الأسئلة المقترحة لمادة

الرياضيات

٢٠١٧
صيفي

فوق السادة

عندما يعشق الرياضيات

محمد العبداللات

www.facebook.com/moh.abdallat

يحتوي المقترح على العلامة الكاملة

بسم الله الرحمن الرحيم

إهداء إلى طلابي المتميزين أصحاب العزيمة الرائعة من جيل ٩٩

اللهم قوة اللهم نجاح

من نتائج طلابي للفصل الأول
الطالب حمزة الاقرع الاول على مدرسة العز بن عبد السلام الثانوية

الطالبة فرع سامر عوض الاولى على مدرسة القادسية / طبربور

والقائمة تطول ....

سيتم بث حلقة خاصة لحل المكثف على الانترنت على صفحتي (محمد العبداللات) ليلة الامتحان الساعة الثانية عشرة ليلا

عزيز الطالب لا يغني المكثف عن دراسة المادة كاملة

مساندكم

محمد العبداللات

الأستاذ : محمد العبداللات — الجديد في الرياضيات

أسئلة مقترحة — * القطوع * — الفرع العلمي و الصناعي

---

* اوجد عناصر القطوع الناقصة المتمثلة بالمركز، الرأسين، البؤرتين، طول كل من المحور الأكبر، الأصغر، الاختلاف المركزي مساحته، لكل مما يلي :-

[1] $٢٥س^2 - ١٠٠س + ١٦ص^2 - ٣٢ص - ٢٨٤ = ٠$

$٢٥س^2 - ١٠٠س + ١٦ص^2 - ٣٢ص = ٢٨٤$

$٢٥(س^2 - ٤س) + ١٦(ص^2 - ٢ص) = ٢٨٤$

$٢٥(س^2 - ٤س + ٤) + ١٦(ص^2 - ٢ص + ١) = ٢٨٤ \;\; +١٠٠ \; +١٦$

$$\frac{٢٥(س-٢)^2}{٤٠٠} + \frac{١٦(ص-١)^2}{٤٠٠} = \frac{٤٠٠}{٤٠٠}$$

$$\frac{(س-٢)^2}{١٦} + \frac{(ص-١)^2}{٢٥} = ١$$

صادي (لأن العدد الأكبر تحت الصادات)

المركز (٢، ١)

$أ^2 = ٢٥ \Leftarrow أ = ٥$

$ب^2 = ١٦ \Leftarrow ب = ٤$

$ج^2 = أ^2 - ب^2 = ٢٥ - ١٦ = ٩ \Leftarrow ج = ٣$

البؤرتان (٢، ٤)، (٢، -٢)

الرأسان (٢، ٦)، (٢، -٤)

طرفي المحور الأصغر (٦، ١)، (-٢، ١)

طول المحور الأكبر $٢أ = ٢ \times ٥ = ١٠$ ومعادلته $س = ٢$

طول المحور الأصغر $٢ب = ٢ \times ٤ = ٨$ ومعادلته $ص = ١$

البعد البؤري $٢ج = ٢ \times ٣ = ٦$

الاختلاف المركزي $هـ = \frac{ج}{أ} = \frac{٣}{٥} < ١$

مساحة القطع الناقص $أ ب \pi = ٥ \times ٤ \pi = ٢٠\pi$

[2] جد معادلة القطع الناقص الذي نهايتا محوره الأصغر (± ٣، ٠) ويمر بالنقطة (٢، ٣).

صادي

$$\text{المركز} = \left(\frac{٣ + -٣}{٢} ، \frac{٠+٠}{٢}\right) = (٠، ٠)$$

طرف المحور الأصغر — $٢ب = ٣ - -٣$ — طرف المحور الأصغر

$ب = ٣$

$$\text{معادلته: } \frac{ص^2}{أ^2} + \frac{س^2}{ب^2} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{ص^2}{أ^2} + \frac{س^2}{٩} = ١$$

$$(٢، ٣) \text{ تحقق المعادلة } \Leftarrow \left(\frac{٩}{أ^2} + \frac{٤}{٩} = ١\right) \times ٩$$

$$\Leftarrow \frac{٨١}{أ^2} + ٤ = ٩ \Leftarrow \frac{٨١}{أ^2} = ٥ \Leftarrow ٥أ^2 = ٨١$$

$$\Leftarrow أ^2 = \frac{٨١}{٥}$$

$$\therefore \frac{ص^2}{\frac{٨١}{٥}} + \frac{س^2}{٩} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{ص^2}{أ^2} + \frac{س^2}{٩} = ١$$

٣ جد معادلة القطع الناقص السيني الذي مركزه (٠،٠) ويمر بالنقطتين (٦،٢) ، (٤،٣) .

