الصف الثاني عشر

للفرعين الادبي والفندقي والسياحي

الوحدة الخامسة

الإحصاء والاحتمالات

١) مبدا العد

٢) التباديل

٣) التوافيق

٤) المتغير العشوائي المنفصل

٥) توزيع ذات الحدين

٦) العلامة المعيارية

٧) التوزيع الطبيعي

٨) الارتباط

٩) خط الانحدار

١٠) حل تدريبات وتمارين الكتاب

١١) اسئلة الوزارة (٢٠٠٨- ٢٠١٨) مع الحلول النموذجية

مكتبة الوسام
ALWESAM

ناجح الجمزاوي

المعلم :ناجح الجمزاوي

٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم :ناجح الجمزاوي

الأستاذ ناجح الجمزاوي
الأدبي ، الفندقي
الإحصاء والإحتمالات
٠٧٩٥٦٥٦٨٨١ ٠٧٨٨٦٥٦٠٥٧

طرائق العد

اولاً: مبدأ العد

لينص مبدأ العد العام على :-
اذا امكن اجراء عمل ما على خطوتين بحيث أن الخطوة الأولى تجرى بطرق عددها (ن١) والخطوة الثانية تجرى بطرق عددها (ن٢) ، فيمكن اجراء العمل بطرق عددها يساوي ن١ × ن٢

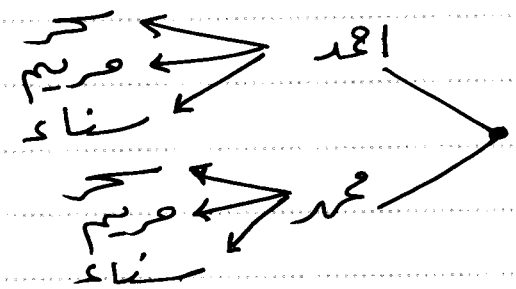
مثال توضيحي

بكم طريقة يمكن ان نختار طالب وطالبه من بين المجموعتين المتاليين
ح احمد ، محمد خ ، ح سحر ، مريم ، سناء خ

الحل

الخطوات : العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار طالب
الخطوة الثانية : اختيار طالبه
عدد الطرق = ٢ × ٣ = ٦

رسم الشجرة التوضيحية



ملاحظة هامة

ترتيب المراحل لا يهم ، ولكن التتابع والتوالي لعد انهاء مرحلة ينتقل إلى المرحلة الأخرى.

ALWESAM
المعلم : ناجح الجمزاوي

مثال ①

دخل مالك مطعماً لتناول وجبة الغداء فوجد أمامه ثلاثة انواع من الشوربة ونوعين من اللحوم فبكم طريقة يمكن اختيار وجبة مكونة من نوع واحد من الشوربة ونوع واحد من اللحم .

الحل

الخطوات : العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار الشوربة
الخطوة الثانية: اختيار اللحم
عدد الطرق = ٣ × ٢ = ٦

مثال ②

اراد شخص شراء خضار وفواكه من السوق فوجد امامه اربع اصناف خضار ، وخمس اصناف من الفواكه فاذا اراد شراء صنفاً واحداً من كل نوع ، فبكم طريقة يمكنه اختيار مشترياته .

الحل

الخطوات : العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار الخضار
الخطوة الثانية: اختيار الفواكه
عدد الطرق = ٤ × ٥ = ٢٠

مثال ③

بكم طريقة يمكن اختيار وديع ونائب له من بين ٨ معلمين بحيث لا يشغل المعلم ألكثر من منصب ؟

الحل

الخطوات : العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار المدير العام ثم اختياره من ٨ معلمين
الخطوة الثانية : اختيار نائب له من ٧ معلمين المتبقين
عدد الطرق = ٨ × ٧ = ٥٦

مثال ④

كم عدداً مؤلفاً من خمس ارقام يمكن تكوينه من مجموعة الارقام
{ ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٤ }
أ- اذا لم يسمح بالتكرار
ب- اذا سمح بالتكرار

الحل

أ) العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار منزلة الاحاد من مجموعة الارقام
الخطوة الثانية : اختيار منزلة العشرات
عدد الطرق = ٣ × ٢ = ٦

يتبع ←

① اذا سمح بالتكرار
العملية تتم على خطوتين
الخطوة الأولى : اختيار منزلة الاحاد من مجموعة الارقام .
الخطوة الثانية : اختيار منزلة العشرات من مجموعة الارقام
عدد الطرق = ٣ × ٣ = ٩

ملاحظة هامة

① يمكن استخدام الاسس وذلك اختيار رقمين من ثلاثة ارقام مع التكرار (الارجاع)
عدد الطرق = $٣^{٢}$ = ٩

② الترتيب مهم في الاعداد فالعدد المكون من المنزلتين ٣ ٥ يختلف عن العدد ٥ ٣

مثال ⑤
اراد عثمان السفر من العقبة إلى دمشق مرورًا بعمان ، فاذا كان بامكانه السفر من العقبة إلى عمان بواسطة الطائرة أو السيارة ، وبامكانه السفر من عمان الى دمشق بواسطة الطائرة أو السيارة أو القطار فكم طريقة امام عثمان للسفر من العقبة إلى دمشق مرورًا بعمان

الحل
هناك طريقتين للسفر من العقبة إلى عمان ، وهناك ثلاث طرق للسفر من عمان إلى دمشق
عدد الطرق = ن١ × ن٢
= ٢ × ٣ = ٦ طرق

مثال ⑥
اذا كان عدد العاملين في احدى المدارس (٢٠) معلمًا ، بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية مؤلفة من رئيس وأمين صندوق وامين سر

الحل
العملية تتم على ثلاث خطوات
الخطوة الأولى : اختيار الرئيس
الخطوة الثانية : اختيار امين السر من العاملين الباقين
الخطوة الثالثة : اختيار امين الصندوق من بقية العاملين
عدد الطرق = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٢٠ × ١٩ × ١٨
= ٦٨٤٠

مكتبة العلم
ALILMESAM
العلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑦

دخل احد الزبائن محلاً لبيع اجهزة الحاسوب موجد امامة (٣) انواع من شاشات العرض و(٤) انواع للوحات المفاتيح و(٥) انواع لوحدات التشغيل (الصندوق) فكم طريقه يمكنه اختيار جهاز مكون من شاشة عرض ولوحة مفاتيح ووحدة تحكم ؟

الحل

عدد الطرق للأختيار = ن١ × ن٢ × ن٣
= ٣ × ٤ × ٥ = ٦٠

مثال ⑧

بكم طريقة يمكن ان يجلس بها ٣ طلاب على ٦ مقاعد مرقمة

الحل

العملية تتم على ثلاث خطوات
الخطوة الأولى: جلوس الطالب الأول
الخطوة الثانية: جلوس الطالب الثاني
الخطوة الثالثة: جلوس الطالب الثالث

عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٤
= ١٢٠ طريقة

مثال ⑨

بكم طريقة يجلس بها (٣) رجال و(٣) نساء على (٦) مقاعد مرقمة (أو على استقامة واحدة) بحيث يجلس الرجال متجاورين والنساء متجاورات.

الحل

العقد الأول الثاني الثالث الرابع الخامس السادس
عدد الطرق ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١
الرجال النساء

عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١
= ٧٢٠ طريقة

طريقة أخرى للحل

عدد طرق جلوس الرجال = ٣ × ٢ × ١ = ٦
عدد طرق جلوس النساء = ٣ × ٢ × ١ = ٦
ويوجد طريقتين للترتيب هي جلوس الرجال ثم النساء أو جلوس النساء ثم الرجال

عدد الطرق = ٢ × ٦ × ٦ = ٧٢٠

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑩

بكم طريقة يمكن الأجابه على ٣ اسئلة من نوع الصواب أو الخطأ ؟

الحل

عدد خيارات اجابة السؤال الواحد (٢) لأن الاجابه (ص ، خ)

عدد الطرق = ٢ × ٢ × ٢ = ٨

مثال ⑪

تكون مجلس ادارة احدى الشركات من ٥ اعضاء ، كم طريقة يمكن بها اختيار رئيس ونائب رئيس من بين اعضاء مجلس الادارة

الحل

التباديل مهم

عدد الطرق = ٥ × ٤ = ٢٠

مثال ⑫

اذا اشترك اربعة رياضيين في المباراة النهائية للسباحة ، فما عدد التراتيب المختلفة لنتائج السباقه

الحل

التكرار غير مسموح ، التباديل مهم

عدد الطرق = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

مثال ⑬

بكم طريقة يمكن الاجابه على ثلاث اسئلة من نوع الاختيار من متعدد اذا كان لكل سؤال اربعه خيارات للاجابه .

الحل

التكرار مسموح ، التباديل مهم

عدد الطرق = ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

مثال ⑭

كم كلمة من ٣ حروف يمكن تكوينها من حروف كلمة (توجيهي) علماً بانه ليس من الضروري ان يكون للكلمة معنى وبدون تكرار اي حرف

الحل

عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٣

= ٩٠ طريقة

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام : ناجح الجمزاوي

مثال (١٥)

كم كلمة مكونه من ٣ حروف يمكن تكوينها من مجموعة الحروف {أ، ب، ج، د، هـ، و} علماً بان ليس من الضروري ان يكون للكلمة معنى

(أ) اذا سمح بالتكرار

(ب) اذا لم يسمح بالتكرار

الحل

عدد الحروف في المجموعة ٦ حروف

(أ) اذا سمح بالتكرار

عدد الطرق = ٦ × ٦ × ٦ = ٢١٦

(ب) اذا لم يسمح بالتكرار

عدد الطرق = ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠

مثال (١٦)

كم عدداً مكون من ثلاث منازل يمكن تكوينه من بين مجموعة الارقام {١، ٢، ٣، ٤} اذا

(أ) سمح بالتكرار (ب) لم يسمح بالتكرار

الحل (أ) عدد الطرق = ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

(ب) عدد الطرق = ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤

مثال (١٧)

اذا كان لدينا مجموعة الأحرف {أ، ب، ج، د} ومجموعة الارقام {١، ٢، ٣، ٤} نريد تكوين لوحة تحوي كل منها حرفين مبوعين بثلاث ارقام، فاعدد اللوحات التي يمكنه تكوينها اذا

(أ) لم يسمح بتكرار الاحرف والارقام

(ب) لم يسمح بتكرار الاحرف وسمح بتكرار الارقام

(ج) سمح بتكرار الاحرف ولم يسمح بتكرار الارقام

الحل

(أ) عدد الطرق = ٢ × ٣ × ٤ × ٣ × ٢ = ١٤٤

(ب) عدد الطرق = ٤ × ٤ × ٤ × ٣ × ٢ = ٣٨٤

(ج) عدد الطرق = ٤ × ٤ × ٤ × ٣ × ٣ = ٢١٦

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٨)

اراد دائرة السير صنع لوحات معدنية للسيارات تحمل كل منها حرفاً من حروف الهجاء العربية متبوعاً بعدد من رقمين من مجموعة الارقام {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠} فكم لوحة مختلفة يمكن صنعها اذا علمت ان عدد حروف الهجاء ٢٨

الحل

	الحرف	الرقمين
عدد الطرق	٢٨	٩×٩

= ٢٨ × ٨١ لوحة

مثال (١٩)

صندوق يحتوي على ثلاث كرات ملونة حمراء ، صفراء ، سوداء اذا تم سحب كرتان من الصندوق على التوالي فما عدد النواتج الممكنة اذا كان السحب

(أ) مع الارجاع

(ب) بدون ارجاع

الحل

الترتيب مهم : لأن السحب على التوالي (الواحدة وراء الأخرى)

(أ) مع الارجاع : الكرة ترجع للصندوق

عدد الطرق = ٣×٣ = ٩

(ب) بدون ارجاع : الكرة لا ترجع للصندوق

عدد الطرق = ٣×٢ = ٦

مثال (٢٠)

صندوق يحتوي على ٨ بطاقات متماثلة مرقمة بكم طريقة يمكنه ان نسحب ٤ بطاقات على التوالي اذا كان

(أ) السحب مع الارجاع = ٨×٨×٨×٨ = ٤٠٩٦

(ب) بدون الارجاع = ٨×٧×٦×٥ = ١٦٨٠

مثال (٢١)

بكم طريقة يمكن جلوس ٥ طلاب من بين ٨ طلاب على ٥ مقاعد مرقمة

الحل : التكرار غير مسموح

المقعد الاول يختار الطالب = ٨×٧×٦×٥×٤

مضروب العدد الصحيح غير السالب

المضروب

هو حاصل ضرب العدد بنفسه متقوصًا واحد في كل مره حتى نصل العدد (١) ويرمز له بالرمز (!) وعليه فإن كان ن عدد صحيح موجب فإن

ن! = ن × (ن-١) × (ن-٢) ... × ٢ × ١

وحالة خاصة ٠! = ١
مضروب الصفر = ١

ويستخدم المضروب في إيجاد عدد الطرق الممكنه لعملية ما بالشكل الآتي
عدد طرق ترتيب (ن) من الاشياء في (ن) من الاماكن يساوي
ن!

مثال ①
جد قيمة كل مما يأتي
أ) ١! ب) ٣! جـ) ٦!

الحل
أ) ١! = ١
ب) ٣! = ٣ × ٢ × ١ = ٦
جـ) ٦! = ٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

مثال ②
جد قيمة ما يلي
أ) ٣! + ٤! ب) ٣! × ٤!
جـ) (٣+٢)! د) (٨-٥)!

الحل
أ) ٣! + ٤! = ٣ × ٢ × ١ + ٤ × ٣ × ٢ × ١
= ٦ + ٢٤ = ٣٠
ب) ٣! × ٤! = ٣ × ٢ × ١ × ٤ × ٣ × ٢ × ١
= ٦ × ٢٤ = ١٤٤
جـ) (٣+٢)! = ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١
= ١٢٠
د) (٨-٥)! = ٣! = ٣ × ٢ × ١
= ٦

مكتبة الوسام
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ③
اوجد قيمة مايلي

أ) (٥-٥)! ب) ٦! - ٣×٤!
ج) ٤ - (٢+٢)! د) ٥(٧-٣)!

الحل

أ) (٥-٥)! = ٠! = ١
ب) ٦! - ٣×٤! =
٦×٥×٤×٣×٢×١ - ٣×٢×١
= ٧٢٠ - ٦ = ٧١٤
ج) ٤ - (٢+٢)! = ٤ - ٤! =
٤ - (٤×٣×٢×١) = ٤ - ٢٤
= -١١٦
د) ٥(٧-٣)! = ٥×٤! =
= ٥×٤×٣×٢×١ = ١٢٠

مثال توضيحي

٤! = ٤×٣×٢×١
= ٤×٣!
١٠! = ١٠×٩×٨!
١٥! = ١٥×١٤×١٣!

مثال ④
أكتب كل مما يأتي بابسط صورة

أ) ٨!/١٠! ب) ٩!/(٩-٢)!
ج) ٨!/١٣!٤ د) ١٠!×٨!/١١!×٦!

الحل

أ) ٨!/١٠! = ٨×٧×٦!/١٠×٩×٨×٧×٦! = ١/٩٠
ب) ٩!/(٩-٢)! = ٩!/٧! = ٩×٨×٧!/٧! = ٧٢
ج) ٨!/١٣!٤ = ٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١/١٣×١٢×١١×١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١ = ١/٢٨٥٠
د) ١٠!×٨!/١١!×٦! = ١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١/١١×١٠×٩×٨×٧×٦×٥×٤×٣×٢×١×٦×٥×٤×٣×٢×١ = ٥٦/١١

ملاحظة هامة

يمكن كتابة مضروب العدد بدلالة مضروب عدد أقل منه، ويمكن الاستفادة من هذه الطريقة في الأختصار.

ن! = ن(ن-١)!
ن! = ن(ن-١)(ن-٢)!
ن! = ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!
وهكذا ...

مكتبة الوسام
الوسام ناجح الجمزاوي

مثال ⑤

جد قيمة كل مما يأتي

أ) $\frac{٨!}{٦!}$ ب) $\frac{٧!}{(٧-٤)!}$

جـ) $\frac{٦!}{٤! \times ٢!}$

الحل

أ) $\frac{٨!}{٦!} = \frac{٨ \times ٧ \times \cancel{٦!}}{\cancel{٦!}} = ٥٦$

ب) $\frac{٧!}{(٧-٤)!} = \frac{٧!}{٥!} = \frac{٧ \times ٦ \times \cancel{٥!}}{\cancel{٥!}} = ٤٢$

جـ) $\frac{٦!}{٤! \times ٢!} = \frac{٦ \times ٥ \times \cancel{٤!}}{\cancel{٤!} \times ٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

مثال ⑥

اذا علمت ان $٧! = ٥٠٤٠$ جد ما يلي

أ) $٦!$ ب) $٨!$ جـ) $٧! \times ٢$

الحل

أ) $٧! = ٥٠٤٠$

$٧ \times ٦! = ٥٠٤٠$

$٦! = \frac{٥٠٤٠}{٧} = ٧٢٠$

ب) $٨! = ٨ \times ٧!$

$= ٨ \times ٥٠٤٠ = ٤٠٣٢٠$

جـ) $٧! \times ٢ = ٥٠٤٠ \times ٢ = ١٠٠٨٠$

مثال ⑦

أكتب كل مما يلي بابسط صورة

أ) $\frac{ن!}{(ن-١)!}$ ب) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!}$

الحل

أ) $\frac{ن!}{(ن-١)!} = \frac{ن(ن-١)!}{(ن-١)!} = ن$

ب) $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!} = \frac{(ن+١)(ن)(ن-١)!}{(ن-١)!}$

$= (ن+١)(ن)$

ملاحظه

$(ن+١)! = (ن+١) \times ن \times (ن-١)!$

تطرح واحد من كل مره حتى تصل لما تريد وتقف

مكتبة الوسام REWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٨)

حل كل من المعادلات الآتية

① $-٦ + (ن+١)! = ١٠! + ١٧$

الحل

$٦ + (ن+١)! = ١ + ١٧ = ١٨$

$(ن+١)! = ٤$

$= ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٤!$

$ن+١ = ٤ \Rightarrow ن = ٣$

② $\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ١٢$

الحل

$\frac{ن!}{(ن-٢)!} = \frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)!} = ١٢$

$ن(ن-١) = ١٢$

$ن^٢ - ن = ١٢$

$ن^٢ - ن - ١٢ = ٠$

$(ن-٤)(ن+٣) = ٠$

$ن = ٤$ $ن = -٣$ مرفوض

③ $(ن+٢)! = ٥(ن+٢)!$

الحل

$(ن+٣)! = ٥(ن+٢)!$

$(ن+٣)(ن+٢)! = ٥(ن+٢)!$

$ن+٣ = ٥$

$ن = ٥-٣ = ٢ \leftarrow$

④ $٦(ن-١)! = (ن+١)!$

الحل

$٦(ن-٢)! = (ن+١)(ن)(ن-١)!$

$٦ = (ن+١)(ن)$

$= ن^٢ + ن \Rightarrow$

$ن^٢ + ن - ٦ = ٠ \leftarrow$

$(ن+٣)(ن-٢) = ٠ \leftarrow ن = -٣$ مرفوض

$ن = ٢$

⑤ $ن! = (ن-٣)! \times ٦٠$

الحل

$ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)! = (ن-٣)! \times ٦٠$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦٠$ نبحث عن

حاصل ضرب ٣ اعداد متتالية $= ٦٠$

وهي $٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$

$\leftarrow ن(ن-١)(ن-٢)$

$= ٥ \times ٤ \times ٣$

$\Rightarrow ن = ٥$

ملاحظه

اذا كانت (ن ! = عدد معين) لايجاد (ن) نقوم بالضرب تصاعديًا ونبدأ من ١ × ٢ × ٣ × ... إلى أن نصل الى العدد المطلوب فتكون (ن) تساوي آخر عدد ...

مثال ٩

جد قيمة (ن) لكل مما يأتي

أ) ن ! = ٢٤ ب) ن ! = ٧٢٠
ج) ٣ (ن !) = ٣٦٠ د) (ن ٢) ! = ٧٢٠
هـ) ن ! - ١٤ = ٩٦ و) (٥ ن) ! = ١٢٠
ز) (ن + ٣) ! = ٥٠٤٠

الحل

أ) ن ! = ٢٤
١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤ = ١٤
نبدأ الضرب من ١ حتى الحصول على ٢٤
ن ! = ٢٤ = ١٤
ن = ٤

ب) ن ! = ٧٢٠
١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٧٢٠
٧٢٠ = ١٦
ن ! = ١٦ ← ن = ٦

ج) ٣ (ن !) = ٣٦٠ بالقسمة على ٣
ن ! = ٣٦٠ / ٣ = ١٢٠
١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠
١٢٠ = ١٥
ن ! = ١٥ ← ن = ٥

د) (ن ٢) ! = ٧٢٠
١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٧٢٠
٧٢٠ = ١٦
(ن ٢) ! = ١٦ ← ن ٢ = ٦
ن = ٦ / ٢ = ٣

هـ) ن ! - ١٤ = ٩٦
ن ! - (٤ × ٢ × ١) = ٩٦
ن ! - ٢٤ = ٩٦ ← ن ! = ١٢٠
+ ٢٤ + ٢٤
ن ! = ١٢٠ = ١٥ ← ن = ٥

و) (٥ ن) ! = ١٢٠ ← ٥ ن = ١٥
١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠ ← ن = ٥ / ٥ = ١

ز) (ن + ٣) ! = ٥٠٤٠
١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ = ٥٠٤٠
٥٠٤٠ = ٧١٠
(ن + ٣) ! = ٧١٠ ← ن + ٣ = ٧
- ٣ - ٣
ن = ٤

ملاحظة

يستخدم المضروب في ايجاد عدد الطرق الممكنه لعملية ما

اذا كان عدد طرق ترتيب (ن) من الاشياء في (ن) من الاماكن

= ن !

هنا يجب ملاحظة ما يلي

① الترتيب مهم

② التكرار غير مسموح

③ عدد الاشياء = عدد الاماكن

مثال ⑩

بكم طريقة يمكن ان يجلس ٣ أشخاص على ٣ مقاعد كقعد على استقامه واحده

الحل

عدد الاشخاص = عدد المقاعد

عدد الطرق = ١٠٣

= ٣ × ٢ × ١ = ٦

مثال ⑪

بكم طريقة يمكن ترتيب ٤ كتب على رف المكتبه في صف واحد

الحل

عدد الطرق = ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٤ !

= ٢٤

مثال ⑫

كم كلمة مكونه من (٥) حروف يمكن تكوينها باستخدام حروف كلمة (لحظات) وبدون تكرار اي حرف منها وليس من الضروري ان يكون للكلمة معنى.

الحل

عدد الحروف ٥ = الكلمة من ٥ حروف

عدد الطرق = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥

= ٥ !

= ١٢٠

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ٢٢٣

محل لبيع الخضروات يحتوي على اربعة اصناف من الفاكهه (موز ، برتقال ، تفاح ، مشمش) وصنفين من الخضروات (كوسا ، بطاطا) ، دخلت ام رامي المحل لشراء صنف واحد من الفواكه وصنف آخر من الخضروات ، ما الخيارات المتوافره لها ؟

الحل

عدد الطرق = عدد طرق اختيار الفواكه × عدد طرق اختيار الخضروات

= ٤ × ٢ = ٨

تدريب ② ص ٢٢٤

لدى محمد اربعة انواع من القمصان وثلاثة انواع من البناطيل ونوعان من الاحذيه ، فهل يكفيه ذلك اذا اراد كل يوم ارتداء لباس مختلف عن اليوم الذي سبقه ؟

الحل

عدد الطرق = عدد طرق اختيار القمصان × عدد طرق اختيار البناطيل × عدد طرق اختيار الاحذيه

= ٤ × ٣ × ٢ = ٢٤ طريقه

لا يكفي لشهر فقط لـ ٢٤ يوم

تدريب ③

بكم طريقة يمكن تكوين عدد من ٣ منازل من مجموعة الاعداد الفرديه التي هي اكبر من ٤ ، واقل من أو تساوي ١٥ في حال :

أ) سمح بتكرار الارقام

ب) لم يسمح بتكرار الارقام

الحل

مجموعة الاعداد الفرديه التي هي اكبر من ٤ واقل من او تساوي ١٥ هي

{ ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ }

أ) التكرار مسموح

الاحاد العشرات المئات
٦ × ٦ × ٦

= ٢١٦ طريقه

ب) التكرار غير مسموح

٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠

تدريب ④ ص ٢٢٦

بكم طريقة يمكن ان يجلس ٦ طلاب على ٦ مقاعد موضوعه بطريقه مستقيمه

الحل

٦ × ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٧٢٠

= ٧٢٠ طريقه

تدريب ⑤ ص ٢٢٧

حل كل من المعادلات الاتيه

① $ن! = ١٢٠$

الحل =

$١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ = ٥! = ١٢٠$

$ن = ٥$

② $١٠ + ٣(ن!) = ١٦$

الحل

$١٠ + ٣(ن!) = ١٦$

$-١٠ \quad -١٠$

$٣(ن!) = ٦$

$\frac{٣}{٣} \quad \frac{٦}{٣}$

$ن! = ٢$

$= ٢ \times ١ = ٢!$

$ن = ٢$ ←

③ $(٢ن + ١)! = ١٢٠$

$(٢ن + ١)! = ٥!$

لأن $١٢٠ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥$

$٢ن + ١ = ٥$

$-١ \quad -١$

$٢ن = ٤ \leftarrow ن = \frac{٤}{٢} = ٢$

④ $\frac{(ن+١)!}{(ن-١)!} = ٣٠$

الحل

$\frac{(ن+١)\,ن\,(ن-١)!}{(ن-١)!} = ٣٠$

$(ن+١)\,ن = ٣٠$ فك القوس

$ن^٢ + ن = ٣٠$ ←

$ن^٢ + ن - ٣٠ = ٠$ تحليل

$(ن + ٦)(ن - ٥) = ٠$

$ن = -٦$ مرفوض

$ن = ٥$

الأسئلة

الكتاب صفحة ٢٢٨

السؤال الأول

تعمل (١٠) حافلات لنقل الركاب بين مدينتي عمان والزرقاء، فإذا اراد راكب ان يسافر من مأدبا إلى الزرقاء مروراً بعمان، ثم يعود سالكاً الطريق نفسه فبكم طريقة يمكنه عمل ذلك شريطة الا يركب الحافله نفسها في اثناء رحلته.

الحل

عدد الطرق = ١٠ × ٩ = ٩٠ طريقه

السؤال الثاني

محل لبيع المجمدات الغذائية فيه ٣ انواع مختلفه من الاسماك و ٤ انواع مختلفه من اللحوم الحمراء ونوعان مختلفان من الدجاج بكم طريقه يمكن لاحد الزبائن ان يشتري نوعاً واحداً من كل من الاسماك واللحوم الحمراء والدجاج

الحل

عدد الطرق = ٣ × ٤ × ٢

= ٢٤ طريقه

السؤال الثالث

اتبعت دائرة السير في احدى الدول نظاماً لترقيم السيارات حيث تحتوي الارقام ← ٩ ، بحيث تحتوي لوحة السيارة على ٤ ارقام وحرفين من احرف الهجاء فكم سيارة يمكن ترقيمها بهذه الطريقه علماً بان يبدأ ←

مكتبة السحاب AHWESAM
الأستاذ ناجح الجمزاوي

عدد أحرف الهجاء ٢٨ حرفاً وتكرار الارقام ممنوع فلاغاً لتكرار الاحرف

الحل

اولاً - ١٤ رقم التكرار ممنوع
$= 9 \times 9 \times 9 \times 9$

ثانياً - حرفين التكرار غير ممنوع
٢٧×٢٨

عدد الطرق $= ٢٨ \times 9 \times 9 \times 9 \times 9$
$٢٧ \times$
$= ٤٩٦٠١١٦$

السؤال الرابع

جد قيمة كل مما يأتي

أ) $١٠٦ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦$
$= ٧٢٠$

ب) $١٠٣ + ١٠٥ + ١٠٢$
$= ١٢٢ + ١٢٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ + ١٢٢ \times ٣$
$= ٦ + ١٢٠ + ٢ = ١٢٨$

ج) $١٠٢ + ١٠٠ = ٢ + ١ = ٣$

د) $٤٢ \times ١٣ = ٤٢ \times ٣ \times ٢١$
$= ٦ \times ٤٢ = ٢٥٢$

السؤال الخامس

حل كلاً من المعادلات الاتية

أ) $٢ \times (ن!) = ٤٨$

الحل

بالقسمة على (٢) ←

$\frac{٢ \times (ن!)}{٢} = \frac{٤٨}{٢}$

$ن! = ٢٤$ $٢٤ = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤$

$١٤! =$

$ن = ٤$ ←

ب) $١٠٠ - (ن!) = -٢٠$

الحل

$-١٢٠ - (ن!) = -٢٠$
-١٠٠

$-(ن!) = -١٢٠$

$(ن!) = ١٢٠$ $ن = ٥$

ج) $(٣ن + ١)! = ٢$

$(٣ن + ١)! = ٢ \times ٢ = ١٢$

$٣ن + ١ = ٨$
$-١ \quad -١$

$\frac{٣ن}{٣} = \frac{٧}{٣}$ $ن = \frac{١}{٣}$

مكتبة الوسام AlWesam المعلم ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

① بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار لجنة مكونة من مدير ونائب له وأمين سر من بين (٥) مرشحين

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ٦٠ د) ١٢٠

الحل

عدد الطرق = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

الاجابة (ج)

② اذا كان ٣ × ن! = ٧٢ ، فان قيمة (ن) تساوي

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٣ د) ٢

الحل

٣ × ن! = ٧٢ بالقسمة على ٣

ن! = ٧٢/٣ = ٢٤

ن! = ٢٤ = ١ × ٢ × ٣ × ٤

ن! = ٤!

← ن = ٤

الاجابة (أ)

وزارة (٢٠١٠) شتوية

① في احدى الاسواق يباع (٤) انواع من الخضار هي (بندوره ، خس ، ملفوف ، فاصوليا) و (٣) انواع من اللحوم هي (لحم ضروف ، كبد ، دجاج) اراد احمد ان يشتري نوعاً واحداً من الخضار ونوعاً واحداً من اللحم ، فان عدد الطرق المختلفة التي يستطيع بها اختيار ذلك هي

أ) ٤ × ٢ ب) ٤ × ٣ ج) ٤ × ٣ × ١ د) ل(٤ ، ٣)

الاجابة ٤ × ٣ (ب)

② اذا علمت ان (ن-١)! = ٢٤ فان قيمة ن تساوي

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٢٥

الحل

(ن-١)! = ٢٤ = ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٤!

← ن-١ = ٤

← ن = ٥ الاجابة (ج)

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان ٣ (ن !) = ١٣ = ٣٦٦
مجد قيمة ن

الحل

٣ (ن !) + ١٢ × ٢ = ٣٦٦

٣ (ن !) = ٦ = ٣٦٦

٦ ٦

$\frac{٣(ن!)}{٣} = \frac{٣٦٠}{٣}$

ن ! = ١٢٠

= ١٥ ⇐ ن = ٥

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان ن ! = ٢٤ فان قيمة ن تساوي

أ) ١٢٤ ب) ٢٤ ج) ١٤ د) ٤

الحل

ن ! = ٢٤ = ١ × ٢ × ٣ × ٤

= ١٤

← ن = ٤

الاجابة (د)

وزارة (٢٠١٢) صيفية

① قيمة ١٢ ! + ١٣ ! تساوي

أ) ٨ ب) ١٢ ! ج) ٥ د) ١٥

الحل

١٢ ! + ١٣ ! = ١٢ × ٣ + ١٢ =

= ٦ + ٢ = ٨

الاجابة (أ)

② تبيع احدى المكتبات (٣) انواع من الأقلام و (٤) انواع من المحافظ بكم طريقة يمكن لأحد الطلبة شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة

أ) $\frac{١٤}{!(٤-٣)}$ ب) ٣ × ٤

ج) $\frac{١٤!}{!٣!(٤-٣)}$ د) ١٣ ! × ١٤

الحل

عدد الطرق = ٣ × ٤ = ١٢

الاجابة (ب)

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) شتوية

بكم طريقة يمكن ان تجلس اربع طالبات على اربعة مقاعد موضوعة في صف واحد :

الحل

$٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٢٤$

$= ٢٤$ طريقة

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التباديل

التباديل

هي عدد التشكيلات الممكنه لمجموعة جزئية من العناصر منتقاة من مجموعة كليه من العناصر مع مراعاة لأهمية تسلسل العناصر في تشكيلات المجموعة الجزئية .

عدد التباديل :
هي مجموع الكيفيات التي يمكنه أن ننتقي بها افراد المجموعة مع مراعاة الترتيب

مثال

اذا كان لدينا مجموعة من العناصر عددها ٣ { ا ، ب ، ج }

① التباديل الثلاثيه :
وذلك باخذ ثلاثة احرف في كل مره وهي
ا ب ج ، ا ج ب ، ب ا ج ، ب ج ا ، ج ا ب ، ج ب ا

② التباديل الثنائيه
وذلك بأخذ حرفين في كل مرة
ا ب ، ا ج ، ب ا ، ب ج ، ج ا ، ج ب

③ التباديل الاحاديه
وذلك باخذ حرف في كل مره
ا ، ب ، ج

التباديل الثلاثيه يرمز لها بالرمز ل (٣،٣)
التباديل الثنائيه يرمز لها بالرمز ل (٣،٢)
التباديل الاحاديه يرمز لها بالرمز ل (٣،١)

⇐
عدد التباديل الثلاثيه = ل(٣،٣) = ٦
عدد التباديل الثنائيه = ل(٣،٢) = ٦
عدد التباديل الاحاديه = ل(٣،١) = ٣

مكتبة الوسام العلمية
ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وبشكل عام نعرف التباديل

اذا اختيرت عناصر عددها ر من مجموعة عناصر عددها ن ، بحيث يكون ترتيب الاختيار مهمًا ، فان هذا الاختيار يُسمى تبديلاً ويرمز إلى عددها بالرمز

ل (ن ، ر) حيث ن ، ر عددان طبيعيان ، ر ≤ ن

ويكون

$$ل(ن،ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$$

أي ان

ل(ن ، ر) = ن (ن-١) (ن-٢) ... ٧ (ن-ر+١)

مثال ①

ما عدد تباديل مجموعة من ستة عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر في كل مرة

الحل

ل (٦ ، ٣) = ٦ × ٥ × ٤

↓

نبدأ من العدد ٦ ونزل معي ٣ أرقام

مثال ②

أوجد قيمة ما يلي

① ل (٥ ، ٢)

الحل

ل (٥ ، ٢) = ٥ × ٤ = ٢٠

نتنزل من الرقم (٥) عددا رقمين

أو نستطيع الحل بالقانون

$$ل(٥،٢) = \frac{٥!}{(٥-٢)!}$$

$$= \frac{٥!}{٣!} = \frac{١٣ \times ٤ \times ٥}{١٣}$$

= ٥ × ٤ = ٢٠

مثال ③

اوجد قيمة ل (١٢ ، ٥)

الحل

$$ل(ن،ر) = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$$

$$ل(١٢،٥) = \frac{١٢!}{(١٢-٥)!}$$

$$= \frac{١٢!}{٧!} = \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧!}{٧!}$$

= ١٢ × ١١ × ١٠ × ٩ × ٨

مكتبة الوسام AWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ④

أوجد قيمة مايلي

④ ل(٣، ٣)

الحل

ل(٣، ٣) = ٣ × ٢ × ١ = ٦

نبدأ من ٣ وننزل فهي ٣ أرقام

أوجد الناتج

⑤ ل(٧، ٣)

الحل

ل(٧، ٣) = $\frac{!٧}{!(٣-٧)}$ = $\frac{!٧}{!٤}$

= $\frac{٧ \times ٦ \times ٥ \times \cancel{!٤}}{\cancel{!٤}}$ = ٢١٠

⑥ ٣ ل(٥، ٢)

= ٣ × (٥ × ٤)

= ٣ × ٢٠ = ٦٠

⑦ ل(٣، ٠) = $\frac{!٣}{!(٠-٣)}$ = $\frac{!٣}{!٣}$

= ١

⑧ ل(ن، ٢) = ن (ن - ١)

⑨ ل(١٠، ١٠) = $\frac{!١٠}{!(١٠-١)}$ = $\frac{!١٠}{!٩}$ = $\frac{!١٠}{١}$

مثال ⑤

جد قيمة كل مما يأتي

① ل(٧، ٣)

الحل

ل(٧، ٣) = ٧ × ٦ × ٥ = ٢١٠

② ل(٩، ١) = ٩

③ ل(٨، ٠) = $\frac{!٨}{!(٠-٨)}$ = $\frac{!٨}{!٨}$ = ١

④ ل(٧، ٧) = $\frac{!٧}{!(٧-٧)}$ = $\frac{!٧}{!٠}$

= $\frac{!٧}{١}$ = ٥٠٤

ملاحظة هامة

① ل(ن، ٠) = ١

② ل(ن، ١) = ن

③ ل(ن، ن) = !ن

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

اوجد قيمة كل مما يلي

① $ل(٣٤٢) \times ل(١٦٧) + ل(٤٦٤)$

الحل

$= ٣ \times (٢ \times ٧) + (٤ \times ٣ \times ٢ \times ١)$

$= ٤٢ + ٢٤ = ٦٦$

---

② $٢ل(٢٦٢) - ٥ل(٥٠٥)$

الحل

$٢ \times ٢ - ١ \times ٥$

$= ٢ \times ٢ \times ١ - ٥ = ٤ - ٥ = -١$

---

③ $\frac{ل(٩٤٤)}{١٤!}$

الحل

$= \frac{٩!}{(٤-٩)! \times ١٤!} = \frac{٩!}{٥! \times ١٤!}$

$= \frac{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥!}{٥! \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠}$

$= \frac{٣٠٢٤}{٢٤٠٢٤٠} = \frac{١}{١٥٦}$

مثال ⑦

$ل(٧٥٦) =$

أ) $\frac{٧!}{٥!}$ ب) $\frac{٧!}{٢!}$ ج) $\frac{٧!}{٣!}$

د) $٧! \times ٥!$

الحل

$ل(٧٥٦) = \frac{٧!}{(٥-٧)!}$

$= \frac{٧!}{٢!}$

الاجابة ب

مثال ⑧

اوجد قيمة $\frac{ل(١٠٤٦)}{ل(٨٣٦)}$

أ) ١٢ ب) ٤٠ ج) ٩٠ د) ١٥

الحل

$= \frac{\frac{١٠!}{(١٠-٤)!}}{\frac{٨!}{(٨-٣)!}} = \frac{\frac{١٠!}{٦!}}{\frac{٨!}{٥!}}$

$= \frac{١٠!}{٦!} \times \frac{٥!}{٨!}$

$= \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦!}{٦! \times ٨!} \times \frac{٥!}{٨!} = \frac{٩٠}{٦} = ١٥$

الاجابة د

مكتبة الوسام AlWesam
الوسام ناجح الجمزاوي

حل المعادلات التي تحتوي على التباديل

هي معادلات تحتوي على ل(ن ، ر)
وهناك حالتان :-
١- ان تكون (ن) مجهولة
٢- ان تكون (ر) مجهولة

① اذا كانت (ن) مجهولة

تكون (ر) معلومة وتمثل عدد المرات التي سوف ننزل بها عن العدد (ن) أي أن نريد مجموعة من الاعداد المتتالية وعددها = ر ، وحاصل ضربها يعطينا المطلوب .

مثال ①
اوجد قيمة (ن) التي تحقق كلاً مما يلي

(أ) ل(ن ، ٢) = ٢٠

الحل

نريد عددين متتالين حاصل ضربهما ٢٠

٢٠ = ٥ × ٤ ، ٢٠ | ٢ / ١٠ | ٥ / ١

∴ ن = ٥ العدد الأكبر

(ب) ل(ن ، ٣) = ١٢٠

الحل

نريد ٣ اعداد متتالية حاصل ضربها ١٢٠

١٢٠ = ٦ × ٥ × ٤

ن = العدد الأكبر = ٦

أو يمكن الحل عن طريقة كتابة الارقام من ١ ← ١٠ ثم نبحث عن ٣ اعداد حاصل ضربها = ١٢٠

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠

١٢٠ ← ن = ٦ العدد الأكبر

(ج) ل(ن - ١ ، ٣) = ٦٠

الحل

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠

ن - ١ = ٥ ← ن = ٦
+١ +١

(د) ٣ل(ن ، ١٦) = ٢١ بالقسمة على ٣

ل(ن ، ١٦) = ٢١/٣ ← ل(ن ، ١٦) = ٧

← ن = ٧ لأن ل(ن ، ١٦) = ن

مكتبة السام ALWESAM العلم نافع الجمزاوي

مثال ②

حل المعادلات التالية :-

① $ل(ن ، ٢) = ٢٠$

الحل

$\frac{ن!}{(ن-٢)!} = ٢٠$ ← $ن(ن-١) = ٢٠$

$ن^٢ - ن = ٢٠$ ← $ن = ٥$

② $ل(ن ، ن) - ٢ = ٤$

الحل

$ل(ن ، ن) = ٤ + ٢$ ←

$ل(ن ، ن) = ٦$ لكن $ل(ن ، ن) = ن!$

$ن! = ١ \times ٢ \times ٣$

$= ٣!$ ← $ن = ٣$

③ $ل(ن ، ٣) = ٧٢٠$

الحل

$ل(ن ، ن) = ن!$

$= ٧٢٠ = ٦!$

← $ن = ٦$

ملاحظة هامة

اذا كان كل من طرفي المعادلة يحوي على المقادير فاننا نستفيد من القاعدة

$ل(ن ، ر) = ن \times (ن-١) \ldots (ن-ر+١)$

مثال ③

اوجد قيمة ن التي تحقق كل مما يلي

① $ل(ن ، ٣) = ٣٠ ل(ن ، ٢)$

الحل

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٣٠ \times ن(ن-١)$

نختصر المتشابه

$ن - ٢ = ٣٠$ ⇐

$ن = ٣٢$ ⇐

② $ل(ن ، ٥) = ٥٦ ل(ن ، ٣)$

الحل

$ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)$

$= ٥٦ ن(ن-١)(ن-٢)$

$(ن-٣)(ن-٤) = ٥٦$ ⇐

فك الأقواس

$ن^٢ - ٣ن - ٤ن + ١٢ = ٥٦$

$ن^٢ - ٧ن + ١٢ - ٥٦ = ٠$

$ن^٢ - ٧ن - ٤٤ = ٠$ نحلل

$(ن - ١١)(ن + ٤) = ٠$

$ن = ١١$ $ن = -٤$ مرفوضة

← يتبع

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام: ناجح الجمزاوي

ⓑ ٤ ق ل(ن، ١٦) = ق ل(ن، ٣٦)

الحل

٤ ق ن = ق ن(ن-١)(ن-٢)

٤ ق = ق (ن-١)(ن-٢)

بالقسمة على ق

١٢ = (ن-١)(ن-٢) فك الأقواس

١٢ = ن٢ - ن - ٢ن + ٢

← ن٢ - ٣ن + ٢ - ١٢ = ٠

ن٢ - ٣ن - ١٠ = ٠

(ن - ٥)(ن + ٢) = ٠

ن = ٥ ن = -٢ مرفوضة

② اذا كانت (ر) مجهولة

في هذه الحالة تكون قيمة ن معلوم لذلك نبدأ من العدد (ن) وننزل حتى نصل الى المطلوب وتكون ر = عدد الحدود (عدد مرات النزول)

مثال ①

اوجد قيمة ر التي تحقق كل مما يلي

① ل(٥، ر) = ٦٠

الحل

نبدأ من العدد ٥ وننزل حتى نصل الى العدد (٦٠)

٦٠ = ٥ × ٤ × ٣ عدد الحدود = ٣

← ر = ٣

② ل(٦، ر) = ٣٠

٣٠ = ٥ × ٦

← ر = ٢

③ ل(٤، ر) = ١٢

١٢ = ٣ × ٤ ر = ٢

مكتبة العلم ALWEEAM
المعلم ناجح الجمزاوي

المسائل النصية

نستخدم التباديل ل(ن ، ر) في المسائل التي يكون فيها الترتيب مهم والتكرار غير مسموح وهي

① السحب على التوالي
② اذا وضعت مجموعة من الأشياء في صف واحد .
③ الكلمات التي تتكون من احرف
④ تكوين اعداد من منازل
⑤ الاماكن والمقاعد المرحمة
⑥ اذا حددت المراكز والمناصب

مثال ①

كم عدد التباديل لمجموعة ف سبعة عناصر مأخوذه خمسه في كل مرة .

