (ق(س))

(٥٦) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران
ص= ٤س^{٢}+٥س عند س=١
الميل= قَ(س)= ٨س+٥
قَ(١)= ٨(١)+٥=١٣

(٥٧) جد قيم س التي يكون عندها ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س)
= ٢س^{٢} – ٣س ساوي ٩
الحل :
م = ٤س – ٣
٩ = ٤س – ٣
٤س = ١٢
س = ٣

(٥٨) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س)= ٣س+٥ عند النقطة (–٢،١)
معادلة المماس ص–ص$_{١}$=م(س–س$_{١}$)
س$_{١}$ = -٢
ص$_{١}$ = ١
م = قَ(س) = ٣
قَ(–٢) = ٣
∴ ص–١=٣(س+٢)

(٥٩) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران
ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س – ٣عندما س= ١
ص$_{١}$ = ق(١) = ٣ + ٢ – ٣ = ٢
م = قَ(س) = ٦س + ٢
= (٦×١) + ٢ = ٨
معادلة المماس ص–ص$_{١}$=م(س–س$_{١}$)
ص – ٢ = ٨(س – ١)

ف = المسافه
ع = السرعه
ت = التسارع
تنعدم = صفر
تنعدم السرعه ---- ع = صفر
ينعدم التسارع ---- ت = صفر
اولا نكتب قانون ف ع ت المطلوب نضعه في مربع و الثاني نحل معادلته لايجاد ن (الزمن) و نرجع للمربع نعوض فيه

(٦٠) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن^{٢} - ٤ن^{٣} + ٥ فجد ما يلي
(١) سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني
(السرعة اللحظية عند ن = ٣ ثانية)
(٢) تسارع الجسم عندما ن = ٣
(التسارع اللحظي عند ن = ٣ ثانية)
الحل:
ف(ن) = ن^{٢} - ٤ن^{٣} + ٥
ع(ن) = ٢ن – ١٢ ن^{٢}
ت(ن) = ٢ – ٢٤ ن
١) ع(٣) = (٢×٣) – ١٢(٣)^{٢}
= ٦ – ١٠٨ = – ١٠٢
٢) ت(٣) = ٢ – (٢٤×٣) = ٢ – ٧٢ = – ٧٠

(٦١) اذا كانت ف(ن) = ٤ن^{٣} – ١٢ن + ٩ فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣٦م/ث
الحل:
ف(ن) = ٤ن^{٣} – ١٢ن + ٩
ع = ١٢ ن^{٢} – ١٢
ت = ٢٤ ن
= ١٢ن^{٢} – ١٢ = ٣٦
١٢ن^{٢} = ٤٨ ← ن^{٢} = $\frac{٤٨}{١٢}$ = ٤
∴ ن = ٢
ت(٢) = ٢٤ × ٢ = ٤٨

(٦٢) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن^{٣} – ٣ن^{٢} + ٨ ، حيث ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني ، جد السرعة عندما تنعدم التسارع ؟
الحل:
ف(ن) = ن^{٣} – ٣ن^{٢} + ٨
ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٦ن
ت(ن) = ٦ن – ٦ = ٠
$\frac{٦ن}{٦} = \frac{٦}{٦}$ ← ن = ١
∴ ع(١) = ٣(١)^{٢} – ٦(١)
= ٣ – ٦ = – ٣

(٦٣) يتحرك جسم حسب العلاقة
ف(ن) = ن^{٣} – $\frac{٩ن^{٢}}{٢}$ – ١٢ن – ٤، حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، جد متى تنعدم السرعة ؟
الحل :
ف(ن) = ن^{٣} – $\frac{٩ن^{٢}}{٢}$ – ١٢ن – ٤
ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٩ن – ١٢ = ٠
ت = ٦ن – ٩

ع = ن^{٢} – ٣ن – ٤ = ٠
(ن–٤)(ن+١) = ٠
ن = ٤ ، –١ ←مرفوضة
∴ عندما ن = ٤ ثواني تنعدم السرعة

