بسم الله الرحمن الرحيم (٣٤)

مدرسة راهبات الوردية / العقبة التاريخ : ٨ /١٢/ ٢٠١٥

الصف : الثاني الثانوي العلمي امتحان الفصل الدراسي الأول الزمن : ساعتان

اسم المعلم : نبيل معمر الرياضيات العلامة الكاملة: ١٠٠

السـؤال الاول : (٢٣ علامه)

أو جد قيمة كل مما يلي :

١) $\lim_{س \to -١} \frac{١}{س + ١} \left(\frac{١}{\sqrt[٣]{٢ س + ١}} + ١ \right)$ (٦علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{١}{٢} - جا\left(\frac{\pi}{٦} - س\right)}{س}$ (٦ علامات)

٣) $\lim_{س \to ٣^+} \frac{|س| - [س]}{س^٣ - ٦س - ٩}$ (٤علامات)

ب) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^٢ - ٩}{س + ٣} & ، \ -٣ < س < -١ \\ س^٢ [س] - ٣ & ، \ -١ \geq س \geq ٠ \end{cases}$

ابحث في اتصال الاقتران على الفترة (−٣ ، ٠] . (٧علامات)

السـؤال الثانـي : (١٢ علامة)

أ) أذا علمت أن ق(س) = $\frac{١}{س + \sqrt{س}}$ اوجد قَ(٤)

باستخدام التعريف العام للمشتقة الاولى . (٦علامات)

ب) اذا كانت ص = ع^{ن} ، ع = س + $\sqrt{س^٢ + ١}$

أثبت ان (س^٢ + ١) صً + س صَ − ن^{٢}ص = صفر (٦علامات)

(٣٥)

السـؤال الثـالث :- (١٩علامة)

أ) تتحرك النقطة أ على ق(س) = $\sqrt{٣}$ س بحيث تبدأ الحركة من نقطة الاصل في الربع الاول بسرعة $٢\sqrt{٣}$ سم/ث جد معدل تغير الزاوية أ ب جـ حيث ب النقطة (٢٠ ، ٠) ، جـ نقطة الاصل بعد $٢\sqrt{٣}$ ث من بدأ الحركة . (٧علامات)

ب) ما ارتفاع الأسطوانة ذات اكبر حجم والتي ترسم داخل مخروط دائري ارتفاعه ٦سم ونصف قطر قاعدته ٢سم . (٨علامات)

جـ) اذا كان ل (س) = س^{٢} ق(س) + ٥ وكان التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من ٢ الى (٢ + هـ) يعطى بالعلاقة (هـ – جا٣هـ) أوجد لَ(٢) اذا علمت ان ل(٢) = ١ .
(٤علامات)

السـؤل الرابع : (١٤ علامة)

أ) اذا كان المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (–١ ، ١) يمس الاقتران ق(س) = $\frac{\text{أ}}{\text{س} - ٢}$
حيث س ≠ ٢ عند النقطة (س$_{١}$ ، ص$_{١}$) أوجد قيمة الثابت (أ) .
(٧علامات)

ب) قذف جسم من سطح عمارة راسيا الى اعلى ، فاذا كان ارتفاعه من نقطة قذفه يعطى بالعلاقة ف(ن) = ٢٠ن – ٥ن^{٢} ، حيث ف المسافة بالامتار ، ن الزمن فاذا استغرق الجسم ثانيتين في قطع العمارة نزولا جد .
١) سرعة اصطدام الجسم بالارض .
٢) ارتفاع العمارة .
(٧علامات)

السـؤال الخامس : (١٨علامة)

أ) اذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} + ٦ & ، \quad ١ \leq \text{س} \leq ٢ \\ ٦\text{س} - \text{س}^{٢} & ، \quad ٢ < \text{س} < ٤ \end{cases}$

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) على الفترة [١ ، ٤) . (٦علامات)

(٣٦)