الحل

ل(٧ ، ٥) = ٧ × ٦ × ٥ × ٤ × ٣

مثال ②

اذا كانت ٣ ل(٦ ، ر) = ٩٠
فان قيمة ر تساوي

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٥ د) ٣

الحل

بالقسمة على ٣ ←
ل(٦ ، ر) = ٣٠
٦ × ٥ = ٣٠ ← ر = ٢
الاجابة (أ)

مثال ③

اذا علمت ان ل(٩ ، ر) = ٥٠٤
فما قيمة ل(ر + ١ ، ٤) ؟

الحل

نجد قيمة (ر) من المعطيات

ل(٩ ، ر) = ٥٠٤
٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤
← ر = ٣ نعوضها

ل(ر + ١ ، ٤)
= ل(٣ + ١ ، ٤)
= ل(٤ ، ٤)
= ٤ × ٣ × ٢ × ١
= ٢٤

مكتبة الوسام AlwesamBook
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ②

ما عدد تباديل مجموعة من ٣ عناصر

الحل

ل(٣،٣) = ٣×٢×١ = ٦
= ٣!

مثال ③

كم عدد مؤلف من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الارقام {٣، ٤، ٦، ٧، ٨} اذا لم يسمح بتكرار أي رقم ؟

الحل

الترتيب مهم ولا يسمح بالتكرار

← تباديل

اختيار رقمين من بين اربعة ارقام

ل(٤،٢) = ٤×٣ = ١٢

مثال ④

كم عددًا مختلفاً يمكن تكوينه من ارقام العدد (٧٣٥٤) اذا لم يسمح بتكرار الرقم

الحل

عدد ارقام العدد = اربعة اعداد المطلوب اختيار اربعة ارقام من بين اربعة

ل(٤،٤) = ٤! = ٢٤

مثال ⑤

كم كلمة مكونة من ثلاث حروف يمكن تكوينها من مجموعة الاحرف {م، ن، ج، ك، ه} علمًا بانه ليس من الضروري ان يكون للكلمة معنى (لا يسمح بالتكرار)

الحل

الترتيب مهم والتكرار غير مسموح ← تباديل

ل(٥،٣) = ٥×٤×٣
= ٦٠

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب له من بين ٢٠ موظفاً

الحل

الترتيب مهم والتكرار غير مسموح ← بتباديل

$ل(٢٠، ٢) = ١٩ \times ٢٠ = ٣٨٠$

مثال ⑦

بكم طريقة يمكن اختيار مديرة وعاملة وسكرتيرة وفنية مختبر من بين (١٠) فتيات

الحل

$ل(١٠، ٤) = ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧$

مثال ⑧

فاعدد الطرق التي يمكن بها ظهور ٥ فرق كرة سلة على المراكز الثلاث الأولى

الحل

$ل(٥، ٣) = ٥ \times ٤ \times ٣$

$= ٦٠$

مثال ⑨

بكم طريقة يستطيع ٥ طلاب الجلوس في صف فيه ٨ مقاعد على استقامة واحدة .

الحل

$ل(٨، ٥) = ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤$

مثال ⑩

اذا اشترك ٨ طلاب في سباق فبكم طريقة يمكن ان تظهر نتيجة السباق .

الحل

$ل(٦، ٦) = ١ \times ٢ \times ٧٠$

مثال ⑪

بكم طريقة يمكن ترتيب ٥ كتب على رف المكتبة في صف واحد

الحل

$ل(٥، ٥) = ١ \times ٢ \times ١٢٠$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص٣١

① كم عدد تباديل مجموعة مكونة من ٥ عناصر مأخوذة ٢ في كل مرة .

الحل

$ل(٥،٢) = ٥ \times ٤ = ٢٠$

② جد قيمة

$ل(٦،٤) + ل(٧،٥) + ٢!$

الحل

$٦ \times ٥ \times ٤ \times ٢ + ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٢ + ٢$

تدريب ② ص٣١

ما عدد طرائق اختيار رئيس شركة ونائب له ، ومدير مالي من بين ٢٠ موظفاً في الشركة ، علماً بأن الشخص الواحد لا يشغل أكثر من وظيفة واحدة في الشركة

الحل

$ل(٢٠،٣) = ٢٠ \times ١٩ \times ١٨$

تدريب ③ ص٣٣

جد قيمة (ر) في كل من المعادلتين الآتيتين .

① $ل(٨،ر) = ١٦٨٠$

$٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ = ١٦٨٠$

$ر = ٤$

② $٨٠ - ٣ل(٤،ر) = ٧ + ١٠$

الحل

$٨٠ - ٣ل(٤،ر) = ١٠ + ٧ = ١٧$

$٣ل(٤،ر) = ٨٠ - ١٧ = ٦٣$

بالقسمة على ٣

$ل(٤،ر) = \frac{٦٣}{٣} = ٢١$

$٢١ = ٧ \times ٣ \times ١$

$ر = ٣$

ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

الأسئلة

الكتاب صفحة (٢٣٣)

السؤال الأول

ما عدد تباديل مجموعة مكونه من ٩ عناصر مأخوذه ٥ في كل مرة

الحل

$ل(٩،٥) = ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥$

السؤال الثاني

بكم طريقه يمكن اختيار رئيس قسم ومساعده، وامين عهدة من بين ٩ اعضاء في هذا القسم شريطة ان لا يشغل احدهم وظيفتين معاً ؟

الحل

$ل(٩،٣) = ٩ \times ٨ \times ٧$

$= ٥٠٤$ طريقه

السؤال الثالث

جد قيمة كل مما يأتي

(أ) $ل(٨،٣) = ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٣٦$

(ب) $ل(١٣،١٠) = \frac{!١٣}{!٣}$

$= ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤$

(ج) $ل(٢٠،٣) = \frac{!٢٠}{!١٧}$

$= ٢٠ \times ١٩ \times ١٨$

(د) $ل(١٧،١٧) = \frac{!١٧}{!١٧}$

$= ١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

عبر عما يأتي باستخدام المضاريل

أ) ١٧ × ١٦ × ١٥ × ١٤ × ١٣

الحل

ل (١٧ ، ٥)

ب) ل (ن ، ٣) = ٢٠ ل (ن ، ٢)

الحل

ن ! / (ن - ٣) ! = ٢٠ ن ! / (ن - ٢) !

(ن - ١) (ن - ٢) = ٢٠

ن - ٢ = ٢٠ ⟸

ن = ٢٢

السؤال الخامس

جد قيمة كل من (ن) ، و (ر) في ما يأتي

أ) ل (ن ، ٣) = ٧٢٠

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠

٨ × ٩ × ١٠

ن = ١٠

ب) ل (٦ ، ر) = ٣٦٠

٣ × ٤ × ٥ × ٦

ر = ٤

ج) ل (ن ، ٣) = ٩ ل (ن ، ٢)

الحل

ن ! / (ن - ٣) ! = ٩ ن ! / (ن - ٢) !

(ن - ١) (ن - ٢) = ٩

ن - ٢ = ٩ ⟸

ن = ١١

السؤال السادس

كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف { م ، ن ، ع ، م } علماً بانه ليس شرطاً ان يكون للكلمة معنى ؟

الحل

ل (٤ ، ٣) = ٤ × ٣ × ٢

= ٢٤ كلمة

مكتبة المعلم ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التوافيق

التوافيق

هي عدد التشكيلات الممكنه لانتقاء مجموعة جزئيه من مجموعة كليه من العناصر عندما يكون ليس هناك اهمية للترتيب بعبارة أخرى هي

عدد الطرق التي يمكن فيها انتقاء (ر) من العناصر من ضمن (ن) من العناصر دون مراعاة الترتيب ويرمز لها بالرمز

$\binom{ن}{ر}$ ويقرأ ن فوق ر

مثال توضيحي

بكم طريقة يمكن سحب كرتين معًا من صندوق يحتوي على ثلاث كرات مرقمة ١ ، ٢ ، ٣ ؟

الحل

للحصول على الكرتين معًا فلن يكون الترتيب مهمًا أي ان سحب الكرتين ١ ، ٢ معًا نفس سحب الكرتين ٢ ، ١ معًا وبذلك تكون الخيارات لعملية السحب هي ١ ، ٢ ، ١ ، ٣ ، ٢ ، ٣ والحالات التي يكون الترتيب غير مهم نستخدم التوافيقه

عدد الحالات = $\binom{٣}{٢}$

قانون التوافيق

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن\ ،\ ر)}{ر!}$$

أو

$$\binom{ن}{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)! \times ر!}$$

مكتبة الإسلام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①
جد قيمة كل مما يأتي

④ $\binom{6}{2}$

الحل $\binom{6}{2} = \frac{6!}{2!(6-2)!} = \frac{6!}{2!\times 4!}$

$= \frac{6\times 5\times \cancel{4!}}{2\times 1\times \cancel{4!}} = \frac{30}{2} = 15$

حل آخر:

$\binom{6}{2} = \frac{P(6,2)}{2!} = \frac{6\times 5}{2} = \frac{30}{2} = 15$

③ $\binom{5}{3}$

$= \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5\times 4\times \cancel{3!}}{\cancel{3!}\times 2!} = \frac{20}{2} = 10$

⑤ $3\binom{6}{4} = 3\times \frac{6!}{4!\times 2!}$

$= \frac{3\times 6\times 5\times \cancel{4!}}{\cancel{4!}\times 2!} = 3\times \frac{30}{2}$

$= \frac{90}{2} = 45$

⑤ $\binom{5}{3} + \binom{3}{2}$

$= \frac{5!}{3!\times 2!} + \frac{3!}{2!\times 1!}$

$= \frac{5\times 4\times \cancel{3!}}{\cancel{3!}\times 2!} + \frac{3\times \cancel{2!}}{\cancel{2!}\times 1!}$

$= \frac{20}{2} + \frac{3}{1} = 10 + 3 = 13$

⑥ $\binom{6}{4}\times\binom{6}{3}$

الحل

$\frac{6!}{4!\times 2!} \times \frac{6!}{3!\times 3!}$

$= \frac{6\times 5\times \cancel{4!}}{\cancel{4!}\times 2!} \times \frac{6\times 5\times 4\times \cancel{3!}}{\cancel{3!}\times 3!\times \cancel{3!}}$

$= \frac{30}{2}\times 20 = 15\times 20$

$= 300$

⑦ $\binom{4}{0}$

الحل $\binom{4}{0} = \frac{4!}{0!(4-0)!} = \frac{4!}{1\times 4!} = \frac{1}{1} = 1$

مكتبة الوسام
ALWSAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①
جد قيمة كل مما يأتي

ⓐ $\binom{9}{9}$

الحل

$$\binom{9}{9} = \frac{!9}{!0 \times !9} = 1$$

ⓑ $\binom{45}{0}$

الحل

$$\binom{45}{0} = \frac{!45}{!0 \times !45} = 1$$

ⓒ $\binom{6}{1} - ل(166)$

الحل

$$\frac{!6}{!5 \times !1} - \frac{!6}{!(6-1)}$$

$$\frac{6 \times 5!}{1 \times 5!} - \frac{6}{5!}$$

$$6 - \frac{6 \times 5}{5!}$$

$$6 - 6 = صفر$$

ⓓ $\frac{\binom{8}{3}}{ل(368)}$

الحل

$$\frac{\frac{!8}{!3}}{ل(368)} = \frac{1}{!3}$$

$$= \frac{1}{6}$$

حل آخر

$$= \frac{\frac{!8}{!5 \times !3}}{\frac{!8}{!5}} = \frac{1}{!3}$$

$$= \frac{1}{6}$$

ⓔ $\frac{٤ل(267) \times 2\binom{9}{3}}{!8}$

الحل

$$\frac{٤ \times 7 \times 6 \times 2 \times \frac{!9}{!6 \times !3}}{!8}$$

$$= \frac{٤ \times 7 \times 6 \times 2 \times \frac{!9}{!6 \times !3}}{!8}$$

$$= \frac{84}{10} = \frac{7}{1}$$

مكتبة الوسام
AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ③

اذا كانت ل(ن ، ٢) = ٢٠
فجد قيمة $\binom{ن}{٢}$

الحل

$\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن ، ٢)}{٢!}$

$= \frac{٢٠}{٢} = ١٠$

نتيجة هامة

$\binom{ن}{٠} = ١$

$\binom{ن}{١} = ن$

$\binom{ن}{ن} = ١$

مثال ④

اوجد قيمة كل مما يأتي

(أ) $\binom{٧}{٣} \times \binom{٤٩}{٤٩} - \binom{٥}{١}$

الحل

$\frac{!٧}{!٣ \times !٤} \times ١ - ٥$

$\frac{١٤٠ \times ٧ \times ٦ \times ٥}{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤} \times ١ - ٥$

$= ٣٥ - ٥ = ٣٠$

(ب) $\binom{٥}{٢} \times ل(٥ ، ٢٠٠)$

$= \frac{!٥}{!٣ \times !٢} \times ٤ \times ٥$

$= \frac{١٢٠ \times ٤ \times ٥}{٢ \times ٦} \times ٢٠$

$= \frac{٢٠}{٢} \times ٢٠ = ١٠ \times ٢٠$

$= ٢٠٠$

(ج) $٤! \binom{٤}{١}$

الحل

$٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٤ \times !٤$

$= ٩٦$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑤

اذا كانت $\binom{ن}{٣} = ٢٠$

فجد قيمة ل(ن ، ٣٦)

الحل

$\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن ، ٣٦)}{!٣}$

$٢٠ = \frac{ل(ن ، ٣٦)}{١ \times ٢ \times ٣}$ ضرب بيادي

$ل(ن ، ٣٦) = ١٢٠$ ←

مثال ⑥

$\binom{٥}{٣}$ تساوي

أ) $\frac{!٥}{!١٤ \times !٥}$ ب) $\frac{ل(٣،٥)}{!٥}$

ج) $\frac{ل(٣،٥)}{!٣}$ د) $\frac{!٥}{!٣}$

الحل

$\binom{٥}{٣} = \frac{ل(٣،٥)}{!٣}$

الاجابة (ج)

مثال ⑦

اذا كانت

$ن! = ٢ل(٢٦٨) + \binom{٨}{٧}$

أوجد قيمة ن ؟

الحل

$ن! = ٢ \times ٧٨٨ + \frac{!٨}{!٧ \times !١}$

$= ٢ \times ٥٦ + \frac{٨ \times ٧!}{١ \times ٧!}$

$= ١١٢ + ٨ = ١٢٠$

$ن! = !٥$

← $ن = ٥$

مثال ⑧

اوجد قيمة

$\binom{١٠}{٢} + !٣ - ل(٢٦٥)$

الحل

$\frac{ل(٢٦١٠)}{!٢} + ١٢٧٣ - \frac{!٥}{!٣}$

$\frac{٩٠ \times ١٠}{٢} + ٦ - \frac{١٣ \times ٤٥}{!٣}$

$٩٠ + ٦ - ٢٠$

$٤٥ + ٦ - ٢٠ = ٥١ - ٢٠$

$= ٣١$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

حل المعادلات التي تحتوي على توافيق

بشكل عام

① $(\text{ن}\atop\text{ر}) = (\text{ن}\atop\text{ن-ر})$

② اذا كان $(\text{ن}\atop\text{ر}) = (\text{ن}\atop\text{س})$

فإن

ر = س أو ن = ر + س

مثال ①

حل المعادلات الآتية

④ $(\text{٨}\atop\text{٣}) = (\text{٨}\atop\text{س})$

الحل

س = ٣ أو س = ٨ - ٣

= ٥

---

① $(\text{٦}\atop\text{س}) = (\text{٦}\atop\text{ص})$

الحل

س = ص أو س = ٦ - ٢ = ٤

---

⑥ $(\text{١٠}\atop\text{٢ص}) = (\text{١٠}\atop\text{٦})$

الحل

٢ص = ٦ أو ٢ص = ١٠ - ٦

ص = ٣ ← س = ٣ ص = ٤

س = ٢

---

⑤ $(\text{١٢}\atop\text{٥}) = (\text{١٢}\atop\text{٣ص - ١})$

الحل

٥ = ٣ص - ١ أو ص - ١ = ١٢ - ٥

٦ = ٣ص ص = ٧ - ١

ص = ٢ ص = ٦

س = ٤ س = ٢

---

⑦ $(\text{س}\atop\text{٢}) = (\text{س}\atop\text{٣})$

الحل س = ٢ + ٣ = ٥

مكتبة الوسام
AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ②

حدد قيمة س في المعادلات الآتية

ⓐ $(^{9}_{س}) = (^{9}_{٥})$

الحل

$س = ٥$ أو $س = ٩ - ٥ = ٤$

ⓑ $(^{س}_{٣}) = (^{س}_{٩})$

الحل

$س = ٣ + ٩ = ١٢$

ⓒ $(^{٨}_{٢س}) = (^{٨}_{٦})$

الحل

$٢س = ٦$ أو $٢س = ٨ - ٦ = ٢$

$س = ٣$ ⟸ $س = ٢$ بالقسمة على ٢ ← $س = ٢ - ٠$

مثال ③

حل المعادلات الآتية

ⓐ $(^{٥}_{س}) = ١$

الحل $س = ٠$ أو $س = ١$

لأن $(^{ن}_{ن}) = ١$ $(^{ن}_{٠}) = ١$

ⓑ $(^{١٠}_{س}) = ١٠$

الحل

$س = ١$ أو $١٠ - س = ١$

$س = ٩$ ←

لأن $(^{ن}_{١}) = ١$

ⓒ $(^{س}_{١}) = ٨$

$س = ٨$ لأن $(^{٨}_{١}) = ٨$

ⓓ إذا كان $(^{ن}_{٣}) = ١٠$ فجد

ل(ن ، ٣) وحدد قيمة ن

الحل

$(^{ن}_{٣}) = \frac{ل(ن ، ٣)}{!٣} = ١٠$

$ل(ن ، ٣) = ١٠ \times !٣$

$= ١٠ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$ل(ن ، ٣) = ٦٠$

$٦٠ = ٣ \times ٤ \times ٥$

$ن = ٥$

مكتبة الوسام AlWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ④

اذا كان $(^{ن}_{٢}) = ٨ ×$ أوجد قيمة ن

الحل

$(^{ن}_{٢}) = \frac{ن!}{(ن-٢)!٢!} = ٨ ×$

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)!}{(ن-٢)! \times ٢} = ٨ ×$

$\frac{ن(ن-١)}{٢} = ٨ ×$ ←

$ن(ن-١) = ٥٦$

$ن^{٢} - ن - ٥٦ = ٠$

$(ن-٨)(ن+٧) = ٠$

$ن = ٨$ $ن = -٧$ مرفوضة

مثال ⑤

اذا كان $(^{١٦}_{٢}) = (^{١٦}_{٤+\sqrt{٢}})$

أوجد قيمة س

الحل

$٢ = ٤ + \sqrt{٢}$ أو $٢ + \sqrt{٢} = ١٦ - ٤$

-٤ -٤

$\sqrt{٢} = -٢$ $\sqrt{٢} + ٤ = ١٤$

$س = -١$ $\sqrt{٢} = ١٤ - ٤ = ١٠$

$س = ٥$

مثال ⑥

اذا كانت $(٤^{٢}) = (س^{٢})$

اوجد قيم س ؟

الحل

$س^{٢} = ٤$ أو $س^{٢} = ٢٠ - ٤$

$س = \pm\sqrt{٤}$ $س^{٢} = ١٦$

$= \pm ٢$ $س = \pm\sqrt{١٦}$

$س = \pm ٤$

مثال ⑦

اذا كان $(^{ن-١}_{٢}) = ٤٥$ أوجد قيمة ن

الحل

$(^{ن-١}_{٢}) = \frac{ل(ن-١)(ن-٢)}{١ \times ٢} = ٤٥$

ضرب تبادلي

$ل(ن-١)(ن-٢) = ٩٠$

عددان متتاليان حاصل ضربهما ٩٠

$٩ \times ١٠ = ٩٠$

$ن - ١ = ١٠$

$ن = ١٠ + ١ = ١١$

مكتب الإسلام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

المسائل النصيه

يستخدم التوافيق في المسائل التي يكون فيها الترتيب غير مهم والتكرار غير مسموح أي أن

اذا كان لدينا مجموعة عدد عناصرها (ن) ، واخترنا عينة منها مكونة من (ر) من العناصر مع عدم مراعاة الترتيب وبدون ارجاع

نستخدم التوافيق في الحالات الاتية

① اختيار مجموعة أو لجنة دون تحديد المناصب

② سحب مجموعة (حقًا) أو دفعة واحدة

③ عدد مباريات التصفيات التي تجمع فرق أو لاعبين

مثال ①

فاعدد التوافيق لمجموعة من (٥) عناصر مأخوذة ٣ عناصر في كل مره

الحل

$$(\frac{٥}{٣}) = \frac{ل(٣،٥)}{ل٣} = \frac{٣\times٤\times٥}{١\times٢\times٣}$$

$$= \frac{ن!}{ر!} = ١٠$$

مثال ②

فاعدد التوافيق لمجموعة من ٦ عناصر

الحل

$$(\frac{٦}{٦}) = ١$$

مثال ③

فاعدد طرق اختيار لجنة رباعية من ١٠ طلاب

الحل

الترتيب غير مهم والتكرار غير مسموح ← توافيق

$$(\frac{١٠}{٤}) = \frac{ل(٤،١٠)}{ل٤} = \frac{١\times٢\times٣\times٤\times٥\times٦\times٧\times٨\times٩\times١٠}{١\times٢\times٣\times٤\times١\times٢\times٣\times٤}$$

$$= ٢١٠$$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ④

صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء و٧ كرات خضراء بكم طريقه يمكننا سحب كرتان من الصندوق

ⓐ اذا كان السحب على التوالي مع الارجاع

ⓑ اذا كان السحب على التوالي دون ارجاع

ⓒ اذا سحبت الكرتان معًا

الحل

عدد الكرات الكلي = ٥ + ٧ = ١٢

عدد الكرات المطلوبه = ٢

ⓐ مبدأ الضرب ← التباديل مهم مع الارجاع .

عدد الطرق = ١٢ × ١٢ = ١٤٤

ⓑ تباديل ← التباديل مهم بدون ارجاع

$ل(١٢، ٢) = ١١ \times ١٢ = ١٣٢$

ⓒ توافيق

التباديل غير مهم ← بدون ارجاع (معًا)

$$\binom{١٢}{٢} = \frac{!١٢}{!١٠ \times !٢} = \frac{١٢ \times ١١ \times !١٠}{٢ \times !١٠} = ٦٦$$

مثال ⑤

مجموعة من الورق (ورق اللعب) تتكون من ٥٢ كرت بكم طريقه يمكن سحب ورقتان دفعه واحدة

الحل

$$\binom{٥٢}{٢} = \frac{!٥٢}{!٥٠ \times !٢} = \frac{٥٢ \times ٥١ \times !٥٠}{!٥٠ \times ٢} = ١٣٢٦$$

مثال ⑥

بكم طريقة يمكن تشكيل فريق لكرة القدم مكون من ١١ لاعب من بين ١٥ لاعب

الحل

$$\binom{١٥}{١١} = \frac{!١٥}{!٤ \times !١١} = \frac{١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times !١١}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ \times !١١} = ١٣ \times ٧ \times ١٥$$

مثال (٧)

(أ) ما عدد الطرق الممكنه للأجابه عن ثلاث اسئلة من نوع الاختيار المتعدد علماً بان لكل سؤال اربعة بدائل مختلفة

الحل

الترتيب مهم ← ويسمح بالتكرار

عدد الطرق = ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

(ب) ما عدد الطرق الممكنه للأجابه عن سؤال من نوع صح أو خطأ يتكون من خمس فقرات

الحل

الترتيب مهم ← يسمح بالتكرار

عدد الطرق = ٢ × ٢ × ٢ × ٢ × ٢

$= ٢^٥ = ٣٢$

مثال (٨)

ما عدد الطرق الممكنه لاختيار (٥) اسئلة للأجابه عنها في امتحان يتكون من ١٧ اسئله

الحل

الترتيب غير مهم ← التكرار غير مسموح ← توافيق

$$\binom{١٧}{٥} = \frac{١٧!}{١٢!\,٥!} = \frac{١٥ \times ١٦ \times ١٧}{١٢ \times ١٣ \times ١٤ \times ١٥} = \frac{٤٣٦}{٦} = ٧٢١$$

مثال (٩)

بكم طريقة يمكن بها اختيار اربعة حروف من مجموعة احرف الهجاء العربيه وعددها (٢٨) بدون تكرار ؟

الحل

الترتيب غير مهم ← دون تكرار توافيق

$$\binom{٢٨}{٤} = \frac{٢٨!}{٢٤!\,٤!}$$

$$= \frac{٢٤! \times ٢٥ \times ٢٦ \times ٢٧ \times ٢٨}{٢٤! \times ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤}$$

$$= ٧ \times ٩ \times ١٣ \times ٢٥$$

مكتبة العلم SYRIAN
العلم ناجح الجمزاوي

ملاحظة هامة

بالنسبة للاعداد والحروف والكلمات

① الاعداد التي تتكون من ارقام (فنازل)

← الترتيب مهم ← تباديل

② اختيار مجموعة ارقام ←

الترتيب غير مهم ← توافيق

ملاحظه

عند حساب عدد الطرق فان

(و) تعني عملية الضرب (X)

(أو) تعني عملية الجمع (+)

مثال ⑫

مجموعة مكونه من ٥ طلاب ٨ طالبات بكم طريقة يمكن

① اختيار ٣ طلاب و ٤ طالبات

② اختيار ٣ طلاب أو ٤ طالبات

الحل

① ٥ طلاب ٨ طالبات

اختيار ٣ و ٤

$\binom{5}{3} \times \binom{8}{4} = \frac{!5}{!3 \times !2} \times \frac{!8}{!4 \times !4} = ٧٠$

② ٥ طلاب ٨ طالبات

اختيار ٣ أو ٤

$\binom{5}{3} + \binom{8}{4} = \frac{!5}{!3 \times !2} + \frac{!8}{!4 \times !4}$

$= ٨٠$

مثال ⑬

اذا كان عدد افراد اسرة (١٠) أفراد وكان ضمنهم (٣) إناث فما عدد الطرق اختيار (٣) ذكور وأنثى للذهاب الى السوق

الحل

عدد الطرق $= \binom{7}{3} \times \binom{3}{1}$

$= \frac{!7}{!3 \times !4} \times \frac{!3}{!2 \times !1} = ١٠٥$

مثال (١٢)

اذا كان لدينا مجموعة من (٥) طلاب ومجموعة من (٦) معلمين ، بكم طريقة يمكن اختيار طالبين للذهاب في بعثة ورئيس وقاعد رئيس من المعلمين لمرافقة البعثة ؟

الحل

٥ طلاب ٦ معلمين

اختيار ٢ الترتيب غير مهم و رئيس وقاعد الترتيب مهم

توافيق تباديل

عدد الطرق = $\binom{5}{2} \times$ ل (٦ ، ٢)

$= \frac{!5}{!2 \times !3} \times 5 \times 6$

$= 10 \times 6 \times 5 = 300$

مثال (١٣)

بكم طريقة يمكن من خلالها إختيار اربعة كتب مختلفة من بين ستة كتب ثم ترتيبها على رف المكتبة

الحل

خطوات الحل

اختيار ① الكتب ثم ترتيبها ②

اختيار الكتب ٤ من ٦

← $\binom{6}{4}$ الترتيب غير مهم

ترتيب الكتب الترتيب مهم

ل (٤ ، ٤)

عدد الطرق = $\binom{6}{4} \times$ ل (٤ ، ٤)

$= \frac{!6}{!4 \times !2} \times !4$

$= \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \times \frac{5 \times 6}{1 \times 2}$

$= 30 \times 12 = 360$

مثال (١٤)

مجموعة من الكتب مكونة من (٤) كتب باللغة العربية و (٥) كتب باللغة الانجليزية ، يراد اختيار مجموعة منها مكونة من ٣ كتب باللغة العربية وكتابان باللغة الانجليزية وترتيبها على رف في المكتبة

① فاعدد طرق اختيار مجموعة الكتب

② فاعدد طرق ترتيب الكتب على الرف

③ فاعدد طرق اختيار الكتب وترتيبها على الرف

يتبع الحل ←

مكتبة الوسام ALWESAM

الحل

① ٤ عربية ، ٥ انجليزي

اختيار ٣ ، ٢

عدد الطرق = $(\binom{٤}{٣}) \times (\binom{٥}{٢})$

$= ٤ \times ١٠ = ٤٠$

② عدد طرق ترتيب الكتب على الرف =

عدد الكتب المختارة ٥

= ٣ عربي + ٢ انجليزي

= ٥ كتب

ترتيب ٥ كتب = ٥! = ١٢٠

③ عدد طرق اختيار الكتب و ترتيبها على الرف

$= ٤٠ \times ١٢٠ = ٤٨٠٠$ طريقة

مثال (١٥)

مجموعة من ٦ كتب ، بكم طريقة يمكن

① اختيار ٤ كتب على الأقل

② اختيار ٣ كتب على الأكثر

الحل

① اختيار ٤ كتب على الأقل يعني اختيار ٤ كتب أو ٥ كتب أو ٦ كتب

عدد الطرق = $(\binom{٦}{٤}) + (\binom{٦}{٥}) + (\binom{٦}{٦})$

$= ١٥ + ٦ + ١ = ٢٢$

② اختيار ٣ كتب على الأكثر يعني ٣ كتب أو كتابان أو كتاب واحد أو ولا كتاب

عدد الطرق = $(\binom{٦}{٣}) + (\binom{٦}{٢}) + (\binom{٦}{١}) + (\binom{٦}{٠})$

$= ٢٠ + ١٥ + ٦ + ١$

$= ٤٢$ طريقة

مثال (١٦)

مجموعة مكونة من ٣ معلمين و (٨) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية منهم في كل حالة من الحالات الآتية

① تتكون اللجنة من طالبان ومعلم واحد

② تتكون اللجنة من معلمين على الأقل

③ تتكون اللجنة من معلم واحد على الأكثر

← يتبع الحل

مكتبة الوسام AWSAM الوسام ناجح الجمزاوي

الحل

① ٨ طلاب — ٣ معلمين
٢ و ١

عدد الطرق = $(^{٨}_{٢}) \times (^{٣}_{١}) = ٢٨ \times ٣$
$= ٨٤$

② ٨ طلاب — ٣ معلمين
اختيار طالب ١ — ٢
أو
اختيار ٣ معلمين وعدم اختيار طالب ٠ — ٣

$= (^{٨}_{١}) \times (^{٣}_{٢}) + (^{٨}_{٠}) \times (^{٣}_{٣})$
$= ٨ \times ٣ + ١ = ٢٥$

③ معلم على الأكثر
٨ طلاب — ٣ معلمين
٢ — ١
أو
٣ — ٠

عدد الطرق $= (^{٨}_{٢}) (^{٣}_{١}) +$
$(^{٨}_{٣}) \times (^{٣}_{٠})$

$= ٢٨ \times ٣ + ٥٦$
$= ٨٤ + ٥٦ = ١٤٠$

مثال (١٧)

مجموعة مكونة من (٨) طلاب و (٣) معلمين ، جد عدد الطرق التي يمكن تكوين لجنة رباعية منهم ، في كل من الحالات :

① تتكون اللجنة من ٣ طلاب ومعلم

② تتكون من معلمين على الأقل

③ رئيس اللجنة ونائبه من المعلمين والباقي من الطلاب

الحل

① اللجنة ٤ طلاب
٨ طلاب — ٣ معلمين
٣ و ١

عدد الطرق $= (^{٨}_{٣}) \times (^{٣}_{١})$
$= ٥٦ \times ٣ = ١٦٨$

② ٨ طلاب — ٣ معلمين
٢ — ٢
١ — ٣
معلمين على الأقل

عدد الطرق
$(^{٨}_{٢}) (^{٣}_{٢}) + (^{٨}_{١}) (^{٣}_{٣})$
$= ٢٨ \times ٣ + ٨ \times ١$
$= ٨٤ + ٨ = ٩٢$ ← ينتهي الحل

مكتبة الوسام ALWESAM الوسام ناجح الجمزاوي

③ رئيس اللجنة ونائبه معلمين والباقي من الطلبة

الحل

اللجنة :

٢ معلمين و ٣ من الطلاب

الترتيب مهم بدون ترتيب

$$ل(٣،٣) \times \binom{٨}{٥}$$

$$= ٣ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨ \times ٦ = ٤٨$$

$$= ١٦٨$$

مثال (١٨)

مجلس ادارة احدى الشركات يتكون من (٦) رجال و (٥) سيدات يريد تكوين لجنة من (٥) أشخاص لحضور مؤتمر ما ، ما عدد الطرق الممكنة لتكوين اللجنة في كل من الحالات الاتية

① ان يكون في اللجنة سيدة واحدة و ٤ رجال من ضمنهم الرئيس ونائبه

② ان تحوي اللجنة على رجل واحد فقط

③ جميع اللجنة من جنس واحد

الحل

المطلوب تكوين لجنة عاسية (٥) اشخاص.

① ٦ رجال ٥ سيدات

سيدة واحدة ← $\binom{٥}{١}$

رجلان آخرين ← $\binom{٤}{٢}$

رئيس ونائبه ← $ل(٢،٤)$

$$ل(٢،٤) \times \binom{٤}{٢} \times \binom{٥}{١}$$

$$= ٣٠ \times ٦ \times ٥ = ٩٠٠$$

② رجل واحد فقط و ٤ سيدات

$$\binom{٦}{١} \times \binom{٥}{٤}$$

$$= ٦ \times ٥ = ٣٠$$

③ إما ٥ رجال أو ٥ سيدات

$$\binom{٦}{٥} + \binom{٥}{٥}$$

$$= ٦ + ١ = ٧$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٩)

صندوق يحوي على ٧ كرات بيضاء و ٣ كرات سوداء ، ماعدد الطرق الممكنة

① سحب كرتان بيضاء دفعة واحدة
② سحب كرتان سوداء على التوالي دون ارجاع
③ سحب كرتان معًا مختلفتا اللون
④ سحب ٣ كرات معًا اثنتان منها على الأقل سوداء

الحل ٧ بيضاء ٣ سوداء

① ٢ بيضاء التي يتم سحبهم
$$\binom{٧}{٢} = ٢١$$

② ٢ سوداء التي يتم سحبهم على التوالي
$$ل(٣،٢) = ٦$$

③ كرتان مختلفتان اللون والتي يتم سحبهم
احد الكرتان بيضاء والأخرى سوداء
عدد الطرق $= \binom{٧}{١} \times \binom{٣}{١} = ٧ \times ٣ = ٢١$

④ المطلوب اثنتان على الأقل سوداء
٢ سوداء وواحدة بيضاء أو ٣ سوداء
$$\binom{٣}{٢} \times \binom{٧}{١} + \binom{٣}{٣}$$
$$= ٣ \times ٧ + ١ = ٢٢$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص٢٥٤

جد قيمة كل مما يأتي

① $\binom{9}{7} = \frac{9!}{7! \times 2!}$

$= \frac{9 \times 8 \times \cancel{7!}}{\cancel{7!} \times 2!} = \frac{72}{2} = 36$

② $\binom{8}{5} = \frac{8!}{5! \times 3!}$

$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!} \times 3 \times 2 \times 1} = 56$

③ $\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!}$

$= \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times 1 \times \cancel{3!}} = \frac{20}{2} = 10$

تدريب ② ص٢٥٧

في احدى المستشفيات يراد اختيار فريق طبي محاسبي لتمثيل المستشفى في مؤتمر صحي ، من بين (٥) أطباء و (٦) ممرضين ، بكم يمكن تكوين الفريق في الحالات الآتية

① الفريق يتألف من طبيبين اثنين على الأكثر

الحل

٥ اطباء	٦ ممرضين
٢	٣
١	٤
٠	٥

$= \binom{5}{2} \times \binom{6}{3} + \binom{5}{1} \times \binom{6}{4} + \binom{5}{0} \times \binom{6}{5}$

② رئيس الفريق ونائبه من الاطباء والبقية ممرضين

الرئيس ونائبه = $P(5,2)$

$= 5 \times 4 = 20$

اختيار ٣ ممرضين $= \binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \times 3!}$

$= \frac{\cancel{3!} \times 4 \times 5 \times 6}{\cancel{3!} \times 3 \times 2} = 20$

عدد الطرق $= 20 \times 20 = 400$

تدريب ③ ص ٢٧٤

حل كل معادلة مما يأتي

① $\binom{٦}{٤} = \binom{٦}{س+١}$

الحل

$٤ = س+١ \Leftarrow س = ٣$

أو

$س+١ = ٦-٤ = ٢$

$س = ١$

② $\binom{س}{٥} = \binom{س}{٧}$

$س = ٥+٧$

$= ١٢$

الاسئله

الكتاب صفحه ٢٧٨

السؤال الأول

جد قيمة كل مما يأتي

① $\binom{١١٠}{٩٧} = \frac{!١١٠}{!١٣ \times !٩٧}$

$= \frac{١٠٩ \times ١٠٨ \times ١٠٧ \times \dots \times ٩٨ \times ٩٧ \times \dots \times ٣٢ \times ٣١}{!١٣ \times !٩٧}$

$= ٩٨ \times ٢٣ \times ٥٠$

② $\binom{٥}{٥} = \frac{!٥}{!٥ \times !٠} = ١$

③ $\binom{٤}{٠} = \frac{!٤}{!٤ \times !٠} = ١$

④ $\binom{٤}{١} = \frac{!٤}{!٣ \times !١} = \frac{٤ \times ٣ \times \dots \times ١}{٣ \times \dots \times ١}$

$= ٤$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الثاني

هـ عدد طرائق اختيار فاطمين من علبة تحوي ١٠ أقلام

الحل

$$(\text{ن}) = \frac{!١٠}{!٨ \times !٢} = \frac{١٠ \times ٩ \times !٨}{!٨ \times ٢} = \frac{٩٠}{٢}$$

$$= ٤٥$$

السؤال الثالث

عائلة تتألف من ٥ أولاد و ٣ بنات يراد تكليف ٣ منهم بتنظيف الحديقة ، فكم طريقة يمكن اختيارهم بحيث:

(أ) يوجد بنتان على الأقل ضمن الفريق

الحل

٥ أولاد ٣ بنات

٢ على الأقل ٣ بنات

$$(٥ ق ١)(٣ ق ٢) + (٥ ق ٠)(٣ ق ٣)$$

$$= \frac{!٣}{!١ \times !٢} \times ٥ + ١ \times ١$$

$$١ + \frac{٢ \times ٣ \times ٥}{٢} + ١$$

$$= ١٥ + ١ = ١٦$$

(ب) لا يوجد أي بنت

← أن يكون الفريق ٣ أولاد

$$(٣ ق ٣)(٥ ق ٠)$$

$$= \frac{!٥}{!٣ \times !٢} \times ١ = \frac{٤ \times ٥}{٢ \times ٢} = ١٠$$

$$= \frac{٩٠}{٢} = ٤٥$$

(ج) يكون رئيس الفريق من البنات

الحل

$$(٣ ق ١)(٧ ق ٤)$$

الرئيس من البنات ← ٤ عضوين من البنات

$$٣ \times \frac{!٧}{!٤ \times !٣}$$

$$٣ \times \frac{٥ \times ٦ \times ٧}{٢ \times ٣} = ٣ \times ٧ \times ٣$$

$$= ٦٣$$

مكتبة الإسلام
الأستاذ: ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

حل كل معادلة مما يأتي

(أ) $\binom{٣}{١} = \binom{٣}{س_{٢}}$

الحل

$١ = ٢ س \Leftarrow س = \frac{١}{٢}$ بالقسمة على ٢

أو

$٢ س = ٣ - ١ \Leftarrow$ بالقسمة على ٢

$س = ١$

(ب) $\binom{س}{٥} = \binom{س}{٢١}$

$\Leftarrow س = ٥ + ٢١$

$= ٢٦$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئله الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) صيفيه

① بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة في احدى المدارس من بين (٥) معلمين ، (٨) طلاب ؟

الحل

٥ معلمين ٨ طلاب

اختيار ٣ ٢

عدد الطرق = $\binom{٥}{٣} \times \binom{٨}{٢}$

$= ١٠ \times ٢٨ = ٢٨٠$

② جد قيمة (ن) التي تحقق المعادلة

$ل(ن ، ٣) = ٤ ل(ن ، ٢)$

الحل

$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} = ٤ \times \frac{ن(ن-١)}{٢}$

$ن - ٢ = ٤$

$+٢ \quad +٢$

$ن = ٦$

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

① كم عدداً مكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الارقام {١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩} التكرار غير مسموح .