التزايد و التناقص

اختبار المشتقه الاولى — اختبار المشتقه الثانيه

النتائج

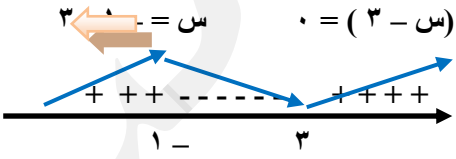
١ـقيم س الحرجه — ١ـقيم س الحرجه
٢ـالقيم القصوى للاقتران — ٢ـالقيم القصوى للاقتران
٣ـفترات التزايد و التناقص

طريقه الحل

١ـ نشتق الاقتران = صفر و نحل المعادله لايجاد قيم س الحرجه
٢ـنفحص على خط الاعداد — ٢ـ نشتق مشتقه ثانيه و
+ = متزايد — ونعوض قيم س الحرجه
ـ = متناقص — بها لفحص الاشارة
جبل = عظمى — + = صغرى
وادي = صغرى — ـ = عظمى

(٦٤) اذا كان ق(س)= س^{٣}ـ٣س^{٢}ـ٩س+١٢جد ما يلي:١) فترات التزايد و التناقص ٢) القيم الحرجه
٣) القيم القصوى للاقتران

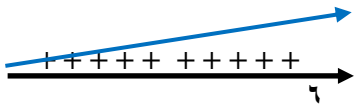
قَ (س) = ٣س^{٢} ـ ٦س ـ ٩ = ٠
س^{٢} ـ ٢س ـ ٣ = ٠
(س + ١) (س ـ ٣) = ٠ ← س = ـ١ ، ٣



قَ(س)

١) الاقتران متزايد(ـ∞،ـ١]، [٣ ،+∞)
٢) قيم س الحرجة = ـ ١ ، ٣
٣) للاقتران قيمة عظمى عند س= ـ ١ وقيمتها ق(ـ١)
للاقتران قيمة صغرى عند س = ٣ وقيمتها ق(٣)

(٦٥) اذا كان ق(س)=(س ـ٦)^{٣} فجد فترات التزايد و التناقص للاقتران
قَ(س)= ٣(س ـ٦)^{٢} = ٠
س ـ ٦ = ٠
س = ٦



الاقتران متزايد على ح ولا يوجد قيم قصوى للاقتران قيم س الحرجة عند س = ٦

(٦٦) إذا كان للاقتران ق(س)=٣أس^{٢}+١٢س نقطة حرجة عند س=١ فما قيمة أ؟

الحل:

قَ(س) =٦أ س+١٢ — قَ(النقطه الحرجه) = صفر
قَ(١)=(٦أ×١)+١٢=٠
٦أ = ـ١٢ ← أ= ـ٢
٦ ٦

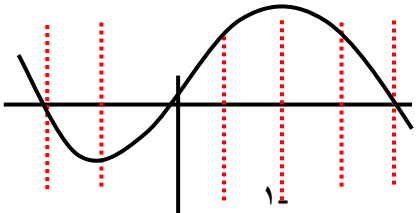
(٦٧) اذا كان ق(س) = س^{٣} ـ ٧٥س باستخدم اختبار المشتقة الثانية لايجاد القيم االقصوى للاقتران

قَ(س) = ٣س^{٢} ـ ٧٥ = ٠
٣س^{٢} = ٧٥
س^{٢} = ٢٥ ← س = ± ٥
قً(س) = ٦س
قً(٥) = ٦×٥ = ٣٠ > ٠
∴ قيمة صغرى
قً(ـ٥) = ٦×ـ٥ = ـ٣٠ < ٠
∴ قيمة عظمى

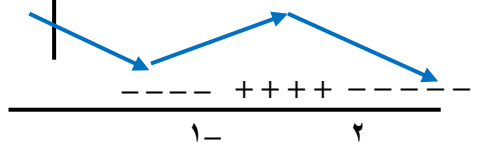
(٦٨) إذا كان ق(١)= ـ٤، قَ(١)=٠
قً(١)=٦ ق(٣)=٨ قَ(٣)=٠ , قً(٣)= ـ٧ فجد القيمة العظمى والصغرى للاقتران
قَ(١)=٠ ، قَ(٣)=٠
∴ القيم الحرجة عند س = ١،٣
قً(١) = ٦ > ٠
∴ صغرى وقيمتها ق(١)= ـ٤
قً(٣)= ـ ٧ < ٠
∴ عظمى وقيمتها = ق(٣)= ٨