ب) اذا كان ق(س) = (س−٢)^{٤}(س + ١)^{٢} معرف على الفترة [−١ ، ٣]

اوجد القيم القصوى وحدد نوعها ان وجدت . (٦علامات)

ج) إذا كان ق(س) = $\sqrt[٣]{٥س^{٢} + س + ٢}$ ، هـ(س) = طا($\frac{\pi}{٤}$ س)

أوجد (ق o هـ)َ(١) (٦علامات)

السؤال السادس : (١٤علامه)

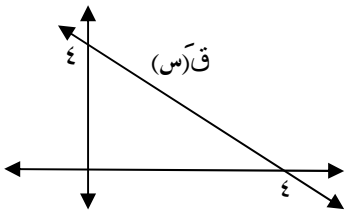
١) إذا كان ق(٢س) = $\frac{[\ ٢س + ١\ ]}{س\ ل(٢س)}$. ، قَ($\frac{٣}{٢}$) = ٢ ، ل($\frac{٣}{٢}$) = ٥ ، فجد لَ($\frac{٣}{٢}$) .

(٤علامات)

٢) اذا كان ص = ن^{٣} + ن ، س = ٢ن + ن^{٢} اوجد $\frac{ء^{٢}ص}{ء س^{٢}}$ عندما ن = ٢

(٤علامات)

٣) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الاولى للاقتران ق(س) = أ س^{٢} + ب س + ١



١) اوجد القيمه القصوى المحلية للاقتران ق(س) وحدد نوعها .

٢) اوجد قيمة أ ، ب .

٣) اوجد $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٥هـ)}{٢هـ}$ (٦علامات)

انتهـت الاسـئلة

تمنياتي للجميع بالنجاح والتوفيق

اسم المعلم :

نبيـــل معمـــر

" ان لم يكن لك خطة واضحة مكتوبه فاعلم انك تسير ضمن مخططات الاخرين"

قسم الرياضيات البورسعيد
مقرر عادة: السيل مقر
الثاني الثانوي عام

نموذج
الإجابة

٢٠١٤/١٢/٢٣

السؤال الأول:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{١}{س+٢} \left(\frac{\sqrt{س+٣}+١}{\sqrt{س+٣}-١} \right) = \frac{١}{٣} \times \frac{(\sqrt{س+٣}+١)^٢ + (\sqrt{س+٣}-١)^٢}{(\sqrt{س+٣}-١)(\sqrt{س+٣}+١)}$

$= \frac{١}{٣} \times \frac{س+٣+٢\sqrt{س+٣}+١ + س+٣-٢\sqrt{س+٣}+١}{س+٣-١} = \frac{١}{٣} \times \frac{٢س+٨}{س+٢} = \frac{٢}{٣}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا\frac{\pi}{٦} - ظا(\frac{\pi}{٦} - س)}{س} = \lim_{س \to ٠} \frac{٢ جتا\frac{\pi}{٦} ظا\frac{س}{٢}}{س}$

$= ٢ جتا\frac{\pi}{٦} \times \lim_{س \to ٠} \frac{ظا\frac{س}{٢}}{\frac{س}{٢}} \times \frac{١}{٢} = ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{|س-١| - [س]}{س^٢ - ٦س + ٩} = \lim_{س \to ٣} \frac{س-٣}{س^٢ - ٦س + ٩}$

	$س^٢$	$٦س$	٩	
	١	-٦	٩	-٩
٣	١	-٣	-٣	٩
	١	-٣	٠	

$= \lim_{س \to ٣} \frac{١}{(س-٣)(س^٢ - ٣س + ٣)} = \frac{١}{٢١}$

ب) $د(س) = \begin{cases} \frac{٩-س^٢}{٢+س} & -٢ < س < -١ \\ -س^٢ - ٣ & -١ \le س < ٠ \\ -٣ & س = ٠ \end{cases}$

المقران

د(س) متصل على الفترة $(-٢، -١)$ لأنه اقتران نسبي وواضح بقاء المقام لا تنتمي للفترة

