الفصل الأول	مقدمة في أنظمة العد	١

النظام العددي :

مجموعة من الرموز ، قد تكون هذه الرموز **أرقاماً** أو **حروفاً** مرتبطة مع بعضها بمجموعة من العلاقات وفق أسس وقواعد معينة لتشكل الأعداد ذات المعاني الواضحة والاستخدامات المتعددة.

السبب في **اختلاف أسماء الأنظمة العددية** يعود إلى **اختلاف عدد الرموز المسموح باستخدامها في كل نظام.**

مجموعة من الرموز ، قد تكون هذه الرموز أرقاماً أو حروفاً مرتبطة مع بعضها بمجموعة من العلاقات وفق أسس وقواعد معينة لتشكل الأعداد ذات المعاني الواضحة والاستخدامات المتعددة.

فالنظام الذي يستخدم عشرة رموز يسمى **النظام العشري** والنظام الذي يستخدم رمزين فقط يسمى **النظام الثنائي** وكذلك في **النظام الثماني** الذي يستخدم ثمانية رموز والنظام **السادس عشر** الذي يستخدم ستة عشر رمزاً.

عناصر النظام العددي(نظام العد) :

(١) رموز النظام :الرموز المستخدمة في كتابة وتمثيل الأعداد في نظام العد.

(٢) أساس النظام : عدد الرموز المستخدمة فيه.

أهم الأنظمة العددية

(١) النظام العشري.

(٢) النظام الثنائي.

(٣) النظام الثماني.

(٤) النظام السادس عشر.

أولاً النظام العشري

- أكثر أنظمة العد استخداماً واستعمالاً حسب عدد أصابع اليدين.
- يتكون من عشرة رموز هي **(0 , 1 ,2 ,3 ,4 ,5 ,6 , 7 , 8 , 9)**.
- أساس النظام العشري هو العدد **(10) لأنه يستخدم عشرة رموز في تمثيل الأعداد.**
- يتم تمثيل الأعداد في النظام العشري بوساطة **قوى الأساس (10)** وتسمى **أوزان خانات العدد.**
- **أوزان خانات العدد** في النظام العشري هي **(10^0 , 10^1, 10^2, 10^3 , ...)**.

- **يرمز اسم نظام العد** إلى عدد الرموز المستخدمة لتمثيل الأعداد فيه.
- **أساس النظام العددي** يساوي عدد الرموز المستخدمة فيه.
- يتم تمثيل العدد في نظام العد العشري بطريقة قوى الأساس 10 **(طريقة التمثيل الموضعي للعدد).**
- **وزن المنزلة داخل العدد** يساوي **(أساس نظام العد)** ترتيب الخانة

ترتيب و أوزان الخانات في النظام العشري

ترتيب الخانة	0	1	2	3	...
اسم الخانة	الآحاد	العشرات	المئات	الألوف	...
أوزان الخانات بوساطة قوى الأساس (10)	10^0	10^1	10^2	10^3	...
أوزان الخانات بالأعداد الصحيحة	1	10	100	1000	...

- أول خانة من اليمين يكون وزنها (**أحاد = 1**) دائماً.
- ترتيب خانات العدد **من اليمين إلى اليسار تصاعدياً** يبدأ من **٠ ، ١ ، ٢ ، ... الخ**

○ يعد النظام العشري إحدى أنظمة العد الموضعية.

لأن القيمة الحقيقية للرقم تعتمد على المنزلة التي يقع فيها ذلك الرقم داخل العدد.

مما يعني (أن قيمة الرقم تختلف باختلاف موقعه داخل العدد).

قانون التمثيل الموضعي(قيمة العدد في النظام العشري):

○ **قيمة العدد في النظام العشري** يساوي **مجموع حاصل ضرب كل رقم في وزن المنزلة التي يقع فيها داخل العدد.**

○ يستخدم عند تحويل الأنظمة العددية المختلفة إلى النظام العشري.

○ **أوزان منازل العدد تمثل بواسطة** قوى أساس النظام العددي المستخدم.

وزن الخانة = أساس النظام^ترتيب الخانة^

تعتبر أنظمة العد المختلفة أنظمة عد موضعية.

الفرق بين الرقم والعدد:

الرقم : رمز واحد فقط من الرموز الأساسية (٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩) ويستخدم للتعبير عن العدد.

العدد : المقدار الذي يمثل برقم واحد أو أكثر.

- الرقم يحتل منزلة واحدة فقط بينما العدد يكون منزلة واحدة أو أكثر من منزلة.
- كل رقم هو عدد وليس كل عدد هو رقم فمثلاً **٠ ، ١ ، ٢** هي أرقام ويمكن عدّها ، أما العدد إذا تكوّن من عدة منازل ليس رقماً مثال ذلك العدد **١٩٧٨** فهو عدد وليس رقم.

مثال١ : تصور قيمة العدد **212** في النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1	2
اسم الخانة	الآحاد	العشرات	المئات
تمثيل العدد	**2**	**1**	**2**
أوزان الخانات	10^0	10^1	10^2

قيمة العدد هي :

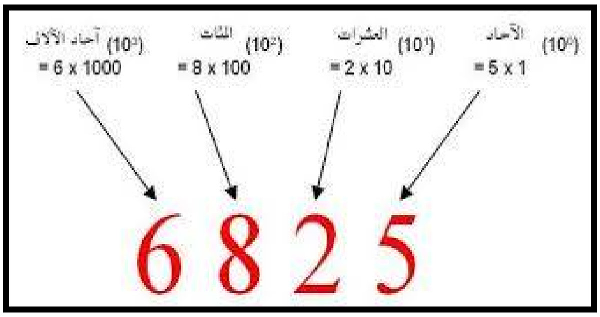
$10^2 \times 2 + 10^1 \times 1 + 10^0 \times 2 =$

$100 \times 2 + 10 \times 1 + 1 \times 2 =$

$200 + 10 + 2 =$

$\underline{\mathbf{212}}$ **=**

مثال٢ : جد قيمة العدد **6825** في النظام العشري.