(٦٩) الرسم يمثل منحنى ق(س) اعتمد على الرسم في ايجاد:
١)فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
٢) قيم س الحرجة ٣)القيم القصوى
٤) قَ(ـ١) ، قَ(٢)

ق(س)



الحل



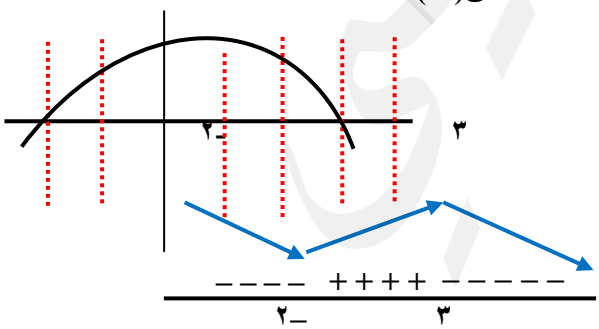
١) الاقتران متزايد في [ـ١ ، ٢]
ومتناقص في (ـ ∞،ـ١]،[٢،∞)

٢) قيم س الحرجة عند س = ـ١ ، ٢

٣) قَ(ـ١) = صفر لانهم نقط
قَ(٢) = صفر حرجة

(٧٠) يمثل الشكل المجاور منحنى قَ(س) جد ما يلي:
١)فترات التزايد والتناقص
٢) القيم س الحرجة للاقتران ق(س)
٣)القيم القصوى

ق(س)



الحل

١) الاقتران متزايد في [ـ٢ ، ٣]
ومتناقص في (ـ ∞،ـ٢]،[٣،∞)
٢) قيم س الحرجة عند س = ـ٢ ، ٣
٣)) للاقتران قيمة عظمى عند س= ٣ وقيمتها = ق(٣)
للاقتران قيمة صغرى عند س = ـ ٢ وقيمتها = ق(ـ٢)

(٧١) جد العددان اللذين مجموعها (٤٠) وحاصل ضربهما اكبر ما يمكن

تفرض العدد الأول = س

العدد الثاني = ص

س+ص= ٤٠ ← س= ٤٠ – ص

ل = حاصل ضربهم

ل = س× ص

ل= (٤٠ – ص) ص

= ٤٠ص – ص^{٢}

لً= ٤٠ – ٢ص= ٠

٤٠ =٢ص ← ص = ٢٠

لً= – ٢ <٠ .:. عظمى

العدد الاول = ص = ٢٠

العدد الثاني = س = ٤٠ – ٢٠ = ٢٠

.:. العددان ٢٠ ، ٢٠

(٧٢) قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها ٤٠٠ متر جد بعدي القطعة لتكون مساحتها اكبر ما يمكن

ص

س

المحيط = ل= ٢ س + ٢ ص= ٤٠٠

٢ ص = ٤٠٠ – ٢ س

ص = ٢٠٠ – س

المساحة = م = س × ص = س (٢٠٠ – س)

م = ٢٠٠ س – س^{٢}

مَ = ٢٠٠ – ٢ س = ٠

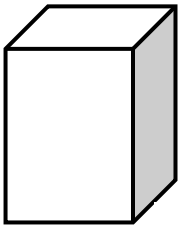
٢٠٠ =٢س ← س = ١٠٠

مً (س) = - ٢ <٠ .:. عظمى ص = ٢٠٠ – س

= ٢٠٠ – ١٠٠ = ١٠٠

(٧٣) صندوق معدني قاعدته مربعة الشكل بلا غطاء حجمه ٤ سم^{٣} ما أبعاده لتكون كمية المادة المستخدمة في تصنيعه اقل ما يمكن ؟

الحل :