الحل

$ل(٥ ، ٢) = ٥ \times ٤ = ٢٠$

② جد قيمة (ن) اذا علمت أن

$ن ! = ل(٥ ، ٢) + (\frac{٤}{١})$

الحل

$ن ! = ٥ \times ٤ + ٤ = ٢٤$

$= ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$= ٢٤$

$\leftarrow ن = ٤$

③ جد قيمة س التي تحقق المعادلة

$(\frac{٨}{س}) = (\frac{٨}{٦})$

الحل

$س = ٦$ أو $س = ٨ - ٦ = ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم : ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

① ل (٧، ٢) تساوي

أ) $\frac{١٠٧}{١٢}$ ب) $\frac{١٠٧}{١٢١٥}$

ج) $\frac{١٠٧}{١٠٥}$ د) ١٠٧ × ١٢

الحل

$ل(٧، ٢) = \frac{١٠٧}{(٧-٢)!} = \frac{١٠٧}{١٠٥}$

الاجابة (ج)

② في احدى الكليات الجامعية (٣١) مدرساً ارادت الادارة ان تختار منهم عميداً للكلية ونائباً للعميد فان عدد الطرق الممكنة لذلك هو

أ) ١٣١ ب) $(٣١)^{٢}$ ج) ٣١٠

د) ل (٣١، ٢)

الحل

الكرسيين عددهم المكاعيد مجموع

تباديل

ل (٣١، ٢) الاجابة (د)

③ اذا علمت ان $(\frac{٨}{ن}) = (\frac{٨}{٦})$

اوجد قيم س ؟

الحل

$س = ٦$ أو $س = ٨ - ٦ = ٢$

$س = ٣$ $ص = ٢$

$ص = ١$

وزارة (٢٠١٠) شتوية

① اوجد عدد التباديل الثلاثية المأخوذة من محتوى سداسية

الحل

$ل(٦، ٣) = ٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠$

② اذا علمت ان

$ل(ن، ٣) = ٦ ل(ن، ٢)$

فان قيمة ن تساوي

أ) ٣ ب) ٨ ج) ٥ د) ٢

الحل

$ل(ن، ٣) = ٦ ل(ن، ٢)$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦ ن(ن-١)$

$ن - ٢ = ٦$

$ن = ٨$

الاجابة (ب)

مكتبة السام AWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

③ اذا علمت ان (ن-١)! = ٢٤ فان قيمة ن تساوي

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٢٥

الحل

(ن-١)! = ٤ × ٣ × ٢ × ١

= ٤!

← ن-١ = ٤ ← ن = ٥

١+ ١+

الاجابة ج

وزارة (٢٠١٠) صيفية

① بكم طريقة يمكن اختيار ثلاثة طلاب من بين (١٠) طلاب لتشكيل لجنة للمشاركة في احدى المؤتمرات

أ) ل(١٠، ٣) ب) ٣!

ج) $\binom{١٠}{٣}$ د) ١٠!

الحل

تواضيقه الترتيب غير مهم

$\binom{١٠}{٣}$ الاجابة ج

② بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب من بين ٨ موظفين في احدى الشركات

أ) $\binom{٨}{٢}$ ب) ٢!

ج) ١٧٨ د) ل(٨، ٢)

الحل

الترتيب مهم تباديل

ل(٨، ٢) الاجابة د

③ حل المعادلة الآتية

$\binom{٩}{٢} = \binom{٩}{س}$

الحل

س = ٢ أو س = ٩-٢

= ٧

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) شتوية

① كم عدد تباديل مجموعة من سبعة عناصر مأخوذة ثلاثة عناصر كل مرة

أ) ٧ ! ٣ × ١ ! ب) ل (٧ ، ٣)

ج) $\binom{٧}{٣}$ د) ٧ × ٣

الحل

ل (٧ ، ٣) الاجابة ب

② ق (٦) تساوي

أ) $\frac{ل(٦ ، ٢)}{١٠٦}$ ب) $\frac{١٠٦}{١٠٤}$

ج) $\frac{ل(٦ ، ٢)}{١٠٤}$ د) $\frac{١٠٦}{١٠٤}$

الحل

ق (٦) = $\frac{ل(٦ ، ٢)}{١٠٤}$

الاجابة ج

③ اذا كانت ق ل (٦ ، ر) = ٦٠ أوجد قيمة ر ؟

الحل

ق ل (٦ ، ر) = ٦٠ بالقسمة على ٢

ل (٦ ، ر) = ٣٠

٦ × ٥ × ٤ = ٣٠ ⟸ ر = ٤

④ جد قيمة $\binom{٧}{٥}$ ٣ ! ٧

الحل

$= \frac{٧ !}{١٢ ! ١٥} \times ٣ !$

$= \frac{٧ \times ٦ \times ١٥ !}{١٢ ! ١٥} \times ٣ !$

$= \frac{٧ \times ٦ \times ٣ ! ٤ !}{٤ !} = ١٢٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) صيفية

① بكم طريقة يمكن اختيار (٤) طلاب و (٣) طالبات لتشكيل لجنة في احدى الكليات من بين (١٠) طلاب و (٥) طالبات

أ) $(\binom{٤}{١})(\binom{٥}{٣})$ ب) $(\binom{١٠}{٣})(\binom{٥}{٤})$

ج) ل(١٠) × ل(٥)

د) ل(١٠) × ل(٥) / ل(٤) × ل(٥)

الحل

١٠ طلاب — ٥ طالبات

٤ — ٣

عدد الطرق = $(\binom{٤}{١})(\binom{٥}{٣})$

الاجابة (أ)

② اذا كان $\binom{س}{٤} = \binom{س}{٥}$ فان قيمة س تساوي

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٩ د) ٢٠

الحل

س = ٤ + ٥ = ٩

الاجابة = (ج)

③ اذا كانت

$٣(ن!) + ٣! = ٣٦٦$

جد قيمة ن

الحل

$٣(ن!) + ٦ = ٣٦٦$

$-٦ \quad -٦$

$\frac{٣(ن!)}{٣} = \frac{٣٦٠}{٣}$

$ن! = ١٢٠$

$١٢٠ = ١ \times ٢ \times ٤ \times ٥ = ٥!$

$ن = ٥$

وزارة شتوية (٢٠١٢)

① اذا كان $ن! = ٤$ فان قيمة ن تساوي

أ) ١ ب) ٢ ج) ٤ د) ٤!

الحل

$ن! = ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ = ٤!$

$ن = ٤$ الاجابة (د)

② كم عدداً فكوناً من منزلتين يمكن تكوينه من مجموعة الارقام {٢، ٤، ٦} اذا لم يسمح بتكرار الارقام

الحل

$ل(٣، ٢) = ٣ \times ٢ = ٦$

(٣) فاعد د بَدَاديل مجموعة عدد عناصرها (٥) فأخوذة (٣) من العناصر في كل مرة .

أ) $\frac{!٥}{!٢}$ ب) $\frac{!٥}{!٣\ !٢}$

ج) $\frac{!٥}{!٣}$ د) ٣×٥

الحل

$ل(٥،٣) = \frac{!٥}{!(٣-٥)} = \frac{!٥}{!٢}$

الاجابة (أ)

(٤) مجموعة مكونة من (٨) معلمين و(٤) اداريين ، فعدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل

الحل

٨ معلمين	٤ اداريين
معلم واحد ١	٢
معلمين ٢	١
٣ معلمين ٣	٠

$(١)(٤)(٨) + (٢)(٣)(٤)$

$+ (٣)(٨)(٤)$

وزارة (٢٠١٢) صيفية

(١) عدد تواليف (٦) عناصر فأخوذة (٣) عناصر في كل مرة يساوي

أ) $ل(٣،٦)$ ب) ٣×٦

ج) ٣!×٦! د) $\binom{٦}{٣}$

الحل

(د) $\binom{٦}{٣}$

(٢) اوجد قيمة ٤!٣ + ٤!٢

أ) ٨ ب) ٨! ج) ٥ د) ١٥

الحل

$٨ = ٢×٤ + ٣×٢$

الاجابة (أ)

(٣) تبيع احدى المكتبات (٣) انواع من الأقلام و(٤) انواع من المحافظ بكم طريقة يمكن لأحد الطلبة شراء قلم ودفتر من هذه المكتبة

أ) $\frac{!٤}{!(٤-٣)}$ ب) ٤×٣

ج) $\frac{!٤}{!٣\ !(٤-٣)}$ د) ٤!×٣!

الحل $ل(٤،٢) = ٤×٣ = ١٢$

الاجابة (ب)

مكتبة العلوم Atwesm
المعلم ناجح الجمزاوي

④ اذا كان
$\frac{1}{3}$ ل(ن ، ٣٦) = ل(ن ، ٢٧)
اوجد قيمة ن ؟

الحل
$\frac{1}{3} \times$ ن (ن-١) (ن-٢) = ن (ن-١)
$\frac{1}{3}$ (ن-٢) = ١ بالضرب في ٣
ن - ٢ = ٣ ⇐ ن = ٥

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① اذا كان ل(ن ، ٣٦) = ٦٠ فان $\binom{ن}{٣}$ يساوي
أ) ٣٦٠ ب) ١٨٠ ج) ٢٠ د) ١٠

الحل
$\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن ، ٣٦)}{١٣} = \frac{٦٠}{١٢}$
$= \frac{٦٠}{٦} = ١٠$
الاجابة د

② ضع س التي تحقق المعادلة $\binom{س}{٣} = \binom{س}{٥}$ هي
أ) ٣ ب) ٥ ج) ٤٠ د) ٨

الحل
س = ٣ + ٥ = ٨
الاجابة د

③ بكم طريقة يمكن اختيار (٣) معلمين وطالبين لتشكيل لجنة من بين (٥) معلمين و (٩) طلاب .

الحل
٥ معلمين ٩ طلاب
٣ ٢
عدد الطرق = $\binom{٥}{٣} \times \binom{٩}{٢}$
$= \frac{!٥}{!٢ \times !٣} \times \frac{!٩}{!٧ \times !٢}$
$= \frac{١٢٠}{٦} \times \frac{٦٣}{٢} = ٢٠ \times ٣٦ =$
= ٧٢٠ طريقة

④ جد قيمة ر التي تحقق المعادلة
٣ ل(٦ ، ر) = ٣٦٠
الحل ل(٦ ، ر) = $\frac{٣٦٠}{٣}$ = ١٢٠
٦ × ٥ × ٤ = ١٢٠ ← ر = ٣

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٣) صيفية

① بكم طريقة يمكن اختيار كتابين من بين سبعة كتب مختلفة

أ) ٤٢ ب) ٢١ ج) ١٤
د) ٧

الحل

$$\binom{٧}{٢} = \frac{٧!}{٥! \times ٢!} = \frac{٧ \times ٦ \times ٥!}{٥! \times ٢ \times ١} = \frac{٤٢}{٢} = ٢١$$

② اوجد مجموعة كل قيم س التي تحقق المعادلة $\binom{١٢}{س} = \binom{١٢}{٨}$

أ) {٤} ب) {٨} ج) {٤، ٨} د) {٠، ٤، ٨، ١٢}

الحل

$س = ٨$ أو $س = ١٢ - ٨ = ٤$

ج) {٤، ٨}

③ جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$$ن! = ٢ \times \binom{ن}{٢} + ن(٦)$$

الحل

$$ن! = ٢ \times \frac{ن!}{٢! \times (ن-٢)!} + ٦ن$$

$$= \frac{ن \times (ن-١) \times (ن-٢)!}{(ن-٢)!} + ٦ن$$

$$ن! = ن(ن-١) + ٦ن$$

$$ن! = ن^٢ - ن + ٦ن$$

$$ن! = ن^٢ + ٥ن$$

$$ن^٢ - ٣ن - ١٠ = ٠$$

$$(ن - ٥)(ن + ٢) = ٠$$

$ن = ٥$ أو $ن = -٢$ (مرفوض)

وزارة (٢٠١٤) شتوية

① مجموعة مكونة من (٦) معلمين و(٨) طلاب جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية تتكون من معلمين اثنين على الأقل

الحل

لجنة ثلاثية	٦ معلمين	٨ طلاب
	٢	١
	٣	٠

$$\binom{٦}{٢} \times \binom{٨}{١} + \binom{٦}{٣} \times \binom{٨}{٠}$$

$$= \frac{٦!}{٤! \times ٢!} \times ٨ + \frac{٦!}{٣! \times ٣!} \times ١$$

$$= \frac{٦ \times ٥ \times ٤!}{٤! \times ٢ \times ١} \times ٨ + \frac{٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣!}{٣! \times ٣ \times ٢ \times ١} \times ١$$

$$= ١٢٠ + ٢٠ = ١٤٠$$

② جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$$ل(ن، ٣٦) = ٦ \times \binom{ن}{٢}$$

$$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦ \times \frac{ن!}{(ن-٢)! \times ٢!}$$

$$ن(ن-١)(ن-٢) = ٦ \times \frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!}{(ن-٣)! \times ٢}$$

$$ن - ٢ = ٣ \leftarrow ن = ٥$$

③ بكم طريقة يمكن ان تجلس اربع طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد

عدد الطرق $= ل(٤، ٤)$

$$= ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$= ٢٤$$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

① اذا كانت

$$\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن، ٢)}{١٠}$$ اوجد قيمة ن

الحل

$$\frac{ن!}{(ن-٣)! \times ٣!} = \frac{ن(ن-١)}{١٠}$$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!}{(ن-٣)! \times ٦} = \frac{ن(ن-١)}{١٠}$$

$$ن - ٢ = ٦ \leftarrow ن = ٨$$

② مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية مكونة من رئيس ونائب للرئيس من المعلمين وعضوين من الطلاب

الحل

٤ معلمين — رئيس ونائب — ٦ طلاب — ٢ عضوين

$$ل(٤، ٢) \times \binom{٦}{٢}$$

$$= ٤ \times ٣ \times \frac{٦!}{٤! \times ٢!}$$

$$= ١٢ \times \frac{٦ \times ٥ \times ٤!}{٤! \times ٢} = ١٢ \times ١٥$$

$$= ١٨٠$$

③ اذا كانت $ن! = ل(٣، ٥) + \frac{٤}{٣}\binom{ن}{٤}$ اوجد قيمة ن

الحل

$$ن! = ٥ \times ٤ \times ٣ + \frac{٤}{٣} \times \frac{ن!}{٤! \times (ن-٤)!}$$

$$= ٦٠ + \frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!}{٣ \times ٢ \times (ن-٤)!}$$

$$= ٦٠ + \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦}$$

$$ن! = ١٢٠ \leftarrow ن! = ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$= ٥!$$

$$\leftarrow ن = ٥$$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)!}{(ن-٣)!} = ن(ن-١)$$

$$ن - ٢ = ١ \Rightarrow ن = ٣$$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

① اذا كانت ل(ن، ٣) = $\binom{ن}{٤}$
اوجد قيمة ن ؟

الحل

$$\frac{ن!}{ن(ن-١)(ن-٢)} = \frac{(ن-٤)!٤!}{(ن-٤)!}$$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)(ن-٣)(ن-٤)!}{(ن-٤)!} = ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$\Leftarrow ١ = \frac{ن-٣}{٤} \text{ ضرب بيادي}$$

$$ن - ٣ = ٤ \Leftarrow ن = ٤ + ٣$$

$$\leftarrow ن = ٧$$

② مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٧) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية منهم بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل.

الحل — لجنة ثلاثية

٤ معلمين	٧ طلاب
١	٢
٢	١
٣	٠

$$(٤_١)(٧_٢) + (٤_٢)(٧_١) + (٤_٣)(٧_٠)$$
$$= ٤ \times ٢١ + ٦ \times ٤ + ٤$$
$$= ١٣٠$$

③ جد قيمة س في المعادلة

$$\binom{٩}{٣س} = \binom{٩}{٦}$$

الحل

$$٣س = ٦ \text{ أو } ٣س = ٩ - ٦$$
$$\leftarrow س = ٢$$
$$٣س = ٣$$
$$\leftarrow س = \frac{٣}{٣} = ١$$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

① مجموعة مكونة من (٤) معلمين و (٦) طلاب ، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة منهم مكونة من رئيس ونائب للرئيس وثلاثة اعضاء بحيث يكون الرئيس معلماً ونائبه طالب .

الحل

عدد طرق تكوين اللجنة

$$= (٤_١) \times (٦_١) \times (٨_٣)$$

الرئيس — النائب — بقية الاعضاء

$$= ٤ \times ٦ \times \frac{٨ \times ٧ \times ٦}{٦}$$
$$= ٤ \times ٦ \times ٥٦ = ١٣٤٤$$

مكتبة وسام AlWesam المعلم ناجح الجمزاوي

② اذا كان $\binom{ن}{٣} = ١٠$ فجد قيمة $ل(ن، ٣، ٦)$

الحل

$$\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن، ٣، ١)}{١ ! ٣}$$

$$١٠ = \frac{ل(ن، ٣، ٦)}{٦}$$

$$\Leftarrow ل(ن، ٣، ٦) = ٦٠$$

$$٥ \times ٤ \times ٣ = ٦٠$$

$$ن = ٥$$

③ جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$$(ن - ١) ! = ل(٣، ٦، ٤)$$

الحل

$$(ن - ١) ! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣$$

$$= ١٢٠ \times \frac{٤ ! \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٤ ! \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$$

$$= ١٢٠ \times ٦$$

$$(ن - ١) ! = ٧٢٠$$

$$= ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$= ٦ ! ١$$

$$ن - ١ = ٦$$

$$ن = ٧$$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

① مجموعة مكونة من (٤) طلاب من كلية العلوم و (٦) طلاب من كلية الآداب في احدى الجامعات ، جد عدد الطرق التي يمكن بها اختيار لجنة تكونة من رئيس ونائب للرئيس واربعة اعضاء من المجموعة بحيث يكون الرئيس ونائبه من كلية الآداب .

عدد الطرق = الرئيس × النائب × الاعضاء

$$٦ \times ٥ \times \binom{٨}{٤}$$

$$= ٦ \times ٥ \times \frac{٨ !}{٤ ! \times ٤ !}$$

$$= ٣٠ \times \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{٤ ! \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$$

$$= ٣٠ \times ٧٠$$

$$= ٢١٠٠$$

② جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$$(ن + ١) ! = \binom{١١}{٣} \times ل(١، ٦)$$

الحل

$$(ن + ١) ! = \frac{١١ !}{٨ ! \times ٣ !} \times ٦$$

$$= \frac{١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ !}{٨ ! \times ٦} \times ٦ = ١٦٥$$

$$(ن + ١) ! = ١٦٥ = ٦ !$$

$$\Leftarrow ن - ١ = ٦$$

$$\Leftarrow ن = ٧$$

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦ ، ٢) صيفية

① جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$$ل(ن ، ٢) = ١٠ + (٩ ، ٢)$$

الحل

$$ل(ن ، ٢) = ١٠ + (٩ ، ٢)$$

$$ل(ن ، ٢) = ٥ \times ٤ \times ٢ \times ١ + \frac{!١٩}{!١٧ \times !٢}$$

$$ل(ن ، ٢) = ١٢٠ + \frac{٩ \times ٨ \times !١٢}{!١٢ \times ٢}$$

$$ل(ن ، ٢) = ١٢٠ + ٣٦ = ١٥٦$$

$$١٢ \times ١٣ =$$

$$\Leftarrow ن = ١٣$$

② مجموعة كتب مكونة من (٨) كتب علمية و (٦) كتب ادبية يرغب طالب في اختيار ثلاث كتب منها ، بكم طريقة يمكنه اختيار الكتب الثلاثة بحيث يكون من بينها كتاب علمي واحد على الأقل

الحل

٨ علمية	٦ ادبية
١	٢
٢	١
٣	٠

عدد الطرق =

$$(٨)(٦^{٢}) + (٨^{٢})(٦) + (٨^{٣})(٦^{٠})$$

$$= ٨ \times \frac{!١٦}{!١٤ \times !٢} + ٦ \times \frac{!١٨}{!١٦ \times !٢} + ١ \times \frac{!٨}{!٣ \times !٥}$$

$$= ١٢٠ + ١٦٨ + ٥٦$$

$$= ٣٤٤ \text{ طريقة}$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) شتوية

① جد قيمة ن التي تحقق المعادلة

$(ن-١)! = \frac{٤}{٣} \times ل(٤٥٦) - \binom{١٦}{٢}$

الحل

$(ن-١)! = \frac{٤}{٣} \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١$

$\frac{١٦!}{١٤! \times ١٢ \times ١٠}$

$= ٢٤٠ - \frac{١٦ \times ١٥ \times ١٤! \times ٨}{١٤! \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}$

$= ٢٤٠ - ١٢٠ = ١٢٠$

$(ن-١)! = ١٢٠$

$\leftarrow ن-١ = ٥ \leftarrow ن = ٦$

② مجموعة مكونة من (٦) معلمين و(٥) اداريين، جد عدد الطرق التي يمكن بها تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون رئيس اللجنة اداريًا ونائبه معلمًا

الحل

رئيس اداري × نائب معلم × عضوين

$٥ \times ٦ \times \binom{٩}{٢}$

$= ٣٠ \times \frac{٩ \times ٨}{٢} = ١٠٨٠$

وزارة (٢٠١٧) صيفية

① جد قيمة

$\frac{ل(٢٥)}{(٧-٤)!} \times \binom{٩}{٨}$

الحل

$\frac{٤ \times ٥}{١٠٣} \times \frac{١٠٩}{١٠٨ \times ١١}$

$\frac{١٠٤}{٢} \times \frac{٣ \times ٩ \times ٨!}{٨! \times ١١} = ٣٠$

② مجموعة مكونة من (٨) طلاب و(٤) معلمين، ما عدد طرق تكوين لجنة رباعية منهم بحيث يكون رئيس اللجنة معلمًا ونائبه طالبًا وبقية الاعضاء من الطلاب

الحل

٨ طلاب ٤ معلمين

رئيس معلم × نائب طالب × ٢ طالب

$٤ \times ٨ \times \binom{٧}{٢}$

$= \frac{١٠٧}{٢ \times ١٠٥} \times ٣٢ =$

$= \frac{١٦ \times ٦٧٢}{٤ \times ١٠٥} \times ٣٢ = ٦٧٢$

وزارة (٢٠١٨) شتوية

① بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب الرئيس من مجموعة تتكون من ١٥ افراد

أ) ١٥! ب) $\binom{١٥}{٢}$ ج) ل(١٥، ٢)

د) ١٥ × ١٤!

الحل

الترتيب مهم يبادل

ل(١٥، ٢) الاجابة (د)

② قيمة $\binom{٥}{٣}$ تساوي

أ) $\frac{(٥-٣)!}{٣!}$ ب) $\frac{٣! \times ٢!}{(٥-٣)!}$

ج) $\frac{ل(٥، ٢)}{٥!}$ د) $\frac{ل(٥، ٣)}{٣!}$

الحل

$\binom{ن}{ر} = \frac{ل(ن، ر)}{ر!}$

$\binom{٥}{٣} = \frac{ل(٥، ٣)}{٣!}$

الاجابة (د)

③ حل المعادلة

$ل(ن، ٣) = ٥ ل(ن، ٢) \times \binom{٤}{٣}$

ن عدد صحيح موجب

الحل

$ل(ن، ٣) = ٥ \times ل(ن، ٢) \times \frac{٤!}{١! ٣!}$

$ل(ن، ٣) = ٥ \times ل(ن، ٢) \times ٤$

$= ٢٠ \times ل(ن، ٢)$

$ن(ن-١)(ن-٢) = ٢٠ \times ن(ن-١)$

$ن - ٢ = ٢٠ \leftarrow ن = ٢٢$

④ بكم طريقة يمكن اختيار (٤) معلمين وطالبين اثنين لتشكيل لجنة من (٦) معلمين و(٩) طلاب

الحل

٤ معلمين و طالبين

$\binom{٦}{٤} \times \binom{٩}{٢}$

$\frac{٦!}{٤! ٢!} \times \frac{٩!}{٧! ٢!}$

$\frac{٦ \times ٥ \times ٤! \times ٩ \times ٨ \times ٧!}{٤! \times ٢ \times ٧!}$

$\frac{٣٠}{٢} \times \frac{٧٢}{٢} = ١٥ \times ٣٦$

$= ٥٤٠$

مكتبة الوسام AWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

المتغير العشوائي

المتغير العشوائي

هو أقتران معرف من الفضاء العيني ك إلى مجموعة جزئيه من الأعداد الحقيقيه ح ، بحيث نستخدم الرموز س ، ص ، ع ... للدلالة على المتغيرات العشوائيه .
واذا كانت القيم التي يأخذها المتغير العشوائي محدوده او محدودة فانه يسمى المتغير العشوائي المنفصل

ملاحظة هامة

الفضاء العيني ك : هو جميع الخيارات الممكنه للتجربة .

احتمال الحادث (ح) = عدد عناصر ح / عدد عناصر ك

ل(ح) = ع(ح) / ع(ك)

مثال توضيحي

أذا دلّ المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور كتابة في تجربة رمي قطعة نقد مرتين على الارض

فالفضاء العيني ك =
{ ص ص ، ص ك ، ك ص ، ك ك }
عدد عناصر ك = ع (ك) = ٤
القيم للمتغير العشوائي (س)
= { ٠ ، ١ ، ٢ } عدد مرات ظهور الكتابة .

٠ : تعني عدم ظهور الكتابه (ص ص)
١ : تعني ظهور كتابة مره واحدة ص ك ، ك ص
٢ : تعني ظهور كتابة مرتين ك ك

س = ٠ : تعني احتمال عدم ظهور الكتابه
تعني ظهور ص ص = ١
يتبع ⟸

مكتبة الوسام AL-WESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

$\Leftarrow$ ل(س=٠) = $\frac{ع(ح)}{ع(ك)} = \frac{١}{٤}$

ل(س=١) : تعني ظهور كتابة مرة واحدة وهي ح ك ، ك ح

$= ٢$

ل(س=١) = $\frac{ع(ح)}{ع(ك)} = \frac{٢}{٤}$

ل(س=٢) : تعني احتمال ظهور كتابة مرتين وهي ك ك

ع(ح) = ١

ل(س=٢) = $\frac{١}{٤}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

ليسمى هذا الجدول
جدول التوزيع الأحتمالي

ولكن كتابته على صورة أزواج مرتبة وتسمى التوزيع الاحتمالي

$\{(٠, \frac{١}{٤}), (١, \frac{٢}{٤}), (٢, \frac{١}{٤})\}$

ملاحظة هامة

يسمى ل اقتران احتمال للمتغير العشوائي المنفصل س اذا حقق الشرطان

① $٠ \leq$ ل(س ر) ≤ ١
الاحتمال لأي قيمة يتراوح بين الصفر إلى (١)

② $\sum$ ل(س ر) = ١
مجموع الاحتمالات = ١

مثال ①

اذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور لدى عائلة لديها طفلان وسجل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة

④ جد القيم الممكنة للمتغير العشوائي (س)

① أكتب جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

سـ = {ذذ ، ذو ، وذ ، وو}

④ المتغير العشوائي يأخذ القيم ٠ ، ١ ، ٢

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

① جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

حيث

$ل(س=٠) = ل(ن ن) = \frac{١}{٤}$

$ل(س=١) = ل(ن و ، و ن)$

$= \frac{٢}{٤}$

$ل(س=٢) = ل(و و) = \frac{١}{٤}$

مثال ②

اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد مرات الفوز ، اذا لعب الفريق ٣ مباريات وكانت النتيجة فوز أو خساره جد

① الفضاء العيني ك

② القيم الممكنه للمتغير العشوائي س

③ جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل

① ك = { فففف ، ففخف ، ففخخ ، فخفف ، فخفخ ، فخخف ، فخخخ ، خففف ، خففخ ، خفخف ، خفخخ ، خخفف ، خخفخ ، خخخف ، خخخخ }

② قيم س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

③

$ل(س=٠) = \frac{١}{٨}$ ، $ل(س=١) = \frac{٣}{٨}$

$ل(س=٢) = \frac{٣}{٨}$ ، $ل(س=٣) = \frac{١}{٨}$

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل (س)	$\frac{١}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{٣}{٨}$	$\frac{١}{٨}$

مثال ③

اذا دل س المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة عند رمي قطعه نقود ثلاث مرات فجد القيم الممكنه للمتغير العشوائي س ، واكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

الحل

ك = { صصص ، صصك ، صكص ، كصص ، كككص ، ككصك ، كصكك ، ككككك }

قيم س الممكنه { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

← يتبع

المعلم: ناجح الجمزاوي

ل(س=٠) = ١/٨ ، ل(س=١) = ٣/٨
ل(س=٢) = ٣/٨ ل(س=٣) = ١/٨

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

مثال ④

في تجربة رمي حجر نرد مرة واحدة اذا دل المتغير س على عدد مرات ظهور العدد (٣) فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

الحل

ك = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

فيم س = {٠، ١}

اما ان يظهر العدد ٣ أو لا يظهر

ل(س=٠) عدم ظهور العدد ٣

ع = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

ن(ع) / ن(ك) = ٥/٦

ل(س=١) ظهور العدد ٣

= ن(ع) / ن(ك) = ١/٦

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١
ل(س)	٥/٦	١/٦

مثال ⑤

عند رمي حجر نرد مرتين وتسجيل النتيجة الظاهرة على الوجهين اذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الرقم (٥) فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل

ن(ك) = ٣٦

فيم س الممكنة = {٠، ١، ٢}

صفر : ان لا يظهر العدد ٥

١ : ان يظهر العدد ٥ مرة واحدة

٢ : ان يظهر العدد ٥ مرتين

ل(س=١) = {(٥،١)، (٥،٢)، (٥،٣)، (٥،٤)، (٥،٥)، (٥،٦)، (١،٥)، (٢،٥)، (٣،٥)، (٤،٥)، (٦،٥)}

= ١٠/٣٦

ل(س=٢) = {(٥،٥)} = ١/٣٦

ل(س=٠) = لحسابها بدل كتابة عناصر ك = بسيط

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم ناجح الجمزاوي

لحساب ل(س=٠)

مجموع الاحتمالات = ١

ل(٠) + ل(١) + ل(٢) = ١

ل(٠) + ١٠/٣٦ + ١/٣٦ = ١

ل(٠) + ١١/٣٦ = ٣٦/٣٦

ل(٠) = ٣٦/٣٦ - ١١/٣٦ = ٢٥/٣٦

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل(س)	٢٥/٣٦	١٠/٣٦	١/٣٦

مثال ⑥

يحوي صندوق على ٤ كرات حمراء و ٣ كرات صفراء ، فاذا سحبت من الصندوق كرتين على التوالي مع الارجاع ودل س المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الصفراء فكون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

عدد الكرات = ٤+٣ = ٧

ك = {ح ح ، ح ص ، ص ح ، ص ص}

ومم س المكنة س = {٠ ، ١ ، ٢}

ل(س=٠) = ل(ح ح)

= الأولى حمراء والثانية حمراء

= ٤/٧ × ٤/٧ مع الارجاع

= ١٦/٤٩

ل(س=١) = ل(ح ص) + ل(ص ح)

= ٤/٧ × ٣/٧ + ٣/٧ × ٤/٧

= ٢٤/٤٩

ل(س=٢) = ل(ص ص)

= ٣/٧ × ٣/٧ = ٩/٤٩

س	٠	١	٢
ل(س)	١٦/٤٩	٢٤/٤٩	٩/٤٩

مثال ⑦

صندوق يحوي على ٣ كرات حمراء وكرتين بيضاء ، سحب من الصندوق ٣ كرات معًا ، اذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل

ومم س المكنة هي {٠ ، ١ ، ٢}

لأنه لا يمكن ان تكون ٣ كرات بيضاء

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

لأن عدد الكرات البيضاء فقط ٢

ع(س) = $\binom{٥}{٣}$ = ١٠

لأن السحب عيّنة مرجع السحب فقط

حيث ٥ = عدد الكرات الكلي
٣ = عدد الكرات المسحوبة

ع(٠) = ع(ح ح ح) ثلاثة حمراء
= $\binom{٣}{٣}$ = ١

ل(س=٠) = $\frac{١}{١٠}$

ع(١) = ع(واحدة بيضاء ٢ حمراء)
= $\binom{٢}{١} \times \binom{٣}{٢}$ = ٢ × ٣
= ٦

ل(س=١) = $\frac{٦}{١٠}$

ع(٢) = ع(٢ بيضاء واحدة حمراء)
= $\binom{٢}{٢}\binom{٣}{١}$ = ١ × ٣ = ٣

ل(س=٢) = $\frac{٣}{١٠}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{٦}{١٠}$	$\frac{٣}{١٠}$

مثال ⑧

يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) اوجد قيمة ك .

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٣	ك	٠٫٥

الحل

$\sum$ ل(س) = ١

٠٫٣ + ك + ٠٫٥ = ١

٠٫٨ + ك = ١

← ك = ٠٫٢

مثال ⑨

اذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي معطى بالمجموعة .

{(٠ ، $\frac{٣}{١٤}$) ، (١ ، $\frac{٥}{١٤}$) ، (٢ ، ب)}

اوجد قيمة ب ؟

الحل

$\sum$ ل(س) = ١ مجموع الاحتمالات = ١

$\frac{٣}{١٤} + \frac{٥}{١٤} + ب = ١$

$\frac{٨}{١٤} + ب = ١$ ← ب = ١ − $\frac{٨}{١٤}$

← توحيد مقام = $\frac{١٤}{١٤} - \frac{٨}{١٤} = \frac{٦}{١٤}$

مكتبة الإمام الشافعي
ALIMAM
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

اذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي هو .

{ (-٢، ٠٣٤٥) ، (٠، ٠٢٥) ، (١، ٠١٥٤٥) ، (٣، ك) }

اوجد قيمة ك

الحل

$\sum ل(س) = 1$

$٠٣٤٥ + ٠٢٥ + ٠١٥٤٥ + ك = 1$

$٠٦٥ + ك = 1$

$ك = 1 - ٠٦٥ = ٠٣٥$

مثال (١١)

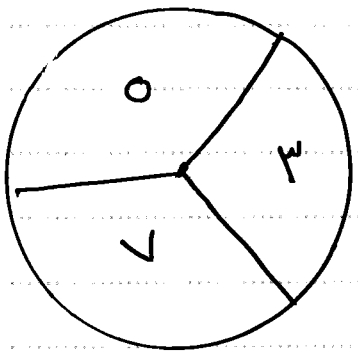
باقة من الازهار فيها ٦ أزهار حمراء ، ٤ ازهار بيضاء ثم اختيار ٣ زهرات عشوائياً ، اذا كان المتغير العشوائي ص يمثل عدد الازهار البيضاء فان قيم ص

أ) {٠، ١، ٢، ٣} ب) {١، ٢، ٣، ٤} ج) {١، ٢، ٣} د) {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

الاجابة (أ)

مثال (١٢)

قرص دوار كما في الشكل المجاور عليه ثلاثة ارقام هي ٣، ٥، ٧ اذا ادرنا القرص مرتين ، حيث يشير المؤشر في كل مرة على أحد الارقام الثلاثة ، وكان س يمثل مجموع الرقمين الناتجين



الحل

ك = {(٣، ٣)، (٣، ٥)، (٣، ٧)، (٥، ٣)، (٥، ٥)، (٥، ٧)، (٧، ٣)، (٧، ٥)، (٧، ٧)}

مجموع الرقمين =

٧	١٠	١٢	١٤
٥	٨	١٠	١٢
٣	٦	٨	١٠
المجموع	٣	٥	٧

س = {٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤}

$ل(س=٦) = \frac{1}{9}$ $ل(س=١٠) = \frac{2}{9}$

$ل(س=٨) = \frac{2}{9}$ $ل(س=١٢) = \frac{2}{9}$

$ل(س=١٤) = \frac{1}{9}$

المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٣)

عثل الجدول التالي توزيعاً احتمالياً للمتغير العشوائي س ، فاذا كانت ل = ٤ م ، احسب قيمة كل من م ، ب

س	٦	٨	١٠
ل(س)	او٠	ب	م٢

الحل

او٠ + ب + م٢ = ١

مجموع الاحتمالات = ١

لكن ب = ٤ م بالتعويض

او٠ + ٤ م + م٢ = ١

او٠ + ٦ م = ١ ← ٦ م = ١ - او٠

٦ م = ٩ و٠

م = ٩ و٠ / ٦ = ١٥ و٠

لكن ب = ٤ م

ب = ٤ × ١٥ و٠ = ٦٠ و٠

مثال (١٤)

اذا كان س متغيراً عشوائياً يأخذ القيم ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ وكان ل(س) = م س^٢ حد ميمة لثابت م

الحل

ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) = ١

مجموع الاحتمالات = ١

ل(١) = م (١)^٢ نعوض في ل(س)

م =

ل(٢) = م (٢)^٢ = ٤ م

ل(٣) = م (٣)^٢ = ٩ م

ل(٤) = م (٤)^٢ = ١٦ م

←

١٦ م + ٩ م + ٤ م + م = ١

٣٠ م = ١ ← م = ١ / ٣٠

مثال (١٥)

اي من التوزيعات التالية يعدّ توزيعاً احتمالياً

أ) { (١ ، ٠٫١٥) ، (٣ ، ٠٫٥٠) ، (٥ ، ٠٫٤٥) }

ب) { (١ ، ٠٫٣٠) ، (٢ ، ٠٫٣٨) ، (٥ ، ٠٫٤٢) }

ج) { (١ ، ٠٫٤٠) ، (٢ ، ٠٫٥٠) ، (٣ ، ٠٫٦٠) }

د) { (١ ، ٠٫١٠) ، (٢ ، ٠٫٣٠) ، (٣ ، ٠٫١٠) }

الاجابة (أ)

لأن مجموع الاحتمالات = ١

٠٫٣ + ٠٫٣ + ٠٫٤ = ٠٫٤ + ٠٫٦ = ١

المعلم : ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ٤١ ج ٢

في تجربة القاء قطعتي نقد مرة واحدة ، دل المتغير العشوائي ع على عدد مرات ظهور كتابة على الوجه الظاهر .

(أ) جد القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي ع .

(ب) أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ع .

(ج) بين ان ل هو اقتران احتمال للمتغير العشوائي ع .

الحل

ح = { ص ص ، ص ك ، ك ص ، ك ك }

(أ) س = { ٠ ، ١ ، ٢ }

ل (س = ٠) = $\frac{1}{4}$ ل (س = ٢) = $\frac{1}{4}$

ل (س = ١) = $\frac{2}{4}$

س	٠	١	٢
ل (س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

(ج) مجموع الاحتمالات

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

∴ ل (س) ≥ ١

تدريب ② ص ٤٢ ج ٢

اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س فحطى في المجموعة

{ (٠ ، ٠٫٢) ، (١ ، ٠٫٣) ، (٢ ، ٠) ، (٣ ، ل ٣) } محافيمة ل

٠٫٢ + ٠٫٣ + ٠٫١ + ل ٣ = ١

٠٫٦ + ل ٣ = ١

ل ٣ = ١ − ٠٫٦

= ٠٫٤

ل = $\frac{٠٫٤}{٣}$ = ٠٫١٣

مكتبة الوسام AlWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

توزيع ذي الحدين

اساس التوزيع الاحتمالي لتوزيع ذي الحدين هو تجربة برنولي وهي تجربة عشوائية مكونة من محاولة واحدة فقط فضاءها العيني يكون من نتيجتين منفصلتين واحدة تسمى نجاحاً والأخرى تسمى فشلاً

النجاح : يعني وقوع الحادث

الفشل : يعني عدم وقوع الحادث

وبما ان تجربة برنولي ليس لها سوى نتيجتين منفصلتين هما النجاح والفشل فإن

احتمال النجاح + احتمال الفشل = ١

فمثلاً

اذا كان احتمال الفوز في المباراة = ٠,٧

فان احتمال الخسارة = ١ - ٠,٧ = ٠,٣

واذا كرر هذا النوع من التجارب عدداً معيناً من المرات ، بحيث تكون مستقلة ومتماثلة ، أي ان نتيجة احدى التجارب لا تؤثر في سواها وان احتمال النجاح في كل مرة يبقى نفسه لجميع المحاولات الأخرى يسمى هذا النوع من التجارب " تجارب ذي الحدين "

فمثلاً :

اذا اخذت تجربة القاء قطعة نقود مرات عديدة ، فان احتمال ظهور الصورة في كل مرة يبقى ثابتاً ويساوي ($\frac{1}{2}$) .