قيمة العدد هي :

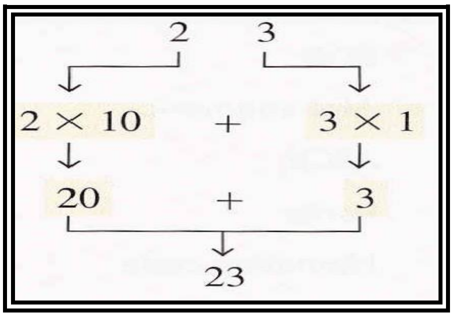
$10^3 \times 6 + 10^2 \times 8 + 10^1 \times 2 + 10^0 \times 5 =$

$1000 \times 6 + 100 \times 8 + 10 \times 2 + 1 \times 5 =$

$6000 + 800 + 20 + 5 =$

$\underline{\mathbf{6825}}$ **=**

مثال٣ : جد قيمة العدد **23** في النظام العشري.



مثال٤ : جد قيمة الرقم **(5)** في كل من الأعداد الآتية :

1$\underline{5}$63 → 5×10^2 → 5×100 → $\underline{500}$

2$\underline{5}$1 → 5×10^1 → 5×10 → $\underline{50}$

12$\underline{5}$ → 5×10^0 → 5×1 → $\underline{5}$

سؤال مهم جداً : لديك العدد (325) اجب عن الأسئلة الآتية :

(١) ما هو ترتيب المنزلة **(الخانة)** التي يقع فيها الرقم **5**؟

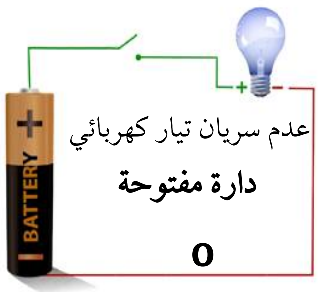
(٢) ما هو وزن المنزلة **(الخانة)** التي يقع فيها الرقم **3** بوساطة قوى أساس النظام؟

(٣) ما هو وزن المنزلة **(الخانة)** التي يقع فيها الرقم **3** بوساطة الأعداد الصحيحة؟

(٤) ما هي قيمة الرقم **2** داخل العدد السابق؟

النظام الثنائي

- لا يمكن استخدام النظام العشري لتمثيل البيانات داخل الحاسوب.
- **يعتبر النظام الثنائي أكثر أنظمة العد ملائمة لتمثيل البيانات داخل الحاسوب** ؛ لأن بناء الحاسوب يعتمد على ملايين الدارات الكهربائية التي تكون إما **مفتوحة (off)** أو **مغلقة (on)** ؛ فالنظام الثنائي الذي يتكون من رمزين هما **(1 , 0)** هو القادر على تمثيل هذه الحالة فالرمز **(0)** يمثل دائرة كهربائية مفتوحة والرمز **(1)** يمثل دائرة كهربائية مغلقة.



التعبير عن الدارات الكهربائية باستخدام النظام الثنائي

- **النظام الثنائي :** نظام عد مستخدم في الحاسوب أساسه **2** ويتكون من رمزين فقط هما **0 , 1**.
- يستخدم لتمثيل البيانات داخل الحاسوب.
- يسمى كل رمز من رموز النظام الثنائي **رقماً ثنائياً** (**Bin**ary **D**igit) و اختصاره **Bit**.
- يتم تمثيل أي من الرمزين الثنائيين **0** , **1** باستخدام خانة واحدة فقط.

  لذا يطلق اسم **بت** (**Bit**) على الخانة(المنزلة) التي يحتلها الرمز داخل العدد الثنائي.

- العدد المكتوب في النظام الثنائي يتكون من سلسلة من الرموز الثنائية **(0)** و **(1)** مع إضافة أساس النظام الثنائي **(2)** بشكل مصغر في آخر العدد من جهة اليمين. $(100)_2$, $(101010)_2$, $(11001)_2$, $(111)_2$.
- تمثل أوزان خانات العدد في النظام الثنائي بوساطة قوى الأساس **(2)** وهي 2^0 ، 2^1 ، 2^2 ، 2^3 ، ...

ترتيب و أوزان الخانات في النظام الثنائي

الترتيب	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
قوى الأساس 2	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
وزن الخانة	4096	2048	1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

- لبيان نوع النظام المستخدم عند التعبير عن عدد معين يضاف أساس النظام بشكل مصغر في آخر العدد.
- في حالة عدم وجود أي رمز في آخر العدد من اليمين يدل ذلك على أن العدد ممثل بالنظام العشري.