ص

س

المساحة =م = مساحة القاعدة +مساحة إنب س

م= س^{٢} +٤س ص

= س^{٢} +٤س× $\frac{٤}{س^{٢}}$

م = س^{٢} + $\frac{١٦}{س}$

مَ= ٢ س – $\frac{١٦-}{س^{٢}}$ = ٠

٢س = $\frac{١٦}{س^{٢}}$

٢س^{٣}= ١٦

س^{٣}= ٨ ← س = ٢

مً= ٢ – $\frac{٢س \times ١٦}{س^{٤}}$ = ٢ – $\frac{٣٢}{٨}$ = ٤ >٠ .:. صغرى

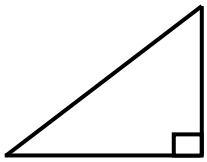
ص= $\frac{٤}{س^{٢}}$ = $\frac{٤}{(٢)^{٢}}$ = $\frac{٤}{٤}$ = ١

ح= س× س×ص

س^{٢}×ص= ٤

ص = $\frac{٤}{س^{٢}}$ القانون المساعد

(٧٤) مثلث قائم الزاوية مجموع ضلعي القائمة =٢٠سم جد اكبر مساحة ممكنة للمثلث .؟



س

ص

س + ص =٢٠

ص =٢٠ – س

المساحة = م = $\frac{١}{٢}$ ×س× ص

= $\frac{١}{٢}$ ×س×(٢٠ – س)

= ١٠ س – $\frac{س^{٢}}{٢}$

مَ = ١٠ – س= ٠

س= ١٠

مً = – ١ <٠ .:. عظمى

ص= ٢٠ – س

= ٢٠ – ١٠ = ١٠

اكبر مساحة = $\frac{١}{٢}$ ×س×ص

= $\frac{١}{٢}$ ×١٠×١٠ = ٥٠

(٧٥) يراد تسيج قطعة ارض مستطيلة الشكل إذا كانت تكلفة المتر الواحد من الجانبيين المتوازيين هي ٦ دنانير ومن الجانبين الآخرين هي ٣ دنانير فجد مساحة اكبر قطعة يمكن تسيجها بمبلغ ٢٤٠٠ دينار

س

ص

التكلفة =(٢س×٦)+(٢ص×٣)

١٢س+ ٦ ص=٢٤٠٠

٦ص=٢٤٠٠ – ١٢س

ص=٤٠٠ – ٢س

م= س× ص

= س×(٤٠٠ – ٢س)

م =٤٠٠س – ٢س^{٢}

مَ =٤٠٠ – ٤س= ٠

٤٠٠ =٤ س← س= $\frac{٤٠٠}{٤}$ =١٠٠

مً = – ٤ <٠ .:. عظمى

ص =٤٠٠ – (٢×١٠٠)

=٤٠٠ – ٢٠٠ = ٢٠٠

المساحة = س× ص

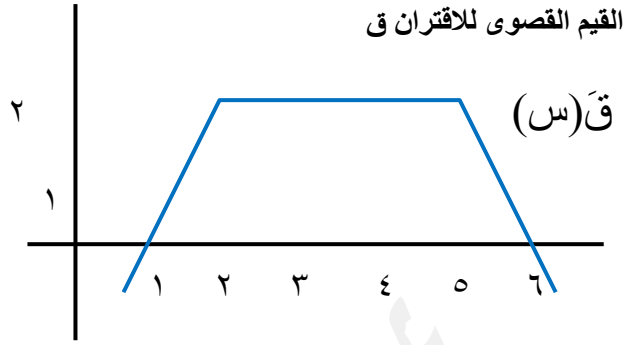
= ١٠٠×٢٠٠ = ٤٠٠٠٠

(سؤال) يراد عمل صندوق مفتوح من الأعلى من قطعة ورق مستطيلة الشكل إبعادها ٨٠سم، ٥٠سم وذلك بقطع مربعات متساوية عند رؤوسهم ثم ثني الأجزاء البارزة إلى الأعلى ، ما حجم اكبر صندوق يمكن صنعة بهذه الطريقة؟

(سؤال) صفيحة من الورق مستطيلة مساحتها (٣٢ سم٢) يراد طباعة إعلان عليها إذا كان عرض كل من الهامشين في راس الورق وأسفلها (اسم) وفى كل من الجانبيين (٠,٥ سم) فجد بعدي الورقة حتى تكون المساحة اكبر ما يمكن