د(س) متصل على $(-١، ٠)$ لأنه كثير حدود

نقاط التشعب

$س = -١$

$د(-١) = -٤$

$\lim_{س \to -١^+} د(س) = \lim_{س \to -١^+} -س^٢ - ٣ = -٤$

$\lim_{س \to -١^-} د(س) = \frac{٨}{٠} = -٤$

$\lim_{س \to -١} د(س) = -٤$

د(س) متصل عند $س = -١$

الأطراف

$س = ٠$

$د(٠) = -٣$

$\lim_{س \to ٠^-} د(س) = -٣$

$د(٠) = \lim_{س \to ٠^-} د(س)$

د(س) متصل عند $س = ٠$ لأنه

د(س) متصل على الفترة $(-٢، ٠]$

السؤال الثاني :

أ) $\text{ق}'(\text{س}) = \lim_{\text{ع} \to \text{س}} \dfrac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$

$\text{ق}'(٤) = \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{\text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(٤)}{\text{س} - ٤}$

$= \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{\dfrac{1}{\text{س}+\sqrt{\text{س}}} - \dfrac{1}{٦}}{\text{س} - ٤}$

$= \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{٦ - \text{س} - \sqrt{\text{س}}}{(\text{س}-٤)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(٦)}$

$\text{ق}'(٤) = \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{(٦-\text{س}) - \sqrt{\text{س}}}{(\text{س}-٤)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(٦)} \times \dfrac{(٦-\text{س})+\sqrt{\text{س}}}{(٦-\text{س})+\sqrt{\text{س}}}$

$= \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{(٦-\text{س})^2 - \text{س}}{(\text{س}-٤)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(٦)} \times \dfrac{1}{٤}$

$= \lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{٣٦ - ١٢\text{س} + \text{س}^2 - \text{س}}{(\text{س}-٤)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(٦)} \times \dfrac{1}{٤}$

$\dfrac{(\text{س}^2 - ١٣\text{س} + ٣٦)}{(\text{س}-٤)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(٦)} \times \dfrac{1}{٤}$

$\lim_{\text{س} \to ٤} \dfrac{(\text{س}-٩)(\text{س}-٤)}{(٦)(\text{س}+\sqrt{\text{س}})(\text{س}-٤)} \times \dfrac{1}{٤}$

$\dfrac{-٥}{٣٦} \times \dfrac{1}{٤} = \dfrac{-٥}{١٤٤}$

ب) $\text{ص} = \text{ع}^{\text{ن}}$ ، $\text{ع} = \text{س} + \sqrt{\text{س}^2+1}$

$\dfrac{\text{دص}}{\text{دس}} = \dfrac{\text{دص}}{\text{دع}} \times \dfrac{\text{دع}}{\text{دس}}$

$= \text{ن}\,\text{ع}^{\text{ن}-1} \times \left(1 + \dfrac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}\right)$

$= \text{ن}\,\text{ع}^{\text{ن}-1} \times \dfrac{\sqrt{\text{س}^2+1} + \text{س}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}$

$= \text{ن}\,\text{ع}^{\text{ن}-1} \times \dfrac{\text{ع}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}$

$\text{ص}' = \text{ن}\,\text{ع}^{\text{ن}} \times \dfrac{1}{\sqrt{\text{س}^2+1}}$

$\text{ص}' = \dfrac{\text{ن}\,\text{ص}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}$

$\text{ص}'\sqrt{\text{س}^2+1} = \text{ن}\,\text{ص}$

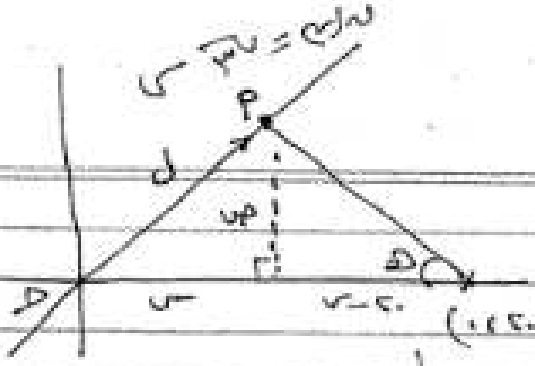
$\text{ص}'' \sqrt{\text{س}^2+1} + \dfrac{\text{س}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}\,\text{ص}' = \text{ن}\,\text{ص}'$