ثالثاً النظام الثماني والنظام السادس عشر

- تسهّل على المبرمجين قراءة وكتابة البيانات وعناوين الذاكرة في الحاسوب ؛ بدلاً من قراءة سلاسل طويلة من الأرقام الثنائية (0 , 1) وكتابتها **(تسهل على المبرمجين استخدام الحاسوب).**

(١) النظام الثماني

- أحد أنظمة العد الموضعية ، **أساسه** العدد **(8)**، يتكون من ثمانية رموز هي **:(7,6,5,4,3,2,1,0).**
- تمثل أوزان خانات النظام الثماني بوساطة **قوى الأساس (8).**

8^3	8^2	8^1	8^0
512	64	8	1

$(625)_8, (713)_8, (6)_8, (101)_8$

(٢) النظام السادس عشر

- أحد أنظمة العد الموضعية يستخدم **للاختصار في تمثيل البيانات وعنونة مواقع الذاكرة.**
- أساسه العدد (16) و يتكون من ستة عشر رمزاً هي:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

A=10 → B=11 → C=12 → D=13 → E=14 → F=15

- تمثل أوزان خانات العدد في النظام السادس عشر بوساطة **قوى العدد (16).**

4096	256	16	1
16^3	16^2	16^1	16^0

$(85)_{16}, (101)_{16}, (27)_{16}, (A4F)_{16}$

الفصل الثاني	التحويلات العددية	٢

أولاً: التحويل من أنظمة العد المختلفة إلى النظام العشري

- **خطوات التحويل من <u>أي نظام عددي إلى ما يكافئه في النظام العشري</u>:**

(١) رتب خانات العدد مبتدئاً من اليمين إلى اليسار تصاعدياً من 0، 1، 2...إلخ.

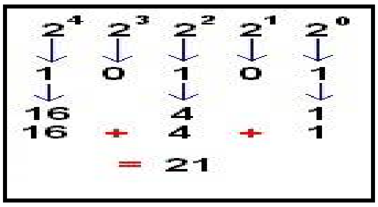
(٢) جد مجموع حاصل ضرب كل رقم بالوزن المخصص للخانة التي يقع فيها الرقم داخل العدد.

التمثيل الموضعي للعدد الثنائي / الثماني / السادس عشر

ملاحظة هـامة: وزن الخانة = (أساس النظام العددي المطلوب تحويله)^ترتيب الخانة^

(١) التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري: التمثيل الموضعي للعدد الثنائي قوى الأساس 2

<u>مثال١</u>: حوّل العدد $(10101)_2$ إلى النظام العشري.



$(10101)_2 \rightarrow (21)_{10}$

<u>مثال٢</u>: جد قيمة العدد $(10111)_2$ في النظام العشري.

$= 1*2^0 + 1*2^1 + 1*2^2 + 0*2^3 + 1*2^4$

$= \underline{1*1} + \underline{1*2} + \underline{1*4} + \cancel{0*8} + \underline{1*16}$

$= 1 + 2 + 4 + 0 + 16$

$(10111)_2 \rightarrow (23)_{10}$

<u>مثال٣</u>: حوّل العدد $(111100)_2$ إلى النظام العشري.

64	32	16	8	4	2	1
	1	1	1	1	0	0

32 + 16 + 8 + 4 = 60

$(111100)_2 \rightarrow (60)_{10}$

<u>مثال٤</u>: جد المكافئ العشري للعدد $(1001101)_2$.

64	32	16	8	4	2	1
1	0	0	1	1	0	1

64 + 8 + 4 + 1 = 77

$(1001101)_2 \rightarrow (77)_{10}$

<u>مثال٥</u>: حوّل العدد $(1110111)_2$ إلى النظام العشري.

$1110111 = 1x2^6 + 1x2^5 + 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$

$= 64 + 32 + 16 + 0 + 4 + 2 + 1$

$1110111 = 119$

$(1110111)_2 \rightarrow (119)_{10}$

<u>مثال٦</u>: جد المكافئ العشري للعدد $(10101000)_2$.

$(10101000)_2 \rightarrow (168)_{10}$

(٢) التحويل من النظام الثماني إلى النظام العشري :

التمثيل الموضعي للعدد قوى الأساس **8**

مثال١ : جد مكافئ العدد $(43)_8$ في النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	3	4

$= 3*8^0 + 4*8^1$

$= 3*1 + 4*8$

$= 3 + 32$

$= 35$

$(43)_8 \rightarrow (35)_{10}$

مثال٢ : حوّل العدد $(123)_8$ إلى النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	3	2	1

$= 3*8^0 + 2*8^1 + 1*8^2$

$= 3*1 + 2*8 + 1*64$

$= 3 + 16 + 64$

$= 83$

$(123)_2 \rightarrow (83)_{10}$

مثال٣ : جد المكافئ العشري للعدد $(143)_8$.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	3	4	1

$= 3*8^0 + 4*8^1 + 1*8^2$

$= 3*1 + 4*8 + 1*64$

$= 3 + 32 + 64$

$= 99$

$(143)_8 \rightarrow (99)_{10}$

مثال٤ : جد المكافئ العشري للعدد $(206)_8$.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	6	0	2

$= 6*8^0 + 0*8^1 + 2*8^2$

$= 6*1 + 0*8 + 2*64$

$= 6 + 128$

$= 134$

$(206)_8 \rightarrow (134)_{10}$

مثال٥ : حول العدد $(263)_8$ إلى النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	3	6	2

$= 3*8^0 + 6*8^1 + 2*8^2$

$= 3*1 + 6*8 + 2*64$

$= 3 + 48 + 128$

$=179$

$(263)_8 \rightarrow (179)_{10}$

مثال٦ : جد المكافئ العشري للعدد $(371)_8$.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	1	7	3

$= 1*8^0 + 7*8^1 + 3*8^2$

$= 1*1 + 7*8 + 3*64$

$= 1 + 56 + 192$

$=149$

$(371)_8 \rightarrow (249)_{10}$

(٣) التحويل من النظام السادس عشر إلى النظام العشري : التمثيل الموضعي للعدد قوى الأساس 16

مثال١ : جد المكافئ العشري للعدد $(BA)_{16}$.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	A	B