ومن الامثلة على متغيرات تتبع توزيع ذي الحدين

① عدد العمليات الناجحة

② عدد العبوات التي لا تطابق المواصفات

③ عدد الاشجار التي تصاب بمرض معين

⋮

الخ

ALNESAM
المنصة
المعلم ناجح الجمزاوي

قانون ذي الحدين

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} ح^{ر} \, (١-ح)^{ن-ر}$$

حيث

ن : عدد مرات تكرار التجربة

ر : عدد مرات النجاح

ح : احتمال النجاح في المرة الواحدة

١-ح : احتمال عدم النجاح (الفشل)

ن ، ح معاملاً المتغير العشوائي ذي الحدين

مثال ①

اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين ، معاملاه ن = ٥ ، ح = ٠٫٣ أجد كلاً مما يأتي

① ل(س = ٢) ② ل(س ≤ ١)

③ ل(س ≥ ٤) ④ ل(٢ ≤ س ≤ ٤)

الحل

قيم س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

حيث ن = ٥

① ل(س = ٢)

ر = ٢ ، ن = ٥ ، ح = ٠٫٣

١ - ح = ٠٫٧

$$ل(س=ر) = \binom{ن}{ر} ح^{ر} \, (١-ح)^{ن-ر}$$

$$ل(س=٢) = \binom{٥}{٢} (٠٫٣)^{٢} (٠٫٧)^{٣}$$

② ل(س ≤ ١) = ل(س = ٠)

$$ل(س=٠) = \binom{٥}{٠} (٠٫٣)^{٠} (٠٫٧)^{٥}$$

$$= ١ \times ١ \times (٠٫٧)^{٥}$$

$$= (٠٫٧)^{٥}$$

③ ل(س ≥ ٤) = ل(س = ٤) + ل(س = ٥)

$$= \binom{٥}{٤} (٠٫٣)^{٤} (٠٫٧)^{١} + \binom{٥}{٥} (٠٫٣)^{٥} (٠٫٧)^{٠}$$

④ ل(٢ ≤ س ≤ ٤)

= ل(س = ٢) + ل(س = ٣)

$$\binom{٥}{٢} (٠٫٣)^{٢} (٠٫٧)^{٣} + \binom{٥}{٣} (٠٫٣)^{٣} (٠٫٧)^{٢}$$

مكتبة الوسام AlWesam
المعلم : ناجح الجمزاوي

مثال ②

اذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث ن = ٤ وكان ل(س ≤ ٣) = $\frac{١٥}{١٦}$

جد قيمة ح ؟

الحل

ن = ٤ ← ر = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

ل(س ≤ ٣) = ل(٣) + ل(٢) + ل(١) + ل(٠)

= ١ − ل(٤) = $\frac{١٥}{١٦}$

لأن مجموع الاحتمالات = ١

⇐ ل(٤) = ١ − $\frac{١٥}{١٦}$ بوضع ح

= $\frac{١٦}{١٦} - \frac{١٥}{١٦} = \frac{١}{١٦}$

ل(٤) = $\binom{٤}{٤}$ ح^{٤} (١ − ح)^{٠} = $\frac{١}{١٦}$

١ × ح^{٤} × ١ = $\frac{١}{١٦}$

ح^{٤} = $\frac{١}{١٦}$ باخذ الجذر الرابع

ح = $\frac{١}{٢}$

مثال ③

اذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث ن = ٣ ، ل(س ≤ ١) = $\frac{١٩}{٢٧}$

جد كلا مما يلي

ⓐ قيمة ح

ⓑ ل(س = ٠)

الحل

ن = ٣ ← ر = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ل(س ≤ ١) = $\frac{١٩}{٢٧}$

ل(س ≤ ١) = ل(٣) + ل(٢) + ل(١)

١ − ل(٠) = $\frac{١٩}{٢٧}$

ل(٠) = ١ − $\frac{١٩}{٢٧} = \frac{٢٧}{٢٧} - \frac{١٩}{٢٧}$

ل(٠) = $\frac{٨}{٢٧}$

ل(٠) = $\frac{٨}{٢٧}$ ←

$\binom{٣}{٠}$ (ح)^{٠} (١ − ح)^{٣} = $\frac{٨}{٢٧}$

١ × ١ × (١ − ح)^{٣} = $\frac{٨}{٢٧}$

(١ − ح)^{٣} = $\frac{٨}{٢٧}$ باخذ الجذر التكعيبي

← يتبع

$1 - p = \frac{2}{3}$ ← $p = 1 - \frac{2}{3}$

← $p = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

① $ل(س=2) = (\frac{3}{2})(\frac{1}{3})^{2}(\frac{2}{3})^{1}$

$= 3 \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

مثال ④

اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معلماه ن = ٣ ، ل = ٠٫٢

جد

ⓐ مَيم س ⓑ جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

ⓐ ن = ٣ ، ل = ٠٫٢ ، $1 - ل = 0.8$

مَيم س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

$ل(س=0) = (\frac{3}{0})(0.2)^{0}(0.8)^{3}$

$= (0.8)^{3} = 0.512$

$ل(س=1) = (\frac{3}{1})(0.2)^{1}(0.8)^{2}$

$= 0.384$

$ل(س=2) = (\frac{3}{2})(0.2)^{2}(0.8)^{1} = 0.096$

$ل(س=3) = (\frac{3}{3})(0.2)^{3}(0.8)^{0} = 0.008$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٥١٢	٠٫٣٨٤	٠٫٠٩٦	٠٫٠٠٨

مثال ⑤

لدى عائله (٦) اطفال ، ما احتمال ان يكون (٤) اطفال منهم ذكور

الحل

ن = ٦ ، ل = ٠٫٥ ، $1 - ل = 0.5$

ل = $\frac{1}{2}$ = ٠٫٥ لأن احتمال ان يكون ولد من بين ولد و بنت

$ل(س=4) = (\frac{6}{4})(0.5)^{4}(0.5)^{2}$

$= 15 \times (0.5)^{4}(0.5)^{2}$

مثال ⑥

في تجربة القاء قطعة نقد سبع مرات متتالية جد احتمال

ⓐ ظهور الصورة مرتين فقط

ⓑ ظهور الصورة في (٤) مرات

ⓒ ظهور الصورة في جميع المرات

ⓓ ان لا تظهر الصوره

← يتبع الحل

ALWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

الحل

س : عدد مرات ظهور الصورة
ن = ٧ ، س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}
ح = احتمال ظهور الصورة في الرمية الواحدة .
ح = $\frac{١}{٢}$ ← ١ − ح = $\frac{١}{٢}$

(أ) ظهور الصورة مرتين فقط
ل(س=٢) = $(\frac{٧}{٢})(\frac{١}{٢})^{٢}(\frac{١}{٢})^{٥}$

(ب) ظهور الصورة في ٤ مرات
ل(س=٤) = $(\frac{٧}{٤})(\frac{١}{٢})^{٤}(\frac{١}{٢})^{٣}$

(ج) ر = ٧
ل(س=٧) = $(\frac{٧}{٧})(\frac{١}{٢})^{٧}(\frac{١}{٢})^{٠}$
= $(\frac{١}{٢})^{٧}$

(د) س = ٠
ل(س=٠) = $(\frac{٧}{٠})(\frac{١}{٢})^{٠}(\frac{١}{٢})^{٧}$
= $(\frac{١}{٢})^{٧}$

مثال (٧)

اذا كان احتمال نمو نوع من البذور عند زراعتها (٠٫٨٥) اذا تمت زراعة (٥) بذرات فأوجد
(١) احتمال ان تنمو ٤ بذرات
(٢) احتمال ان تنمو بذرة واحدة على الأكثر
(٣) احتمال ان تنمو (٤) بذرات على الأقل .

الحل
ن = ٥ ، ح = ٠٫٨٥
١ − ح = ١ − ٠٫٨٥ = ٠٫١٥
س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥}

(١) ل(س=٤) = $(\frac{٥}{٤})(٠٫٨٥)^{٤}(٠٫١٥)^{١}$

(٢) ل(س≤١) = ل(س=١) + ل(س=٠)
= $(\frac{٥}{١})(٠٫٨٥)^{١}(٠٫١٥)^{٤}$ + $(\frac{٥}{٠})(٠٫٨٥)^{٠}(٠٫١٥)^{٥}$

(٣) ل(س≥٤) = ل(س=٤) + ل(س=٥)
= $(\frac{٥}{٤})(٠٫٨٥)^{٤}(٠٫١٥)^{١}$ + $(\frac{٥}{٥})(٠٫٨٥)^{٥}(٠٫١٥)^{٠}$

مكتبة المعلم ALMUALEM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٨)

عند رمي حجر النرد ٤ مرات متتالية ما احتمال ظهور عدد فردي مرة واحدة على الأكثر.

الحل

ن = ٤ ،

احتمال ظهور عدد فردي = $\frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$= \frac{\text{عدد الارقام الفردية}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

∴ عدد مرات ظهور عدد فردي

$ل(س \leq ١) = ل(١) + ل(٠)$

$= \binom{٤}{١}(\frac{١}{٢})^{١}(\frac{١}{٢})^{٣} + \binom{٤}{٠}(\frac{١}{٢})^{٠}(\frac{١}{٢})^{٤}$

$= ٤ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٨} + ١ \times ١ \times \frac{١}{١٦}$

$= \frac{٤}{١٦} + \frac{١}{١٦} = \frac{٥}{١٦}$

مثال (٩)

عائلة لديها ستة اطفال تم تسجيلهم حسب جنس وتسلسل الولادة جد احتمال

(أ) ان يكون لدى العائلة ولدان فقط

(ب) ان يكون لدى العائلة ثلاثة اولاد على الأقل

(ج) ان يكون عدد الأولاد أقل من عدد البنات.

الحل

ن = ٦ ، س = عدد الاولاد

$ق = \frac{١}{٢}$ $\quad ١ - ق = \frac{١}{٢}$

(أ) $ل(س = ٤) = \binom{٦}{٤}(\frac{١}{٢})^{٤}(\frac{١}{٢})^{٢}$

(ب) $ل(س \geq ٥) = ل(٥) + ل(٦)$

$= \binom{٦}{٥}(\frac{١}{٢})^{٥}(\frac{١}{٢})^{١} + \binom{٦}{٦}(\frac{١}{٢})^{٦}(\frac{١}{٢})^{٠}$

(ج) عدد الأولاد = ٠ ، ١ ، ٢

$= ل(٠) + ل(١) + ل(٢)$

$= \binom{٦}{٠}(\frac{١}{٢})^{٠}(\frac{١}{٢})^{٦} + \binom{٦}{١}(\frac{١}{٢})^{١}(\frac{١}{٢})^{٥}$

$+ \binom{٦}{٢}(\frac{١}{٢})^{٢}(\frac{١}{٢})^{٤}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٠)

رصد قطع التيار الكهربائي لمدة ستة ايام متتالية ، اذا كان احتمال ان ينقطع هو (٠٫٢) فما احتمال انقطاعه لمدة يومين فقط

ن = ٦
ح = ٠٫٢
١ - ح = ٠٫٨

ل(س=٢) = $\binom{٦}{٢}$ (٠٫٢)^{٢} (٠٫٨)^{٤}

مثال (١١)

اذا كان احتمال نجاح عملية جراحية يساوي ٩٠٪ ، اذا اجريت اربعة عمليات ، فاوجد احتمال ان لا تنجح اي عملية

الحل

ح = ٠٫٩ ١ - ح = ٠٫١
ن = ٤

ل(س=٠) = $\binom{٤}{٠}$ (٠٫٩)^{٠} (٠٫١)^{٤}

مثال (١٢)

اذا كان احتمال ان يصيب شخص هدفاً ما يساوي (٠٫٧٥) فاذا اطلق (٥) طلقات على الهدف فما احتمال

① اصابة الهدف ٣ مرات
② ان يخطأ الهدف ثلاث مرات
③ عدم اصابة الهدف
④ اصابة الهدف مرة واحدة على الأكثر
⑤ اصابة الهدف مرة على الأقل

الحل

ن = ٥ ح = ٠٫٧٥
١ - ح = ١ - ٠٫٧٥ = ٠٫٢٥
س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

① ل(س=٣) = $\binom{٥}{٣}$ (٠٫٧٥)^{٣} (٠٫٢٥)^{٢}

② ان يخطأ الهدف ثلاث مرات أي اصابته مرتين .

ل(س=٢) = $\binom{٥}{٢}$ (٠٫٧٥)^{٢} (٠٫٢٥)^{٣}

③ عدم اصابة الهدف
ل(س=٠) = $\binom{٥}{٠}$ (٠٫٧٥)^{٠} (٠٫٢٥)^{٥}

← يتبع الحل

ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

④ ل(س ≤ ١) = ل(س = ٠) + ل(١)

$= \binom{5}{0}(0.75)^{0}(0.25)^{5} + \binom{5}{1}(0.75)^{1}(0.25)^{4}$

⑤ ل(س ≤ ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) + ل(٥)

= ١ − ل(٠)

$= 1 - \binom{5}{0}(0.75)^{0}(0.25)^{5}$

$= 1 - (0.25)^{5}$

مثال (١٣)

اذا كانت نسبة الانبات في بذور السبدورة تساوي ٨٠٪ وتم زراعة (٥) بذرات في احدى الحدائق فما احتمال إنبات

① خمس بذرات

② ثلاث بذرات على الأقل.

الحل

ن = ٥

$p = 0.8 \longrightarrow q = 1 - p = 1 - 0.8 = 0.2$

① ل(س = ٥) $= \binom{5}{5}(0.8)^{5}(0.2)^{0}$

$= 1 \times (0.8)^{5} \times 1$

③ ل(س ≤ ٣) = ل(٣) + ل(٤) + ل(٥)

$= \binom{5}{3}(0.8)^{3}(0.2)^{2} + \binom{5}{4}(0.8)^{4}(0.2)^{1} + \binom{5}{5}(0.8)^{5}(0.2)^{0}$

مثال (١٤)

اذا كان احتمال نجاح عملية جراحية يساوي ٨٠٪ ، فما احتمال نجاح عمليتين على الأقل اذا اجريت ثلاث عمليات

الحل

ن = ٣ ، $p = 0.8$ ، $q = 1 - p = 0.2$

احتمال نجاح عمليتين على الأقل

= ل(س ≥ ٢) = ل(٢) + ل(٣)

$= \binom{3}{2}(0.8)^{2}(0.2)^{1} + \binom{3}{3}(0.8)^{3}(0.2)^{0}$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٥)

اذا كانت نسبة التالف من انتاج مصنع لأجهزه الكاسوب ٠,٠٠١ و. واخذت عينه حجمها (٥) اجهزه بطريقة عشوائيه فما احتمال ان تكون جميعها صالحه

الحل

$p = ٠,٠٠١$ و. $\leftarrow$ $q = 1 - p = 1 - ٠,٠٠١$ و.
$= ٠,٩٩٩$ و.

س = عدد الاجهزه التالفه
ان تكون جميعها صالحه أي
ان عدد التالف = صفر

$ل(س=٠) = \binom{٥}{٠} (٠,٠٠١)^{٠} (٠,٩٩٩)^{٥}$

مثال (١٦)

مصنع به (٥) الات من نوع واحد اذا كان احتمال ان تحتاج اي آله إلى الاصلاح في السنه الثانيه من عمرها هو (٠,٢) فاحسب

① احتمال ان لا تحتاج اي من الالات الى اصلاح

② ان تحتاج اثنتان فقط الى اصلاح

③ احتمال ان تحتاج اثنتان على الاكثر إلى اصلاح

④ احتمال تحتاج واحده على الأقل إلى اصلاح .

الحل

ن = ٥
$p = ٠,٢$ و. $\leftarrow$ $q = 1 - p = 1 - ٠,٢$ و.
$\leftarrow$ $q = ٠,٨$ و.
س = عدد الآلات التي تحتاج إلى اصلاح .

① $ل(١) = \binom{٥}{٠} (٠,٢)^{٠} (٠,٨)^{٥}$
$= (٠,٨)^{٥}$

② $ل(٢) = \binom{٥}{٢} (٠,٢)^{٢} (٠,٨)^{٣}$

③ $ل(س \leq ٢) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢)$
$= \binom{٥}{٠}(٠,٨)^{٥} + \binom{٥}{١}(٠,٢)(٠,٨)^{٤} + \binom{٥}{٢}(٠,٢)^{٢}(٠,٨)^{٣}$

④ $ل(س \geq ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤) + ل(٥)$
$= ١ - ل(٠) = ١ - \binom{٥}{٠}(٠,٨)^{٥}$
$= ١ - (٠,٨)^{٥}$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال (١٧)

اذا كانت نسبة القطع المعيبة في انتاج احد المصانع ١٠٪ ، فاذا اخذت (٥) قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية فما احتمال

① ان لا تجد اي قطعة معيبة

② ان يكون بينها قطعة واحدة معيبة

③ ان لا يزيد عدد القطع المعيبة على قطعة واحدة .

الحل

ن = ٥ ، ح = ١٠٪ = ٠٫١ و ١ - ح = ٠٫٩

س = عدد القطع المعيبة

① $ل(٠) = \binom{٥}{٠} (٠٫١)^{٠} (٠٫٩)^{٥}$

② $ل(١) = \binom{٥}{١} (٠٫١)^{١} (٠٫٩)^{٤}$

③ تعني واحدة على الأكثر

$ل(س \leq ١) = ل(١) + ل(٠)$

$= \binom{٥}{١} (٠٫١)^{١} (٠٫٩)^{٤} + \binom{٥}{٠} (٠٫١)^{٠} (٠٫٩)^{٥}$

مثال (١٨)

اذا كانت نسبة القطع الصالحة من انتاج احد المصانع ٩٥٪ فاذا اخذت (١٠) قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية فجد احتمال

① ان لا يكون بينها قطعة معيبة

② ان لا يزيد عدد القطع المعيبة على قطعة واحدة

③ ان يكون بينها قطعة واحدة معيبة على الأكثر

الحل

ن = ١٠ ، ح = ٩٥٪ = ٠٫٩٥

١ - ح = ١ - ٠٫٩٥ = ٠٫٠٥

① $ل(٠) = \binom{١٠}{٠} (٠٫٠٥)^{٠} (٠٫٩٥)^{١٠}$

② $ل(١) = \binom{١٠}{١} (٠٫٠٥)^{١} (٠٫٩٥)^{٩}$

③ $ل(س \leq ١) = ل(٠) + ل(١)$

من الفرعين السابقين

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

مثال (١٩)

يحوي صندوق على اربع كرات بيضاء وست كرات حمراء ، سحبت من الصندوق ثلاث كرات على التوالي مع الإرجاع اذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات البيضاء المسحوبة كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير س .

الحل

السحب على التوالي مع الإرجاع

ن = ٣ س : عدد الكرات البيضاء

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ح = احتمال ان تكون الكرة المسحوبة بيضاء

$= \frac{\text{عدد الكرات البيضاء}}{\text{مجموع الكرات}}$

$= \frac{٤}{١٠}$

ح = ٠٫٤ ← ١ - ح = ٠٫٦

ل(٠) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٠\end{smallmatrix})$ (٠٫٤)^{٠} (٠٫٦)^{٣} = ٠٫٢١٦

ل(١) = $(\begin{smallmatrix}٣\\١\end{smallmatrix})$ (٠٫٤)^{١} (٠٫٦)^{٢} = ٠٫٤٣٢

ل(٢) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٢\end{smallmatrix})$ (٠٫٤)^{٢} (٠٫٦)^{١} = ٠٫٢٨٨

ل(٣) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٣\end{smallmatrix})$ (٠٫٤)^{٣} (٠٫٦)^{٠} = ٠٫٠٦٤

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٢١٦	٠٫٤٣٢	٠٫٢٨٨	٠٫٠٦٤

مثال (٢٠)

طائرة بها ٣ محركات من نوع واحد تعمل بشكل مستقل ، اذا كان احتمال تعطل المحرك خلال (٢٠٠٠) ساعة يساوي ١٠٪ ، اذا عرّف المتغير العشوائي س بانه عدد المحركات التي يصيبها العطل ، أكتب جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل

ن = ٣ ، ح = ٠٫١ : احتمال تعطل المحرك

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ل(٠) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٠\end{smallmatrix})$ (٠٫١)^{٠} (٠٫٩)^{٣} = ٠٫٧٢٩

ل(١) = $(\begin{smallmatrix}٣\\١\end{smallmatrix})$ (٠٫١)^{١} (٠٫٩)^{٢} = ٠٫٢٤٣

ل(٢) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٢\end{smallmatrix})$ (٠٫١)^{٢} (٠٫٩)^{١} = ٠٫٠٢٧

ل(٣) = $(\begin{smallmatrix}٣\\٣\end{smallmatrix})$ (٠٫١)^{٣} (٠٫٩)^{٠} = ٠٫٠٠١

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٧٢٩	٠٫٢٤٣	٠٫٠٢٧	٠٫٠٠١

مكتبة الوسام ARWESAM
الوسام : ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ③ ص٢٤٣

اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين وعطيت ن = ٦ ، ل = ٠٫٧ جد كلاً مما يأتي.

① ل(س = ٥) ② ل(س ≤ ٤)
③ ل(س ≥ ٢)

الحل

① ل(س = ٥) = $\binom{٦}{٥}$ (٠٫٧)^{٥} (٠٫٣)^{١}

② ل(س ≤ ٤) = ل(٤) + ل(٥) + ل(٦)
= $\binom{٦}{٤}$ (٠٫٧)^{٤} (٠٫٣)^{٢} + $\binom{٦}{٥}$ (٠٫٧)^{٥} (٠٫٣)^{١}
+ $\binom{٦}{٦}$ (٠٫٧)^{٦} (٠٫٣)^{٠}

③ ل(س ≥ ٢) = ١ − [ل(٠) + ل(١)]
= ١ − [$\binom{٦}{٠}$ (٠٫٧)^{٠} (٠٫٣)^{٦} + $\binom{٦}{١}$ (٠٫٧)^{١} (٠٫٣)^{٥}]
+ $\binom{٦}{٢}$ (٠٫٧)^{٢} (٠٫٣)^{٤}

تدريب ④ ص٢٤٤

غرس مزارع ٧ شتلات ، وكانت نسبة احتمال نجاح غرس الشتلة الواحدة ٦٠٪ ما احتمال نجاح غرس ٣ شتلات على الأقل.

الحل

ن = ٧
ل = ٠٫٦ ١ − ل = ٠٫٤

ل(س ≥ ٣) = ل(٣) + ل(٤) + ل(٥) + ل(٦) + ل(٧)
= $\binom{٧}{٣}$ (٠٫٦)^{٣} (٠٫٤)^{٤} + $\binom{٧}{٤}$ (٠٫٦)^{٤} (٠٫٤)^{٣}
+ $\binom{٧}{٥}$ (٠٫٦)^{٥} (٠٫٤)^{٢}
+ $\binom{٧}{٦}$ (٠٫٦)^{٦} (٠٫٤)^{١}
+ $\binom{٧}{٧}$ (٠٫٦)^{٧} (٠٫٤)^{٠}

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة

الكتاب صفحة (٤٥)

السؤال الأول

اذا دلّ المتغير العشوائي س على مجموع العددين الظاهرين في تجربة القاء حجري نرد وملاحظة الرقمين على الوجهين الظاهرين ، فاجب عن ما يأتي

(أ) جد القيم التي يمكن ان يأخذها المتغير العشوائي س .

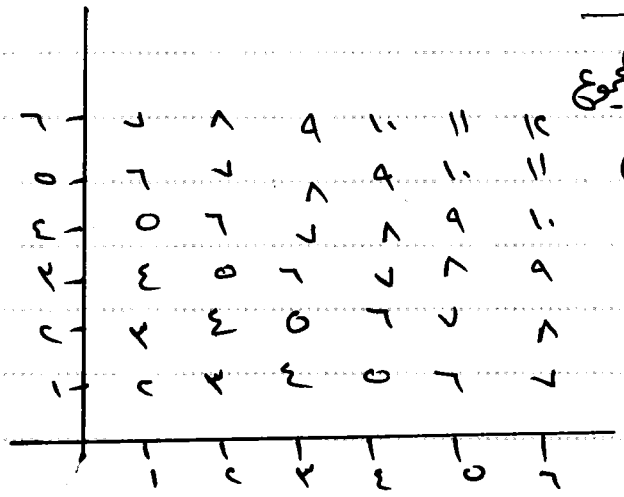
(ب) أكتب جدول التوزيع الاحتمالي

(جـ) بين ان ل هو اقتران احتمال

الحل

(أ) س = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ } .

(ب)



جدول التوزيع الاحتمالي

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
ل(س)	$\frac{١}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٦}{٣٦}$	$\frac{٥}{٣٦}$	$\frac{٤}{٣٦}$	$\frac{٣}{٣٦}$	$\frac{٢}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

(جـ) $\sum$ ل(س) $= \frac{٣٦}{٣٦} = ١$

ل(س) $\geq$ ٠ ، ل(س) $\leq$ ١

السؤال الثاني

اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالجدول الآتي حيث أ ثابت

س	٠	١	٢
ل(س)	٥ د	١٠ أ	٢ أ + ١

مجموع الاحتمالات = ١

٥ د + ١٠ أ + ٢ أ + ١ = ١

٦ د + ٣ أ = ٠ ← أ = ٠ ، د = ٠

مكتبة الوسام
Alwesam
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الثالث

اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعاملاه ن = ٤ ، أ = ٠,٦ حيث كلا مما يأتي

(أ) ل(س = ٢)

الحل

$$ل(س=٢) = \binom{٤}{٢} (٠,٦)^{٢} (٠,٤)^{٢}$$

(ب) ل(س ≤ ٤) = ل(٤).

$$= \binom{٤}{٤} (٠,٦)^{٤} (٠,٤)^{٠}$$

(ج) ل(س ≥ ١) = ل(١) + ل(٠)

$$\binom{٤}{١} (٠,٦)^{١} (٠,٤)^{٣} + \binom{٤}{٠} (٠,٦)^{٠} (٠,٤)^{٤}$$

السؤال الرابع

صندوق يحوي ٨ كرات، ٣ منها حمراء والبقية زرقاء اللون اذا سحبت من الصندوق ٤ كرات على التوالي مع الارجاع، وكان المتغير العشوائي س يمثل عدد الكرات الحمراء المسحوبة فكون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

الحل

س = {٠، ١، ٢، ٣}

ن = ٤

أ = احتمال كرة واحدة حمراء = $\frac{٣}{٨}$

ل من بين ٨

ل = ١ − أ = $\frac{٥}{٨}$

ل(س = ٠) = ل(٤ بيضاء)

$$= \binom{٤}{٠} \left(\frac{٣}{٨}\right)^{٠} \left(\frac{٥}{٨}\right)^{٤} = \left(\frac{٥}{٨}\right)^{٤}$$

ل(س = ١) = ل(واحدة حمراء)

$$= \binom{٤}{١} \left(\frac{٣}{٨}\right)^{١} \left(\frac{٥}{٨}\right)^{٣}$$

$$ل(س=٢) = \binom{٤}{٢} \left(\frac{٣}{٨}\right)^{٢} \left(\frac{٥}{٨}\right)^{٢}$$

$$ل(س=٣) = \binom{٤}{٣} \left(\frac{٣}{٨}\right)^{٣} \left(\frac{٥}{٨}\right)^{١}$$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)				

مكتبة الوسام ALWESAM الوسام ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

① وزارة (٢٠٠٨) شتوية

① اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) معطى بالجدول

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠,٢	ب	٠,٣	٠,١

اوجد قيمة ب

الحل

$\sum$ ل(س) = ١

٠,٢ + ب + ٠,٣ + ٠,١ = ١

٠,٦ + ب = ١

ب = ١ − ٠,٦ = ٠,٤

② اذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذو حدين معاملاته ن = ٤ ، ل = ٠,٣

اوجد كلاً مما يأتي

① ل(س = ٢) ② ل(س ≤ ٣)

الحل ن = ٤ ، ل = ٠,٣ ، ق = ١ − ل = ١ − ٠,٣ = ٠,٧

ل(س = ٢) = $\binom{٤}{٢}$ (٠,٣)^{٢} (٠,٧)^{٢}

② ل(س ≤ ٣) = ل(٣) + ل(٤)

= $\binom{٤}{٣}$ (٠,٣)^{٣} (٠,٧)^{١} + $\binom{٤}{٤}$ (٠,٣)^{٤} (٠,٧)^{٠}

③ حلت احدى القابلات في احد المستشفيات ولادة ثلاثة اطفال في نفس اليوم حسب الجنس وتسلسل الولادة ، فاذا علمت ان الاطفال ولدوا من ثلاث امهات وأن احتمال ولادة الطفل ذكراً يساوي احتمال ولادته انثى

① اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور المسجلين فاكتب فيم س

② ما احتمال ان يكون جميع المواليد من الاناث

الحل

① س = المتغير العشوائي عدد الذكور

= { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

② جميع المواليد اناث ان لا يكون هناك اي ذكر

ل(س = ٠) = $\binom{٣}{٠}$ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٠}$ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$

= ١ × ١ × $\frac{١}{٨}$

= $\frac{١}{٨}$

مكتب الهدام MAHESAM الهدام ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

① اذا كان احتمال نجاح زراعة التفاح في قطعة جرش (٠٫٨) زرع شخص (٣) اشجار تفاح في حديقة بيته ما احتمال نجاح زراعتها جميعًا

الحل

ن = ٣ ، ق = ٠٫٨ ، ١ - ق = ٠٫٢

ل(س = ٥) = $\binom{5}{5}$ (٠٫٨)^{5} (٠٫٢)^{0}

= (٠٫٨)^{5}

② اذا كانت نسبة القطع المعيبة في انتاج مصنع ٥٪ ما اخذت (٤) قطع من انتاج المصنع بطريقة عشوائية ، ما احتمال ان يكون عدد القطع المعيبة ثلاثة على الأقل.

الحل

س = عدد القطع المعيبة

ن = ٤ ، ق = ٠٫٠٥ ، ١ - ق = ٠٫٩٥

ل(س ≥ ٣) = ل(٣) + ل(٤)

= $\binom{4}{3}$ (٠٫٠٥)^{3} (٠٫٩٥)^{1}

+ $\binom{4}{4}$ (٠٫٠٥)^{4} (٠٫٩٥)^{0}

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

① اجريت ثلاث عمليات جراحية في احد المستشفيات الاردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة يساوي ٨٠٪

② اذا دل المتغير العشوائي س على عدد العمليات الجراحية الناجحة فاكتب قيم س الممكنة

③ ما احتمال نجاح عملية جراحية واحدة فقط

الحل

② س = عدد العمليات الجراحية الناجحة

ق = ٠٫٨ ← ١ - ق = ١ - ٠٫٨

= ٠٫٢

قيم س الممكنة = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

③ احتمال نجاح عملية جراحية واحدة

ل(س = ١) = $\binom{3}{1}$ (٠٫٨)^{1} (٠٫٢)^{2}

④ اذا كان (س) متغيرًا عشوائيًا يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث

ن = ٣

ل(س ≤ ١) = $\frac{1}{8}$ جد قيمة ق

← يتبع الحل

مكتبة البسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحل

$ل(س \leq ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣)$

$١ - ل(٠) = ١ - (٣)\, p^{٠} (١-p)^{٣}$

$١ - ١ \times ١ \times (١-p)^{٣} = \frac{٧}{٨}$

$١ - (١-p)^{٣} = \frac{٧}{٨}$

$(١-p)^{٣} = ١ - \frac{٧}{٨} = \frac{٨}{٨} - \frac{٧}{٨}$

$(١-p)^{٣} = \frac{١}{٨}$ باخذ الجذر التكعيبي

$١ - p = \frac{١}{٢} \leftarrow p = ١ - \frac{١}{٢}$

$= \frac{١}{٢}$

وزارة (٢٠١٩) صيفية

① اذا كانت نسبة القطع المعيبة في انتاج احد المصانع ١٠٪ فاذا اخذت (٤) قطع عشوائياً من انتاج المصنع فما احتمال ان تكون بينها قطعة واحدة على الأكثر معيبة

الحل

$ن = ٤ ، p = ٠٫١ ، ١-p = ٠٫٩$

س = عدد القطع المعيبة

$ل(س \leq ١) = ل(١) + ل(٠)$

$= (\binom{٤}{١})(٠٫١)^{١}(٠٫٩)^{٣} + (\binom{٤}{٠})(٠٫١)^{٠}(٠٫٩)^{٤}$

② يحوي صندوق (٤) كرات حمراء و(٣) كرات بيضاء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع ، اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد الكرات الحمراء المسحوبة فاكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

الحل

$س = \{٠ ، ١ ، ٢\}$

$ل(٠) = ل(ب ، ب) = \frac{٣}{٧} \times \frac{٣}{٧} = \frac{٩}{٤٩}$

$ل(١) = ل(ح ب) + ل(ب ح)$

$= \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧} + \frac{٤}{٧} \times \frac{٣}{٧} = \frac{٢٤}{٤٩}$

$ل(٢) = ل(ح ح) = \frac{٤}{٧} \times \frac{٤}{٧} = \frac{١٦}{٤٩}$

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٩}{٤٩}$	$\frac{٢٤}{٤٩}$	$\frac{١٦}{٤٩}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) شتوية

① في تجربة رمي قطعة نقد مرتين اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد مرات ظهور الصورة .
① أكتب الفضاء العيني لهذه التجربة
② أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) .

الحل

① ف = { ص ص ، ص ك ، ك ص ، ك ك }

س = { ٠ ، ١ ، ٢ }

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

② اذا كان (س) متغيراً عشوائياً ذا الحدين فاوجد ن = ٣
ل = ٠,٣ ، جد ل (س ≤ ٢)

الحل

ن = ٣ ، ل = ٠,٣ ، ١ - ل = ١ - ٠,٣
= ٠,٧

ل(س ≤ ٢) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢)

$= \binom{3}{0}(0.3)^0(0.7)^3 + \binom{3}{1}(0.3)^1(0.7)^2 + \binom{3}{2}(0.3)^2(0.7)^1$

= ١ × ١ × ٠,٣٤٣ + ٣ × ٠,٣ × ٠,٤٩
= ٠,٣٤٣ + ٠,٤٤١
= ٠,٧٨٤

وزارة (٢٠١٠) صيفية

① اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) اطفال وسجل الناتج حسب الجنس وتسلسل الولادة فاوجد القيم الممكنة للمتغير العشوائي س

الحل

س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

② اذا كان احتمال ان يصيب شخص ما هدفاً في كل طلقة يطلقها على الهدف يساوي (٠,٦) ، فاذا اطلق (٤) طلقات على الهدف فما احتمال ان يصيب الهدف مرة واحدة على الأقل

الحل

ن = ٤ ، ل = ٠,٦ ، ١ - ل = ١ - ٠,٦
= ٠,٤

احتمال ان يصيب الهدف مرة واحدة على الأقل = ل (س ≥ ١)
= ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤)
= ١ - ل(٠)
$= 1 - \binom{4}{0}(0.6)^0(0.4)^4$
$= 1 - (0.4)^4$

مكتبة الرياض RIYADH ALKUTUB
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كان س متغيرًا عشوائيًا ذا حدين معلمتاه ن = ٢ ، ل = ٠٫٥ اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

الحل

ن = ٢ ، ل = ٠٫٥ ← ق = ١ - ل = ١ - ٠٫٥ = ٠٫٥

س = {٠ ، ١ ، ٢}

ل(٠) = $(^{2}_{0})$ (٠٫٥)^{0} (٠٫٥)^{2} = ٠٫٢٥

ل(١) = $(^{2}_{1})$ (٠٫٥)^{1} (٠٫٥)^{1} = ٠٫٥

ل(٢) = $(^{2}_{2})$ (٠٫٥)^{2} (٠٫٥)^{0} = ٠٫٢٥

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٢٥	٠٫٥	٠٫٢٥

وزارة (٢٠١١) صيفية

① اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س معطى بالمجموعة {(٠٫٢٥ ، ٠) ، (٠٫٣ ، ١) ، (٠٫٤ ، ٢) ، (ك ، ٣)} اوجد قيمة ك

الحل

٠٫٢٥ + ٠٫٣ + ٠٫٤ + ك = ١

٠٫٩ + ك = ١

ك = ١ - ٠٫٩ = ٠٫١

② اذا كان س متغيرًا عشوائيًا ذا الحدين معلمتاه ن = ٣ ، ل = ٠٫٦ جد ل(س ≤ ٢)

الحل

ن = ٣ ، ل = ٠٫٦ ، ق = ١ - ل = ١ - ٠٫٦ = ٠٫٤

ل(س ≤ ٢) = ل(٠) + ل(١) + ل(٢)

= $(^{3}_{0})$ (٠٫٦)^{0} (٠٫٤)^{3} + $(^{3}_{1})$ (٠٫٦)^{1} (٠٫٤)^{2} + $(^{3}_{2})$ (٠٫٦)^{2} (٠٫٤)^{1}

وزارة (٢٠١٢) شتوية

① في تجربة رمي قطعة نقد (٣) مرات متتالية ، اذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الكتابة أكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

الحل

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ل(س = ٠) = $(^{3}_{0})$ $(\frac{1}{2})^{0}$ $(\frac{1}{2})^{3}$ = $\frac{1}{8}$

ل(س = ١) = $(^{3}_{1})$ $(\frac{1}{2})^{1}$ $(\frac{1}{2})^{2}$ = $\frac{3}{8}$

ل(س = ٢) = $(^{3}_{2})$ $(\frac{1}{2})^{2}$ $(\frac{1}{2})^{1}$ = $\frac{3}{8}$

ل(س = ٣) = $(^{3}_{3})$ $(\frac{1}{2})^{3}$ $(\frac{1}{2})^{0}$ = $\frac{1}{8}$

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) صيفية

صندوق يحوي على (٣) كرات بيضاء و(٧) كرات حمراء ، سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الإرجاع ، إذا دل المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة ، كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س

الحل

س = عدد الكرات الحمراء المسحوبة
= {٠ ، ١ ، ٢}

ل(س=٠) = ل(أ ∩ أ)
$= \frac{٣}{١٠} \times \frac{٣}{١٠} = \frac{٩}{١٠٠}$

ل(س=١) = ل(أ ∩ ح) + ل(ح ∩ أ)
$= \frac{٣}{١٠} \times \frac{٧}{١٠} + \frac{٧}{١٠} \times \frac{٣}{١٠}$
$= \frac{٤٢}{١٠٠}$

ل(س=٢) = ل(ح ∩ ح) $= \frac{٧}{١٠} \times \frac{٧}{١٠} = \frac{٤٩}{١٠٠}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٩}{١٠٠}$	$\frac{٤٢}{١٠٠}$	$\frac{٤٩}{١٠٠}$

يمكن حل السؤال على نظرية ذات الحدين

ن = ٢ ، $ح = \frac{٧}{١٠} = \frac{٣}{١٠}$

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالمجموعة {(١ ، ٠.٤) ، (٢ ، ٠.٥) ، (٣ ، ب)} فان قيمة ب ؟

أ) ١ ب) ٠.٩ ج) ٠.٠ د) ١.٠

الحل

٠.٤ + ٠.٥ + ب = ١
٠.٩ + ب = ١ ← ب = ١ - ٠.٩
= ٠.١

الاجابة (ج)

② اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا حدين معاملاه ن = ٢ ، ح = ٠.٣

جد
① ق س
② جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

① ق س = {٠ ، ١ ، ٢}

ح = ٠.٣ ، ن = ٢ ، ١ - ح = ١ - ٠.٣
= ٠.٧

② ل(١) = $(٢_{١}) (٠.٣)^{١} (٠.٧)^{١} = ٠.٤٢$
ل(١) = $(٢_{١}) (٠.٣)^{١} (٠.٧)^{١} = ٠.٤٢$
ل(٢) = $(٢_{٢}) (٠.٣)^{٢} (٠.٧)^{٠} = ٠.٠٩$

س	٠	١	٢
ل(س)	٠.٤٩	٠.٤٢	٠.٠٩

وزارة (٢٠١٣) صيفية

زرع شخص شجرتين في حديقة منزله اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد الاشجار الناجحة وكان احتمال نجاح زراعة الشجرة الواحدة (٠٨و)
فاجب عما يأتي
① أكتب ضم س
② أكتب جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

① س = { ٠ ، ١ ، ٢ }

② ف ⟸ ح = ٠٨و ، ل = ١ - ح = ١ - ٠٨و = ٠٢و

ل(س=٠) = (٢ ٠) (٠٨و)^٠ (٠٢و)^٢ = ٠٤و

ل(س=١) = (٢ ١) (٠٨و)^١ (٠٢و)^١ = ٣٢و

ل(س=٢) = (٢ ٢) (٠٨و)^٢ (٠٢و)^٠ = ٦٤و

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٤و	٣٢و	٦٤و

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور في تجربة اختيار عشوائي لعائلة لديها (٣) اطفال وتسجيل النتائج حسب الجنس وتسلسل الولادة وان احتمال ولادة الطفل ذكرا يساوي احتمال ولادته انثى أكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

الحل

ف = { ذذذ ، ذذا ، ذاذ ، ذاا ، اذذ ، اذا ، اذ ، ااذ ، ااا }

س = عدد الذكور = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ل(س=٠) = ل(ااا) = ١/٨

ل(س=١) = ل(ذاا ، اذا ، اذ) = ٣/٨

ل(س=٢) = ل(ذذا ، ذاذ ، اذذ) = ٣/٨

ل(س=٣) = ل(ذذذ) = ١/٨

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

مكتبة العلم ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي حدين، معاملاه ن = ٤ ، P وكان ل(س≥١) = $\frac{١٥}{١٦}$ جد

① قيمة P ② ل(س=٣)

الحل

① ل(س≥١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣) + ل(٤)

= ١ − ل(٠) = $\frac{١٥}{١٦}$

١ − $(٤)^{٠}$ P $(١-P)^{٤}$ = $\frac{١٥}{١٦}$

١ − $(١-P)^{٤}$ = $\frac{١٥}{١٦}$

$(١-P)^{٤}$ = ١ − $\frac{١٥}{١٦}$ = $\frac{١٦}{١٦}$ − $\frac{١٥}{١٦}$

$(١-P)^{٤}$ = $\frac{١}{١٦}$ ← باخذ الجذر الرابع

١ − P = $\frac{١}{٢}$

P = $\frac{١}{٢}$ ⟸

② ل(س=٣) = $(\frac{٤}{٣})(\frac{١}{٢})^{٣}(\frac{١}{٢})^{١}$

= ٤ × $\frac{١}{٨}$ × $\frac{١}{٢}$

= $\frac{١}{٤}$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

مررت احدى الشركات رفض شحنة واردتها من الشركة المصنعة اذا وجدت وحدتان معيبتان أو أكثر من عينة عشوائية مكونة من ٦ وحدات ، فاذا كانت نسبة المعيب في انتاج الشركة المصنعة ١٠٪ فما احتمال قبول الشركة المستوردة الشحنة

الحل

ن = ٦ | P = ٠و١ | ١ − P = ١ − ٠و١ = ٠و٩

احتمال قبول الشحنة

= ل(س<٢)

= ل(٠) + ل(١)

= $(٦)(٠و١)^{٠}(٠و٩)^{٦}$ + $(٦)(٠و١)^{١}(٠و٩)^{٥}$

= ١ × ١ × $(٠و٩)^{٦}$ + ٦ × ٠و١ × $(٠و٩)^{٥}$

= ٠و٥٣ + ٠و٣٥

= ٠و٨٨

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) صيفية

اجريت ثلاث عمليات جراحية في احدى المستشفيات الاردنية وكان احتمال نجاح العملية الواحدة ٨٠٪ اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد العمليات الناجحة ، كوّن جدول التوزيع الاحتمالي

ن = ٣ ، ح = ٠٫٨ ، ف = ١ - ح = ٠٫٢

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣}

ل(س=٠) = $(^{3}_{0})$ (٠٫٨)^{0} (٠٫٢)^{3} = ٠٫٠٠٨

ل(س=١) = $(^{3}_{1})$ (٠٫٨)^{1} (٠٫٢)^{2} = ٠٫٠٩٦

ل(س=٢) = $(^{3}_{2})$ (٠٫٨)^{2} (٠٫٢)^{1} = ٠٫٣٨٤

ل(س=٣) = $(^{3}_{3})$ (٠٫٨)^{3} (٠٫٢)^{0} = ٠٫٥١٢

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٠٠٨	٠٫٠٩٦	٠٫٣٨٤	٠٫٥١٢

وزارة (٢٠١٦) شتوية

يحتوي صندوق على (٤) كرات حمراء ، (٦) كرات بيضاء سحبت من الصندوق (٣) كرات على التوالي مع الارجاع . اذا دل س المتغير العشوائي س على عدد الكرات الحمراء المسحوبة كون جدول التوزيع الاحتمالي .