(سؤال) إذا كان طول ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٤٠ سم ، فجد اكبر مساحة ممكنة للمثلث

يمثل الشكل المجاور منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق
قَ (٣)= قَ (٥)= ٢ قَ(١)= قَ(٦)= صفر اعتمد على الشكل لإيجاد
١) قيم س الحرجة
٢) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق
٣) نقط القيم القصوى للاقتران ق



- الايراد الكلي = د(س)
- الربح الكلي = ر(س)
- التكلفه الكليه = ك (س)

- حدي == مشتقه
- ايراد حدي = دَ
- ربح حدي = رَ
- تكلفه حديه = كَ
- د = ر + ك .... دَ = رَ + كَ

(٧٦) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو د(س) = − ٢ س^{٢} + ٦٠ س دينار و اقتران التكلفة الكلية ك(س) = ٤ س دينار . حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما فجد ما يلي :
١) التكلفة الحدية , الإيراد الحدي , الربح الحدي
٢) قيمة س التي تجعل الربح اكبر ما يمكن

١) التكلفة الحدية = كَ (س) = ٤
الإيراد الحدي = دَ(س)= -٤ س + ٦٠
الربح الحدي = رَ (س)
دَ(س) = رَ(س) + كَ(س)
-٤س + ٦٠ = رَ + ٤
رَ = -٤س + ٦٠ − ٤ = - ٤ س + ٥٦
(٢)الربح اكبر ما يمكن عندما رَ (س) = ٠
-٤س + ٥٦ = صفر
٤س = ٥٦
س = ٥٦ / ٤ = ١٤
رً (س) = − ٤ > ٠

(٧٧) إذا كان الإيراد الكلي لبيع س وحدة منتج ما يعطى بالعلاقة
د (س) = ٦٠ س − ٣ س^{٢} فان الإيراد الحدي عندما س = ٥ تساوي؟
دَ (س) = ٦٠ − ٦س
دَ (٥) = ٦٠ − ٦(٥) = ٦٠ − ٣٠ = ٣٠

(٧٨) ينتج مصنع س تيشيرت بالساعه , فإذا كانت تكلفة إنتاجها تعطى بالعلاقة ك (س) = ١٦٠ + ٤س + س^{٢} وكان يبيع التيشيرت الواحدة بسعر ١٢ دينار فجد:
١)اقتران الإيراد الكلي للمصنع من بيع التيشيرتات
٢)عدد التيشيرتات التي يجب أن يبيعها المصنع كل ساعه لتحقيق اكبر ربح ممكن
١) الإيراد الكلي = السعر × عدد القطع
= ١٢ × س = ١٢ س
٢) دَ (س) = ١٢
كَ(س) = ٤ + ٢ س
دَ = رَ + كَ
١٢ = رَ + ٤ + ٢س
رَ= ١٢ − ٤ − ٢س
رَ(س) = −٨ − ٢ س = ٠
٨ = ٢س
س= ٨ / ٢ = ٤
المصنع يجب ان يبيع ٤ تيشيرت بالساعه
رً (س) = − ٢ < ٠ قيمة عظمى عنما س = ٤

(٧٩) ينتج مصنع للحواسيب س جهاز أسبوعيا فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي تعطى بالعلاقة ك(س) = ١٥ +١٢س + س^{٢} وكان المصنع يبيع الجهاز الواحد بمبلغ ٣٠٠دينار فجد:
١- اقتران الإيراد الكلي
٢- اقتران الربح الكلي
٣- عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيا ليحقق اكبر ربح
١)الإيراد الكلي = سعر البيع × عدد القطع = ٣٠٠ س
٢) د = ر + ك
٣٠٠ س = ر + ١٥+ ١٢ س + س^{٢}
ر = ٣٠٠س − ١٥ − ١٢ س − س^{٢}
= ٢٨٨ س − ١٥ − س^{٢}
٣) رَ(س) = ٢٨٨ − ٢س = ٠
٢٨٨ = ٢س
∴ س= ٢٨٨ / ٢ = ١٤٤ جهاز
رً (س) = − ٢< ٠
∴عظمى عندما س = ١٤٤

أسئلة اضافية في حصة المراجعة