$= A * 16^0 + B * 16^1$

$=10*1 + 11*16$

$=10 + 176$

$=186$

$(BA)_{16} \rightarrow (186)_{10}$

مثال٢ : حول العدد $(10A)_{16}$ إلى النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1	2
الرقم	A	0	1

$= A*16^0 + 0*16^1 + 1 * 16^2$

$= 10*1 + 0*16 + 1*256$

$= 10 + 0 + 256$

$= 266$

$(10A)_{16} \rightarrow (266)_{10}$

مثال٣ : جد المكافئ العشري للعدد $(D6)_{16}$.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	6	D

$= 6*16^0 + 13*16^1$

$= 6*1 +13*16$

$= 6 + 208$

$= 214$

$(D6)_{16} \rightarrow (214)_{10}$

مثال٤ : جد المكافئ العشري للعدد $(E5)_{16}$.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	5	E

$= 5*16^0 + 14*16^1$

$= 5*1 +14*16$

$= 5 + 224$

$= 229$

$(E5)_{16} \rightarrow (229)_{10}$

مثال٥ : حول العدد $(A9)_{16}$ إلى النظام العشري.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	9	A

$= 9*16^0 + 10*16^1$

$= 9*1 +10*16$

$= 9 + 160$

$= 169$

$(A9)_{16} \rightarrow (169)_{10}$

مثال٦ : جد المكافئ العشري للعدد $(FF)_{16}$.

ترتيب الخانة	0	1
الرقم	F	F

$= 15*16^0 + 15*16^1$

$= 15*1 +15*16$

$= 15 + 240$

$= 255$

$(FF)_{16} \rightarrow (255)_{10}$

مثال٧ : حول العدد $(75)_{16}$ إلى النظام العشري.

$(117)_{10}$

مثال٨ : حول العدد $(33A)_{16}$ إلى النظام العشري.

$(33A)h = 10\times16^0 + 3\times16^1 + 3\times16^2 = 10 + 48 + 768 = 826$

ثانياً التحويل من النظام العشري إلى أنظمة العد المختلفة

- **خطوات <u>التحويل من النظام العشري إلى أي نظام عددي أخر</u> :**

(١) تقسيم العدد على أساس النظام المطلوب قسمة صحيحة وكتابة الناتج من القسمة والباقي في كل خطوة.

(٢) عندما يصبح ناتج القسمة **صفراً** نتوقف ؛ ويكون **الباقي** هو العدد المطلوب كتابته ؛ أما إذا كان ناتج القسمة غير ذلك نستمر للخطوة رقم **(٣).**

(٣) الاستمرار بالقسمة على أساس النظام العددي حتى يصبح الناتج **صفراً** ؛ مع الاحتفاظ بباقي القسمة في كل خطوة.

(٤) العدد المطلوب يتكون من **أرقام بواقي القسمة الصحيحة مرتبة من اليمين إلى اليسار.**

(١) التحويل من النظام العشري إلى النظام الثنائي : بواقي القسمة الصحيحة على الأساس 2

مثال١ : جد مكافئ العدد $(17)_{10}$ في النظام الثنائي.

عملية القسمة	$\frac{17}{2}$	$\frac{8}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$
ناتج القسمة	8	4	2	1	0
الباقي	1	0	0	1	1

$(17)_{10} \rightarrow (11001)_2$

مثال٢ : حوّل العدد $(36)_{10}$ إلى النظام الثنائي.

عملية القسمة	$\frac{36}{2}$	$\frac{18}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{4}{2}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{1}{2}$
ناتج القسمة	18	9	4	2	1	0
الباقي	0	0	1	0	0	1

$(36)_{10} \rightarrow (100100)_2$

باستخدام جدول أوزان النظام الثنائي **(طريقة طرح الأوزان)**

مثال٣ : جد المكافئ الثنائي للعدد $(189)_{10}$.

128	64	32	16	8	4	2	1
1	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**1**

$189 - \mathbf{128} = 61$

$61 - \mathbf{32} = 29$

$29 - \mathbf{16} = 13$

$13 - \mathbf{8} = 5$

$5 - \mathbf{4} = 1$

$1 - \mathbf{1} = 0$

$(189)_{10} \rightarrow (10111101)_2$

مثال٤ : جد المكافئ الثنائي للعدد $(90)_{10}$.

64	32	16	8	4	2	1
1	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**0**

$90 - \mathbf{64} = 26$

$26 - \mathbf{16} = 10$

$10 - \mathbf{8} = 2$

$2 - \mathbf{2} = 0$

$(90)_{10} \rightarrow (1011010)_2$

(٢) التحويل من النظام العشري إلى النظام الثماني : بواقي القسمة الصحيحة على الأساس 8

مثال١ : جد مكافئ العدد $(89)_{10}$ في النظام الثماني.

$\frac{1}{8}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{89}{8}$	عملية القسمة
0	1	11	ناتج القسمة
1	**3**	**1**	الباقي

$(89)_{10} \rightarrow (131)_8$

مثال٢ : حوّل العدد $(222)_{10}$ إلى النظام الثماني.

$\frac{3}{8}$	$\frac{27}{8}$	$\frac{222}{8}$	عملية القسمة
0	3	27	ناتج القسمة
3	**3**	**6**	الباقي

$(222)_{10} \rightarrow (336)_8$

مثال٣ : اكتب العدد $(100)_{10}$ في النظام الثماني.

$\frac{1}{8}$	$\frac{12}{8}$	$\frac{100}{8}$	عملية القسمة
0	1	12	ناتج القسمة
1	**4**	**4**	الباقي

$(100)_{10} \rightarrow (144)_8$

مثال٤ : اكتب العدد $(173)_{10}$ في النظام الثماني.