$\text{ص}''(\text{س}^2+1) + \text{س}\,\text{ص}' = \text{ن}\sqrt{\text{س}^2+1}\,\text{ص}'$

$\text{ص}''(\text{س}^2+1) + \text{س}\,\text{ص}' = \text{ن}\sqrt{\text{س}^2+1} \times \dfrac{\text{ن}\,\text{ص}}{\sqrt{\text{س}^2+1}}$

$\text{ص}''(\text{س}^2+1) + \text{س}\,\text{ص}' - \text{ن}^2\,\text{ص} = \text{صفر}$

السؤال الثالث :-



$ص^2 + س^2 = ل^2$

$٩س^2 + س^2 = ل^2$

$١٠س^2 = ل^2$

$س = \frac{ل}{\sqrt{١٠}}$

$ص = ٣س = \frac{٣ل}{\sqrt{١٠}}$

$\frac{ص}{٤٠ - س} = ظا\theta$

$\frac{\frac{٣ل}{\sqrt{١٠}}}{٤٠ - \frac{ل}{\sqrt{١٠}}} = ظا\theta$

$= \frac{٣ل}{٤٠\sqrt{١٠} - ل}$

$ظا\theta = \frac{ده}{دس}$

$\frac{ده}{دس} = \frac{٣ل \times دل - \frac{ل}{\sqrt{١٠}} \times ٣ دل}{(٤٠ - ل)^2}$

$\frac{ده}{دس} = \frac{١٥}{٧٦}$

$ده = ٣ل$

$ل = ٢٥ \times ٣$

$= ١٢$

$ظاهـ = ظا(\theta + ٤٥)$

$= \frac{ظا\theta + ظا٤٥}{١ - ظا\theta ظا٤٥}$

$= \frac{\frac{٣}{٤} + ١}{١ - \frac{٣}{٤}}$

$= \frac{٧}{١}$

ب) أكبر حجم للأسطوانة

$ع = ٢ط نه^2 ع$

$= ط نه^2 (٦ - ٢نه)$

$= ط(٦نه^2 - ٣نه^3)$

$ع' = ط(١٢نه - ٩نه^2)$

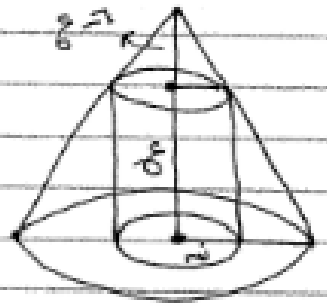
$٠ = ٣نه(٤ - ٣نه)$

$نه = ٠$ مرفوض

$نه = \frac{٤}{٣}$

أكبر حجم عندما $نه = \frac{٤}{٣}$

$ع = ٦ - ٢ \times \frac{٤}{٣} = ٢$



$\frac{٦ - ع}{نه} = \frac{٦}{٢}$

$٦ - ع = ٢نه$

$ع = ٦ - ٢نه$

(٣)

هـ- التغير اللحظي = $\nu(س_2) - \nu(س_1)$

$= \nu(2+هـ) - \nu(2)$ هـ - جا٣هـ

$\nu'(2) = \lim_{هـ \to 0} \frac{\nu(2+هـ) - \nu(2)}{هـ} = \lim_{هـ \to 0} \frac{هـ - جا٣هـ}{هـ}$