الحل

س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ن = ٣

ح = $\frac{٤}{١٠}$ ، ف = ١ - ح = $\frac{٦}{١٠}$

ل(س=٠) = $(^{3}_{0})$ (٠٫٤)^{0} (٠٫٦)^{3} = ٠٫٢١٦

ل(س=١) = $(^{3}_{1})$ (٠٫٤)^{1} (٠٫٦)^{2} = ٠٫٤٣٢

ل(س=٢) = $(^{3}_{2})$ (٠٫٤)^{2} (٠٫٦)^{1} = ٠٫٢٨٨

ل(س=٣) = $(^{3}_{3})$ (٠٫٤)^{3} (٠٫٦)^{0} = ٠٫٠٦٤

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	٠٫٢١٦	٠٫٤٣٢	٠٫٢٨٨	٠٫٠٦٤

مكتبة المعلم ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) صيفية

صُدرت احدى شركات استيراد وصابيح كهربائية ورفض اية شحنه من مستوردا اذا وجدت وحدتان وعيبتان أو أكثر في عينه عشوائية مكونه من (٨) وحدات اذا كانت نسبة المعيب في انتاج الشركه المورده ١٠٪ فما احتمال قبول الشركه الشحنه

الحل

احتمال قبول الشحنه

= احتمال وجود اقل من وحدتين معيبتين

= ل (س < ٢)

= ل (س = ٠) + ل (س = ١)

ن = ٨ ، ق = ١٠٪ = ٠٫١ ١ - ق = ٠٫٩

$$ل(س<٢) = \binom{٨}{٠}(٠٫١)^{٠}(٠٫٩)^{٨} + \binom{٨}{١}(٠٫١)^{١}(٠٫٩)^{٧}$$

= ١٨١ ٪ (٠٫٩)^٨ + ٨ ٪ ١٠ ٪ (٠٫٩)^٧

= ٠٫٨١

وزارة (٢٠١٧) شتوية

صندوق يحتوي على (٥) بطاقات مرقمه بالارقام ١ إلى ٥ سحبت من الصندوق بطاقتان على التوالي مع الارجاع بطريقه عشوائيه ، اذا دل س المتغير العشوائي (س) على عدد البطاقات الفرديه التي تحمل رقما زوجيا ، فكون جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

مـ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

س = {٠ ، ١ ، ٢}

ن = ٢ ق = ٢/٥ ١ - ق = ٣/٥

$$ل(س=٠) = \binom{٢}{٠}(\frac{٢}{٥})^{٠}(\frac{٣}{٥})^{٢} = \frac{٩}{٢٥}$$

$$ل(س=١) = \binom{٢}{١}(\frac{٢}{٥})^{١}(\frac{٣}{٥})^{١} = \frac{١٢}{٢٥}$$

$$ل(س=٢) = \binom{٢}{٢}(\frac{٢}{٥})^{٢}(\frac{٣}{٥})^{٠} = \frac{٤}{٢٥}$$

س	٠	١	٢
ل(س)	٩/٢٥	١٢/٢٥	٤/٢٥

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) صيفية

اذا كان س متغيراً عشوائياً يخضع لتوزيع ذي الحدين معاملاه ن ، م وكان ل(س ≤ ١) = $\frac{٣٧}{٦٤}$

ن = ٣ ، جد قيمة م

الحل

ل(س ≤ ١) = ل(١) + ل(٢) + ل(٣)

١ - ل(٠) = $\frac{٣٧}{٦٤}$

١ - $\binom{٣}{٠}$ (م)^{٠} (١-م)^{٣} = $\frac{٣٧}{٦٤}$

١ - (١-م)^{٣} = $\frac{٣٧}{٦٤}$

(١-م)^{٣} = ١ - $\frac{٣٧}{٦٤}$ = $\frac{٦٤}{٦٤} - \frac{٣٧}{٦٤}$

= $\frac{٢٧}{٦٤}$ باخذ الجذر التكعيبي

١ - م = $\frac{٣}{٤}$ ← م = ١ - $\frac{٣}{٤}$

= $\frac{٤}{٤} - \frac{٣}{٤}$

← م = $\frac{١}{٤}$

وزارة (٢٠١٨) شتوية

① اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ع) معطى بالمجموعة الاتية

{(٠ ، ٠٫٢٥) ، (١ ، ٠٫٤٥) ، (٢ ، ب) ، (٣ ، ب)}

فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٠٫٤ ب) ٠٫٤ ج) ٠٫٦ د) ٠٫٦

الحل

٠٫٢٥ + ٠٫٤٥ + ب + ب = ١

٠٫٦ + ٢ب = ١ ← ٢ب = ٠٫٤

ب = ٠٫٢

الاجابة (ب)

② اذا كان س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاه ن = ٢ ، م = ٠٫٩ اكتب جدول التوزيع الاحتمالي

الحل

ن = ٢ ، م = ٠٫٩ ، ١-م = ٠٫١

س = {٠ ، ١ ، ٢}

ل(س=٠) = $\binom{٢}{٠}$ (٠٫٩)^{٠} (٠٫١)^{٢} = ٠٫٠١

ل(س=١) = $\binom{٢}{١}$ (٠٫٩)^{١} (٠٫١)^{١} = ٠٫١٨

ل(س=٢) = $\binom{٢}{٢}$ (٠٫٩)^{٢} (٠٫١)^{٠} = ٠٫٨١

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٠١	٠٫١٨	٠٫٨١

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

العلاقة المعيارية

اذا كانت علامة طالب في الرياضيات (٨٠) وعلامته في اللغه العربيه (٧٠) فايهما افضل مستوى تحصيل الطالب في الرياضيات أم في اللغه العربيه قد نعتقد ان تحصيل الطالب في الرياضيات افضل من تحصيله في اللغه العربيه وهذا ليس امرًا مؤكدًا فقد يكون موقع علامته في اللغه العربيه بالنسبه لعلامات الطلاب افضل منه في الرياضيات .

ولكن لنتمكن من الحكم ايهما أفضل بين العلامتين يجب ان تتوافر لدينا بعض المعلومات عن طبيعة توزيع علامات الصف الذي ينتمي اليه الطالب لكل من المبحثين مثل الوسط الحسابي والانحراف المعياري ثم نقارن

ملاحظات هامة

① الوسط الحسابي : هو مجموع القيم (المشاهدات) مقسومًا على عددها ويرمز له بالرمز (س)

$$س = \frac{\sum س}{ن}$$

② الانحراف المعياري : هو متوسط تباعد أو تشتت القيم (المشاهدات) عن الوسط الحسابي ويرمز له بالرمز (ع)

③ العلاقة المعيارية : وهي نسبة انحراف المشاهده (س) عن الوسط الحسابي (س) الى الانحراف المعياري (ع) ويرمز لها بالرمز (ز)

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

قانون العلاقة المعيارية

$$ز_س = \frac{س - \bar{س}}{ع} \quad ، \quad ع \neq صفر$$

حيث

$ز_س$ = العلاقة المعيارية للمشاهدة $س$ الخام

$\bar{س}$: الوسط الحسابي للمشاهدات جميعها

$ع$: الانحراف المعياري للمشاهدات جميعها

وتدل قيمة ($ز$) العددية على عدد الانحرافات المعيارية

وتدل اشارة ($ز$)

(+) قيمة المشاهدة أكبر (فوق) من الوسط الحسابي

(-) قيمة المشاهدة أقل (تحت) من الوسط الحسابي

مثلاً

المشاهدة (٨) تنحرف فوق الوسط الحسابي ثلاث انحرافات معيارية

أي ان العلاقة المعيارية

$ز_٨ = +٣$

المشاهدة (٣) تنحرف تحت الوسط الحسابي انحرافين معياريين اي ان العلاقة المعيارية $ز_٣ = -٢$

مثال ①

اذا كانت علامة طالب في الرياضيات (٨٠) وعلامته في اللغة العربية (٧٠)، وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف في الرياضيات (٧٥) والانحراف المعياري (٥) والوسط الحسابي لعلامات الصف في اللغة العربية (٦٢) والانحراف المعياري (٤)، فأيهما افضل تحصيل الطالب في الرياضيات أم اللغة العربية.

الحل

الرياضيات ← العلامة $س = ٨٠$

$\bar{س} = ٧٥$ ، $ع = ٥$

اللغة العربية : $س = ٧٠$ ، $\bar{س} = ٦٢$

$ع = ٤$

العلامة المعيارية للرياضيات

$$ز_س = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٨٠ - ٧٥}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

العلامة المعيارية اللغة العربية

$$ز_ع = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٧٠ - ٦٢}{٤} = \frac{٨}{٤} = ٢$$

⇐ تحصيل الطالب في اللغة العربية

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

افضل من تحصيله في الرياضيات وذلك بسبب ان علامة الطالب في الرياضيات هي فوق الوسط الحسابي بانحراف معياري واحد، بينما علامة الطالب في اللغه العربيه فوق الوسط الحسابي بانحرافين معياريين

مثال ②

اذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من الشاهدات (٤٠) والانحراف المعياري (٥) ، فاحسب العلامه المعياريه للشاهدات ٦٠ ، ٤٠ ، ٣٠

الحل

$\bar{س} = ٤٠$ ، $ع = ٥$

$ز_{٦٠} = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٦٠ - ٤٠}{٥} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$

$ز_{٤٠} = \frac{٤٠ - ٤٠}{٥} = \frac{٠}{٥} =$ صفر

$ز_{٣٠} = \frac{٣٠ - ٤٠}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$

مثال ③

اذا كان الوسط الحسابي لتوزيع ما يساوي (١٤) والانحراف المعياري يساوي (٢) فجد العلامات الاصليه للعلامات المعياريه الآتيه

أ) -٣ ب) $٠,٥$

الحل

$\bar{س} = ١٤$ $ع = ٢$

$ز_{س} = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

أ) $-٣ = \frac{س - ١٤}{٢}$ ضرب بادلي

$-٦ = س - ١٤$ ← $س = ٨$
$+١٤$ $+١٤$

ب) $٠,٥ = \frac{س - ١٤}{٢}$ ضرب بادلي

$١ = س - ١٤$ ← $س = ١٩$
$+١٤$ $+١٤$

مثال ④

اذا كان الانحراف المعياري لعلامات طلاب في مبحث الاحصاء (٥) والعلامه المعياريه المقابله للعلامه (٩٠) تساوي (٣) اوجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبه في مبحث الاحصاء .

الحل

$ع = ٥$ ، $س = ٩٠$ ، $ز_{س} = ٣$

المطلوب $\bar{س}$

$ز_{٩٠} = \frac{٩٠ - \bar{س}}{٥} = ٣$ ضرب بادلي

$٩٠ - \bar{س} = ١٥$ ← $\bar{س} = ٧٥$

مثال ⑤

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في اللغة الانجليزية (٦٠) والانحراف المعياري لها (١٠) فجد

① العلامة (س) التي قيمتها المعيارية ١٫٥

② القيمة المعيارية للعلامة ٥٥

③ العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين

④ العلامة التي تنحرف تحت الوسط انحرافاً معيارياً واحداً .

الحل

$\bar{س} = ٦٠$ ، $ع = ١٠$

① $ز = ١٫٥$ $س = ؟؟$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \leftarrow ١٫٥ = \frac{س - ٦٠}{١٠}$

$\Leftarrow ١٫٥ \times ١٠ = س - ٦٠$

$س = ٦٠ + ١٥ \Leftarrow س = ٦٠ + ١٥ = ٧٥$

② $س = ٥٥$ $ز = ؟؟$

$ز = \frac{٥٥ - ٦٠}{١٠} = \frac{-٥}{١٠} = -٠٫٥$

③ $ز = +٢$ $س = ؟؟$

$+٢ = \frac{س - ٦٠}{١٠}$ ضرب تبادلي

$س - ٦٠ = ٢٠ \leftarrow س = ٦٠ + ٢٠ = ٨٠$

④ $ز = -١$ ، $س = ؟$

$-١ = \frac{س - ٦٠}{١٠} \Leftarrow$

$س - ٦٠ = -١٠ \Leftarrow س = ٦٠ - ١٠ = ٥٠$

مثال ⑥

في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٧٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٨) فاوجد الانحراف المعياري

الحل

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$٣ = \frac{٧٠ - ٥٨}{ع}$ ضرب تبادلي

$٣ع = ١٢ \Leftarrow ع = \frac{١٢}{٣} = ٤$

$ع = ٤$

مثال ⑦

اذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم (٦٥) والانحراف المعياري (٤) فاوجد القيمة التي تنحرف ثلاث انحرافات معيارية تحت الوسط الحسابي

$-٣ = \frac{س - ٦٥}{٤} \Leftarrow -١٢ = س - ٦٥$

$س = ٦٥ - ١٢ \Leftarrow س = ٥٣$

مثال ⑧

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات ٧ طلاب هو (٢٠) والانحراف المعياري (٤) جد

① العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحسابي بمقدار ٣ انحرافات معيارية

② العلامة التي تنحرف تحت الوسط الحسابي انحراف معياري واحد.

③ العلامة التي لها العلامة المعيارية = صفر

④ عدد الانحرافات المعيارية للعلامات ١٢ ، ٢٦ عن الوسط الحسابي

الحل

$س = ٢٠$ ، $ع = ٤$

① $٣ = \frac{س - ٢٠}{٤} \Leftarrow ١٢ = س - ٢٠$

$\leftarrow س = ٣٢$

② $ز = -١ \leftarrow -١ = \frac{س - ٢٠}{٤}$

$\leftarrow -٤ = س + ٢٠ \leftarrow س = ١٦$

③ $ز_س$ = صفر ← العلامة = الوسط الحسابي

$\Leftarrow س = ٢٠$

④ $ز_{١٢} = \frac{١٢ - ٢٠}{٤} = \frac{-٨}{٤} = -٢$

$ز_{٢٦} = \frac{٢٦ - ٢٠}{٤} = \frac{٦}{٤} = ١,٥$

مثال ⑨

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات شعبة الادبي في الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري لها (٨) والوسط لعلامات شعبة العلوميات (٧٥) والانحراف المعياري لها (٥) ، وكانت علامة احد الطلبة في شعبة الادبي في الرياضيات (٦٤) ، وعلامة احد طلبة شعبة العلوميات (٦٥) فاي العلامتين افضل

الحل

شعبة الادبي

$س = ٧٠$ ، $ع = ٨$ $س = ٦٤$

$ز_{٦٤} = \frac{٦٤ - ٧٠}{٨} = \frac{-٦}{٨} = -٠,٧٥$

شعبة العلوميات

$س = ٧٥$ ، $ع = ٥$ ، $س = ٦٥$

$ز_{٦٥} = \frac{٦٥ - ٧٥}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$

$\leftarrow -٠,٧٥ > -٢$

علامة طالب الادبي افضل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑩

في احد المصانع اذا كانت الاجره اليوميه لعاملين من عمال المصنع هي ١٠ ، ٢٠ دينار والعلامتين المعياريتين المقابلتين لهاتين الأجرتين هما -٣ ، ٢ على الترتيب فاوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لأجور عمال المصنع .

الحل

① س = ١٠ ← ز = -٣

$-٣ = \frac{١٠ - س}{ع}$

$\leftarrow -٣ع = ١٠ - س \quad \cdots ①$

② س = ٢٠ ← ز = ٢

$٢ = \frac{٢٠ - س}{ع}$

$\leftarrow ٢ع = ٢٠ - س \quad \cdots ②$

نحل المعادلتين ① ، ②

$-٣ع = ١٠ - س$

$٢ع = ٢٠ - س$

$-٥ع = -١٠ \Leftarrow ع = \frac{-١٠}{-٥} = ٢$

نعوضها في ①

$-٣ \times ٢ = ١٠ - س \Leftarrow -٦ = ١٠ - س$

$\Leftarrow س = ١٠ + ٦ = ١٦$

ملاحظه عكس حل السؤال السابق على القانون

$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز}$

$= \frac{\text{الفرق بين العلامتين}}{\text{الفرق بين المعياريتين}}$

الحل

$ع = \frac{٢٠ - ١٠}{٢ - (-٣)} = \frac{١٠}{٥} = ٢$

نجد س ⟸

١٠ ← ز = -٣

$-٣ = \frac{١٠ - س}{٢}$

$-٦ = ١٠ - س$

$\Leftarrow س = ١٠ + ٦ = ١٦$

مثال ⑪

اذا كانت علامتا طالبتين من الصف نفسه في الرياضيات ٨٥ ، ٧٠ والعلامتين المعياريتين المقابلتان للعلامتين ١ ، -٢ على الترتيب فاوجد الانحراف المعياري

الحل

$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز} = \frac{٨٥ - ٧٠}{١ - (-٢)}$

$= \frac{١٥}{٣} = ٥$

ALWESAM
الوسام : ناجح الجمزاوي

مثال (١٢)

صف مكون من (٢٠) طالبة ، فاذا كانت علامات الطالبات صديق شروق ، عذير هي ٩٠ ، ٨٠ ، س على الترتيب وعلاقتهن المعيارية ٣ ، ٢ ، -١ فما علامة عذير

الحل

$ع = \frac{٨٠-٩٠}{٢-٣} = \frac{١٠}{١} = ١٠$

$٩٠ \leftarrow ٣ = ز \quad ع = ١٠$

$٣ = \frac{س - ٩٠}{١٠} \Leftarrow ٣٠ = س - ٩٠$

$\Leftarrow س = ٩٠ - ٣٠ = ٦٠$

علامة عذير

$ز = -١ \quad س = ٦٠ ، ع = ١٠$

$-١ = \frac{س - ٦٠}{١٠}$

$-١٠ = س - ٦٠$

$+٦٠ \quad +٦٠$

$س = ٥٠$

مثال (١٣)

اذا كانت العلامات المعيارية للطلبة احمد ، جاسر ، وائل هي ١,٥ ، -١ ، -٢ على الترتيب وكان الوسط الحسابي لعلامات الصف (٧٠) ، والفرق بين علامتي احمد وجاسر يساوي ١٠ اوجد العلامة الفعلية للطلبة الثلاث

الحل

$ع = \frac{س - \bar{س}}{ز} = \frac{١٠}{١+١,٥} = \frac{١٠}{٢,٥}$

$ع = ٤$

① $ز_١ = \frac{س_١ - ٧٠}{ع} = ١,٥$

$س_١ - ٧٠ = ٤ \times ١,٥$

$س_١ - ٧٠ = ٦ \leftarrow س_١ = ٧٦$

علامة احمد

② $ز_٢ = \frac{س_٢ - ٧٠}{ع} = -١$

$س_٢ - ٧٠ = -٤ \leftarrow س_٢ = ٦٦$

علامة جاسر

③ $ز_٣ = \frac{س_٣ - ٧٠}{ع} = -٢$

$س_٣ - ٧٠ = -٨$

$\Leftarrow س_٣ = ٦٢$ علامة وائل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص٤٧

تخضع كل طلبة الصف الخامس الاساسي في احدى المدارس لمتوسط حسابي مقداره ٤٠ كغ، وانحراف معياري مقداره ٥ (٤) فاذا كانت كتلة احد طلبة الصف ٣٨ كغ فجد العلامه المعياريه لكتله هذا الطالب.

الحل

$\bar{س} = ٤٠$ ، $ع = ٤$

$س = ٣٨$

$ز_{٣٨} = \frac{٣٨ - ٤٠}{٤} = \frac{-٢}{٤} = -\frac{١}{٢}$

تدريب ② ص٤٨

حديقة المتوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة اللغه الانجليزيه علما بان الانحراف المعياري للعلامات ٤ وعلاقة هدى (٨٥) تنحرف فوقه هذا المتوسط بمقدار $\frac{١}{٤}$ انحراف معياري

الحل

$ع = ٤$ ، $ز = +\frac{١}{٤}$

$س = ٨٥$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Leftarrow \frac{١}{٤} = \frac{٨٥ - \bar{س}}{٤}$

ضرب تبادلي $\Leftarrow ١ \times ٤ = ٤ \times (٨٥ - \bar{س})$

$١٧ = ٨٥ - \bar{س}$

$١٧ - ٨٥ = -\bar{س} \Leftarrow \bar{س} = ٨٥ - ١٧$

$\bar{س} = ٦٨$

تدريب ③ ص٥٠

اذا كانت العلامتان ٨٤ ، ٧٢ تقابلان العلامتين المعياريتين ١ ، -٢ على الترتيب جد العلامه المعياريه للعلامه ٩٠

الحل

$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز} = \frac{٨٤ - ٧٢}{١ - (-٢)} = \frac{١٢}{٣} = ٤$

$س = ٨٤$ ، $ز = ١$ ، $ع = ٤$ ، $\bar{س} = ؟$

$١ = \frac{٨٤ - \bar{س}}{٤} \Leftarrow ٤ = ٨٤ - \bar{س}$

$\bar{س} = ٨٤ - ٤ = ٨٠$

$ز_{٩٠} = \frac{٩٠ - ٨٠}{٤} = \frac{١٠}{٤} = ٢,٥$

الأسئلة

الكتاب صفحه ٥١

السؤال الأول

اذا كان المتوسط الحسابي لعلامات طلاب صف ما في مادة الكيمياء ٦٠ والانحراف المعياري للعلامات ٣ فجد العلامة المعيارية لعلامة الطالب سامر الذي نال علامة ٦٧ ، والعلامة المعيارية للطالب مهند الذي نال علامة ٥٤

الحل

$س = ٦٠$ ، $ع = ٣$

$ز_{٦٧} = \frac{٦٧ - ٦٠}{٣} = \frac{٧}{٣} = ٢$

$ز_{٥٤} = \frac{٥٤ - ٦٠}{٣} = \frac{-٦}{٣} = -٢$

السؤال الثاني

اذا علمت ان المتوسط الحسابي لأطوال طالبات احدى المدارس هو ١٦٠ سم ، وان الانحراف المعياري لأطوالهن ٤ فجد

أ) الطول الذي ينحرف فوق المتوسط ثلاث انحرافات معيارية

ب) الطول الذي ينحرف تحت المتوسط انحرافين معياريين وربع انحراف معياري .

الحل

$س = ١٦٠$ ، $ع = ٤$

أ) $ز = +٣$

$٣ = \frac{س - ١٦٠}{٤} \leftarrow ١٢ = س - ١٦٠$

$\leftarrow س = ١٦٠ + ١٢ = ١٧٢$

ب) $ز = -٢\frac{١}{٤} = -\frac{٩}{٤}$

$-\frac{٩}{٤} = \frac{س - ١٦٠}{٤}$ بضرب

$-٩ = س - ١٦٠$

$س = ١٦٠ - ٩ = ١٥١$

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

السؤال الثالث

اذا كانت المشاهدة ٨ تقابل العلامة المعيارية ٢ ، وكان الانحراف المعياري ٢ ، فجد المتوسط الحسابي

الحل

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$٢ = \frac{٨ - \bar{س}}{٢}$$ ضرب تبادلي

$$٤ = ٨ - \bar{س} \Leftarrow$$

$$\bar{س} = ٨ - ٤ = ٤$$

السؤال الرابع

اذا كانت العلامتان ٢س + ١ ، ٣س تقابلان العلامتين المعياريتين ٣ ، -٣ على الترتيب جد قيمة المتوسط الحسابي والانحراف المعياري

الحل

$$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز} = \frac{٣س - ٢س - ١}{٣ - -٣}$$

$$= \frac{س}{٦} = \frac{١٠}{٣}$$

بكسه

$$س = ٣س \leftarrow ز = ٣$$

$$ع = \frac{١٠}{٣}$$ بجد $\bar{س}$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$٣ = \frac{٣س - \bar{س}}{\frac{١٠}{٣}}$$ ضرب تبادلي

$$٣ \times \frac{١٠}{٣} = ٣س - \bar{س}$$

$$١٠ = ٣س - \bar{س}$$

$$\Leftarrow \bar{س} = ٣س - ١٠ = ٢٢$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٦٠) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي (٥٤) فان الانحراف المعياري لهذا التوزيع يساوي .

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٦ د) -٦

الحل

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} \Leftarrow ٣ = \frac{٦٠ - ٥٤}{ع}$

$\Leftarrow ٣ع = ٦ \Leftarrow ع = ٢$

الاجابة (ب)

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

اذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي (٦٠) والانحراف المعياري لها يساوي (٤) فان القيمة التي تنحرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي تساوي

أ) ٥٠ ب) ٥٢ ج) ٥٦ د) ٥٨

الحل

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ حيث $\bar{س} = ٦٠$ ، $ع = ٤$ ، $ز = -٢$

$-٢ = \frac{س - ٦٠}{٤} \Leftarrow -٨ = س - ٦٠$

$\Leftarrow س = ٦٠ - ٨ = ٥٢$

الاجابة (ب)

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات اللغة العربية (٦٠) والانحراف المعياري لها (٥) ، فاوجد العلامة المعيارية للعلامة (٥٨)

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٠,٥ د) -٢

الحل

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع} = \frac{٥٨ - ٦٠}{٥}$

$= \frac{-٢}{٥} = -٠,٤$

الاجابة (ج)

موقع الوسام ALWESAM
الوسام . ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة احد الصفوف في مبحث الرياضيات (٧٠) والانحراف المعياري (٥) ، اوجد العلامة المعيارية للعلامة (٦٠)

أ) -٢ ب) ١٠ ج) ٢ د) -١٠

الحل

$ز = \frac{٦٠ - ٧٠}{٥} = \frac{-١٠}{٥} = -٢$

الاجابة (أ)

وزارة (٢٠١١) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥) والانحراف المعياري لها (٦) ، جد العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحسابي انحرافين معياريين

الحل

فوق الوسط الحسابي انحرافين ← $ز = +٢$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← $٢ = \frac{س - ٦٥}{٦}$

← $س - ٦٥ = ١٢$

← $س = ١٢ + ٦٥$

$= ٧٧$

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) وكانت العلامة المعيارية للطالب احمد (-٣) جد علامته الفعلية التي حصل عليها

الحل

$\bar{س} = ٦٠$ ، $ع = ٤$ $ز = -٣$

$س = ؟؟$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← $-٣ = \frac{س - ٦٠}{٤}$

← $س - ٦٠ = -١٢$

← $س = -١٢ + ٦٠ = ٤٨$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم يساوي (٦٠) ، والانحراف المعياري لها (٣) فجد العلامة التي تنحرف فوق الوسط الحسابي انحرافين معياريين

الحل $ز = ٢$ ، $\bar{س} = ٦٠$ ، $ع = ٣$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← $٣ = \frac{س - ٦٠}{٢}$

← $س - ٦٠ = ٦$ ← $س = ٦٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) ، فان العلامة المعيارية للعلامة (٥٦)

أ) -١ ب) ٤ ج) ١ د) -٤

الحل

$$ز = \frac{٥٦ - ٦٠}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$$

الاجابة (أ)

وزارة (٢٠١٣) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الاشخاص ٤٢ سنة والانحراف المعياري لها (٤) فاوجد العمر الذي يخرف انحرافين معياريين تحت الوسط الحسابي

أ) ٣٤ ب) ٥٠ ج) ٤٠ د) ٣٨

الحل

$$ز = -٢ = \frac{س - ٤٢}{٤}$$

$$-٨ = س - ٤٢$$

$$\leftarrow س = ٤٢ - ٨ = ٣٤$$ (أ)

وزارة (٢٠١٣) صيفية

في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٧٨) تقابل العلامة المعيارية (٣) وكان الوسط الحسابي للتوزيع (٦٠) اوجد الانحراف المعياري للتوزيع

أ) ١٨ ب) ١٢ ج) ٩ د) ٦

الحل

$س = ٧٨ \quad ع = ؟؟$

$س = ٦٠ \quad ز = ٣$

$$ز = \frac{س - س}{ع} \leftarrow ٣ = \frac{٧٨ - ٦٠}{ع}$$

$$\leftarrow ٣ع = ١٨ \leftarrow ع = \frac{١٨}{٣}$$

$ع = ٦$

الاجابة (د)

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلبة في احد الصفوف في مادة العلوم (٦٠) والانحراف المعياري لها (٦) اجب عن مايلي

① حد العلامة التي تخرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي

② اذا كان الفرق بين علامتي طالبين من الصف نفسه في مادة العلوم ٩ مما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهاتين العلامتين

الحل

$س = ٦٠ ، ع = ٦$

① فوق الوسط انحرافين $\Leftarrow ز = ٢$

$ز = \frac{س - س}{ع} \Leftarrow ٢ = \frac{س - ٦٠}{٦}$

$\leftarrow ١٢ = س - ٦٠$

$\leftarrow س = ٦٠ + ١٢ = ٧٢$

② $ع = \frac{٥ س}{٥ ز}$

$\frac{٦}{١} = \frac{س_٢ - س_١}{٥ ز} = \frac{٩}{٥ ز}$

بالتبادل

$٥ ز = ٩ \times ٦$

$٥ ز = \frac{٩}{٦} = \frac{٣}{٢} = ١,٥$

وزارة (٢٠١٦) شتوية

اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الاشخاص (٤٥) عاماً ، والانحراف المعياري لها (٤) اعوام اجب عما يأتي

① حد العمر الذي يخرف انحرافين معياريين فوق الوسط الحسابي

② اذا كان الفرق بين عمري شخصين من المجموعة نفسها ١٠ سنوات ، فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين لهذين العمرين .

الحل

① $ز = ٢ +$ فوق الوسط الحسابي

$س = ٤٥ \quad ع = ٤$

$٢ = \frac{س - ٤٥}{٤} \Leftarrow ٨ = س - ٤٥$

$\leftarrow س = ٥٣$

② $ع = \frac{٥ س}{٥ ز}$

$٤ = \frac{١٠}{٥ ز} \Leftarrow$

$٤ ٥ ز = ١٠$

$٥ ز = \frac{١٠}{٤} = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) شتوية

اذا كانت علامتا طالبتين في نفس الصف في مبحث اللغة العربية ٩٠، ٧٥ ، والعلامتان اعيارياتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما ٢ ، -١ على الترتيب ، فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف

الحل

$$ع = \frac{\Delta س}{\Delta ز} = \frac{٧٥ - ٩٠}{٢ - (-١)}$$

$$ع = \frac{١٥}{٣} = ٥$$

نعلم

$س = ٩٠ \leftarrow ز = ٢ ، ع = ٥$

$$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$$

$$٢ = \frac{٩٠ - \bar{س}}{٥} \leftarrow ١٠ = ٩٠ - \bar{س}$$

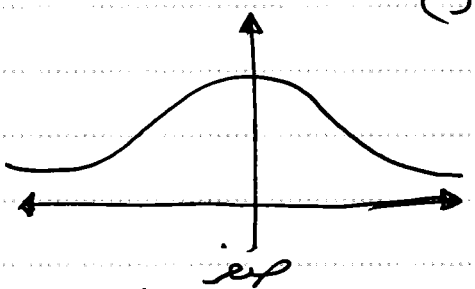
$$\leftarrow \bar{س} = ٩٠ - ١٠ = ٨٠$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي المعياري

هو التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (صفر) و انحرافه المعياري يساوي (١) ومتغيره العشوائي العلامة المعيارية (ز)



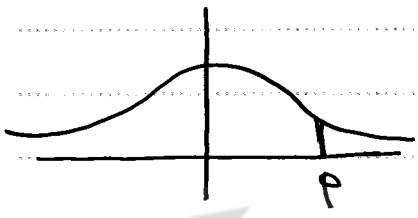
خواص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

① متماثل حول المحور الرأسي
② مساحة المنطقة تحت المنحنى الطبيعي المعياري تساوي (١)
③ التوزيع الطبيعي المعياري وسطه الحسابي (صفر) وانحرافه المعياري (١)

ويتم احتساب احتمال وقوع المتغير (س) تحت قيمة معينة أو فوقها أو محصورة بين قيمتين في التوزيع الطبيعي الذي متوسطه (م) وانحرافه المعياري (ع) بتحويل المتغير العشوائي (س) إلى متغير عشوائي (ز) في التوزيع الطبيعي المعياري حسب القانون

$$ز = \frac{س - م}{ع} \qquad م = صفر$$

ويمثل قيمة (ز) الموقع النسبي (م) للمتغير س



وبالتالي احتساب الاحتمال من خلال الجدول الخاص بالتوزيع الطبيعي المعياري الوارد في نهاية الوحدة .

المعلم ناجح الجمزاوي

كيفية استخدام الجدول

لتطلب استخدام الجدول لتحديد المساحة تحت المنحنى (اي قيمة الأحتمال) تحويل القيمة الحقيقية إلى قيمة معيارية، وبما أن قيمة (ز) الجدولية تتكون من خانتين عشريتين لذلك نقرب قيم (ز) إلى خانتين عشريتين

ويتم استخدام جدول التوزيع الطبيعي الوارد في نهاية الكتاب لايجاد الاحتمالات لقيم (ز) الأقل من P أي أن

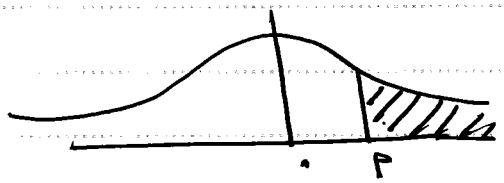
ل(ز ≤ P) حيث P ≥ صفر

أما الاحتمالات الباقية، أي على يسار قيم (ز) السالبة أو يمينها (موجبة) فيتم استخدام خاصية التماثل

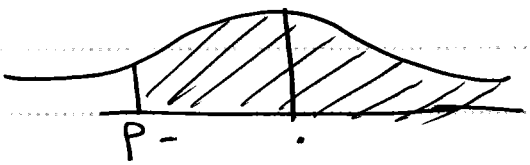
ماذا كانت (P < صفر) فإن

① ل(ز ≤ P) من الجدول مباشرة.

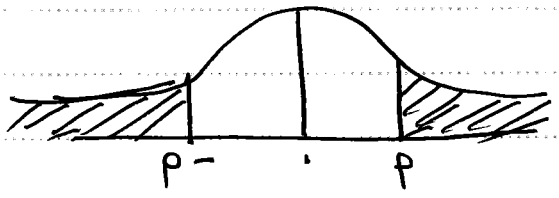
② ل(ز ≤ P) = ١ − ل(ز ≥ P)



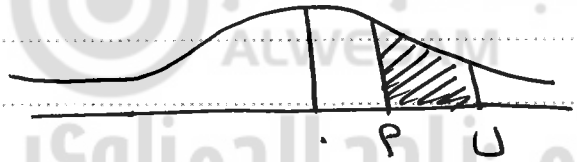
③ ل(ز ≤ −P) = ل(ز ≥ P)



④ ل(ز ≥ −P) = ل(ز ≤ P)
= ١ − ل(ز ≥ P)



⑤ ل(P ≤ ز ≤ ن)
= ل(ز ≥ ن) − ل(ز ≥ P)



مكتبة الوسام
Alwesam
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال توضيحي

لإيجاد قيمة ل(ز ≤ +P) من الجدول

مثال: ل(ز ≤ ١و٣٤)

نبحث في العمود الأول للجدول عن السطر الذي يبدأ بالقيمة ١و٣ ثم نستمر في السطر نفسه الى حيث الوصول الى نقطة المحور في العمود الذي يبدأ بالقيمة ٠٤و٠ وتكون القيمة ٩٩٠٩و٠

P	٠٠و٠	٠١و٠	٠٢و٠	٠٣و٠	٠٤و٠	٠٥و٠	٠٦و٠	٠٧و٠	٠٨و٠	٠٩و٠
١و٣	٩٠٣٢و٠	٩٠٤٩و٠	٩٠٦٦و٠	٩٠٨٢و٠	٩٠٩٩و٠					

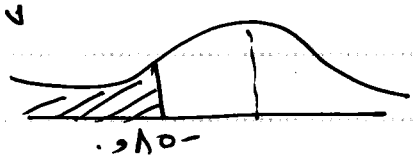
مثال ①

اذا كان ز متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً فجد كلا مما يأتي

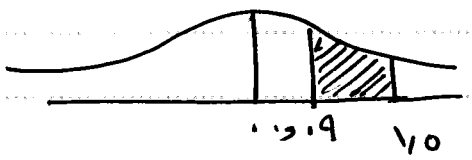
① ل(ز ≤ ٢) = ١ − ل(ز ≤ ٢)
= ١ − ٩٧٧٢و٠ = ٠٢٢٨و٠
من الجدول
صف ٢ عمود ...

② ل(ز ≤ −٠٨٥و٠)
= ١ − ل(ز ≤ ٠٨٥و٠)
= ١ − ٨٠٢٣و٠
= ١٩٧٧و٠

تذكر عملية الطرح
١و٠٠٠٠
−٨٠٢٣و٠
١٩٧٧و٠



③ ل(٠٩٠و٠ ≤ ز ≤ ١٫٥)
= ل(ز ≤ ١٫٥) − ل(ز ≤ ٠٩٠و٠)
= ٩٣٣٢و٠ − ٠٥٣٥٩و٠ = ٣٩٧٣و٠



④ ل(−١و٧ ≤ ز ≤ صفر)
= ل(ز ≤ صفر) − ل(ز ≤ −١و٧)
= ل(ز ≤ صفر) − (١ − ل(ز ≤ ١و٧))
= ٥٠٠٠و٠ − (١ − ٩٥٥٤و٠)
= ٥٠٠٠و٠ − ٠٤٤٦و٠
= ٤٥٥٤و٠

مكتبة الوسام
alwesam
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ②

ليكن ز متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد كل مما يأتي :

(أ) ل(ز ≤ ٣و٤٥) = ٠و٩٩٧٩
من الجدول مباشرة

(ب) ل(ز ≤ ١) = ١ − ل(ز ≥ ١)
= ١ − ٠و٨٤١٣ = ٠و١٥٨٧

(ج) ل(ز ≥ −٠و٥٠٢)
= ١ − ل(ز ≤ ٠و٥٠٢)
= ١ − ٠و٩٧٩٨ = ٠و٠٢٠٢

(د) ل(ز < ٠و٣٦٥) = ل(ز ≤ ٠و٣٦٥)
= ٠و٦٤٢٧

(هـ) ل(١و٠٨ ≤ ز ≤ ٢و٥)
= ل(ز ≤ ٢و٥) − ل(ز ≤ ١و٠٨)
= ٠و٩٩٣٨ − ٠و٨٥٩٩
= ٠و١٣٣٩

(و) ل(−٢ ≤ ز ≤ −١)
= ل(ز ≤ −١) − ل(ز ≤ −٢)
= ١ − ل(ز ≤ ١) − (١ − ل(ز ≤ ٢))
= ل(ز ≤ ٢) − ل(ز ≤ ١)
= ٠و٩٧٧٢ − ٠و٨٤١٣
= ٠و١٣٥٩

(ز) ل(−٣ ≤ ز ≤ ٢)
= ل(ز ≤ ٢) − ل(ز ≤ −٣)
= ل(ز ≤ ٢) − (١ − ل(ز ≤ ٣))
= ٠و٩٧٧٢ − (١ − ٠و٩٩٨٧)
= ٠و٩٧٧٢ − ٠و٠٠١٣
= ٠و٩٧٥٩

(ح) ل(−١و٦ ≤ ز ≤ صفر)
= ل(ز ≤ صفر) − ل(ز ≤ −١و٦)
= ٠و٥٠٠٠ − (١ − ل(ز ≤ ١و٦))
= ٠و٥٠٠٠ − (١ − ٠و٩٤٥٢)
= ٠و٥٠٠٠ − ٠و٠٥٤٨
= ٠و٤٤٥٢

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

استعمال الجدول لإيجاد (P) اذا علمت المساحة

إيجاد قيمة (P) يتم بخطوتين

① الخطوة الأولى : إيجاد اشارة P موجبة أو سالبة

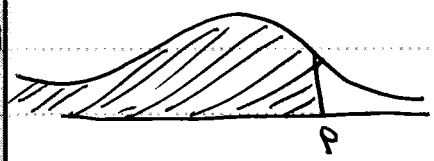
② الخطوة الثانية : إيجاد القيمة العددية لـ P

① الاشارة

① ل(ز ≥ P) = عدد ② أكبر من ٠,٥٠٠٠

⇐ P موجبة

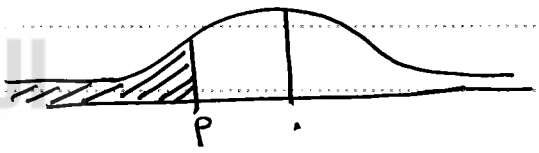
(أقل ، أكبر : موجبة)



② ل(ز ≤ P) = عدد ② أقل من ٠,٥٠٠٠

⇐ P سالبة

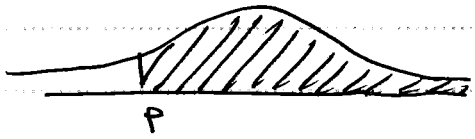
(أقل ، أقل : سالبة



③ ل(ز ≥ P) = عدد ② أكبر من ٠,٥٠٠٠

⇐ P : سالبة

أكبر ، أكبر : سالبة



④ ل(ز ≤ P) = عدد ② أقل من ٠,٥٠٠٠

⇐ P : موجبة

أكبر ، أقل : موجبة

نلاحظ اذا كان ① و ② متعاكسان (اشارة أقل مع عدد أكبر من ٠,٥٠٠٠)

⇐ P موجبة

اذا كان ① و ② متشابهان (اشارة أقل مع عدد أقل أو اشارة أكبر مع عدد أكبر) ⇐ P سالبة

② القيمة العددية

① اذا كان العدد أكبر من ٠,٥٠٠٠ مباشرة من الجدول

② اذا كان العدد أقل من ٠,٥٠٠٠ تصبح (١ - العدد) ثم من الجدول

مكتبة العلم ALWEDAM
العلم : ناجح الجمزاوي

مثال ①
استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لايجاد قيمة (م) في كل مما يأتي:

ⓐ ل(ز ≥ م) = ٠٫٩٩٧٦
الحل
مباشرة من الجدول
اقل من أكبر ← م موجبة
م = ٢٫٨٢

ⓑ ل(ز ≤ م) = ٠٫٠٢٨١
الحل
العدد اقل من ٠٫٥٠٠٠
أكبر من اقل م موجبة
ل(ز ≤ م) ⇐
ل(ز ≥ م) = ١ - ل(ز ≤ م)
= ١ - ٠٫٠٢٨١)
= ٠٫٩٧١٩
⇐ م = ١٫٩١

ⓒ ل(ز ≥ م) = ٠٫٠٢٣٣
ل(ز ≤ م) = ١ - ل(ز ≥ م)
١ - ٠٫٠٢٣٣ = ٠٫٩٧٦٧
من الجدول م = ١٫٨٣
اقل من أقل سالبة

ⓓ ل(ز ≤ م) = ٠٫٨٥٧٧
أكبر من أكبر سالبة
من الجدول
م = -١٫٠٧

مثال ②
استعمل جدول التوزيع الطبيعي المعياري لايجاد قيمة (م) في كل الحالات الاتية:

ⓐ ل(ز ≥ م) = ٠٫٦٧
الحل
أكبر من ٠٫٥٠٠٠ من الجدول
← م موجبة
م = ٠٫٤٤

ⓑ ل(ز ≤ م) = ٠٫٧٤٨٦
أكبر من ٠٫٥٠٠٠ م سالبة
من الجدول
م = -٠٫٦٧

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ③

اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (٦٠) والانحراف المعياري ٨ فجد

① ل(س ≥ ٧٦) ② ل(س ≤ ٤٨)

الحل

$\mu = 60 \quad \sigma = 8$

① نحول المعادلة الى علاقة وصيارية $z = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$ل(س \geq 76) = ل(z \geq \frac{76-60}{8})$

$= ل(z \geq \frac{16}{8}) = ل(z \geq 2)$

من الجدول $= 0,9772$

② $ل(س \leq 48)$

$= ل(z \leq \frac{48-60}{8})$

$= ل(z \leq \frac{-12}{8}) = ل(z \leq -1,5)$

$= ل(z \geq 1,5)$

من الجدول $= 0,9332$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مسائل عملية على التوزيع الطبيعي

مثال ①

يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في احدى الجامعات لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي (١٠٥) والانحراف المعياري (١٠)، فاذا تم اختيار احد الطلبة عشوائيًا

① فما احتمال ان يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم اقل من ١١٠

② ما احتمال ان يكون الطالب من الطلبة الذين معامل ذكائهم أكبر من (١١٠)

الحل $س = ١٠٥ \quad ع = ١٠$

① ل(معامل ذكاء الطالب اقل من ١١٠)

$= ل(س \leq ١١٠)$

$= ل(ز \leq \frac{١١٠ - ١٠٥}{١٠})$

$= ل(ز \leq \frac{٥}{١٠}) = ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

$= ٠٫٦٩١٥$

② ل(معامل ذكاء الطالب أكبر من ١١٠)

$= ل(س \geq ١١٠) = ل(ز \geq \frac{١١٠ - ١٠٥}{١٠})$

$= ل(ز \geq \frac{٥}{١٠}) = ل(ز \geq ٠٫٥٠)$

$= ١ - ل(ز \leq ٠٫٥٠)$

$= ١ - ٠٫٦٩١٥ = ٠٫٣٠٨٥$

مثال ②

اذا كانت اوزان الاطفال عند الولادة تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي (٣٫٢) كغ، والانحراف المعياري (٠٫٤) كغ، اذا اختير طفل عشوائيًا عند الولادة فما احتمال ان يكون وزنه أكبر من (٤) كغ

الحل $س = ٣٫٢ \quad ع = ٠٫٤$

ل(وزنه أكبر من ٤)

$= ل(س \geq ٤) = ل(ز \geq \frac{٤ - ٣٫٢}{٠٫٤})$

$= ل(ز \geq \frac{٠٫٨}{٠٫٤}) = ل(ز \geq ٢)$

$= ١ - ل(ز \leq ٢)$

$= ١ - ٠٫٩٧٧٢$

$= ٠٫٠٢٢٨$

مكتبة السحاب AlWesam المعالم ناجح الجمزاوي

مثال ③

تتخذ اعمار (٤٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي (٥٢) سنه ، وانحراف معياري يساوي (١٠) سنوات ، اذا اختير شخص عشوائياً فما احتمال ان يكون عمن تتراوح اعمارهم بين ٤٦ سنه و (٥٨) سنه

الحل

$\mu = ٥٢$ $\quad \sigma = ١٠$

$ل(٤٦ \leq س \leq ٥٨)$

$= ل\left(\frac{٤٦-٥٢}{١٠} \leq ز \leq \frac{٥٨-٥٢}{١٠}\right)$

$= ل\left(\frac{-٦}{١٠} \leq ز \leq \frac{٦}{١٠}\right)$

$= ل(-٠٫٦ \leq ز \leq ٠٫٦)$

$= ل(ز \leq ٠٫٦) - ل(ز \leq -٠٫٦)$

$= ل(ز \leq ٠٫٦) - (١ - ل(ز \leq ٠٫٦))$

$= ٠٫٧٢٥٧ - (١ - ٠٫٧٢٥٧)$

$= ٠٫٧٢٥٧ - ٠٫٢٧٤٣$

$= ٠٫٤٥١٤$

مثال ④

اذا كانت علامات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٦٥) والانحراف المعياري لها (١٠) وكان عدد الناجحين ٧٥٨ طالبا فما علاقة النجاح .