$\frac{2}{8}$	$\frac{21}{8}$	$\frac{173}{8}$	عملية القسمة
0	2	21	ناتج القسمة
2	**5**	**5**	الباقي

$(173)_{10} \rightarrow (255)_8$

طريقة طرح أوزان النظام الثماني

مثال١ : جد مكافئ العدد $(89)_{10}$ في النظام الثماني.

64	8	1	أوزان الخانات
1	3	1	عدد مرات طرح الوزن

89 – <u>64</u> = 25

25 – 8 = 17 – 8 = 9 – 8 = 1

<u>1 < 8</u>

$(89)_{10} \rightarrow (131)_8$

مثال٢ : حوّل العدد $(222)_{10}$ إلى النظام الثماني.

64	8	1	أوزان الخانات
3	3	6	عدد مرات طرح الوزن

222 – <u>64</u> = 158 – <u>64</u> = 94 – <u>64</u> = 30

30 – 8 = 22 – 8 = 14 – 8 = 6

<u>6 < 8</u>

$(222)_{10} \rightarrow (336)_8$

مثال٣ : اكتب العدد $(100)_{10}$ في النظام الثماني.

64	8	1	أوزان الخانات
1	4	4	عدد مرات طرح الوزن

100 – <u>64</u> = 36

36– 8=28– 8= 20– 8=12– 8=4

<u>4 < 8</u>

$(100)_{10} \rightarrow (144)_8$

مثال٤ : اكتب العدد $(173)_{10}$ في النظام الثماني.

64	8	1	أوزان الخانات
2	5	5	عدد مرات طرح الوزن

173 – <u>64</u> = 109 – <u>64</u> = 45

45–8=37–8=29–8=21–8=13–8=5

<u>5 < 8</u>

$(173)_{10} \rightarrow (255)_8$

(٣) التحويل من النظام العشري إلى النظام السادس عشر: بواقي القسمة الصحيحة على الأساس 16

(١) جد مكافئ العدد $(79)_{10}$ في النظام السادس عشر.

عملية القسمة	$\frac{79}{16}$	$\frac{4}{16}$
ناتج القسمة	4	0
الباقي	15	4

$15 \rightarrow F$

$(79)_{10} \rightarrow (4F)_{16}$

(٢) حوّل العدد $(210)_{10}$ إلى النظام السادس عشر.

عملية القسمة	$\frac{210}{16}$	$\frac{13}{16}$
ناتج القسمة	13	0
الباقي	2	13

$13 \rightarrow D$

$(210)_{10} \rightarrow (D2)_{16}$

مثال٣: اكتب العدد $(453)_{10}$ في النظام السادس عشر.

عملية القسمة	$\frac{453}{16}$	$\frac{28}{16}$	$\frac{1}{16}$
ناتج القسمة	28	1	0
الباقي	5	12	1

$12 \rightarrow C$

$(453)_{10} \rightarrow (1C5)_{16}$

مثال٤: اكتب العدد $(278)_{10}$ في النظام السادس عشر.

عملية القسمة	$\frac{278}{16}$	$\frac{17}{16}$	$\frac{1}{16}$
ناتج القسمة	17	1	0
الباقي	6	1	1

$(278)_{10} \rightarrow (116)_{16}$

باستخدام طريقة طرح أوزان النظام السادس عشر

مثال٥: اكتب العدد $(100)_{10}$ في النظام السادس عشر.

أوزان النظام السادس عشر	1	16	256
عدد مرات طرح الوزن	4	6	0

$100-16 = 84-16 = 68-16 = 52$

$52-16 = 36-16 = 20-16 = 4$

$4 < 16$

$(100)_{10} \rightarrow (64)_{16}$

مثال٦: اكتب العدد $(270)_{10}$ في النظام السادس عشر.

أوزان النظام السادس عشر	1	16	256
عدد مرات طرح الوزن	E	0	1

$270 - 256 = 14$

$14 < 16$

$14 \rightarrow E$

$(270)_{10} \rightarrow (10E)_{16}$

ثالثاً التحويل بين الأنظمة الثنائي والثماني والسادس عشر العشري

● يوجد ارتباط وثيق بين الأنظمة الثنائي والثماني والسادس عشر ؛

أساس النظام الثماني هو العدد **($8=2^3$)** وأساس النظام السادس عشر هو العدد **($16=2^4$)** أي أنهما من مضاعفات أساس النظام الثنائي ؛ لذا يمكن التحويل من هذه الأنظمة إلى النظام الثنائي وبالعكس دون المرور بالنظام العشري.

(١) التحويل بين النظامين الثنائي والثماني $2^3 = 8$

أ. التحويل من الثنائي إلى الثماني :

١ – **قسم العدد من اليمين إلى اليسار إلى مجموعات ثلاثية**(كل مجموعة تحتوي ثلاثة أرقام).

٢ – **أكمل المجموعة الأخيرة إذ كانت أقل من ثلاثة أرقام وذلك بإضافة أصفار على يسار العدد.**

٣ – **استبدل كل مجموعة بالرقم المكافئ لها في النظام الثماني.**

(١) حول العدد **$(1011101)_2$** إلى النظام الثماني.

001	011	101	الثنائي
1	3	5	الثماني

$(1011101)_2 \rightarrow (135)_8$

(٢) حول العدد **$(10101110)_2$** إلى النظام الثماني.