$= 1 - 3 = -2$

$ل(2) = 3\nu(2) + ث$

$1 = 3\nu(2) + ث$

$-3 = 3\nu(2)$

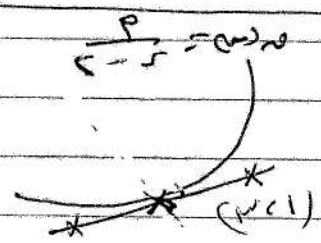
$-1 = \nu(2)$

$ل'(س) = س^2 \nu'(س) + \nu(س) \times 2س$

$ل'(2) = 3\nu'(2) + \nu(1) \times 3 = 3 \times -2 + -1 \times 3 = -9$

السؤال الرابع :

ميل المماس $= \frac{-1-1}{1-3} = \frac{-2}{-2} = 1$



$\nu'(س) = \frac{-ك(1)}{(س-2)^2} = \frac{-ك}{(س-2)^2}$

ميل المماس = ميل المستقيم عند تقاطعه المنحنى

$1 = \frac{-ك}{(3-2)^2}$

$(3-2)^2 = -ك$ ——— (2)

معادلة المماس

عند النقطة (1، 3)

$ص = س + 2$ ——— (3)

$ص = \frac{ك}{س-2}$ ——— (1)

من (1)، (3)

$(س+2) = \frac{ك}{س-2}$

$(س+2)(س-2) = -(س-2)^2$

$س + 2 = -س + 2$

$س = صفر$

$ك = -4$

ل- $ف(ن) = 20ن - 5ن^2$ سطح البناية

$ف(ن) = 20ن - 5ن^2 + ك$ سطح الأرض

عندما يعود الجسم إلى سطح البناية $ف = 0$

$ف(ن) = 0 \Leftarrow 20ن - 5ن^2 = 5ن(4-ن)$ ع ن

$ن = 0$ مرفوض $ن = 4$

عندما يصل الجسم سطح الأرض يكون المسافة $= ك + 80$

$ع(ن) = 20 - 10ن = 20 - 10 \times 4 = -20$

$ف(ن) = 0 = 20(4) - 5(4)^2 + ك$

$0 = 120 - 80 + ك$

$ك = 40$

ارتفاع العمارة

السؤال الخامس

ب) بحث في اتصال $m(x)$ عند $x = 2$

$m(2) = 10$

$\lim_{x \to 2} m(x) = \lim_{x \to 2} 10 = 10$

$\lim_{x \to 2} m(x) = m(2)$ ∴ $m(x)$ متصل عند $x = 2$

$m(x) = \begin{cases} x & 1 < x < 2 \\ 6 - x & 2 < x < 4 \\ \text{غير موجودة} & x = 1, 4 \end{cases}$