الحل

العدد الكلي = ١٠٠٠ طالب

عدد الطلبة الناجحين = ٧٥٨

$\mu = ٦٥ \quad \sigma = ١٠$

نسبة النجاح = $\frac{\text{عدد الطلبة الناجحين}}{\text{العدد الكلي للطلاب}}$

$= \frac{٧٥٨}{١٠٠٠} = ٠٫٧٥٨$

نفرض ان القيمة المعيارية لعلامة النجاح هي $P \Leftarrow$

$ل(ز \leq P) = ٠٫٧٥٨$

الناجحين اما حققوا علامة النجاح أو أكثر $\Leftarrow$ من الجدول $P = ٠٫٧$

ولايجاد علامة النجاح نطبق القانون $ز = \frac{س - \mu}{\sigma}$

$٠٫٧ = \frac{س - ٦٥}{١٠} \Leftarrow ٠٫٧ \times ١٠ = س - ٦٥$

$\Leftarrow س = ٧ + ٦٥ = ٥٨$

علامة النجاح

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

ملاحظه هامة

نسبة الطلبه الناجحين = عدد الطلبه الناجحين / عدد الطلبه الكلي

عدد الطلبه الناجحين
= نسبة النجاح × العدد الكلي

مثال ⑤

اذا كانت اوزان سبائك ذهبيه تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي يساوي ٥٠ غرام ، وانحراف معياري يساوي ١٠ غرام ، اذا تم اختيار احدى السبائك فما احتمال ان تقل وزنها عن ٤٤٫٩ غراماً

الحل

م = ٥٠ ، ع = ١٠

ل (س ≤ ٤٤٫٩)

= ل (ز ≤ (٤٤٫٩ − ٥٠) / ١٠)

= ل (ز ≤ −٥١ / ١٠) = ل (ز ≤ −١٫٥)

= ١ − ل (ز ≤ ١٫٥) من الجدول

= ١ − ٠٫٩٣٥٦ = ٠٫٠٦٤٤

مثال ⑥

تخضع عبوات احدى المنتجات الزراعيه لتوزيع طبيعي وسطه (٢٥) كغ وانحرافه المعياري (٢) كغ اذا اختيرت احدى العبوات عشوائياً فما احتمال أن

① يزيد وزنها عن (٢٧) كغ

② ينحصر وزنها بين (٢٤٫٥) كغ و (٢٥٫٥) كغ

الحل

م = ٢٥ ، ع = ٢

① ل (س ≥ ٢٧) = ل (ز ≥ (٢٧ − ٢٥) / ٢)

= ل (ز ≥ ٢/٢) = ل (ز ≥ ١)

= ١ − ل (ز ≤ ١)

= ١ − ٠٫٨٤١٣ = ٠٫١٥٨٧

② ل (٢٤٫٥ ≤ س ≤ ٢٥٫٥)

= ل ((٢٤٫٥ − ٢٥) / ٢ ≤ ز ≤ (٢٥٫٥ − ٢٥) / ٢)

= ل (−٠٫٢٥ ≤ ز ≤ ٠٫٢٥)

= ل (−٠٫٢٥ ≤ ز ≤ ٠٫٢٥)

= ل (ز ≤ ٠٫٢٥) − (١ − ل (ز ≤ ٠٫٢٥))

= ٠٫٥٩٨٧ − (١ − ٠٫٥٩٨٧)

= ٠٫١٩٧٤

موقع الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٧)

اذا كان رواتب (١٠٠٠٠) معلم ومعلمة تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٢٠٠) دينار شهريًا وانحراف معياري يساوي (١٠) دنانير فما عدد المعلمين والمعلمات الذين تنحصر رواتبهم بين (١٨٠) دينار و (٢١٠) دنانير.

الحل

عدد المعلمين الكلي = ١٠٠٠٠

$م = ٢٠٠$ ، $ع = ١٠$

$ل(\frac{١٨٠-٢٠٠}{١٠} \leq ز \leq \frac{٢١٠-٢٠٠}{١٠})$

$= ل(\frac{-٢٠}{١٠} \leq ز \leq \frac{١٠}{١٠})$

$= ل(-٢ \leq ز \leq ١)$

$= ل(ز \leq ١) - ل(١ - ل(ز \leq ٢))$

$= ٠٫٨٤١٣ - (١ - ٠٫٩٧٧٢)$

$= ٠٫٨٤١٣ - ٠٫٠٢٢٨$

$= ٠٫٨١٨٥$

عدد المعلمين

= العدد الكلي × الاحتمال

$= ١٠٠٠٠ \times ٠٫٨١٨٥$

$= ٨١٨٥$

مثال (٨)

تقدم لامتحان شهادة الثانوية العامة الفرع الادبي (٤٠٠٠٠) طالب وطالبة وكان الوسط الحسابي لعلامات الطلبة (٦٢) والانحراف المعياري (١٥) جد عدد الطلبة الحاصلين على معدل (٩٠) والمعدلات مقربة لأقرب علامة صحيحة وتوزيع طبيعي.

الحل

$م = ٦٢$ ، $ع = ١٥$

بما ان العلامة مقربة لأقرب علامة صحيحة إذن علامة الطالب تنحصر بين ٨٩٫٥ ، ٩٠٫٥

$ل(٨٩٫٥ \leq س \leq ٩٠٫٥)$

$= ل(\frac{٨٩٫٥-٦٢}{١٥} \leq ز \leq \frac{٩٠٫٥-٦٢}{١٥})$

$= ل(١٫٨ \leq ز \leq ١٫٩)$

$= ل(ز \leq ١٫٩) - ل(ز \leq ١٫٨)$

$= ٠٫٩٧١٣ - ٠٫٩٦٤١$

$= ٠٫٠٠٧٢$

عدد الطلبة = $٤٠٠٠٠ \times ٠٫٠٠٧٢$

$= ٢٨٨$

مكتبة الهندسة AlWesam المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ⑨

مدرسة فيها (٥٠٠) طالب ، فإذا كانت أطوالهم تتبع التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لهذه الأطوال يساوي (١٣٠) سم والانحراف المعياري لها (١٠ سم) فجد

ⓐ نسبة الطلبة الذين أطوالهم أكثر من (١٤٠) سم .

ⓑ نسبة الطلبة الذين تقل أطوالهم عن (١١٨) سم .

ⓒ نسبة الطلبة الذين تنحصر أطوالهم بين ١٢٦ ، ١٣٨ سم .

الحل

$\mu = ١٣٠$ ، $\sigma = ١٠$

① $ل(س \geq ١٤٠)$

$= ل(ز \geq \frac{١٤٠ - ١٣٠}{١٠})$

$= ل(ز \geq ١)$

$= ١ - ل(ز \leq ١)$

$= ١ - ٠٫٨٤١٣ = ٠٫١٥٨٧$

② $ل(س \geq ١١٨) = ل(ز \geq \frac{١١٨ - ١٣٠}{١٠})$

$= ل(ز \geq -١٫٢)$

$= ١ - ل(ز \geq ١٫٢)$

$= ١ - ٠٫٨٨٤٩ = ٠٫١١٥١$

③ $ل(١٢٦ \leq س \leq ١٣٨)$

$= ل(\frac{١٢٦ - ١٣٠}{١٠} \leq ز \leq \frac{١٣٨ - ١٣٠}{١٠})$

$= ل(\frac{-٤}{١٠} \leq ز \leq \frac{٨}{١٠})$

$= ل(-٠٫٤ \leq ز \leq ٠٫٨)$

$= ل(ز \leq ٠٫٨) - ل(ز \leq -٠٫٤)$

$= ٠٫٧٨٨١ - (١ - ل(ز \leq ٠٫٤))$

$= ٠٫٧٨٨١ - (١ - ٠٫٦٥٥٤)$

$= ٠٫٧٨٨١ - ٠٫٣٤٤٦$

$= ٠٫٤٤٣٥$

مثال ⑩

تقدم (١٠٠٠٠) طالب لامتحان وكان توزيع علاماتهم قريبًا من التوزيع الطبيعي ، فإذا كان الوسط الحسابي لهذه العلامات يساوي (٥٧) ، والانحراف المعياري لها يساوي (١٠) وكان عدد الطلبة الذين علاماتهم فوق العلامة س وأقل من الوسط الحسابي (١٧٠٠) طالب فما قيمة العلامة س

⇐ يتبع الحل

ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الحل

التكرار الكلي = ١٠٠٠٠ × ٠٫٥٧ = ٥٧٠٠

ك = ١٠

عدد الطلبة الذين علاماتهم فوق س واقل من الوسط الحسابي = ١٧٠٠

نسبة الطلبة = ١٧٠٠ / ١٠٠٠٠ = ٠٫١٧٠٠

ل(س ≤ علامة الطالب ≤ الوسط الحسابي)

= ٠٫١٧٠٠

ل(م ≤ ز ≤ ٠) لأن ز_ي = ٠

= ل(ز ≤ ٠) − ل(ز ≤ م) = ٠٫١٧٠٠

← ٠٫٥٠٠٠ − ل(ز ≤ م) = ٠٫١٧٠٠

← ل(ز ≤ م) = ٠٫٥٠٠٠ − ٠٫١٧٠٠

= ٠٫٣٣٠٠

١ − ٠٫٣٣٠٠ = ٠٫٦٧٠٠

م = −٠٫٤٤ من الجدول

نجد س

−٠٫٤٤ = (س − ٥٧) / ١٠

← −٤٫٤ = س − ٥٧

س = ٥٧ − ٤٫٤ = ٥٢٫٦

مثال (١١)

اذا كان الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في الثانوية العامة يساوي (٧٠) والانحراف المعياري يساوي (١٠) فاذا قررت وزارة التعليم العالي قبول الطلبة الذين تكون علاماتهم ضمن اعلى ٢٠٪ من العلامات في الجامعات الحكومية فما ادنى علامة تقبل في الجامعة

الحل

م = ٧٠ ك = ١٠

نسبة الطلبة المقبولين = ٢٠٪

= ٠٫٢٠٠٠

ل(ز ≤ م) = ٠٫٢٠٠٠

نجد م

١ − ٠٫٢٠٠٠ = ٠٫٨٠٠٠

ومن الجدول م = ٠٫٨٤ م موجبة

٠٫٨٤ = (س − ٧٠) / ١٠

← ٨٫٤ = س − ٧٠

← س = ٧٠ + ٨٫٤ = ٧٨٫٤

ادنى علامة قبلت

مكتبة الإسكندرية ALEXESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (١٢)

تتوزع علامات طلبة توزيعًا طبيعيا بانحراف معياري يساوي (١٠) ، فاذا كانت علامات ٧٧٫٩٪ من الطلبة اقل من ٨٦ فجد الوسط الحسابي لهذا التوزيع ؟

الحل

ل(س ≤ ٨٦) = ٠٫٧٧٩٧

ل(ز ≤ ب) = ٠٫٧٧٩٧

من الجدول ب = ٢

$$٢ = \frac{٨٦ - م}{١٠} \Leftarrow ٢٠ = ٨٦ - م$$

$$\Leftarrow م = ٨٦ - ٢٠ = ٦٦$$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص٢٥٥

اذا كان (ز) متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري.

① ل (ز ≤ ٠٫٤٢)
= ٠٫٩٩١٨ من الجدول

② ل (ز ≤ -٢٫٨٥)
= ل (ز ≥ ٢٫٨٥)
= ٠٫٩٩٧٨

③ ل (ز ≤ -١٫٤١)
= ١ - ل (ز ≤ ١٫٤١)
= ١ - ٠٫٩٢٠٧
= ٠٫٠٧٩٣

④ ل (-١٫٣٢ ≤ ز ≤ ١٫٥٨)
= ل (ز ≤ ١٫٥٨) - ل (ز ≤ -١٫٣٢)
= ل (ز ≤ ١٫٥٨) - (١ - ل (ز ≤ ١٫٣٢))
= ٠٫٩٤٢٩ - (١ - ٠٫٩٠٨٢)
= ٠٫٩٤٢٩ - ٠٫٠٩١٨ = ٠٫٨٥١١

تدريب ② ص٢٥٦

اذا كان (س) متغيرًا عشوائيًا يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٣٣، وانحرافه المعياري ٥ فجد

① ل (س ≤ ٣٣)
② ل (٢٢ ≤ س ≤ ٣٠)

الحل

① ل (س ≤ ٣٣) = ل $\left(ز \le \frac{٣٣ - ٣٣}{٥}\right)$
= ل (ز ≤ ٠)
= ٠٫٥

② ل $\left(\frac{٢٢ - ٣٣}{٥} \le ز \le \frac{٣٠ - ٣٣}{٥}\right)$
= ل $\left(-\frac{٣}{٥} \le ز \le \frac{٥}{٥}\right)$
= ل (-٠٫٦ ≤ ز ≤ ١)
= ل (ز ≤ ١) - ل (ز ≤ -٠٫٦)
= ل (ز ≤ ١) - (١ - ل (ز ≤ ٠٫٦))
= ٠٫٨٤١٣ - (١ - ٠٫٧٢٥٧)
= ٠٫٨٤١٣ - ٠٫٢٧٤٣
= ٠٫٥٦٧٠

مكتبة العلم AlWesam ناجح الجمزاوي

تدريب ③ ص٢٥٨

اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب في جامعه ما تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط حسابي مقداره ٦٥ ، وانحراف معياري مقداره (٥) فكم يبلغ عدد الطلبه الناجحين علمًا بان علامة النجاح ٦٠ ؟

الحل

ل(س ≥ ٦٠) النجاح = ٦٠
أو أكثر

$$ل\left(ز \geq \frac{٦٠-٦٥}{٥}\right)$$

$$= ل\left(ز \geq \frac{-٥}{٥}\right) = ل(ز \geq -١)$$

= ١ − ل(ز ≥ ١)
= ١ − ٠٫٨٤١٣
= ٠٫١٥٨٧

عدد الناجحين = ١٠٠٠٠ × ٠٫١٥٨٧
= ١٥٨٧

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة

الكتاب صفحة ٥٩

السؤال الأول

اذا كان (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً ، فجد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

(أ) ل(ز ≤ ١٫٢)
= من الجدول = ٠٫٨٨٤٩

(ب) ل(ز ≤ ٢٫٦٧) = ٠٫٩٩٦٢

(ج) ل(ز ≤ -١٫٢٧)
= ل(ز ≤ ١٫٢٧)
= ٠٫٨٩٨٠

(د) ل(ز ≤ -٢٫١٤)
= ١ - ل(ز ≤ ٢٫١٤)
= ١ - ٠٫٩٨٣٨
= ٠٫٠١٦٢

(هـ) ل(-١٫١١ ≤ ز ≤ ١٫٥١)
= ل(ز ≤ ١٫٥١) - ل(ز ≤ -١٫١١)
= ل(ز ≤ ١٫٥١) - (١ - ل(ز ≤ ١٫١١))
= ٠٫٨٧٤٩ - (١ - ٠٫٨٦٦٥)
= ٠٫٨٧٤٩ - ٠٫١٣٣٥
= ٠٫٧٤١٤

السؤال الثاني

اذا كان (س) متغيراً عشوائياً يتبع التوزيع الطبيعي الذي متوسطه الحسابي ٨٠ ، والانحراف المعياري ٥ ، فجد

(أ) ل(س ≤ ٧٦)
= ل(ز ≤ (٧٦ - ٨٠)/٥)
= ل(ز ≤ -٤/٥) = ل(ز ≤ -٠٫٨)
= ١ - ل(ز ≤ ٠٫٨)
= ١ - ٠٫٧٨٨١ = ٠٫٢١١٩

مكتبة الوسام AWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

ب) ل(س ≤ ٨٨)

= ل(ز ≤ $\frac{٨٨-٨٠}{٥}$)

= ل(ز ≤ $\frac{٨}{٥}$) = ل(ز ≤ ١,٦)

= ١ − ل(ز ≤ ١,٦)

= ١ − ٠,٩٤٥٢ = ٠,٠٥٤٨

السؤال الثالث

اذا كان متوسط كتل ١٠٠٠ طالبة في احدى مدارس عمان هو ٥٥ كيلوغراماً ، والانحراف المعياري (٢) ، وكانت الكتل تتوزع توزيعاً طبيعياً ، واختيرت احدى الطالبات عشوائياً ، فجد :

أ) احتمال ان لا تزيد كتلة الطالبة على ٥٢ كيلوغراماً

الحل

ل(س ≤ ٥٢) = ل(ز ≤ $\frac{٥٢-٥٥}{٢}$)

= ل(ز ≤ $\frac{-٣}{٢}$) = ل(ز ≤ −١,٥)

= ١ − ل(ز ≤ ١,٥)

= ١ − ٠,٩٣٣٢

= ٠,٠٦٦٨

ب) احتمال ان تكون كتلة الطالبة محصورة بين ٥٠ كيلوغراماً و ٦٠ كغ

ل(٥٠ ≤ س ≤ ٦٠)

= ل($\frac{٥٠-٥٥}{٢}$ ≤ ز ≤ $\frac{٦٠-٥٥}{٢}$)

= ل($\frac{-٥}{٢}$ ≤ ز ≤ $\frac{٥}{٢}$)

= ل(−٢,٥ ≤ ز ≤ ٢,٥)

= ل(ز ≤ ٢,٥) − ل(ز ≤ −٢,٥)

= ل(ز ≤ ٢,٥) − (١ − ل(ز ≤ ٢,٥))

= ٠,٩٩٣٨ − (١ − ٠,٩٩٣٨)

= ٠,٩٩٣٨ − ٠,٠٠٦٢

= ٠,٩٨٧٦

ج) عدد الطالبات اللواتي تزيد كتلهن على ٥٦ كيلوغراماً

ل(س ≤ ٥٦) = ل(ز ≤ $\frac{٥٦-٥٥}{٢}$)

= ل(ز ≤ $\frac{١}{٢}$)

= ل(ز ≤ ٠,٥)

= ١ − ل(ز ≤ ٠,٥)

= ١ − ٠,٦٩١٥

= ٠,٣٠٨٥

عدد الطالبات = ١٠٠٠ × ٠,٣٠٨٥

= ٣٠٩

مكتبة العلم ALWESAM
المعلم : ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

اذا كانت علامات امتحان عام تتبع توزيعا طبيعيا متوسطه الحسابي ٧٠ والانحراف المعياري ١٠ فما نسبة العلامات التي تقل عن ٦٥ ؟

الحل

$$ل(س \leq ٦٥) = ل(ز \leq \frac{٦٥-٧٠}{١٠})$$

$$= ل(ز \leq -٠٫٥) = ل(ز \geq ٠٫٥)$$

$$= ١ - ل(ز \leq ٠٫٥)$$

$$= ١ - ٠٫٦٩١٥$$

$$= ٠٫٣٠٨٥$$

النسبة ٣٠٫٨٥ ٪

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠١٨) شتوية

اذا كانت اوزان طلبة احدى المدارس تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي يساوي (٤٥) كغ وانحرافه المعياري (٤) اختير احد الطلبة عشوائيًا ، ما احتمال ان يكون من الطلبة الذين تنحصر اوزانهم بين (٤٣) كغ ، (٤٩) كغ

الحل

$$ل(٤٣ \leq س \leq ٤٩)$$

$$= ل\left(\frac{٤٣-٤٥}{٤} \leq ز \leq \frac{٤٩-٤٥}{٤}\right)$$

$$= ل(-\frac{٢}{٤} \leq ز \leq \frac{٤}{٤}) = ل(-\frac{١}{٢} \leq ز \leq ١)$$

$$= ل(ز \leq ١) - ل(ز \leq -٠٫٥)$$

$$= ل(ز \leq ١) - (١ - ل(ز \leq ٠٫٥))$$

$$= ٠٫٨٤١٣ - (١ - ٠٫٦٩١٥)$$

$$= ٠٫٨٤١٣ - ٠٫٣٠٨٥$$

$$= ٠٫٥٣٢٨$$

وزارة صيفية (٢٠١٨)

تقدم (٥٠٠٠) طالب لامتحان ما وكان توزيع نتائجهم يتخذ شكل التوزيع الطبيعي المعياري بوسط حسابي (٦٠) وانحراف معياري (٥) ، وكانت علامة النجاح (٦٠) ، اختير احد الطلبة عشوائياً

① ما احتمال ان يكون الطالب من بين الناجحين

② ماعدد الطلبة الناجحين في هذا الامتحان

الحل

① $ل(\text{الطالب ناجح}) = ل(س \geq ٦٠)$

$= ل\left(ز \geq \frac{٦٠-٦٠}{٥}\right) = ل(ز \geq ٠)$

$= ل(ز \leq ٢) = ٠٫٩٧٧٢$

② عدد الطلبة الناجحين

$= ٥٠٠٠ \times ٠٫٩٧٧٢$

$= ٤٨٨٦$ طالب

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٩) شتوية

اذا كانت اوزان الاطفال عند الولادة تتبع توزيعا طبيعيا وسطه الحسابي (٣,٤) كغ والانحراف المعياري (٠,٤٥) كغ ، اختير احد الاطفال عشوائيا عند الولادة ما احتمال ان يكون وزنه أكثر من ٤ كغ

الحل

س : وزن الطفل

ل (احتمال ان يكون وزنه أكبر من ٤ كغ)

= ل (س ≥ ٤)

= ل ((٤ − ٣,٤) / ٠,٤٥ ≥ ز) = ل (ز ≥ ٠,٨ / ٠,٤٥)

= ل (ز ≥ ٢)

= ١ − ل (ز ≤ ٢)

= ١ − ٠,٩٧٧٢

= ٠,٠٢٢٨

وزارة (٢٠٠٩) صيفية

تقدم لامتحان عام (٥٠٠٠) طالب وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤١) وانحراف معياري (٦) ، اوجد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان علما بان علامة النجاح (٥٠)

الحل

ل (الطالب ناجح) = ل (س ≥ ٥٠)

= ل (ز ≥ (٥٠ − ٤١) / ٦) = ل (ز ≥ ٩/٦)

= ل (ز ≥ ١,٥)

= ١ − ل (ز ≤ ١,٥)

= ١ − ٠,٩٣٣٢ = ٠,٠٦٦٨

عدد الطلبة الناجحين

= الحد الكلي × احتمال النجاح

= ٥٠٠٠ × ٠,٠٦٦٨

= ٣٣٤ طالب

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) شتوية

تقدم لامتحان ثانوية العامة في احدى السنوات (٢٠٠٠٠) طالب من طلبة احد الفروع المهنية وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٧) وانحراف معياري (١٦)، اذا علمت انه لا يسمح للطالب الذي معدله أقل من (٦٥) لتقديم طلبا للجامعات الحكومية حدد عدد طلبة ذلك الفرع الذين يحق لهم تقديم تلك الطلبات

الحل

ل (يسمح لتقديم الطلب)

$= ل(س \geq 65) = ل(ز \geq \frac{65-57}{16})$

$= ل(ز \geq \frac{8}{16}) = ل(ز \geq 0.50)$

$= 1 - ل(ز \leq 0.50)$

$= 1 - 0.6915 = 0.3085$

عدد الطلبة الذين يحق لهم تقديم الطلب $= 0.3085 \times 20000$

$= 6170$ طالب

وزارة (٢٠١٠) صيفية

اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٥) والانحراف المعياري (١٠) وكان عدد الناجحين (٥٣٩٨) طالبا فما علامة النجاح

الحل

احتمال النجاح $= \frac{\text{عدد الناجحين}}{\text{العدد الكلي}} = \frac{5398}{10000}$

$= 0.5398$

$ل(ز \leq م) = 0.5398$

من الجدول

$م = 0.10$

لايجاد علامة النجاح

$0.10 - = \frac{س - 50}{10} \Leftarrow$

$1 - = س - 50$

$\Leftarrow س = -1 + 50 = 54$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) شتوية

① نأخذ اعمار ١٠٠٠٠ شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٢) سنه وانحراف معياري (٨) سنوات ، ماعدد الاشخاص الذين تزيد اعمارهم عن ٦٠ سنه ؟

الحل

$$ل(س \geq ٦٠) = ل(ز \geq \frac{٦٠-٥٢}{٨})$$

$$= ل(ز \geq \frac{٨}{٨}) = ل(ز \geq ١)$$

$$= ١ - ل(ز \leq ١)$$

$$= ١ - ٠٨٤١٣ = ٠١٥٨٧$$

عدد الاشخاص الذين تزيد اعمارهم عن ٦٠ سنه

$$= ٠١٥٨٧ \times ١٠٠٠٠ = ١٥٨٧ \text{ شخصاً}$$

② من خصائص التوزيع الطبيعي المعياري ان وسطه الحسابي يساوي

أ) ١ ب) صفر ج) $-\frac{١}{٢}$ د) ١

الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي = صفر الاجابه ①

وزارة (٢٠١١) صيفية

اذا كانت اوزان الاطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٣,٥) كغ وانحراف معياري (٠,٥) كغ ، اذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة ، فما احتمال ان يكون وزنه أكبر من (٣) كغ ؟

الحل

$$ل(س \geq ٣) = ل(ز \geq \frac{٣-٣,٥}{٠,٥})$$

$$= ل(ز \geq \frac{-٠,٥}{٠,٥}) = ل(ز \geq -١)$$

$$= ل(ز \leq ١) = ٠٨٤١٣$$

وزارة (٢٠١٢) شتوية

① اذا كانت اوزان ١٠٠٠٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤٥) كغ وانحراف معياري (٤) كغ فما عدد الطلبة الذين تزيد اوزانهم عن (٥٠) كغ

الحل

$$ل(ز \leq ٥٠) = ل(ز \leq \frac{٥٠-٤٥}{٤})$$

← يتبع الحل

معهد الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

$= ل(ز \leq \frac{5}{4}) = ل(ز \leq 1.25)$

$= 1 - ل(ز \geq 1.25)$

$= 1 - 0.8944 = 0.1056$

عدد الطلبه الذين تزيد اوزانهم عن ٥٠ كغ = الحد الكلي × الاحتمال

$= 1000 \times 0.1056$

$= 1056$ طالب

⑤ اذا كانت (ز) متغيراً عشوائياً طبيعياً معيارياً وكان $ل(ز \geq م) = 0.6$ فان قيمة $ل(ز \leq -م)$ تساوي

أ) -0.6 ب) 0.4 ج) -0.4 د) 0.6

الحل

$ل(ز \leq -م) = ل(ز \geq م)$

$= 0.6$

الاجابة ⑤

وزارة (٢٠١٢) صيفية

اذا كان رواتب (١٠٠٠٠) موظف في احدى الوزارات تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٣٠٠) دينار شهرياً، وانحراف معياري (١٠) دنانير فما عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٢٨٠ دينار و ٣٢٠ دينار

الحل

$ل(٢٨٠ \leq س \leq ٣٢٠)$

$= ل(\frac{٢٨٠ - ٣٠٠}{١٠} \leq ز \leq \frac{٣٢٠ - ٣٠٠}{١٠})$

$= ل(-٢ \leq ز \leq ٢)$

$= ل(ز \leq ٢) - ل(ز \leq -٢)$

$= ل(ز \leq ٢) - (١ - ل(ز \leq ٢))$

$= ٠.٩٧٧٢ - (١ - ٠.٩٧٧٢)$

$= ٠.٩٧٧٢ - ٠.٠٢٢٨$

$= ٠.٩٥٤٤$

عدد الموظفين $= ٠.٩٥٤٤ \times ١٠٠٠$

$= ٩٥٤٤$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

① تتخذ اوزان (٢٠٠٠٠) شخص شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٧٥) كغ وانحراف معياري (٥) كغ، فما عدد الاشخاص الذين تقل اوزانهم عن (٧٢) كغ

الحل

$ل(س \leq ٧٢) =$

← يتبع الحل

ناجح الجمزاوي

ل(س ≤ ٧٢) = ل(ز ≤ (٧٢ − ٧٥)/٥)

= ل(ز ≤ −٣/٥) = ل(ز ≤ −٠٫٦)

= ١ − ل(ز ≤ ٠٫٦)

= ١ − ٠٫٧٢٥٧ = ٠٫٢٧٤٣

عدد الأشخاص = ٢٠٠٠٠ × ٠٫٢٧٤٣

= ٥٤٨٦ شخصًا

ج) الوسط الحسابي للتوزيع الطبيعي المعياري هو

أ) ١ ب) صفر ج) ٠٫٥ د) ١

الجواب ب) صفر

وزارة (٢٠١٣) شتوية

تقدم (١٠٠٠٠) طالب لامتحان عام وكانت علاماتهم تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٤) وانحراف معياري (٨) ، جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان اذا كانت علامة النجاح (٥٠)

الحل

ل(الناجح) = ل(س ≥ ٥٠)

= ل(ز ≥ (٥٠ − ٥٤)/٨)

= ل(ز ≥ −٤/٨) = ل(ز ≥ −١/٢)

= ل(ز ≥ +٠٫٥)

= ٠٫٦٩١٥

عدد الطلبة الناجحين

= العدد الكلي × الاحتمال

= ١٠٠٠٠ × ٠٫٦٩١٥

= ٦٩١٥

وزارة (٢٠١٤) شتوية

اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي (٦٢) والانحراف المعياري (١٠) ، وكان عدد الطلبة الناجحين (٥٧٩٣) طالبًا فما علامة النجاح .

الحل

نسبة النجاح = عدد الطلبة الناجحين / العدد الكلي

= ٥٧٩٣/١٠٠٠٠ = ٠٫٥٧٩٣

ل(ز ≤ م) = ٠٫٥٧٩٣

← ل(ز ≤ م) = ٠٫٥٧٩٣

م سالبة من الجدول

م = −٠٫٢

ز = (س − س̄)/ع ← −٠٫٢ = (س − ٦٢)/١٠

← س − ٦٢ = −٢

س = ٦٢ − ٢ = ٦٠

مكتبة العلم ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٤) صيفية

اذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظف تتخذ شكل التوزيع الطبيعي، وكان الوسط الحسابي لرواتبهم (٣٥٠) دينار والانحراف المعياري لها (٢٥) دينارًا فما عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين (٣٢٥) دينارًا و (٤٠٠) دينارًا .

الحل

ل (٣٢٥ ≤ س ≤ ٤٠٠)

= ل ($\frac{٣٢٥ - ٣٥٠}{٢٥}$ ≤ ر ≤ $\frac{٤٠٠ - ٣٥٠}{٢٥}$)

ل ($\frac{-٢٥}{٢٥}$ ≤ ر ≤ $\frac{٥٠}{٢٥}$)

= ل (-١ ≤ ر ≤ ٢)

= ل (ر ≤ ٢) - ل (ر ≤ -١)

= ل (ر ≤ ٢) - (١ - ل (ر ≤ ١)

= ٠٫٩٧٧٢ - (١ - ٠٫٨٤١٣)

= ٠٫٩٧٧٢ - ٠٫١٥٨٧

= ٠٫٨١٨٥

عدد الموظفين = العدد الكلي × الاحتمال

= ١٠٠٠٠ × ٠٫٨١٨٥

= ٨١٨٥ شخصاً

وزارة (٢٠١٥) شتوية

تقدم (١٥٠٠٠) طالباً لامتحان ما وكانت نتائجهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي لعلاماتهم (٦٥) والانحراف المعياري (٥) وعلامة النجاح (٦٠)، احسب عدد الطلبة الناجحين في الامتحان .

الحل

ل (س ≤ ٦٠) = ل (س ≤ $\frac{٦٠ - ٦٥}{٥}$)

= ل (س ≤ $\frac{-٥}{٥}$) = ل (س ≤ -١)

= ل (س ≥ ١) = ٠٫٨٤١٣

عدد الطلبة الناجحين

= العدد الكلي × الاحتمال

= ١٥٠٠ × ٠٫٨٤١٣

= ١٢٦١٩

≈ ١٢٦٢

مكتبة الإسلام
ALISLAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) صيفية

تتبع اوزان (٢٠٠٠) صندوق كفاح عند التعبئة توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي (٦) كغم وانحرافه المعياري (٠٫٣) كغم ، جد عدد الصناديق التي تقل وزنها عن (٥٫٧) كغم

الحل

$$ل(س \leq ٥٫٧) = ل(ز \leq \frac{٥٫٧ - ٦}{٠٫٣})$$

$$= ل(ز \leq -١) = ل(ز \geq ١)$$

$$= ١ - ل(ز \leq ١)$$

$$= ١ - ٠٫٨٤١٣$$

$$= ٠٫١٥٨٧$$

وزارة (٢٠١٧) شتوية

اذا كانت اوزان (١٠٠٠٠) طالب تتبع توزيعًا طبيعيًا وسطه الحسابي (٤٨) كغ ، وانحرافه المعياري (٣) كغ ، فاوجد عدد الطلبة الذين تنحصر اوزانهم بين (٤٢) كغ و (٥١) كغ

الحل

$$ل(٤٢ \leq س \leq ٥١)$$

$$= ل(\frac{٤٢ - ٤٨}{٣} \leq ز \leq \frac{٥١ - ٤٨}{٣})$$

$$= ل(-٢ \leq ز \leq ١)$$

$$= ل(ز \leq ١) - ل(ز \leq -٢)$$

$$= ل(ز \leq ١) - (١ - ل(ز \leq ٢))$$

$$= ٠٫٨٤١٣ - (١ - ٠٫٩٧٧٢)$$

$$= ٠٫٨١٨٥$$

عدد الطلبة $= ١٠٠٠٠ \times ٠٫٨١٨٥$

$= ٨١٨٥$ طالبًا

وزارة (٢٠١٧) صيفية

اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٦) وانحراف معياري (١٠) وكان عدد الناجحين (٦٩١٥) طالبًا ، فما علامة النجاح

الحل

نسبة النجاح $= \frac{٦٩١٥}{١٠٠٠٠}$

$= ٠٫٦٩١٥$

$ل(ز \geq م) = ٠٫٦٩١٥$

مركز الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٥) صيفية

يُخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في احدى الجامعات وعددهم (٦٠٠٠) طالبًا للتوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي (١٠٨) وانحرافه المعياري (١٠) مما عدد الطلبة الذين ينحصر معامل ذكائهم بين (١٠٣) و (١١٨)

الحل

ل (١٠٣ ≤ س ≤ ١١٨)

= ل ((١٠٣ − ١٠٨)/١٠ ≤ ز ≤ (١١٨ − ١٠٨)/١٠)

= ل (−٠٫٥ ≤ ز ≤ ١)

= ل (ز ≤ ١) − ل (ز ≤ −٠٫٥)

= ل (ز ≤ ١) − (١ − ل (ز ≤ ٠٫٥))

= ٠٫٨٤١٣ − (١ − ٠٫٦٩١٥)

= ٠٫٥٣٢٨

عدد الطلبة

= ٦٠٠٠ × ٠٫٥٣٢٨

= ٣١٩٧ طالبًا

وزارة (٢٠١٦) شتوية

اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوسط الحسابي للعلامات (٥٨) والانحراف المعياري لها (١٠) وكان عدد الطلبة الناجحين (٦١٧٩) طالبًا فجد علامة النجاح

الحل

نسبة الناجحين = ٦١٧٩ / ١٠٠٠٠

= ٠٫٦١٧٩

ل (ز ≤ م) = ٠٫٦١٧٩

ل (ز ≤ −٠٫٣) = ل (ز ≥ ٠٫٣)

ل (ز ≥ ٠٫٣) = ٠٫٦١٧٩

ز = −٠٫٣

−٠٫٣ = (س − ٥٨)/١٠

← س = −٣ + ٥٨ = ٥٥

مكتبة الوسام AlwesAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

من الجدول $P = 0.50$

لكنه $ز = \frac{س - س}{ع}$

$\frac{50 - س}{10} = 0.50$

بمبادئ

$س - 56 = -5$

$س = 56 - 5 = 51$

وزارة (2018) شتوية

اذا كانت اوزان 10000 طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (50) كغ ، وانحراف معياري (6) فما عدد الطلبة الذين تقصر اوزانهم بين (47) كغ و (56) كغ

الحل

$ل(47 \le س \le 56)$

$= ل(\frac{47-50}{6} \le ز \le \frac{56-50}{6})$

$= ل(\frac{-3}{6} \le ز \le \frac{6}{6})$

$= ل(-0.50 \le ز \le 1)$

$= ل(ز \le 1) - ل(ز \le -0.50)$

$ل(ز \le 1) - (ل(ز \le 0.50))$

$ل(ز \le 1) - (1 - ل(ز \le 0.50))$

$0.8413 - (1 - 0.6915)$

$0.8413 - 0.3085$

$= 0.5328$

عدد الطلبة = العدد الكلي × الاحتمال

$= 10000 \times 0.5328$

$= 5328$ طالباً

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام: ناجح الجمزاوي

الارتباط ومعامل الارتباط

في هذا الدرس سنتعرف الى دراسة العلاقه بين ظاهرتين ونوع العلاقه وصورتها وتمثيلها رياضياً

الارتباط : هو علاقه بين متغيرين (ظاهرتين) (س ، ص) أو أكثر
فمثلاً
العلاقه بين عدد ساعات الدراسة (س) والتحصيل الدراسي (ص)
والعلاقه بين وزن المريض (س) والضغط (ص) والعلاقه بين الانفاق (س) والدخل الصافي ص

انواع الارتباط

① ارتباط طردي (ايجابي)
اذا زاد احد المتغيرين زاد الآخر

② ارتباط عكسي (سلبي)
اذا زاد احد المتغيرين قل الآخر

يمكن معرفه وجود العلاقه ونوعها واتجاهها وصورتها بطريقتين
① التمثيل البياني ② معامل ارتباط بيرسون

شكل الأنتشار

ليمكن الحصول على شكل الانتشار من خلال تمثيل العلاقه باستخدام الازواج المرتبه بين المتغيرين س ، ص في المستوى الديكارتي ومن خلال شكل الانتشار يمكن تحديد نوع الارتباط .