010	101	110	الثنائي
2	5	6	الثماني

$(10101110)_2 \rightarrow (256)_8$

ب. التحويل من الثماني إلى الثنائي :

مثال١ : حول العدد **$(67)_8$** إلى النظام الثنائي ؟

6	7	الثماني
110	111	الثنائي

$(67)_8 \rightarrow (110111)_2$

مثال٢ : حول العدد **$(357)_8$** إلى النظام الثنائي ؟

3	5	7	الثماني
011	101	111	الثنائي

$(357)_8 \rightarrow (11101111)_2$

مثال٣ : حول العدد **$(777)_8$** إلى النظام الثنائي ؟

7	7	7	الثماني
111	111	111	الثنائي

$(777)_8 \rightarrow (111111111)_2$

مثال٤ : حول العدد **$(471)_8$** إلى النظام الثنائي ؟

4	7	2	الثماني
100	111	010	الثنائي

$(472)_8 \rightarrow (100111010)_2$

(٢) التحويل بين النظامين الثنائي السادس عشر $2^4 = 16$

أ. التحويل من الثنائي إلى السادس عشر :

١ – قسم العدد من اليمين إلى اليسار إلى **مجموعات رباعية**(كل مجموعة تحتوي أربعة أرقام).

٢ – أكمل المجموعة الأخيرة إذ كانت أقل من أربعة أرقام وذلك بإضافة أصفار على يسار العدد.

٣ – استبدل كل مجموعة بالرقم المكافئ لها في النظام السادس عشر.

مثال١ :

حول العدد $(101001011)_2$ إلى النظام السادس عشر.

الثنائي	1011	0100	0001
السادس عشر	B	4	1

$(101001011)_2 \rightarrow (14B)_{16}$

مثال٢ :

العدد $(1010111110)_2$ إلى النظام السادس عشر.

الثنائي	1110	1011	0010
السادس عشر	E	B	2

$(1010111110)_2 \rightarrow (2BE)_{16}$

ب. التحويل من السادس عشر إلى الثنائي :

مثال١ : حول العدد $(EF3)_{16}$ إلى النظام الثنائي ؟

السادس عشر	3	F	E
الثنائي	0011	1111	1110

$(AB3)_{16} \rightarrow (111011110011)_2$

مثال٢ : حول العدد $(1AC)_{16}$ إلى النظام الثنائي ؟

الثماني	C	A	1
الثنائي	1100	1010	0001

$(1AC)_{16} \rightarrow (110101100)_2$

مثال١ : حول العدد $(9D2)_{16}$ إلى النظام الثنائي ؟

السادس عشر	2	D	9
الثنائي	0010	1101	1001

$(9F2)_{16} \rightarrow (100111110010)_2$

مثال١ : حول العدد $(8CB)_{16}$ إلى النظام الثنائي ؟

السادس عشر	B	C	8
الثنائي	1011	1100	1000

$(8CB)_{16} \rightarrow (100011001011)_2$

رموز النظام السادس عشر وما يكافئها في النظامين العشري والثماني والثنائي

الثنائي	الثماني	العشري	السادس عشر
0001	1	1	1
0010	2	2	2
0011	3	3	3
0100	4	4	4
0101	5	5	5
0110	6	6	6
0111	7	7	7
1000	10	8	8
1001	11	9	9
1010	12	10	A
1011	13	11	B
1100	14	12	C
1101	15	13	D
1110	16	14	E
1111	17	15	F

حل أسئلة الفصل الثاني صفحة ٤٠

السؤال الأول : جد مكافئ كل من الأعداد الآتية في النظام العشري :

"مجموع حاصل ضرب كل رقم بوزن منزلته"

العدد	العشري المكافئ
$(1011)_2$	**$(11)_{10}$**
$(1A9)_{16}$	**$(425)_{10}$**
$(777)_8$	**$(511)_{10}$**
$(10000)_2$	**$(16)_{10}$**
$(ABC)_{16}$	**2748_{10}**

العدد	العشري المكافئ
$(102)_8$	**$(66)_{10}$**
$(111010)_2$	**$(58)_{10}$**
$(101)_{16}$	**$(257)_{10}$**
$(276)_8$	**$(190)_{10}$**

السؤال ٢+٣+٤ : جد قيمة كل من الأعداد الآتية في النظام الثنائي / الثماني / السادس عشر :

طريقة القسمة الطويلة على أساس النظام المطلوب **"طرح أوزان النظام"**

العدد	الثنائي المكافئ للعدد العشري
$(83)_{10}$	**$(1010011)_2$**
$(496)_{10}$	**$(111110000)_2$**
$(780)_{10}$	**$(1100001100)_{10}$**

العدد	الثماني المكافئ للعدد العشري
$(1)_{10}$	**$(1)_8$**
$(123)_{10}$	**$(173)_8$**
$(519)_{10}$	**$(1007)_8$**

العدد	السادس عشر المكافئ للعدد
$(98)_{10}$	**$(62)_{16}$**
$(567)_{10}$	**$(237)_{16}$**
$(213)_{10}$	**$(D5)_{16}$**

السؤال٥+٦ : جد قيمة كل من الأعداد الثنائية الآتية في النظام (الثماني / السادس عشر)

العدد	الثماني المكافئ	العدد	السادس عشر المكافئ
$(111011110)_2$	$(736)_8$	$(10001101)_2$	$(8D)_{16}$
$(100001000)_2$	$(410)_8$	$(00110101)_2$	$(35)_{16}$
$(101010111001)_2$	$(5271)_8$	$(101111000010)_2$	$(BC2)_{16}$

السؤال٧ : أكمل الجدول الآتي :