$m(x) = 0 \Leftarrow x = 0$ أو $6 - x = 0$

$x = 0$ ✗ $x = 6$ ✓

$m(x)$ غير موجودة $\Leftarrow x \in \{1, 4\}$

مجال m الحرجة $\{1, 2, 3, 4\}$

	$(-\infty, 1)$	$(1, 2)$	$(2, 3)$	$(3, \infty)$
$m'(x)$	+	+	−	−
$m(x)$	↗	↗	↘	↘

$m(x)$ متزايدة $[1, 2]$ ، $(2, 3]$

متناقصة $[3, 4]$

$m(1) = 10$ قيمة عظمى محلية وطلقة

$m(2) = 12$

$m(3) = 16$ قيمة عظمى محلية وطلقة

$m(4) = 14$

عظمى وطلقة

ج- $m(x) = (x-2)^4 (x+1)^2 \quad [-1, 3]$

$m'(x) = (x-2)^4 \times 2(x+1) + (x+1)^2 \times 4(x-2)^3$

$= (x-2)^3 (x+1) [2x - 4 + 4x + 4]$

$= (x-2)^3 (x+1)(6x)$

$m'(x) = 0 \Leftarrow x = 2, -1$ مرفوض

$m'(x)$ غير موجودة $\Leftarrow x = -1, 3$

قيم x الحرجة $\{-1, 2, 3\}$

	$(-1, 2)$	$(2, 3)$
$m'(x)$	−	+
$m(x)$	↘	↗

$m(-1) = 0$ صغرى وطلقة

$m(2) = 0$ صغرى محلية وطلقة

$m(3) = 16$ عظمى وطلقة

د- $(m \circ g)'(1)$

$m'(g(1)) \cdot g'(1)$

$\frac{11}{12} \times \frac{\pi}{2}$

$\frac{11\pi}{24}$

$g(1) = \frac{\pi}{3} \times 3 = \pi$

$g(x) = \sin \frac{\pi}{3} x \times \frac{\pi}{3}$

$g'(1) = \frac{\pi}{2}$

$m(x) = (5x^2 + 2x + 1)^{\frac{1}{2}}$

$m'(x) = \frac{1}{2} (5x^2 + 2x + 1)^{-\frac{1}{2}} \times (10x + 2)$

$= \frac{10x + 1}{\sqrt{(5x^2 + 2x + 1)^3}}$

$m'(1) = \frac{11}{4 \times 3} = \frac{11}{12}$

السؤال السادس:

أ) $ن(ع) = \frac{[ع+1]}{ر\,ل(ع)}$

$ع = \frac{3}{2} \Leftarrow ر = \frac{3}{4}$

$\therefore ل(ع) = \frac{2}{ر\,ن(ع)}$

$ل'(ع) \times 2 = \frac{-2\left(ر \times ن'(ع) \times 2 + ن(ع)\right)}{\left(ر\,ن(ع)\right)^2}$

$ل'(\frac{3}{2}) \times 2 = \frac{-2\left(\frac{3}{4} \times 2 \times 4 + \frac{8}{15}\right)}{\left(\frac{3}{4} \times \frac{8}{15}\right)^2}$

$ل'(\frac{3}{2}) \times 2 = -2\left(\frac{265}{12}\right) = -\frac{265}{12}$

$ن(ع) = \frac{2}{ر\,ل(ع)}$

$ن(\frac{3}{2}) = \frac{2}{\frac{3}{4} \times 5}$

$= \frac{8}{15}$

2) $\frac{دص}{دن} = 3ن^2 + 1$ ، $\frac{دس}{دن} = 2 + 2ن$

$\frac{دص}{دس} = \frac{دص}{دن} \times \frac{دن}{دس}$

$= \frac{3ن^2+1}{2+2ن}$

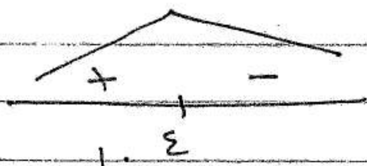
$\frac{د^2ص}{دس^2} = \frac{(2+2ن)(6ن) - (3ن^2+1)(2)}{(2+2ن)^2} \times \frac{دن}{دس}$

$= \frac{6 \times 12 - 13 \times 2}{36} \times \frac{1}{(2+2ن)}$

$= \frac{72 - 26}{36} \times \frac{1}{6}$

$= \frac{46}{36} \times \frac{1}{6} = \frac{23}{108}$

ب) 2



1) عند $ر = 4$ عظمى محلية وقيمتها $ن(4)$

2) $ن'(4) = 0$ ، $ن'(0) = 4$

$ن'(س) = 2أس + ب$

$4 = ب$

$0 = 8أ + ب \Leftarrow أ = -\frac{1}{2}$

الإجابة (ج)

$ن(س) = -\frac{1}{2}س^2 + 4س + 1$

3) $\lim_{هـ \to 0} \frac{ن(0) - ن(5هـ)}{2هـ}$

$ر = 5هـ$ ، $هـ \to 0 \Rightarrow ر \to 0$

$\lim_{ر \to 0} \frac{ن(0) - ن(س)}{\frac{2}{5}ر}$

$-\frac{5}{2}ن'(0) = -\frac{5}{2} \times 4 = -10$

[illegible]