مثال ①
يبين الجدول الآتي انتاج الاردن من القمح والشعير (بالالف طن) خلال السنوات ١٩٩٢ - ١٩٩٦م

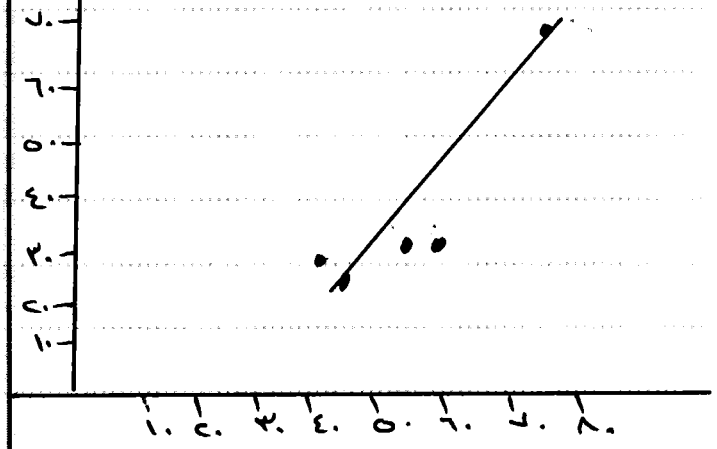
السنه	١٩٩٢	١٩٩٣	١٩٩٤	١٩٩٥	١٩٩٦
انتاج القمح (س)	٧٥,٥	٥٧	٤٦,٩	٥٨,٥	٤٤,٧
انتاج الشعير (ص)	٦٨,٩	٣١,٨	٢٧,٤	٣١,٧	٢٩,٧

ارسم شكل الانتشار لمتغيرين س ، ص وحدد نوع العلاقه ؟

← يتبع الحل

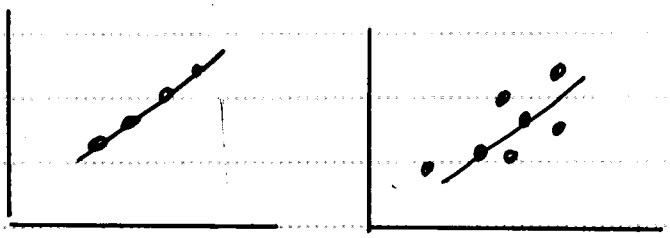
مكتبة الوسام ALWESAM المعلم : ناجح الجمزاوي

نوع العلاقة طردية



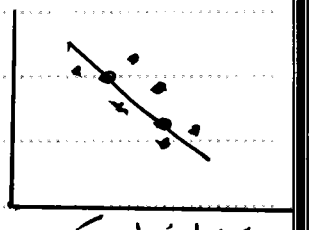
مثال ②

فا نوع الارتباط بين المتغيرين س ، ص في كل من اشكال الانتشار الآتية

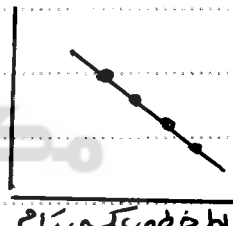


ارتباط خطي طردي

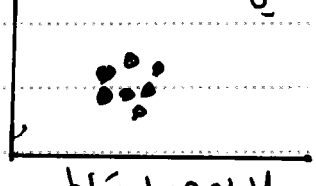
ارتباط خطي طردي تام



ارتباط خطي عكسي



ارتباط خطي عكسي تام

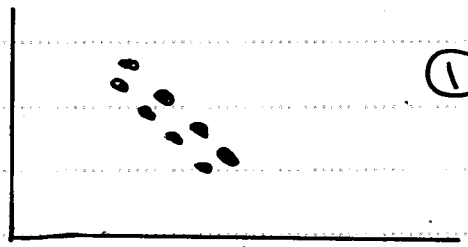


لا يوجد ارتباط

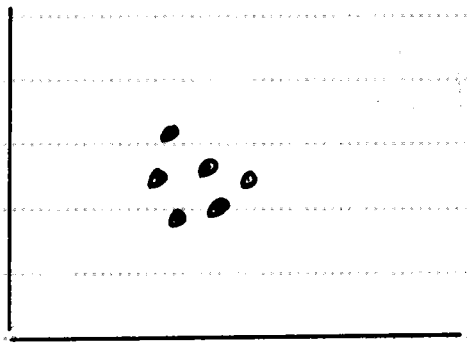
مثال ③

اذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س ، ص في اشكال الانتشار المحاوره فاوجد نوع العلاقة

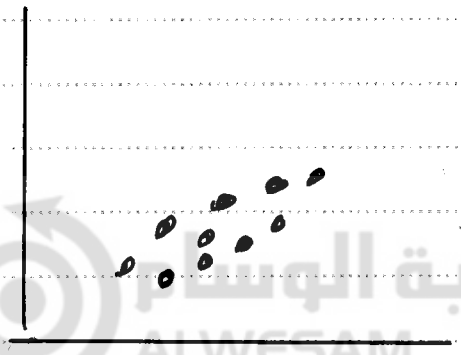
①



علاقة عكسية



لا توجد علاقة



علاقة طردية

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

معامل ارتباط بيرسون

لستخدم معامل ارتباط بيرسون ، لتحديد القيمه العددية لقوه ، الارتباط بين المتغيرين ويرمز له بالرمز (ر) ويتم ايجادها من خلال القانون

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$\bar{س}$: الوسط الحسابي لقيم س

$\bar{ص}$: الوسط الحسابي لقيم س

ملاحظه

$\bar{س} = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}}$

$\bar{ص} = \frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عددها}}$

مثال ①

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص في الجدول الآتي

س	١١	١٠	١٢	١٤	٨
ص	٤	١٠	٦	٩	١١

الحل

$\bar{س} = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عددها}} = \frac{١١+١٠+١٢+١٤+٨}{٥}$

$= \frac{٥٥}{٥} = ١١$

$\bar{ص} = \frac{٤+١٠+٦+٩+١١}{٥} = \frac{٥٠}{٥} = ١٠$

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
١١	١٤	٠	٤	٠	٠	١٦
١٠	١٠	١-	٠	٠	١	٠
١٢	٦	١	٤-	٤-	١	١٦
١٤	٩	٣	١-	٣-	٩	١
٨	١١	٣-	١	٣-	٩	١
المجموع		٠	٠	١٠-	٢٠	٣٤

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}} = \frac{١٠-}{٣٤ \times ٢٠}$$

$= \frac{١}{٢٨٠}$ = الاشارة سالبه ارتباط عكسي

مثال (٢)

اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) وكان

$$\sum_{ر=1}^{10} (س_ر - \bar{س})^2 = ٣٦$$

$$\sum_{ر=1}^{10} (ص_ر - \bar{ص})^2 = ١٦٠٠$$

$$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٨٠$$

احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين س ، ص

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{١٨٠}{\sqrt{١٦٠٠ \times ٣٦}} = \frac{١٨٠}{\sqrt{١٦٠٠} \times \sqrt{٣٦}}$$

$$= \frac{١٨٠}{٤٠ \times ٦} = \frac{٣}{٤} = ٠٫٧٥$$

مثال (٣)

يبين الجدول الآتي عدد سنوات الخبرة (س) والاجر اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في احدى الشركات في مدينة سحاب الصناعية

عدد سنوات الخبرة س	٥	٦	٧	٨	١٤
الاجر اليومي ص	٦	٧	٨	٩	١٠

احسب معامل ارتباط بيرسون

س	ص	$(س - \bar{س})$	$(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
٥	٦	-٣	-٢	٦	٩	٤
٦	٧	-٢	-١	٢	٤	١
٧	٨	-١	٠	٠	١	٠
٨	٩	٠	١	٠	٠	١
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦	٤
٤٠	٤٠	٠	٠	٢٠	٥٠	١٠

$$\bar{س} = \frac{٤٠}{٥} = ٨ \quad ، \quad \bar{ص} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠ \times ١٠}} = \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠٠}}$$

ارتباط طردي وموجب

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ④

يبين الجدول الآتي معامل الذكاء (س) وعلاقة الرياضيات (ص) لخمسة طلاب

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
معامل الذكاء س	١٢٠	١٢٠	١١٥	١١٠	١٠٠
علاقة الرياضيات ص	٩٥	٧٠	٨٥	٨٠	٥٠

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص

س	ص	س ـ س̄	ص ـ ص̄	(س ـ س̄)(ص ـ ص̄)	(س ـ س̄)²	(ص ـ ص̄)²
١٢٠	٩٥	١٥	١٩	٢٨٥	٢٢٥	٣٦١
١٢٠	٧٠	٥	ـ٦	ـ٣٠	٢٥	٣٦
١١٥	٨٥	٠	٩	٠	٠	٨١
١١٠	٨٠	ـ٥	٤	ـ٢٠	٢٥	١٦
١٠٠	٥٠	ـ١٥	ـ٢٦	٣٩٠	٢٢٥	٦٧٦
٥٧٥	٢٨٠	٠	٠	٦٢٥	٥٠٠	١١٧٠

$\bar{س} = \frac{٥٧٥}{٥} = ١١٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٨٠}{٥} = ٧٦$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{٦٢٥}{\sqrt{١١٧٠ \times ٥٠٠}}$$

ملاحظة هامة

① قيمة معامل الارتباط تنحصر بين

$$-١ \leq ر \leq ١$$

$$\longleftarrow \quad \longrightarrow$$

① طردي ، صفر ، عكسي ①

كلما ابتعدنا عن الصفر تزداد قوة العلاقة

② الاشارة تدل على نوع الارتباط

③ القيمة العددية تدل على قوة الارتباط

نوع العلاقة وقوتها	معامل الارتباط
طردي تام	$ر = ١$
طردي قوي	$٠.٨ \leq ر < ١$
طردي متوسط	$٠.٥ \leq ر < ٠.٨$
طردي ضعيف	$٠ < ر < ٠.٥$
لا يوجد علاقة	$ر = ٠$
عكسي ضعيف	$-٠.٥ < ر < ٠$
عكسي متوسط	$-٠.٨ < ر \leq -٠.٥$
عكسي قوي	$-١ < ر < -٠.٨$
عكسي تام	$ر = -١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑤

+ ٠٫٩٥ : تدل على ان الارتباط طردي قوي

- ٠٫٩٥ : عكسي قوي

صفر : لا ارتباط

٠٫١٥- : ارتباط عكسي ضعيف

٠ او ١ : ارتباط طردي ضعيف

مثال ⑥

اذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص يساوي (- ٠٫٩٥) فان الارتباط بين س، ص

الحل

نوع الارتباط عكسي قوي

مثال ⑦

اي معادلات الارتباط الاكيد الأقوى

أ) - ٠٫٨ ب) ٠٫٧ ج) ١ او ٠ د) ٠٫٥

الحل

ⓐ - ٠٫٨

أثر التعديلات الخطيه على معامل الارتباط

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص يساوي (ر) وتم تعديل كل من قيم س، ص حسب العلاقة :

$س^* = أ س + ب$ ، $ص^* = ج ص + د$

$أ \neq ٠$ ، $ج \neq ٠$

فان معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ يساوي

① اذا كانت اشارة أ، ج متشابهتان + + ، - - فتبقى (ر)

② اذا كانت اشارة أ، ج مختلفتان + ، - او - ، + تصبح (- ر) تغير اشارتها.

مثال ⑦

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س، ص هو (- ٠٫٨) فجد معامل الارتباط بين $س^*$، $ص^*$ اذا كانت

$س^* = ٢ س - ٣$ ، $ص^* = ١ - ص$

الحل

اشارة معامل س = اشارة معامل ص

$\Rightarrow$ (ر = - ٠٫٨) لا تتغير

مكتبة الوسام ALWESAM
الاستاذ ناجح الجمزاوي

مثال (٨)

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو (٠,٤) فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يأتي

① $س^* = ٣س - ٢$ $ص^* = -ص + ٥$

الكل
اشارة معامل س ≠ اشارة معامل ص
← ر يصبح (-٠,٤) تغيرت اشارتها

② $س^* = ٤ - س$ $ص^* = ٢ - ص$

اشارة س = اشارة ص
← ر لاتتغير = ٠,٤

③ $س^* = ١ - ٣س$ $ص^* = -(٤ - ص)$

اشارة معامل س سالبة
اشارة معامل ص + (-X)
مختلفة تتغير ر

ر = -٠,٤

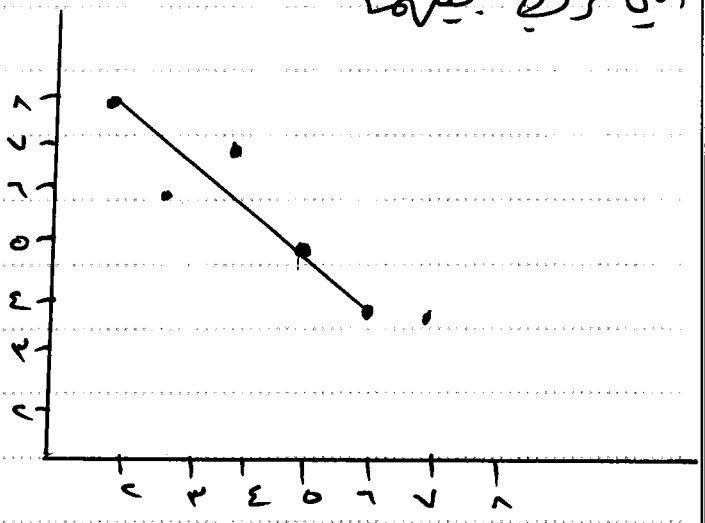
مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ٢٦٣

النقط (٢، ٨) ، (٣، ٦) ، (٥، ٥) ، (٤، ٧) ، (٦، ٤) ، (٨، ٢) ، (٧، ٣) ، (١، ٧)

تمثل القيم المتناظرة للمتغيرين س ، ص ، حدد شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص ، محددًا نوع العلاقة التي تربط بينهما



نوع العلاقة عكسية

تدريب ② ص ٢٦٥

احسب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص كما في الجدول الآتي

س	٢	٣	٦	٨	٩	١٠	١١
ص	٦	١٠	٥	٨	٤	٢	٧

الحل

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
٢	٦	−٥	٠	٠	٢٥	٠
٣	١٠	−٤	٤	−١٦	١٦	١٦
٦	٥	−١	−١	١	١	١
٨	٨	١	٢	٢	١	٤
٩	٤	٢	−٢	−٤	٤	٤
١٠	٢	٣	−٤	−١٢	٩	١٦
١١	٧	٤	١	٤	١٦	١
٤٩	٤٢			−٢٥	٧٢	٤٢

$\bar{س} = \frac{٤٩}{٧} = ٧$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٢}{٧} = ٦$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{-٢٥}{\sqrt{٧٢ \times ٤٢}}$$ عكسي

مكتبة الرسام Alrssam
المعلم ناجح الجمزاوي

تدريب ③ ص٦٦

اذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما ٧ ، $\sum (س - \bar{س})^2 = ٤$

$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٩$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢$

فاحسب معامل ارتباط بيرسون بين هذين المتغيرين محددًا نوع العلاقة بينهما

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٢}{\sqrt{٩ \times ٤}} = \frac{٢}{٣ر٦} = \frac{٢}{٦}$$

$$= \frac{١}{٣}$$

نوع العلاقة

علاقة طردية

تدريب ④ ص٦٨

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص هو ٠٫٦٥ فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يأتي :

(أ) $س^* = -٨س + ٥$ ، $ص^* = ٨ - ص$

اشارة س ≠ اشارة ص

$\Leftarrow ر = -٠٫٦٥$

(ب) $س^* = س + ٥$ ، $ص^* = ٦ص - ٥$

اشارة س = اشارة ص

$\Leftarrow ر = ٠٫٦٥$ كما هي

(ج) $س^* = ٤٠ - ٣س$ ، $ص^* = ص - ٥$

اشارة س ≠ اشارة ص

$\Leftarrow ر = -٠٫٦٥$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

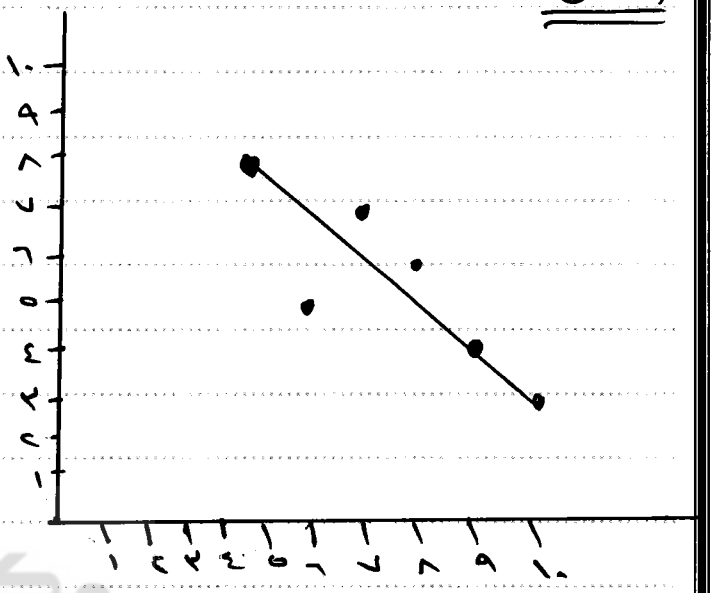
الأسئلة

الكتاب صفحة ٢٦٩

السؤال الأول

النقط (٧،٧) ، (٨،٦) ، (٦،٥) ، (٥،٨) ، (٩،٤) ، (٦،٤) ، (١٠،٢) تمثل القيم المتناظرة لمتغيرين ، ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص ، محددًا نوع العلاقة التي تربط بينهما .

الحل



علاقة خطية عكسية

السؤال الثاني

الجدول الآتي يبين بُعد مؤسسة استهلاكية عن مركز المدينة بالكيلومتر (س) ، وحجم مبيعات المؤسسة بالألف دينار شهريًا (ص) لخمس مؤسسات احسب معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص .

س	٧	٦	٢	٣	١٢
ص	١١	٩	٦	٨	٦

الحل

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٧	١١	١	٣	٣	١	٩
٦	٩	٠	١	٠	٠	١
٢	٦	٤-	٢-	٨	١٦	٤
٣	٨	٣-	٠	٠	٩	٠
١٢	٦	٦	٢-	١٢-	١٦	٤
٣٠	٤٠	٠	٠	١٠-	٤٢	١٨

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$و = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}} = \frac{-١٠}{\sqrt{٤٢ \times ١٨}}$

السؤال الثالث

احسب معامل الارتباط بين المتغيرين : س ، ص للقيم المبينة في الجدول الآتي :

س	٦٠	٧٠	٧٥	٩٥
ص	٨٠	١٠٠	٩٠	٥٠

ص	س	(س - س̄)	(ص - ص̄)	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٨٠	٦٠	-١٥	٠	٠	٢٢٥	٠
١٠٠	٧٠	-٥	٢٠	-١٠٠	٢٥	٤٠٠
٩٠	٧٥	٠	١٠	٠	٠	١٠٠
٥٠	٩٥	٢٠	-٣٠	-٦٠٠	٤٠٠	٩٠٠
٣٠٠	٣٠٠	٠	٠	-٧٠٠	٦٥٠	١٤٠٠

$\bar{س} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥$

$\bar{ص} = \frac{٣٢٠}{٤} = ٨٠$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{-٧٠٠}{\sqrt{١٤٠٠ \times ٦٥٠}} = \frac{-٧٠٠}{٩٥٤}$$

$= -٠٫٧٣$

علاقة خطية عكسية

السؤال الرابع

اذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما (٧) ، $\sum (س - \bar{س})^٢ = ٢٠$

$\sum (ص - \bar{ص})^٢ = ٥٠٠$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = -٨$

(أ) جد معامل ارتباط بيرسون

(ب) حدد نوع العلاقة بينهما

الحل

(أ) $$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{-٨}{\sqrt{٢٠ \times ٥٠٠}} = \frac{-٨}{\sqrt{١٠٠٠٠}}$$

$$= \frac{-٨}{١٠٠} = -٠٫٠٨$$

(ب) نوع العلاقة عكسية

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الخامس

اي معاملات الارتباط الاتية أقوى

أ) ٠٫٧ ب) -٠٫٩ ج) ٠٫٨ د) -٠٫٨

(ب) -٠٫٩

السؤال السادس

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين : س ، ص هو ٠٫٨٥ فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يأتي

(أ) $س^* = -٣س + ١٥$ ، $ص^* = ٨ - ٢ص$

اشارة معامل س = اشارة معامل ص

$\leftarrow ر = ٠٫٨٥$

(ب) $س^* = ٤س + ٥٢$ ، $ص^* = ص - ٥$

اشارة س = اشارة ص

$\leftarrow ر = ٠٫٨٥$

(ج) $س^* = ١٧ - ٧س$ ، $ص^* = ٥ص - ٣$

اشارة س ≠ اشارة ص

$\leftarrow ر = -٠٫٨٥$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الانحدار

معادلة خط الانحدار

هي علاقة خطية تربط بين متغيرين وتستخدم في التنبؤ بقيمة احد المتغيرين اذا علمت قيمة معينه للمتغير الآخر

مثلاً

التنبؤ بعدل الطالب اذا علم عدد ساعات الدراسة.

(١)

معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{ص} = أ س + ب$$

أ : معامل س

ب : الحد الثابت

حيث

$$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

$$ب = \bar{ص} - أ \bar{س}$$

حيث $\bar{س}$: الوسط الحسابي لقيم س

$\bar{ص}$: الوسط الحسابي لقيم ص

(٢)

الخطأ في التنبؤ

= القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$$= ص_ر - \hat{ص}_ر$$

↓ من الجدول — من المعادلة

وهناك نوعان

موجب اذا كانت $ص_ر > \hat{ص}_ر$

سالب اذا كانت $ص_ر < \hat{ص}_ر$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال ①

اذا كان $\bar{س} = ٦$ ، $\bar{ص} = ١٨$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢٥$

$\sum (س - \bar{س})^{٢} = ١٠$ فجد معادلة خط الانحدار

الحل

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^{٢}} = \frac{٢٥}{١٠}$$

$$= \frac{٥}{٢}$$

$$ا = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$$= ١٨ - \frac{٥}{٢} \times ٦ = ١٨ - ١٥ = ٣$$

⇐ معادلة خط الانحدار هي

$$\hat{ص} = ب س + ا$$

$$= \frac{٥}{٢} س + ٣$$

مثال ②

يبين الجدول التالي معامل الذكاء ومعدل التحصيل لستة طلاب

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥	٦
معدل الذكاء س	٩٥	١٠٦	١١٩	١١٣	١١٥	١٢٤
معدل التحصيل ص	٥٣	٦٢	٨٧	٧٥	٨٦	٩٣

① جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

② قدّر معدل التحصيل المتنبأ به لطالب معامل ذكائه ١١٠

س	ص	س - $\bar{س}$	ص - $\bar{ص}$	(س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$)	$(س - \bar{س})^{٢}$
٩٥	٥٣	-١٧	-٢٣	٣٩١	٢٨٩
١٠٦	٦٢	-٦	-١٤	٨٤	٣٦
١١٩	٨٧	٧	١١	٧٧	٤٩
١١٣	٧٥	١	-١	-١	١
١١٥	٨٦	٣	١٠	٣٠	٩
١٢٤	٩٣	١٢	١٧	٢٠٤	١٤٤
٦٧٢	٤٥٦	٠	٠	٧٨٥	٥٢٨

$\bar{س} = \frac{٦٧٢}{٦} = ١١٢$ $\quad \bar{ص} = \frac{٤٥٦}{٦} = ٧٦$

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^{٢}}$$

$$= \frac{٧٨٥}{٥٢٨} = ١٫٥$$

$$ا = \bar{ص} - ب \bar{س}$$

$\bar{س} = \frac{٦٧٢}{٦} = ١١٢$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٥٦}{٦} = ٧٦$

$ا = ٧٦ - ١٫٥ \times ١١٢$

$= ٧٦ - ١٦٨ = -٩٢$

معادلة خط الانحدار

$$\hat{ص} = ب س + ا$$

$= ١٫٥ س - ٩٢$

① معدل التحصيل المتنبأ به والمقابل لمعامل الذكاء ١١٠

عندما س = ١١٠ فإن

$ص = ١٫٥ \times ١١٠ - ٩٢ = ٧٣$

مثال (٣)

يبين الجدول الاتي علامات خمس طلاب في مبحثي التاريخ والجغرافيا حيث الدهايه العظمى للعلامه (٢٠) جد معادلة خط الانحدار للتنبوء بقيم ص اذا علمت قيم س

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
علامته في التاريخ (س)	١١	١٢	١٠	١٣	١٤
علامته في الجغرافيا (ص)	١٢	١٦	١٠	١٤	١٨

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
١١	١٢	−١	−٢	٢	١
١٢	١٦	٠	٢	٠	٠
١٠	١٠	−٢	−٤	٨	٤
١٣	١٤	١	٠	٠	١
١٤	١٨	٢	٤	٨	٤
		٠	٠	١٨	١٠

$\bar{س} = \frac{٦٠}{٥} = ١٢$ ، $\bar{ص} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{١٨}{١٠} = ١٫٨$

$ل = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٤ - ١٫٨ \times ١٢$

$= ١٤ - ٢١٫٦ = -٧٫٦$

معادلة الانحدار هي

$\hat{ص} = ب س + ل$

$= ١٫٨ س - ٧٫٦$

مثال (٤)

يبين الجدول الاتي عدد المركبات المشتركه في حوادث السير في الاردن في الفترة ٢٠٠٠ - ٢٠٠٤ لأقرب الف

السنه	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤
رقم السنه (س)	١	٢	٣	٤	٥
عدد المركبات (ص)	٩٥	٩٦	٩٤	١١٧	١٢٣

اوجد

(أ) معادلة خط الانحدار للتنبوء بقيم ص اذا علمت قيم س .

(ب) جد بخطأ في التنبوء بعدد المركبات المشتركه في الحوادث اذا كان العدد الفعلي لعدد المركبات المشتركه في الحوادث (١١٧) الف مركبه

(ج) استخدم معادلة خط الانحدار للتنبوء بعدد المركبات المشتركه في الحوادث في الاردن عام ٢٠٠٦م .

لتتبع الحل ←

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

س	ص	س ـ س̄	ص ـ ص̄	(س ـ س̄)(ص ـ ص̄)	(س ـ س̄)²
١	٩٥	ـ٢	ـ١٢	٢٤	٤
٢	٩٦	ـ١	ـ١١	١١	١
٣	٩٤	٠	ـ١٣	٠	٠
٤	١١٧	١	١٠	١٠	١
٥	١٣٣	٢	٢٦	٥٢	٤
١٥	٥٣٥	٠	٠	٩٧	١٠

$\bar{س} = \frac{١٥}{٥} = ٣$ ، $\bar{ص} = \frac{٥٣٥}{٥} = ١٠٧$

① $أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢}$

$= \frac{٩٧}{١٠} = ٩٫٧$

$ب = \bar{ص} - أ\bar{س} = ١٠٧ - ٩٫٧ \times ٣$

$= ١٠٧ - ٢٩٫١$

$= ٧٧٫٩$

معادلة خط الانحدار ـ

$\hat{ص} = ٩٫٧ س + ٧٧٫٩$

② عندما ص = ١١٧ ← س = ٤ من الجدول

$ص = ٩٫٧ \times ٤ + ٧٧٫٩ = ١١٦٫٧$

الخطأ في التنبؤ = $ص - \hat{ص}$

$= ١١٧ - ١١٦٫٧ = ٠٫٣$

③ عام ٢٠٠٦ تكون س = ٦

$ص = ٩٫٧ \times ٦ + ٧٧٫٩$

$= ٥٨٫٢ + ٧٧٫٩$

$= ١٤٥٫٨$

مثال ⑤

اذا كان س ، ص يمثلان رأس مال الشركة وارباحها مقدرة بالآلاف الدنانير على إكتسب وجمعت البيانات الاتية لخمس شركات

$\bar{س} = ١٠$ ، $\bar{ص} = ١٢$ فكان

$\sum_{ر=١}^{٥} (س - \bar{س})^٢ = ١٠٠٠$

$\sum_{ر=١}^{٥} (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٨٠$

① جد معادلة خط الانحدار ـ

② قدر ربح شركة رأس مالها س = ١١٠٠ الف دينار ـ ؟

الحل

$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢}$

$= \frac{٨٠}{١٠٠٠} = ٠٫٠٨$

$ب = \bar{ص} - أ\bar{س} = ١٢ - \frac{٨}{١٠٠} \times ١٠$

$= ١٢ - ٠٫٨ = ١١٫٢$

معادلة خط الانحدار ـ هي

$\hat{ص} = ٠٫٠٨ س + ١١٫٢$

② عندما س = ١١٠٠ الف دينار

$ص = \frac{٨}{١٠٠} \times ١١٠٠ - ١١٫٢$

$= ٨ + ١١٫٢ = ١٩٫٢$ الف

مكتبة العلم ACWESAM المعلم ناجح الجمزاوي

مثال ⑥

ليبين الجدول الآتي قيم لمتغيرين س ، ص

س	١	٢	٦	٧
ص	١٠	٨	٩	٥

جد

ⓐ معامل ارتباط بيرسون

ⓑ معادلة خط الانحدار

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
١	١٠	-٣	٢	-٦	٩	٤
٢	٨	-٢	٠	٠	٤	٠
٦	٩	٢	١	٢	٤	١
٧	٥	٣	-٣	-٩	٩	٩
١٦	٣٢	٠	٠	-١٣	٢٦	١٤

$\bar{س} = \frac{١٦}{٤} = ٤$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٢}{٤} = ٨$

ⓐ $ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$

$= \frac{-١٣}{\sqrt{٢٦ \times ١٤}} = -٠.٧٥$

ⓑ معادلة خط الانحدار $\hat{ص} = ب س + ا$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{-١٣}{٢٦} = -٠.٥$

$ا = \bar{ص} - ب \bar{س} = ٨ - (-٠.٥ \times ٤) = ٨ + ٢ = ١٠$

$\hat{ص} = -٠.٥ س + ١٠$

مثال ⑦

توصل قسم الانتاج في مصنع ما إلى معادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) في المصنع ، وكمية الاستهلاك من الكهرباء بالكيلوواط / ساعة (ص) فكانت $\hat{ص} = ٠.٣ س + ٠.٥$ س اعتمد على معادلة الانحدار في الاجابة عن الاسئلة الآتية

ⓐ استخرج من المعادلة قيم ب ، ا

ⓑ قدّر كمية الاستهلاك من الكهرباء اذا كانت ساعات العمل ليوم ما (٨) ساعات .

الحل

ⓐ $\hat{ص} = ٠.٣ س + ٠.٥$

$ب = ٠.٣$ ، $ا = ٠.٥$

ⓑ عندما عدد ساعات العمل $= ٨$

$\Leftarrow \hat{ص} = ٠.٣ \times ٨ + ٠.٥$

$= ٢.٤ + ٠.٥ = ٢.٩$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

مثال (٨)

يبين الجدول الآتي نتائج دراسة اجريت لمعرفة تأثير عدد ساعات العمل المتواصل في دقة العمل من حيث الاخطاء التي يرتكبها الموظف

عدد ساعات العمل	٨	٨	١٢	١٢	١٦	٢٠	٢٠	٢٤
عدد الاخطاء	٦	٦	٦	١٠	٨	١٢	١٠	١٦

(أ) ارسم شكل الانتشار بين المتغيرين س ، ص

(ب) هل تعتقد وجود علاقة خطية بين المتغيرين س ، ص ؟

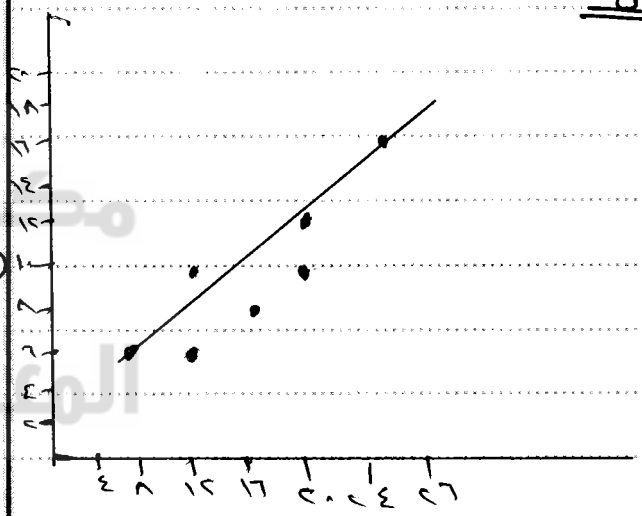
(ج) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

(د) قدر عدد الاخطاء اذا كانت عدد ساعات العمل (١٠)

(هـ) جد الخطأ في التنبؤ لعدد ساعات العمل (١٦) ساعة

الحل

(أ)



(ب) يوجد علاقة خطية وهي طردية قوية.

(ج)

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٨	٦	−٧	−٤	٢٨	٤٩
٨	٦	−٧	−٤	٢٨	٤٩
١٢	٦	−٣	−٤	١٢	٩
١٢	١٠	−٣	٠	٠	٩
١٦	٨	١	−٢	−٢	١
٢٠	١٢	٥	٢	١٠	٢٥
٢٠	١٠	٥	٦	٣٠	٢٥
٢٤	١٦	٩	٦	٥٤	٨١
١٢٠	٨٠	٠	٠	١٦٠	٢٤٨

$\bar{س} = \frac{١٢٠}{٨} = ١٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٨٠}{٨} = ١٠$

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{١٦٠}{٢٤٨} = ٠٫٦٥$$

$$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٠ - ٠٫٦٥ \times ١٥ =$$

$$= ١٠ - ٩٫٧٥ = ٠٫٢٥$$

معادلة خط الانحدار هي $\hat{ص} = ٠٫٦٥ س + ٠٫٢٥$

(د) عندما س = ١٠ فان

$$ص = ٠٫٦٥ \times ١٦ + ٠٫٢٥ =$$

$$٦٫٥ + ٠٫٢٥ = ٦٫٧٥$$

(هـ) عندما س = ١٦ فان

$$\hat{ص} = ٠٫٦٥ \times ١٦ + ٠٫٢٥$$

$$= ١٠٫٤ + ٠٫٢٥ = ١٠٫٦٥$$

الخطأ في التنبؤ = $٨ - ١٠٫٦٥ = -٢٫٦٥$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

تدريبات الكتاب

تدريب ① ص ٢٧٣

الجدول الآتي يبين معدل اربعة طلاب في امتحانات الثانوية العامة والجامعة :-

رقم الطالب	١	٢	٣	٤
معدل الثانوية العامة (س)	٦٥	٧٠	٨٠	٨٥
معدل الجامعة (ص)	٦٠	٦٠	٧٠	٩٠

أجب عما يأتي

(أ) جد معادلة خط الانحدار.

(ب) تنبأ بمعدل طالب في الجامعة اذا كان معدله في الثانوية العامة ٨٨

(ج) جد خطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الجامعة اذا كان معدله في الثانوية العامة ٧٠

(أ)

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
٦٥	٦٠	-١٠	-١٠	١٠٠	١٠٠
٧٠	٦٠	-٥	-١٠	٥٠	٢٥
٨٠	٧٠	٥	٠	٠	٢٥
٨٥	٩٠	١٠	٢٠	٢٠٠	١٠٠
٣٠٠	٢٨٠	٠	٠	٣٥٠	٢٥٠

$\bar{س} = \frac{٣٠٠}{٤} = ٧٥$ ، $\bar{ص} = \frac{٢٨٠}{٤} = ٧٠$

$$م = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٣٥٠}{٢٥٠}$$

$$= ١٫٤$$

$$ب = \bar{ص} - م\bar{س} = ٧٠ - ١٫٤ \times ٧٥$$

$$= ٧٠ - ١٠٥$$

$$= -٣٥$$

معادلة خط الانحدار

$$\hat{ص} = م س + ب$$

$$= ١٫٤ س - ٣٥$$

(ب) عندما $س = ٨٨$

$$\hat{ص} = ١٫٤ \times ٨٨ - ٣٥$$

$$= ١٢٣٫٢ - ٣٥$$

$$= ٨٨٫٢$$

(ج) $س = ٧٠$

$$\hat{ص} = ١٫٤ س - ٣٥$$

$$= ١٫٤ \times ٧٠ - ٣٥$$

$$= ٩٨ - ٣٥ = ٦٣$$

الخطأ في التنبؤ من الجدول

$$٦٠ - ٦٣$$

$$= -٣$$

تدريب ③ ص ٢٧٤

اذا علمت ان معادلة خط الانحدار للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الاخطاء التي يرتكبها الموظف في هذا اليوم (ص) هي $\hat{ص} = ٠٫٦ س + ١$ فاجب عما يأتي

① تنبأ بعدد الاخطاء التي سيرتكبها موظف يعمل مدة ١٠ ساعات يوميا

② اذا كان عدد الاخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٥ ساعة يوميا هو ٦ اخطاء فجد الخطأ في التنبؤ

الحل

(أ) عندما س = ١٠

$\hat{ص} = ٠٫٦ \times ١٠ + ١$

$= ٦ + ١ = ٧$

(ب) $\hat{ص} = ٠٫٦ س + ١$

$= ٠٫٦ \times ١٥ + ١$

$= ٩ + ١ = ١٠$

الخطأ في التنبأ $= ٦ - ١٠$

$= -٤$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

الأسئلة

الكتاب ص٢٧٥

السؤال الاول

الجدول الآتي يبين معدل خمسة طلاب في الصفين التاسع والعاشر

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
التاسع (س)	٥٠	٥٥	٧٠	٨٥	٩٠
العاشر (ص)	٦٠	٧٠	٦٠	٧٠	٨٠

(أ) جد معادلة خط الانحدار

(ب) تنبأ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في الصف التاسع ٨٨

(ج) جد خطأ في التنبؤ بمعدل طالب في الصف العاشر اذا كان معدله في الصف التاسع ٩٠

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٥٠	٦٠	−٢٠٠	−٨	+١٦٠٠	٤٠٠٠
٥٥	٧٠	−١٥٠	٢	−٣٠٠	٢٢٥٠
٧٠	٦٠	٠	−٨	٠	٠
٨٥	٧٠	١٥٠	٢	٣٠٠	٢٢٥٠
٩٠	٨٠	٢٠٠	١٢	٢٤٠٠	٤٠٠٠
٣٥٠	٣٤٠	٠	٠	٨٠٠	١٢٥٠٠

س̄ = ٣٥٠/٥ = ٧٠ ، ص̄ = ٣٤٠/٥ = ٦٨

ب = Σ(س − س̄)(ص − ص̄) / Σ(س − س̄)² = ٨٠٠ / ١٢٥٠٠ = ٠٫٠٦٤

أ = ص̄ − ب س̄ = ٦٨ − ٠٫٠٦٤ × ٧٠ = ٦٨ − ٤٫٤٨ = ٦٣٫٥٢

ص̂ = ٠٫٠٦٤ س + ٦٣٫٥٢

(أ) س = ٨٨

ص̂ = ٠٫٠٦٤ × ٨٨ + ٦٣٫٥٢

= ٥٫٦٣٢ + ٦٣٫٥٢

= ٦٩٫١٥٢

(ب) ص̂ = ٠٫٠٦٤ × ٩٠ + ٦٣٫٥٢ = ٦٩٫٢٨

الخطأ = ٨٠ (من الجدول) − ٦٩٫٢٨ = ١٠٫٧٢

مكتبة الوسام AlWesam

السؤال الثاني

اذا كان س ، ص متغيرين وعدد قيم كل منهما (٨) ،

$\sum (س - \bar{س})^2 = ٢٠$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٤٠$

$\bar{س} = ١٥$ ، $\bar{ص} = ٤٥$ جد معادلة خط الانحدار.

الحل

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$$

$$= \frac{٤٠}{٢٠} = ٢$$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٤٥ - ٢ \times ١٥$

$= ٤٥ - ٣٠ = ١٥$

$\hat{ص} = أ + ب س$

$= ١٥ + ٢ س$

السؤال الثالث

اذا علمت ان معادلة خط الانحدار للعلاقة بين قيمة رأس المال (س) والارباح السنوية لشركة بالالف دينار (ص) هي

$\hat{ص} = ١٠ + ٠٫٣ س$ جد بخطأ في التنبؤ بارباح الشركة رأس مالها ٦٠ الف دينار - وارباحها السنوية ٤٧٫٤ الف دينار.