العدد	العدد الثنائي المكافئ	العدد	العدد الثنائي المكافئ
$(31)_8$	$(11001)_2$	$(E51)_{16}$	$(111001010001)_2$
$(765)_8$	$(111110101)_2$	$(B4D)_{16}$	$(101101001101)_2$
$(420)_8$	$(111110101)_2$	$(7AF)_{16}$	$(011110101111)_2$

أوزان خانات العدد في النظام الثنائي " قوى الأساس 2"									
2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

أوزان خانات العدد في النظام الثماني " قوى الأساس 8 "			
8^3	8^2	8^1	8^0
512	64	8	1

أوزان خانات العدد في النظام السادس عشر " قوى الأساس 16 "		
16^2	16^1	16^0
256	16	1

الفصل الثالث	العمليات الحسابية في النظام الثنائى	٣

أولاً العمليات الحسابية في النظام الثنائي

تنفذ العمليات الحسابية في النظام الثنائي بشكل مشابه لتنفيذها في النظام العشري.

إلا أن تنفيذها في النظام الثنائي يكون أسهل **لأنه يتكون من رقمين فقط هما (0,1)** و **أساسه (2)** .

(١) عملية الجمع

- تنفذ عملية الجمع في النظام الثنائي حسب القواعد الآتية :

0	0	1	1	1
+0	+1	+0	+1	+1
				+1
0	1	1	10	11

- العدد **10** يقرأ **(2)**، حيث يوضع الرقم **0** ويحمّل الرقم **1** إلى الخانة التالية.
  حيث **1 + 1 = 0** ويحمل الرقم **1** إلى الخانة التالية.
- تنفّذ عملية الجمع في هذه المرحلة فقط على **عددين صحيحين موجبين فقط**.
- تنفّذ عمليتي **الجمع والضرب** على النظام الثنائي **من اليمين إلى اليسار**.
- قبل البدء بتنفيذ عمليتي الجمع والطرح تأكد من أن **عدد المنازل للعددين متساوية ؛**
  و إذا لم تكن كذلك **أضف أصفاراً إلى يسار العدد ذي المنازل الأقل**.
- إذا كانت **1+1+1** فإن الناتج يكون **1** و الرقم المحمول يكون **1** .
- إذا كانت **1+1+1+1** فإن الناتج يكون **0** و الرقم المحمول يكون **10** .
- يمكن التأكد من صحة الحل لأي عملية حسابية على النظام الثنائي **بتحويل الأعداد إلى النظام العشري وإجراء العملية الحسابية ثم مقارنة النتائج.**

مثال١: جد ناتج مجموع العددين $(111)_2$ و $(101)_2$:

	11	
+	111	7
	101	+ 5
	1100	$(12)_{10}$

مثال٢: جد ناتج جمع العددين $(10)_2$ و $(110)_2$.

1	
0010	$(2)_{10}$
0110	$(6)_{10}$
1000	$(8)_{10}$

مثال٣: جد ناتج $(111111)_2 + (111101)_2$.

	1 1 1 1 1
63	111111
61	111101
124	1111100

مثال٤: جد $(110101)_2 + (100011)_2$.

	1 1 1 1	
	1 1 0 1 0 1	(53)
+	1 0 0 0 1 1	(35)
	1 0 1 1 0 0 0	(88)

مثال٤: جد قيمة **Z** من خلال المعادلة الآتية :

$$Z = (1111100)_2 + (1011010)_2$$

	1 1 1 1 0 0 0 0	
	0 1 1 1 1 1 0 0	$(124)_{10}$
+	0 1 0 1 1 0 1 0	$(90)_{10}$
	1 1 0 1 0 1 1 0	$(214)_{10}$

مثال٥: جد قيمة **Z** من خلال المعادلة الآتية :

$$Z = (10111110)_2 + (10001101)_2$$

		1 0 1 1 1 1 0 0 0
190		1 0 1 1 1 1 1 0
+ 141	+	1 0 0 0 1 1 0 1
331		1 0 1 0 0 1 0 1 1

مثال٧: جد قيمة **N** من خلال المعادلة التالية :

$$N = (1001101)_2 + (111101)_2$$

المحمول	1 1 1 1 1 1
+	1001101
	0111101
	10001010

مثال٨: جد ناتج جمع العددين :

$$(1000111010111)_2 + (101101110)_2$$

0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0
1000111010111
101101110
1001101000101

مثال٩: جد مجموع العددين $(111)_2$ و $(10101)_2$.

0 1 1 1	
00111	7
10101	21
11100	= 28

مثال١٠: جد ناتج مجموع العددين $(1010)_2$ و $(11)_2$:

		1
10		1 0 1 0
3	+	0 0 1 1
13		1 1 0 1

(٢) عملية الطرح (إذا كـان المطروح أقل من المطروح منه)

- **قواعد عملية الطرح في الأعداد الثنائية :**

$1 - 0 = 1$ (1)

$1 - 1 = 0$ (2)

$0 - 0 = 0$ (3)

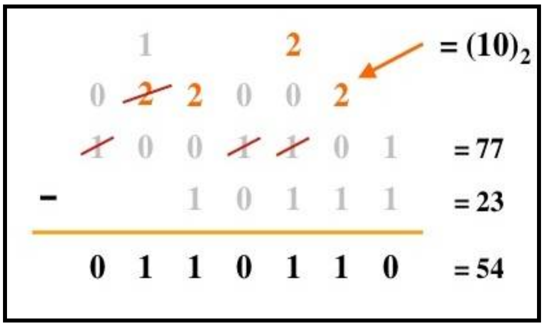
$0 - 1 = 1$ (4) (نستلف **1** من الخانة التالية)