سيني ، المركز (٠،٠)

معادلته : $\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$

(٦،٢) تحقق المعادلة $\Leftarrow \frac{٣٦}{أ^٢} + \frac{٤}{ب^٢} = ١$

(٤،٣) تحقق المعادلة $\Leftarrow \frac{١٦}{أ^٢} + \frac{٩}{ب^٢} = ١$

$$\left(\frac{٣٦}{أ^٢} + \frac{٤}{ب^٢} = ١\right) \times ٩$$

$$\left(\frac{١٦}{أ^٢} + \frac{٩}{ب^٢} = ١\right) \times -٤$$

$$\frac{٣٢٤}{أ^٢} + \frac{٣٦}{ب^٢} = ٩$$

$$\frac{-٦٤}{أ^٢} - \frac{٣٦}{ب^٢} = -٤$$

بالجمع

$$\frac{٢٦٠}{أ^٢} = ٥ \Leftarrow أ^٢ = ٥٢$$

$$\frac{١٦}{أ^٢} + \frac{٩}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{١٦}{٥٢} + \frac{٩}{ب^٢} = ١$$

$$\Leftarrow \frac{٤}{١٣} + \frac{٩}{ب^٢} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = ١ - \frac{٤}{١٣}$$

$$\Leftarrow \frac{٩}{ب^٢} = \frac{٩}{١٣} \Leftarrow ب^٢ = ١٣$$

∴ معادلته $\frac{س^٢}{٥٢} + \frac{ص^٢}{١٣} = ١$

٤ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (٠،٠) ومحوره الأكبر على محور الصادات و اختلافه المركزي يساوي $\left(\frac{٣}{٥}\right)$ وطول محوره الأكبر يزيد عن المسافة بين بؤرتيه بمقدار ٨ .

٥ جد معادلة القطع الناقص الذي طول محوره الأصغر (٦) واحداثيات أحد رأسيه (٤،٢) واحداثيات البؤرة البعيدة عن هذا الرأس (-٥،٢) .

٦ إذا كانت المعادلة ك $س^٢ + ٥ ص^٢ = ١٧$ تمثل معادلة القطع الناقص السيني فأثبت أنه : $ك = \frac{١٧}{ب^٢ + ج^٢}$

$$\frac{ك س^٢}{١٧} + \frac{٥ ص^٢}{١٧} = \frac{١٧}{١٧} \Leftarrow \frac{س^٢}{\frac{١٧}{ك}} + \frac{ص^٢}{\frac{١٧}{٥}} = ١$$

سيني $\Leftarrow أ^٢ = \frac{١٧}{ك} \Leftarrow \frac{أ^٢ ك}{أ^٢} = \frac{١٧}{أ^٢} \Leftarrow ك = \frac{١٧}{أ^٢}$

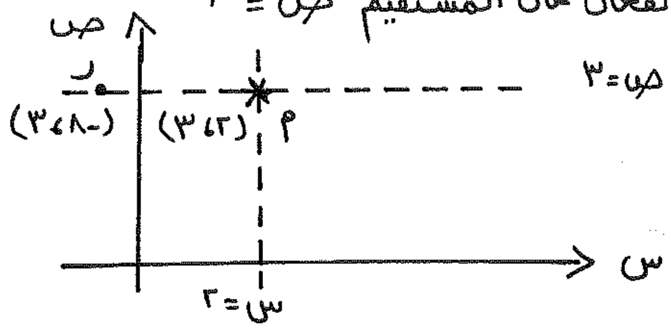
لكن $ج^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow أ^٢ = ج^٢ + ب^٢$

$$ك = \frac{١٧}{أ^٢} \Leftarrow ك = \frac{١٧}{ج^٢ + ب^٢}$$

[٧] جد معادلة القطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات س = ٣ ، س = ١٣ ، ص = -١ ، ص = ٧ .

---

[٨] جد معادلة القطع الناقص الذي اختلافه المركزي (٠.٦) ويمر بالنقطة (-٨، ٣) ومركزه يقع على المستقيم س = ٢ وبؤرتاه تقعان على المستقيم ص = ٣



لاحظ أن (-٨، ٣) رأس لأنها تحمل نفس المسقط الصادي للمركز حيث تقع على المحور الأكبر

$أ = |٢ - -٨|$

$أ = ١٠$

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٦}{١٠} \Leftarrow \frac{جـ}{١٠} = \frac{٦}{١٠} \Leftarrow جـ = ٦$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow ٣٦ = ١٠٠ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٦٤$

معادلته : $\frac{(س - د)^٢}{أ^٢} + \frac{(ص - هـ)^٢}{ب^٢} = ١$

$\therefore \frac{(س - ٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص - ٣)^٢}{٦٤} = ١$

[٩] قطع ناقص بؤرتاه ف (٤، ٠)، فَ (-٤، ٠) والنقطة ن (س، ص) واقعة عليه بحيث أن محيط المثلث ن ف فَ يساوي ٢٤ وحدة جد معادلة القطع الناقص .