الحل

$\hat{ص} = ١٠ + ٠٫٣ س$

$س = ٦٠$

$\hat{ص} = ١٠ + ٠٫٣ \times ٦٠$

$= ١٠ + ١٨ = ٢٨$

الخطأ في التنبؤ

= القيمة الحقيقية - التنبأ بها

$= ٤٧٫٤ - ٢٨$

$= ٠٫٦$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوحدة

الكتاب صفحة ٢٧٦

السؤال الأول

بكم طريقة لكل اختيار ٤ مهندسين و٣ فنيين لتكوين لجنة من بين ٥ مهندسين و ١٠ فنيين؟

الحل

٥ مهندسين	١٠ فنيين
اختيار ٤	٣

الكل $(\binom{5}{4}) \times (\binom{10}{3})$

السؤال الثاني

جد قيمة ر التي تحقق المعادلة

$٣ ل(٦ ر) = ٣٦٠$

الحل

$٣ ل(٦ ر) = ٣٦٠$

بالقسمة على ٣

$ل(٦ ر) = \frac{٣٦٠}{٣} = ١٢٠$

$٦ \times ٥ \times ٤ = ١٢٠$

$ر = ٣$

السؤال الثالث

اذا كانت (س) متغيراً عشوائياً ذا حدين وكان ن = ٢ ، ل = ٠٫٤ حيث

(أ) مدى س

(ب) التوزيع الاحتمالي للمتغير س

الحل ن = ٢ ، ل = ٠٫٤ ، ق = ١ - ل = ٠٫٦

س = {٠ ، ١ ، ٢}

$ل(س=٠) = (\binom{2}{0})(٠٫٤)^0(٠٫٦)^2 = ٠٫٣٦$

$ل(س=١) = (\binom{2}{1})(٠٫٤)^1(٠٫٦)^1 = ٠٫٤٨$

$ل(س=٢) = (\binom{2}{2})(٠٫٤)^2(٠٫٦)^0 = ٠٫١٦$

س	٠	١	٢
ل(س)	٠٫٣٦	٠٫٤٨	٠٫١٦

مكتبة المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

اذا كان الوسط الحسابي لأعمار مجموعة من الاشخاص هو (٤٢) سنه ، والانحراف المعياري لها ٤ ، فجد العمر الذي ينحرف الخرافين معيارين تحت الوسط الحسابي

الحل

$\bar{س} = ٤٢$ ، $ع = ٤$

$ز = -٢$

$ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

$-٢ = \frac{س - ٤٢}{٤}$ ضرب تبادلي

$س - ٤٢ = -٨$

$+٤٢ \quad +٤٢$

$س = ٣٤$ ←

السؤال الخامس

اذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) معطى بالمجموعة

{ (١ ، ٠٫٤) ، (٢ ، ٠٫٥) ، (٣ ، ب) }

جد قيمة ب ؟

الحل

مجموع الاحتمالات = ١

$٠٫٤ + ٠٫٥ + ب = ١$

$٠٫٩ + ب = ١$

$ب = ١ - ٠٫٩ = ٠٫١$

السؤال السادس

اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين : س ، ص هو (-٠٫٨) فجد معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ في كل مما يأتي

(أ) $س^* = -١٠س$ ، $ص^* = ٨ - ص$

اشارة معامل س = معامل ص

⇐ للمتغير ر = -٠٫٨

(ب) $س^* = ٤س + ٨$ ، $ص^* = ٥ - ص$

اشارة س = اشارة ص

للمتغير ر

ر = -٠٫٨

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

السؤال الرابع

الجدول الآتي يبين القيم المتناظرة للمتغيرين س ، ص

س	١	٢	٤	٥
ص	٥	٦	٧	١٠

(أ) جد معادلة خط الانحدار

(ب) تنبأ بقيمة ص اذا كان س = ١٤

(ج) جد الخطأ في التنبؤ بقيمة ص اذا كان س = ٤

الحل

(أ)

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
١	٥	-٢	-٢	٤	٤
٢	٦	-١	-١	١	١
٤	٧	١	٠	٠	١
٥	١٠	٢	٣	٦	٤
١٢	٢٨	٠	٠	١١	١٠

$\bar{س} = \frac{١٢}{٤} = ٣$ ، $\bar{ص} = \frac{٢٨}{٤} = ٧$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{١١}{١٠} = ١٫١$

$ا = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٧ - ١٫١ \times ٣$

$= ٧ - ٣٫٣ = ٣٫٧$

معادلة خط الانحدار هي

$\hat{ص} = ب س + ا$

$= ١٫١ س + ٣٫٧$

(ب) $س = ١٤$

$\Leftarrow ص = ١٫١ \times ١٤ + ٣٫٧$

$= ١٥٫٤ + ٣٫٧$

$= ١٩٫١$

(ج) الخطأ في التنبؤ

$س = ٤ \Leftarrow ص = ١٫١ \times ٤ + ٣٫٧$

$= ٤٫٤ + ٣٫٧$

$= ٨٫١$

لكنه في الجدول $\leftarrow ٧$

الخطأ $= ٧ - ٨٫١ = -١٫١$

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الثامن

اذا كان (ز) متغيرًا عشوائيًا طبيعيًا معياريًا ، جد قيمة كل مما يأتي باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري :

(أ) ل (ز ≤ ١٫٧) = ٠٫٩٥٥٤

(ب) ل (ز ≤ ٢٫١٥) من الجدول
= ٠٫٩٨٤٣

(ج) ل (ز ≤ -١٫٤)
= ل (ز ≥ ١٫٤)
= ٠٫٨٧٩٢

(د) ل (ز ≤ -٢٫٥)
= ١ - ل (ز ≤ ٢٫٥)
= ١ - ٠٫٩٩٣٨
= ٠٫٠٠٦٢

(هـ) ل (-١٫٣ ≤ ز ≤ ١٫٥)
= ل (ز ≤ ١٫٥) - ل (ز ≤ -١٫٣)
= ل (ز ≤ ١٫٥) - (١ - ل (ز ≤ ١٫٣))
= ٠٫٩٣٢٨ - (١ - ٠٫٩٠٣٢)
= ٠٫٩٣٢٨ - ٠٫٠٩٦٨
= ٠٫٨٦٤٣

السؤال التاسع

اذا كان (س) متغيرًا عشوائيًا يتبع التوزيع الطبيعي الذي وسطه الحسابي ٩٠ وانحرافه المعياري (٥) جد

(أ) ل (س ≤ ٨٥)

الحل

ل (س ≤ ٨٥) = ل (ز ≤ (٨٥ - ٩٠)/٥)
= ل (ز ≤ -٥/٥) = ل (ز ≤ -١)
= ١ - ل (ز ≤ ١)
= ١ - ٠٫٨٤١٣
= ٠٫١٥٨٧

(ب) ل (س ≤ ٩٣)

= ل (ز ≤ (٩٣ - ٩٠)/٥)
= ل (ز ≤ ٣/٥) = ل (ز ≤ ٠٫٦)
= ١ - ل (ز ≤ ٠٫٦)
= ١ - ٠٫٧٢٥٧
= ٠٫٢٧٤٣

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

السؤال الهامش

اذا كان متوسط فصل ١٠٠٠ طالبة في احدى مدارس عمان ٨٠ ، والانحراف المعياري ٥ ، وكانت المعدلات تتوزع توزيعًا طبيعيًا ، واختيرت احدى الطالبات عشوائيًا ، فجد :

(أ) احتمال ان لا يزيد معدل الطالبة عن ٧٥

$$ل(س \leq ٧٥) = ل(ز \leq \frac{٧٥-٨٠}{٥})$$
$$= ل(ز \leq \frac{-٥}{٥}) = ل(ز \leq -١)$$
$$= ل(ز \geq ١)$$
$$= ٠,٨٤١٣$$

(ب) احتمال ان يكون معدل الطالبة محصورًا بين ٧٠ و ٩٠

الحل

$$ل(٧٠ \leq س \leq ٩٠)$$
$$= ل(\frac{٧٠-٨٠}{٥} \leq ز \leq \frac{٩٠-٨٠}{٥})$$
$$= ل(\frac{-١٠}{٥} \leq ز \leq \frac{١٠}{٥})$$
$$= ل(-٢ \leq ز \leq ٢)$$
$$= ل(ز \leq ٢) - ل(ز \leq -٢)$$
$$= ل(ز \leq ٢) - (١ - ل(ز \leq ٢))$$
$$= ٠,٩٧٧٢ - (١ - ٠,٩٧٧٢)$$
$$= ٠,٩٧٧٢ - ٠,٠٢٢٨$$
$$= ٠,٩٥٤٤$$

(ج) عدد الطالبات اللواتي يزيد معدل كل منهن على ٧٠

$$ل(س \geq ٧٠) = ل(ز \geq \frac{٧٠-٨٠}{٥})$$
$$= ل(ز \geq \frac{-١٠}{٥}) = ل(ز \geq -٢)$$
$$= ل(ز \leq ٢) = ٠,٩٧٧٢$$

عدد الطلبة $= ١٠٠٠ \times ٠,٩٧٧٢$
$= ٩٧٧$ طالبة

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

أسئلة الوزارة

وزارة (٢٠٠٨) شتوية

① توصل باحث تربوي الى معادلة الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة (س) والمعدل في إمتحان الثانوية العامة (ص) فكانت
$\hat{ص} = ٣س + ٦٥$

ا) جد قيمة كل من أ، ب

الحل

$أ = ٣$ $ب = ٦٥$

ب) درست طالبة (٨) ساعات يوميًا وحصلت على معدل (٨٦) احسب الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصلت عليه الطالبة وقارنه على معادلة خط الانحدار المعطاه

الحل

$\hat{ص} = ٣س + ٦٥$ $س = ٨$

$= ٣ \times ٨ + ٦٥ = ٨٩$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - المتنبأ بها

$= ٨٦ - ٨٩ = -٣$

ج) اذا كان س، ص متغيرين وعدد قيم كل منها يساوي (٨) وكان

$\sum (س - \bar{س})^2 = ٢٠٠$

$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ١٢٨$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٢٠$

اوجد معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{١٢٠}{\sqrt{١٢٨ \times ٢٠٠}} = \frac{١٢٠}{١٦٠}$$

$= ٠,٧٥$

مكتبة العلم ALWESAM العلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠٠٨) صيفية

① مثل الشكل المجاور شكل الانتشار بين متغيرين س ، ص

ما هي اقرب قيمة لمعامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص

أ ، ب ، -١ ، -٠,٧ ، ٠,٧

اكل (٠,٧)

② اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما ٥ ، وكان $\bar{س} = ٥$ ، $\bar{ص} = ٧٥$ ، $ع_س = ٣$ ، $ع_ص = ٣$

① جد معادلة خط الانحدار

② جد الخطأ في التنبؤ اذا كانت س = ٨ وقيمة الحقيقية المناظرة لها (٨٢)

الحل

① $ص = ٣س + ب$

$ب = \bar{ص} - ٣\bar{س} = ٧٥ - ٣ \times ٥$

$= ٧٥ - ١٥ = ٦٠$

$\hat{ص} = ٣س + ٦٠$

② القيمة المتنبأ بها عندما س = ٨ هي

$\hat{ص} = (٨ \times ٣) + ٦٠ = ٨٤$

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - المتنبأ بها

$= ٨٢ - ٨٤ = -٢$

وزارة (٢٠١٩) شتوية

يبين الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) في امتحان قصيرها العظمى (١٠)

① انقل الجدول الى دفتر اجابتك ثم املأ الاعمدة الواردة فيه

② معتمدًا على الجدول احسب معامل ارتباط بيرسون

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
٦	٥	١	١	١	١	١
٧	٦	٢	٢	٤	٤	٤
٥	٤	٠	٠	٠	٠	٠
٣	١	-٢	-٣	٦	٤	٩
٤	٤	-١	٠	٠	١	٠
٢٥	٢٠	٠	٠	١١	١٠	١٤

← يتبع الحل

مكتبة العوسم ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

معامل ارتباط بيرسون = ر

$$= \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{11}{\sqrt{14 \times 10}} = 0.93$$

وزارة (٢٠١٩) صيفية

① معتمداً على المعلومات الواردة في الجدول الآتي جد معامل ارتباط بيرسون .

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٣	١٠	-٢	٢	-٤	٤	٤
٤	٩	-١	١	-١	١	١
٥	٧	٠	-١	٠	٠	١
٦	٨	١	٠	٠	١	٠
٧	٦	٢	-٢	-٤	٤	٤
				-٩	١٠	١٠

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{-٩}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = \frac{-٩}{١٠} = -٠.٩$$

② لبيان الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص) ، جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم (س)

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
٦	٩	١	٢	٢	١
٤	٨	-١	١	-١	١
٨	١٠	٣	٣	٩	٩
٧	٨	٢	١	٢	٤
٢	٥	-٣	-٢	٦	٩
٣	٢	-٢	-٥	١٠	٤
		٠	٠	٢٨	٢٨

$س̄ = \frac{٣٠}{٦} = ٥$ ، $ص̄ = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٢٨}{٢٨} = ١$$

$أ = ص̄ - ب س̄ = ٧ - ١ \times ٥$
$= ٧ - ٥ = ٢$

$\hat{ص} = أ + ب س$
$= ٢ + س$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) شتوية

① اذا كانت س ، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٠) ، وكان

$\sum (س - \bar{س})^2 = ٨١$

$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٤٠٠$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٢٥$

احسب معامل ارتباط بيرسون

الحل

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$

$= \frac{١٢٥}{\sqrt{٨١ \times ٤٠٠}} = \frac{١٢٥}{٩ \times ٢٠}$

$= ٠٫٧٥$

② معتمداً الجدول التالي حيث (س) عدد ساعات الدراسة اليومية لعينة طلاب (ص) علامة كل منهم في امتحان ما

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
عدد ساعات الدراسة (س)	٣	٤	٧	٥	١
العلامة ص	٤	١٦	٢٠	١١	٩

أكتب معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيم س

الحل

س	ص	س - $\bar{س}$	(ص - $\bar{ص}$)	(س - $\bar{س}$)(ص - $\bar{ص}$)	$(س - \bar{س})^2$
٣	١٤	-١	٠	٠	١
٤	١٦	٠	٢	٠	٠
٧	٢٠	٣	٦	١٨	٩
٥	١١	١	-٣	-٣	١
١	٩	-٣	-٥	١٥	٩
٢٠	٧٠	٠		٣٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$ ، $\bar{ص} = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$

$= \frac{٣٠}{٢٠} = \frac{٣}{٢} = ١٫٥$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٤ - ١٫٥ \times ٤$

$= ١٤ - ٦ = ٨$

معادلة خط الانحدار هي

$\hat{ص} = ب س + أ$

$= ١٫٥ س + ٨$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٠) صيفية

① لبيان الجدول المجاور علامات (٥) طلاب في مبحثي الفيزياء والجغرافيا في امتحان قصير النهاية العظمى له (١٠) احسب معامل ارتباط بيرسون

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الفيزياء (س)	٢	٥	٣	٦	٤
الجغرافيا (ص)	٥	٦	٣	٧	٩

س	ص	س-س̄	ص-ص̄	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
٢	٥	-٢	-١	٢	٤	١
٥	٦	١	٠	٠	١	٠
٣	٣	-١	-٣	٣	١	٩
٦	٧	٢	١	٢	٤	١
٤	٩	٠	٣	٠	٠	٩
٢٠	٣٠	٠	٠	٧	١٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

$= \frac{\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sqrt{\sum (س-\bar{س})^٢ \times \sum (ص-\bar{ص})^٢}}$

$= \frac{٧}{\sqrt{١٠ \times ٢٠}} = \frac{٧}{٢٠٠}$

$= ٠.٥$

② في دراسة اجراها احد طلبة الدراسات العليا توصل الى معادلة خط الانحدار الخطي للعلاقة بين ساعات الدراسة (س) ومعدل التحصيلي (ص) لطلبة احدى الجامعات فكانت $\hat{ص} = ٣٥ + ٥س$ وعلمًا ان معادلة خط الانحدار أجب عن الاسئلة التالية

③ صيغ م ف ن

الحل

$م = ٥$ $ن = ٣٥$

① قدّر معدل طالب اذا كانت ساعات الدراسة اليومية له ٥ ساعات

الحل

$س = ٥$ $\hat{ص} = ٥س + ٣٥$

$\hat{ص} = ٥ \times ٥ + ٣٥ = ٢٥ + ٣٥$

$= ٧٨$

② اذا كان معدل طالب درس (٨) ساعات يوميًا هو (٩٥) فما خطأ التنبؤ

الحل

خطأ التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

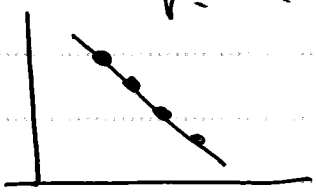
القيمة المتنبأ بها $\hat{ص} = ٨ \times ٥ + ٣٥$

$= ٩٣$

الخطأ $= ٩٥ - ٩٣ = ٢$

وزارة (٢٠١١) شتوية

① معتمداً شكل الانتشار المجاور الذي يبين العلاقة بين المتغير (س) و المتغير (ص) ما هي معامل الارتباط (ر) بينهما



أ) -١ ب) ٠ ج) ١ د) -٠.١

الاجابة (أ) -١

② يبين الجدول الآتي علامات ثلاثة طلاب في مبحثي الرياضيات والعلوم في اختبار قصير أكمل الجدول لحساب معامل ارتباط بيرسون

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٢	٤	٠	١	٠	٠	١
١	٢	-١	-١	١	١	١
٣	٣	١	٠	٠	١	٠
٦	٩	٠	٠	١	٢	٢

$\bar{س} = \frac{٦}{٣} = ٢$ ، $\bar{ص} = \frac{٩}{٣} = ٣$

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{١}{\sqrt{٢ \times ٢}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٤}} = \frac{١}{٢}$

③ اذا علمت ان معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات العمل اليومي (س) وعدد الاخطاء (ص) التي يرتكبها موظف في اليوم الواحد هي

$\hat{ص} = ٠.٦ س + ١$ معتمداً تلك المعادلة اجب عما يأتي

① تنبأ بعدد الاخطاء التي يرتكبها موظف يعمل ١٠ ساعات في اليوم

الحل

$\hat{ص} = ٠.٦ س + ١$

$= ٠.٦ \times ١٠ + ١ = ٦ + ١ = ٧$

② اذا كان عدد الاخطاء التي يرتكبها موظف يعمل (١٥) ساعة في اليوم هي (٦) اخطاء فما الخطأ في التنبؤ ؟

$\hat{ص} = ٠.٦ \times ١٥ + ١ = ٩ + ١$

القيمة المتنبأ بها = ١٠

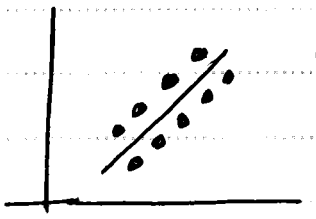
الخطأ في التنبؤ = ٦ - ١٠ = -٤

= القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

مكتبة العلم ALWESAM العلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١١) صيفية

① معتمدًا الشكل المجاور والذي يمثل العلاقة بين المتغيرين س، ص ما القيمة التقديرية لمعامل الارتباط بين المتغيرين س، ص؟



أ) -٠٫٨٥ ب) -٠٫١٥
ج) ٠٫١٥ د) ٠٫٨٥

الحل ⓓ ٠٫٨٥

② الجدول الآتي يبين علامات ستة طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والتاريخ (ص) في امتحان قصير النهاية العظمى له (١٠)، احسب معامل ارتباط بيرسون بين س، ص.

الرياضيات (س)	٨	٦	٤	٦	٦
التاريخ (ص)	٤	٥	٥	٧	٤

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٨	٤	٢	-١	-٢	٤	١
٦	٥	٠	٠	٠	٠	٠
٤	٥	-٢	٠	٠	٤	٠
٦	٧	٠	+٢	٠	٠	٤
٦	٤	٠	-١	٠	٠	١
		٠	٠	-٢	٨	٦

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ ، $\bar{ص} = \frac{٢٥}{٥} = ٥$

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{-٢}{\sqrt{٨ \times ٦}} = \frac{-٢}{\sqrt{٤٨}}$$

③ اذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (٥)، وكان

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٨٠$

$\sum (س - \bar{س})^٢ = ٤٠$ ، $\bar{س} = ٦$ ، $\bar{ص} = ١٣$

ص̂ معادلة خط الانحدار

الحل

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{٨٠}{٤٠}$$

$= ٢$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٣ - ٢ \times ٦$

$= ١٣ - ١٢ = ١$

$ص̂ = ب س + أ$

$= ٢ س + ١$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) شتوية

① أكمل الجدول الآتي لحساب معامل ارتباط بيرسون

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²	(ص - ص̄)²
٣	٦	-٢	-١	٢	٤	١
٥	٥	٠	-٢	٠	٠	٤
٦	٩	١	٢	٢	١	٤
٧	٨	٢	١	٢	١	١
٤	٧	-١	٠	٠	١	٠
		٠	٠	٦	١٠	١٠

$$ر = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sqrt{\sum (س - س̄)^2 \times \sum (ص - ص̄)^2}}$$

$$= \frac{٦}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = \frac{٦}{١٠٠} = \frac{٦}{١٠} = ٠٫٦$$

② اذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠٫٩٤ فان الارتباط بين س ، ص هو

أ) طردي تام ب) عكسي
ج) طردي د) عكسي تام

الاجابة (د) طردي

③ استخدم المعلومات في الجدول الآتي لايجاد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط بين المتغيرين س ، ص

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
٥	٦	-٣	-٢	٦	٩
٦	٧	-٢	-١	٢	٤
٧	٨	-١	٠	٠	١
٨	٩	٠	١	٠	٠
١٤	١٠	٦	٢	١٢	٣٦
٤٠	٤٠	٠	٠	٢٠	٥٠

$$س̄ = \frac{٤٠}{٥} = ٨ \qquad ص̄ = \frac{٤٠}{٥} = ٨$$

معادلة خط الانحدار

$$\hat{ص} = ب س + ا$$

$$ب = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sum (س - س̄)^2}$$

$$= \frac{٤٠}{٥٠} = \frac{٤}{٥} = ٠٫٨$$

$$ا = ص̄ - ب س̄$$

$$= ٨ - ٠٫٨ \times ٨ = ٨ - ٦٫٤$$

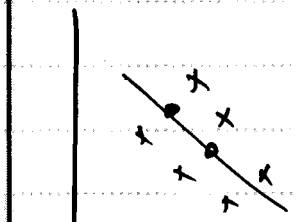
$$= ١٫٦$$

$$\hat{ص} = ٠٫٨ س + ١٫٦$$

مكتبة العلم ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٢) صيفية

① عثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع ما بين المتغيرين س، ص عكيه تقدير معامل الارتباط بين المتغيرين س، ص بـ



أ) ٠٫٨ ب) -١
ج) ١ د) -٠٫٨

الحل

① د) -٠٫٨

② أكمل الجدول المجاور كما بها معامل ارتباط بيرسون

س	ص	س-سَ	ص-صَ	(س-سَ)(ص-صَ)	|س-سَ|	(ص-صَ)٢
٨	٦	١	٠	٠	١	٠
٧	٥	٠	-١	٠	٠	١
٦	٧	-١	١	-١	١	١
٩	٨	٢	٢	٤	٤	٤
٥	٤	-٢	-٢	٤	٤	٤
		٠	٠	٧	١٠	١٠

سَ = ٣٥/٥ = ٧ صَ = ٣٠/٥ = ٦

ر = Σ(س-سَ)(ص-صَ) / √(Σ(س-سَ)٢ (ص-صَ)٢) = ٧/√١٠×١٠

= ٧/١٠ = ٠٫٧

③ اذا كان س، ص يمثلان علامات ستة طلاب في مجتي العلوم والرياضيات وكان سَ = ٧ صَ = ٩ وكان

Σ(س-سَ)(ص-صَ) = ١٦

Σ(س-سَ)٢ = ٨

فجد معادلة خط الانحدار المستقيم للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

الحل

ص̂ = ب س + ا

ب = Σ(س-سَ)(ص-صَ) / Σ(س-سَ)٢ = ١٦/٨ = ٤/٧

ا = صَ - ب سَ

= ٩ - ٤/٧ × ٧ = ٩ - ٤ = ٥

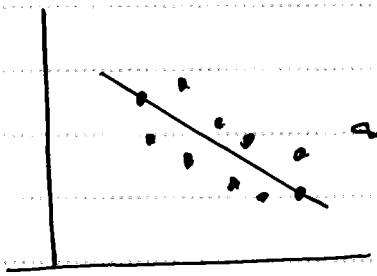
المعادلة هي

ص̂ = ٤/٧ س + ٥

مكتبة الوسام ALWESAM
الإعلام ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٣) شتوية

① يمثل الشكل المجاور شكل الانتشار لتوزيع بين متغيرين س ، ص عليه الكلام على العلاقة بين المتغيرين س ، ص بانها



أ) تامة ب) عكسية
ج) طردية
د) لا يوجد علاقة

الحل ① عكسية

② اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص هو (٠٫٦) فان قيمة معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ حيث $س^* = ٥ - س$ ، $ص^* = ص + ٨$ يساوي
أ) -٠٫٦ ب) ٠٫٦ ج) ٠٫٤ د) -٠٫٤

الحل
اشارة معامل س ≠ اشارة معامل ص
تتغير اشارة ر ←
ر = -٠٫٦
الاجابة (أ)

③ اذا علمت ان معادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين رأس المال (س) والارباح السنوية (ص) معبرة بالألف الدنانير لمجموعة شركات هي $\hat{ص} = ٠٫٣ س + ١٠$ ، معتمدا على هذه المعادلة حدد الخطأ في التنبؤ لارباح شركة رأس مالها (٦٠) الف دينار - وارباحها السنوية ٤ و ٧

الحل $س = ٦٠ \Leftarrow \hat{ص} = ٠٫٣ \times ٦٠ + ١٠$
$\hat{ص} = ١٨ + ٢٠ = ٣٨$
الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - التنبأ بها
= ٤ و ٧ - ٣٨
= -٣٦ الف دينار

④ جد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص في الجدول الآتي

س	٧	٦	٩	١٠	٨
ص	٨	٧	١٠	٨	١٢

← يتبع الحل

مكتبة الوسام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

س	ص	س-س̄	ص-ص̄	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
٧	٨	-١	-١	١	١	١
٦	٧	-٢	-٢	٤	٤	٤
٩	١٠	١	١	١	١	١
١٠	٨	٢	-١	-٢	٤	١
٨	١٢	٠	٢	٠	٠	٩
٤	٤٥	٠	٥	٤	١٠	١٦

$س̄ = \frac{٤٠}{٥} = ٨$ ، $ص̄ = \frac{٤٥}{٥} = ٩$

$$ر = \frac{\sum (س-س̄)(ص-ص̄)}{\sqrt{\sum (س-س̄)^٢ \times \sum (ص-ص̄)^٢}}$$

$$= \frac{٤}{\sqrt{١٠ \times ١٦}} = \frac{٤}{\sqrt{١٦٠}}$$

$$= \frac{١}{١٠} = ٠٫٤$$

وزارة (٢٠١٣) صيفية

① اذا كان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص يساوي ٠٫٧ ، فان معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين $س^*$ ، $ص^*$ حيث $س^* = ١٢ - ٣س$ ، $ص^* = -٤ ص$ هو

أ) ٠٫٧ ب) -٠٫٧ ج) -٠٫٣ د) ٠٫٣

الحل

اشارة معامل س = اشارة معامل ص

نفس ر تماما = ٠٫٧

---

② اذا كان معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص يساوي (٠٫٩) فان الارتباط بين س ، ص

أ) طردي قوي ب) عكسي قوي

ج) طردي تام د) عكسي تام

الاجابة (أ) طردي قوي

---

③ يبين الجدول الاتي علامات ٥ طلاب في مجتبى الرياضيات والعلوم حيث الدهاية العظمى للعلامة (٢٠) احسب معامل ارتباط بيرسون

علامة الرياضيات س	١٠	١٦	١٢	١٤	٨
علامة العلوم ص	١٢	١٤	١٦	١٨	١٠

س	ص	س-س̄	ص-ص̄	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
١٠	١٢	-٢	-٢	٤	٤	٤
١٦	١٤	٤	٠	٠	١٦	٠
١٢	١٦	٠	٢	٠	٠	٤
١٤	١٨	٢	٤	٨	٤	١٦
٨	١٠	-٤	-٤	١٦	١٦	١٦
٦٠	٧٠	٠	٠	٢٨	٤٠	٤٠

$س̄ = \frac{٦٠}{٥} = ١٢$ ، $ص̄ = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$$ر = \frac{\sum (س-س̄)(ص-ص̄)}{\sqrt{\sum (س-س̄)^٢ \sum (ص-ص̄)^٢}} = \frac{٢٨}{\sqrt{٤٠ \times ٤٠}}$$

$$= \frac{٢٨}{٤٠} = ٠٫٧$$

④ اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٢) وكانت $\bar{س} = ١٠$
$\bar{ص} = ١٥$
$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٦$
$\sum (س - \bar{س})^{٢} = ٢٠$
اوجد معادلة خط الانحدار

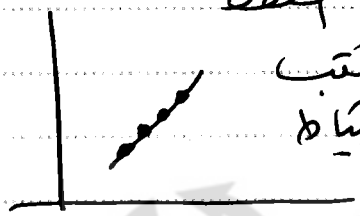
الحل
$\hat{ص} = ب س + ل$
$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^{٢}}$
$= \frac{١٦}{٢٠} = ٠٫٨$
$ل = \bar{ص} - ب \bar{س} = ١٥ - ٠٫٨ \times ١٠$
$= ١٥ - ٨ = ٧$
$\hat{ص} = ب س + ل$
$= ٠٫٨ س + ٧$

وزارة (٢٠١٤) شتوية

① اذا كان س ، ص متغير عدد قيم كل منها (١٠) وكان
$\sum (س - \bar{س})^{٢} = ٦٤$
$\sum (ص - \bar{ص})^{٢} = ١٠٠$
$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = -٤٨$
اوجد معامل ارتباط بيرسون

الحل
$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^{٢} \times \sum (ص - \bar{ص})^{٢}}}$
$= \frac{-٤٨}{\sqrt{٦٤ \times ١٠٠}} = \frac{-٤٨}{٨ \times ١٠} = -٠٫٦$

② اذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س ، ص في خط الانتشار ، فجاءت جميع النقط على خط مستقيم اكتب قيمة معامل الارتباط



الحل
$ر = ١$ طردي تام

مكتبة الوسام
ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

③ يبين الجدول الاتي عدد سنوات الخبرة (س) والاجر اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في احدى الشركات

عدد سنوات الخبرة س	٥	٦	٩	٧	٣
الاجر اليومي (ص)	١٦	١٨	٢٢	١٧	١١

جد معادلة خط الانحدار

الحل

س	ص	س-س̄	(ص-ص̄)(س-س̄)	(س-س̄)²
٥	١٦	-١	٠	١
٦	١٨	٠	٠	٠
٩	٢٢	٣	١٨	٩
٧	١٧	١	-٣	١
٣	١١	-٣	١٥	٩
٣٠	٨٠	٠	٣٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ $\quad \bar{ص} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$

$ب = \frac{\sum (س-\bar{س})(ص-\bar{ص})}{\sum (س-\bar{س})^2} = \frac{٣٠}{٢٠}$

$= \frac{١٥}{١٠} = ١٫٥$

$ا = \bar{ص} - ب\bar{س} = ١٦ - ١٫٥ \times ٦$

$= ١٦ - ٩ = ٧$

$\hat{ص} = ا + ب س$

$= ٧ + ١٫٥ س$

وزارة (٢٠١٤) صيفية

① اذا كانت معادلة خط الانحدار البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة اليومية (س) والمعدل التحصيلي (ص) لطلبة احدى الجامعات هي

$\hat{ص} = ٤س + ٥٢$ ، معتمدا على هذه المعادلة جد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه طالب درس (٦) ساعات يوميا وحصل على معدل (٧٨)

الحل

العلاقة المتنبأ بها

$\hat{ص} = ٤ \times ٦ + ٥٢$

$= ٢٤ + ٥٢ = ٧٦$

الخطأ في التنبؤ

= العلاقة الحقيقية - المتنبأ بها

$= ٧٨ - ٧٦ = ٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم ناجح الجمزاوي

① يبين الجدول الآتي علامات عينة طلاب في مبحث الرياضيات (س) ، والعلوم (ص) في امتحان قصير نهايته العظمى (٢٠) جد معامل ارتباط بيرسون (ر)

الرياضيات س	٦	١٥	٩	١٨	١٢
العلوم (ص)	١٢	١٤	٨	١٧	١٩

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
٦	١٢	٦-	٢-	١٢	٣٦	٤
١٥	١٤	٣	٠	٠	٩	٠
٩	٨	٣-	٦-	١٨	٩	٣٦
١٨	١٧	٦	٣	١٨	٣٦	٩
١٢	١٩	٠	٥	٠	٠	٢٥
٦٠	٧٠	٠	٠	٤٨	٩٠	١١٠

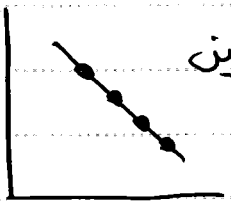
$س̄ = \frac{٦٠}{٥} = ١٢$ ، $ص̄ = \frac{٧٠}{٥} = ١٤$

$$ر = \frac{\sum (س-س̄)(ص-ص̄)}{\sqrt{\sum (س-س̄)^٢ \times \sum (ص-ص̄)^٢}}$$

$$= \frac{٤٨}{\sqrt{١١٠ \times ٩٠}} = \frac{٤٨}{١٧٣٠}$$

وزارة (٢٠١٥) شتوية

① اذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت النقاط جميعها على خط مستقيم أكتب قيمة معامل الارتباط



الحل

ر = -١ عكسي تام

② يبين الجدول الآتي علامات (٥) طلاب في مبحثي الرياضيات (س) واللغة العربية (ص) حيث النهاية العظمى للعلامة تساوي (١٠) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت س ؟

الرياضيات س	٦	٩	٧	٨	١٠
اللغة العربية (ص)	٨	١٠	٩	١٠	٨

س	ص	(س-س̄)	(ص-ص̄)	(س-س̄)(ص-ص̄)	(س-س̄)²	(ص-ص̄)²
٦	٨	٢-	١-	٢	٤	١
٩	١٠	١	١	١	١	١
٧	٩	١-	٠	٠	١	٠
٨	١٠	٠	١	٠	٠	١
١٠	٨	٢	١-	٢-	٤	١
٤٠	٤٥	٠	٠	١	١٠	٤

← يتبع الحل

مكتبة الوسام AL WESAM
المرشد الجمزاوي

$\bar{س} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٥}{٥} = ٩$

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢}$$

$$= \frac{١}{١٠} = ٠,١$$

$$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٩ - ٠,١ \times ٨$$

$$= ٩ - ٠,٨ = ٨,٢$$

$$\hat{ص} = ب س + أ = ٠,١ س + ٨,٢$$

③ اذا كانت س ، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٥) وكان $\sum (س - \bar{س})^٢ = ٤٠$

$\sum (ص - \bar{ص})^٢ = ٩٠$ ،

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٢٤$

اوجد معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

$$= \frac{٢٤}{\sqrt{٤٠ \times ٩٠}} = \frac{٢٤}{\sqrt{٣٦٠٠}}$$

$$= \frac{٢٤}{٦٠} = ٠,٤$$

وزارة (٢٠١٥) صيفية

① اذا كان معامل الارتباط بين س ، ص يساوي ٠,٤ ، فجد قيمة معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$ حيث

$س^* = ٥ + س$ ، $ص^* = -٢ص$

الحل

معامل الارتباط بين $س^*$ ، $ص^*$

$\Leftarrow ر = -٠,٤$

② صف معامل ارتباط بيرسون الخطي (ر) بين المتغيرين س ، ص في الجدول الاتي :

س	٢	٤	٦	٨	٩	٧
ص	٣	١	٧	٥	٦	٨

علمًا بان

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}}$$

← يتبع الحل

مكتبة العلام ALWESAM المعلم: ناجح الجمزاوي

س	ص	س ـ س	ص ـ ص	(س ـ س)(ص ـ ص)	(س ـ س)٢	(ص ـ ص)٢
٢	٣	-٤	-٢	٨	١٦	٤
٤	١	-٢	-٤	٨	٤	١٦
٦	٧	٠	٢	٠	٠	٤
٨	٥	٢	٠	٠	٤	٠
٩	٦	٣	١	٣	٩	١
٧	٨	١	٣	٣	١	٩
٣٦	٣٠			٢٢	٣٤	٣٤

$س = \frac{٣٦}{٦} = ٦$ ، $ص = \frac{٣٠}{٦} = ٥$

$ر = \frac{٢٢}{\sqrt{٣٤ \times ٣٤}} = \frac{٢٢}{٣٤}$

③ اذا كان (س) تمثل عدد ساعات العمل اليومي في مصنع ما (ص) كمية الاستهلاك اليومي من الكهرباء في المصنع نفسه بالكيلو واط/ساعة جمعت البيانات الاتية لستة مصانع :

$س = ٨$ ، $ص = ٤٠٠$

$\sum (س - س)^٢ = ١٠$

$\sum (س - س)(ص - ص) = ٢٠٠$ جـ

① معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

② ا خطأ في التنبؤ بكمية استهلاك الكهرباء لمصنع عمل ٩ ساعات في احد الايام وكان استهلاكه الحقيقي من الكهرباء في ذلك اليوم ٤١٠ كيلو واط/ساعة

الحل

① $\hat{ص} = ب س + ا$

$ب = \frac{\sum (س - س)(ص - ص)}{\sum (س - س)^٢} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$

$ا = ص - ب س$

$= ٤٠٠ - ٢ \times ٨ = ٤٠٠ - ١٦$

$= ٣٨٤$

$\hat{ص} = ٢ س + ٣٨٤$ ⟸

② $\hat{ص}$ عندما $س = ٩$

$\hat{ص} = ٢ \times ٩ + ٣٨٤$

$= ٤٠٢$

الخطأ في التنبؤ

= القيمة الحقيقية - المتنبأ بها

$= ٤١٠ - ٤٠٢ = ٨$ كيلو واط

وزارة (٢٠١٦ د) وشتوية

① اذا كان س ، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (١٠) ، وكان

$\sum (س - \bar{س})^2 = ٨٠$ ، $\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٢٠$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٤٠$ جد معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س ، ص .

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{٤٠}{\sqrt{٨٠ \times ٢٠}} = \frac{٤٠}{٤٠} = ١$$

② يبين الجدول الآتي علامات (٥) طلاب في مبحثي الرياضيات (س) والعلوم (ص) ، حيث النهاية العظمى للعلامة (١٠) ، جد معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيم (س) .

الرياضيات س	٨	٥	٩	٦	٧
العلوم ص	٦	٧	٨	٤	٥

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$
٨	٦	١	٠	٠	١
٥	٧	-٢	١	-٢	٤
٩	٨	٢	٢	٤	٤
٦	٤	-١	-٢	٢	١
٧	٥	٠	-١	٠	٠
٣٥	٣٠	٠	٠	٤	١٠

$\bar{س} = \frac{٣٥}{٥} = ٧$ ، $\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$

$$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٤}{١٠} = ٠٫٤$$

$أ = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٦ - ٠٫٤ \times ٧$

$= ٦ - ٢٫٨ = ٣٫٢$

$\hat{ص} = ب س + أ$

$= ٠٫٤ س + ٣٫٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
الوسام ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٦) صيفية

① احسب معامل ارتباط بيرسون الخطي (ر) بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي

س	٧	٨	٥	٤	٦
ص	١٠	٩	٧	٦	٨

علماً بان $ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \sum (ص - \bar{ص})^2}}$

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
٧	١٠	١	٢	٢	١	٤
٨	٩	٢	١	٢	٤	١
٥	٧	-١	-١	١	١	١
٤	٦	-٢	-٢	٤	٤	٤
٦	٨	٠	٠	٠	٠	٠
٣٠	٤٠	٠		٩	١٠	١٠

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ ، $\bar{ص} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$ر = \frac{٩}{\sqrt{١٠ \times ١٠}} = \frac{٩}{١٠} = ٠,٩$

② اذا كان س، ص متغيرين عدد قيم كل منها (٨) وكان $\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ٦٠$

$\sum (س - \bar{س})^2 = ١٥$ ، $\bar{س} = ١٢$ ، $\bar{ص} = ٥٠$

جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص اذا علمت قيم س

الحل

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$

$= \frac{٦٠}{١٥} = ٤$

$ا = \bar{ص} - ب \bar{س}$

$= ٥٠ - ٤ \times ١٢ =$

$= ٥٠ - ٤٨ = ٢$

المعادلة هي

$\hat{ص} = ا + ب س$

$= ٢ + ٤ س$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) شتوية

①
اذا كانت س ، ص متغيرين عدد قيم كل منها (١٢) وكان

$\sum (س - \bar{س})^2 = ٣٦$

$\sum (ص - \bar{ص})^2 = ٦٤$

$\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص}) = ١٦$

جد معامل ارتباط بيرسون

الحل

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$

$= \frac{١٦}{\sqrt{٣٦ \times ٦٤}} = \frac{١٦}{٤٨}$

$= ٠٫٣٣$

②
يبين الجدول الاتي علامات (٥) طلاب في امتحاني العلوم (س) والرياضيات (ص) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم (ص) اذا علمت قيم س .

س	٦	٧	٨	٥	٤
ص	٨	١٠	٥	٧	٥

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$
٦	٨	٠	١	٠	٠
٧	١٠	١	٣	٣	١
٨	٥	٢	-٢	-٤	٤
٥	٧	-١	٠	٠	١
٤	٥	-٢	-٢	٤	٤
٣٠	٣٥		٠	٣	١٠

$\bar{س} = \frac{٣٠}{٥} = ٦$ $\quad \bar{ص} = \frac{٣٥}{٥} = ٧$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٣}{١٠} = ٠٫٣$

$ا = \bar{ص} - ب\bar{س} = ٧ - ٠٫٣ \times ٦$

$= ٧ - ١٫٨ = ٥٫٢$

$\hat{ص} = ب س + ا$

$= ٠٫٣ س + ٥٫٢$

مكتبة العلم AlweSAM
المعلم ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٧) صيفية

① أحسب معامل ارتباط بيرسون الخطي بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي

س	١٠	٩	١٣	١٥	٨
ص	١٠	١١	٥	٧	١٢

علماً بان

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^2$	$(ص - \bar{ص})^2$
١٠	١٠	١-	١	١-	١	١
٩	١١	٢-	٢	٤-	٤	٤
١٣	٥	٢	٤-	٨-	٤	١٦
١٥	٧	٤	٢-	٨-	١٦	٤
٨	١٢	٣-	٣	٩-	٩	٩
		٠	٠	٣٠-	٣٤	٣٤

$\bar{س} = \frac{٥٥}{٥} = ١١$ $\quad \bar{ص} = \frac{٤٥}{٥} = ٩$

$$ر = \frac{٣٠-}{\sqrt{٣٤ \times ٣٤}} = \frac{٣٠-}{٣٤}$$

② اذا كانت معادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين عدد ساعات الدراسة اليومية (س) و المعدل التحصيلي (ص) هي $\hat{ص} = ٥س + ٥٧$ فاجب عن كل مما يأتي

أ) قدّر معدل طالب يدرس ٦ ساعات يومياً

ب) اذا كان معدل طالب درس (٣) ساعات يومياً (٧٠) فجد الخطأ في التنبؤ للمعدل الذي حصل عليه

الحل

① $س = ٦$

$$\hat{ص} = ٥ \times ٦ + ٥٧$$
$$= ٣٠ + ٥٧ = ٨٧$$

ب) عندما $س = ٣$

$$\hat{ص} = ٥ \times ٣ + ٥٧ = ٧٢$$

الخطأ في التنبؤ

= الحقيقية - المتنبأ به

$= ٧٠ - ٧٢ = -٢$

مكتبة الوسام ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي

وزارة (٢٠١٨) شتوية

①
اذا كانت س، ص متغيرين عدد قيم كل منهما (٦)، وكان

$$\sum_{ك=1}^{6} (س_ك - \bar{س})(ص_ك - \bar{ص}) = ١٢$$

$$\sum_{ك=1}^{6} (س_ك - \bar{س})^2 = ٩$$

$$\sum (ص_ك - \bar{ص})^2 = ١٦$$

إحسب معامل ارتباط بيرسون

الحل

$$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (ص - \bar{ص})^2}}$$

$$= \frac{١٢}{\sqrt{١٦ \times ٩}}$$

$$= \frac{١٢}{٤ \times ٣} = \frac{١٢}{١٢} = ١$$

②
اذا كانت معادلة الانحدار الخطي البسيط للعلاقة بين معامل الذكاء (س) ومعدل التحصيل (ص) هي :

$$\hat{ص} = ٠,٤ س - ٨١$$

فتنبأ بالمعدل التحصيلي لطالب معامل ذكائه = ١١٠

$$\hat{ص} = ٠,٤ \times ١١٠ - ٨١$$

$$١٥٤ - ٨١ = ٧٣$$

ناجح الجمزاوي

مكتبة السيسم ALWESAM
المعلم: ناجح الجمزاوي