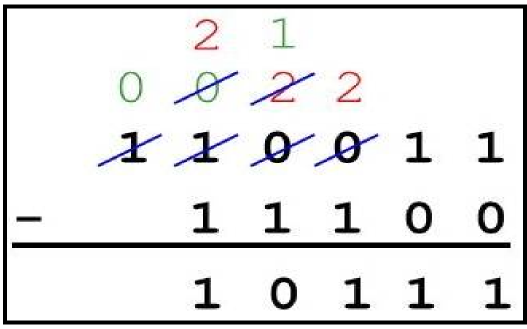
- تنفذ عملية الطرح على عددين صحيحين موجبين فقط (حسب المنهاج المدرسي).
- يكون العدد المطروح أقل من العدد المطروح منه دائماً.
- الطريقة المعتمدة الوحيدة في عملية الطرح هي الطريقة العادية فقط.
- **ملاحظات هامة جداً عند الاستلاف في عملية الطرح :**

(١) إذا كانت الخانة الحالية هي 0 والخانة التالية هي 1 ؛ فإننا نستلف من الخانة التالية القيمة (1).

أما إذا كانت الخانة التالية 0 فإننا نستلف من الخانة التي تليها وهكذا...(كما في النظام العشري المعتاد).

(٢) عند الاستلاف من الخانة التالية تصبح قيمة الخانة الحالية $(10)_2$ والتي تساوي **(2)** في النظام العشري.





- **تذكير: تذكّر بأن $(10)_2$ تعني $(2)_{10}$.**

- **أوجد ناتج الطرح فيما يأتي :**

(1) $(110)_2 - (101)_2$

```
 1 ⁰1̸ ¹0        6
 1  0  1 -     - 5
 --------      ---
 0  0  1        1
```

$(110)_2 - (101)_2 = (1)_2$

(2) $(1000)_2 - (11)_2$

```
 ⁰     ¹    ¹    ¹⁰
 1̸    0̸    0̸    0̸        8
      0    1    1 -     - 3
 -------------------     ---
      1    0    1         5
```

$(1000)_2 - (11)_2 = (101)_2$

(3) $(11001)_2 - (110)_2$

11001	25
- 110	- 6
10011	19

$(11001)_2 - (110)_2 = (10011)_2$

(4) $(11010)_2 - (1100)_2$

```
    1 1
  0 0 1 1 0 1 0   = 26₁₀
- 0 0 0 1 1 0 0   = 12₁₀
  0 0 0 1 1 1 0   = 14₁₀
```

$(11010)_2 - (1100)_2 = (1110)_2$

(5) $(10101)_2 - (111)_2$

```
  1 1 1
  1 0 1 0 1      21
  0 0 1 1 1       7
  0 1 1 1 0   =  14
```

$(10101)_2 - (111)_2 = (1110)_2$

(6) $(1011)_2 - (101)_2$

```
   0 1
   1 0 1 1
 -   1 0 1
   0 1 1 0
```

(7) $(11000)_2 - (10011)_2$

```
     0  1  1  10
  1  1  0  0  0    -
  1  0  0  1  1
  ----------------
        1  0  1
```

(8) $(1001010)_2 - (110100)_2$

```
     1
  0  10 10  0  10
  1  0  0  1  0  1  0   -
  0  1  1  0  1  0  0
  0  0  1  0  1  1  0
```

(9) $(11000001)_2 - (100010)_2$

```
                 1  1  1  1
              0 10 10 10 10 10
  193       1  1  0  0  0  0  0  1
-  34     - 0  0  1  0  0  0  1  0
  159₁₀     1  0  0  1  1  1  1  1₂
```

(10) $(100010110)_2 - (1111010)_2$

```
    0  1  1  1  10
    1  10 10 10 1  10 1  1  0
-         1  1  1  1  0  1  0
       1  0  0  1  1  1  0  0
```

100010110 − 1111010 = 10011100

نشـــــاط : باستخدام الطرح الثنائي نفّذ كلاً مما يأتي :

(أ) اطرح $(111)_2$ من $(1011)_2$.

(ب) اطرح $(30)_{10}$ من $(64)_{10}$.

(ج) جد ناتج الجمع $(1110)_2 + (1111)_2$.

(د) جد ناتج الجمع $(13)_{10} + (28)_{10}$.

(٣) عملية الضرب الثنائي

- **قواعد عملية الضرب في الأعداد الثنائية :**

(1) $0 * 0 = 0$

(2) $0 * 1 = 0$

(3) $1 * 0 = 0$

(4) $1 * 1 = 1$

تنفذ عملية الضرب حسب الكتاب المدرسي على أساس أن العددين المضروبين يتكونان كحد أقصى من ثلاث خانات(منازل) فقط.

❖ **جد حاصل الضرب في ما يأتي مستخدماً خطوات الضرب الثنائي :**

(1) $(10)_2 \times (101)_2$

```
   101
    10 ×
  ------
   000
  101   +
  ------
  1010
```

<u>للتأكد من صحة الحل حول العددين للنظام العشري</u>

(2) $(111)_2 \times (101)_2$

```
          1 0 1
×         1 1 1
   ------------
          1 0 1
        1 0 1
+     1 0 1
   ------------
  1 0 0 0 1 1
```

$5 \times 7 = 42$

(3) $(100)_2 \times (101)_2$

```
   100
   101 ×
  ------
   100
  000  +
 100
  ------
 10100
```

<u>للتأكد من صحة الحل حول العددين للنظام العشري</u>

(4) $(111)_2 \times (111)_2$

```
   111
   111  ×
  ------
   111
  111   +
 111
  ------
 110001
```

<u>للتأكد من صحة الحل حول العددين للنظام العشري</u>