سيني

المركز = $\left(\frac{٤ + -٤}{٢} ، \frac{٠ + ٠}{٢}\right) = (٠، ٠)$

محيط المثلث ن ف فَ = ٢٤

$\Leftarrow \underline{\underline{ن ف + ن فَ}} + ف فَ = ٢٤$

$\frac{٢أ}{٢} + \frac{٢جـ}{٢} = \frac{٢٤}{٢}$

$أ + جـ = ١٢ \Leftarrow أ + ٤ = ١٢ \Leftarrow أ = ٨$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow ١٦ = ٦٤ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٤٨$

معادلته : $\frac{س^٢}{أ^٢} + \frac{ص^٢}{ب^٢} = ١$

$\therefore \frac{س^٢}{٦٤} + \frac{ص^٢}{٤٨} = ١$

١٠ إذا كان البعد بين بؤرتي قطع ناقص يساوي نصف البعد بين طرفي محوريه الأكبر و الأصغر ، فجد قيمة الاختلاف المركزي لهذا القطع .

$٢جـ = \frac{١}{٢} ف \Leftarrow ٢جـ = \frac{١}{٢}\sqrt{أ^٢ + ب^٢}$

$\Leftarrow ٤جـ = \sqrt{أ^٢+ب^٢} \Leftarrow ١٦جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

ملاحظة : ف :- البعد بين محوريه الأكبر والأصغر سواء كان سيني أو صادي

$ف^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Leftarrow ف = \sqrt{أ^٢+ب^٢}$

ولكن $جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢$ .... (١)

$١٦جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$ ... (٢)

بالجمع

$١٧جـ^٢ = ٢أ^٢$

$\frac{١٧جـ^٢}{١٧أ^٢} = \frac{٢أ^٢}{١٧أ^٢} \Leftarrow \frac{جـ^٢}{أ^٢} = \frac{٢}{١٧}$

$\Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \sqrt{\frac{٢}{١٧}} = هـ$

١١ جد معادلة القطع الناقص الذي محوره الأكبر يوازي محور السينات وإحدى بؤرتيه النقطة (٣، ١) وأقرب مسافة بين النقطة الواقعة عليه والبؤرة المعطاه ٢ وحدة واختلافه المركزي $\frac{٢}{٣}$.

سيني

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٢}{٣} \Leftarrow ٣جـ = ٢أ$

$٣جـ = ٢أ \Leftarrow ٣جـ = ٢(٢+جـ)$

$\Leftarrow ٣جـ = ٤ + ٢جـ \Leftarrow جـ = ٤$

$أ = ٢ + جـ = ٢ + ٤ = ٦ \Leftarrow أ = ٦$

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ \Leftarrow ١٦ = ٣٦ - ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٢٠$

المركز = $(د ، هـ) = (٥-٦ ، ١) = (-١ ، ١)$

معادلته : $\frac{(س-د)^٢}{أ^٢} + \frac{(ص-هـ)^٢}{ب^٢} = ١$

$\therefore \frac{(س+١)^٢}{٣٦} + \frac{(ص-١)^٢}{٢٠} = ١$

ملاحظة : قد يكون المركز في الإتجاه الآخر للبؤرة

$جـ = ٤ \Leftarrow م = (١+٦ ، ١) = (٧ ، ١)$

حيث الرأس القريب من البؤرة $(٣-٢ ، ١) = (١ ، ١)$

$\therefore$ معادلته الأخرى :

$\frac{(س-٧)^٢}{٣٦} + \frac{(ص-١)^٢}{٢٠} = ١$

الأستاذ : محمد العبداللات — الجديد في الرياضيات

أسئلة مقترحة — الفرع العلمي و الصناعي

---

١٢ اوجد عناصر القطع الزائد المتمثلة بالمركز ، الرأسين ، البؤرتين ، طول كل من المحور القاطع والمرافق ومعادلاتهم الاختلاف المركزي لكل مما يلي :-

$$\text{س} + 2\text{ص} = \frac{4}{\text{س} - 2\text{ص}}$$

$$(\text{س} + 2\text{ص})(\text{س} - 2\text{ص}) = 4$$

$$\frac{\text{س}^2}{4} - \frac{4\text{ص}^2}{4} = \frac{4}{4}$$

$$\frac{\text{س}^2}{4} - \frac{\text{ص}^2}{1} = 1$$

سيني (لأن العدد الأكبر تحت السينات)

المركز $(0 ، 0)$

$\text{أ}^2 = 4 \Leftarrow \text{أ} = 2$

$\text{ب}^2 = 1 \Leftarrow \text{ب} = 1$

$\text{جـ}^2 = \text{أ}^2 + \text{ب}^2 = 4 + 1 = 5 \Leftarrow \text{جـ} = \sqrt{5}$

البؤرتان $(\sqrt{5} ، 0)$ ، $(-\sqrt{5} ، 0)$

الرأسان $(2 ، 0)$ ، $(-2 ، 0)$

طرفي المحور المرافق $(0 ، 1)$ ، $(0 ، -1)$

طول المحور القاطع $2\text{أ} = 2 \times 2 = 4$ معادلته ص = ٠

طول المحور المرافق $2\text{ب} = 2 \times 1 = 2$ معادلته س = ٠

البعد البؤري $2\text{جـ} = 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

الاختلاف المركزي $\text{هـ} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{\sqrt{5}}{2} > 1$

١٣ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه $(1 ، 2)$ $(1 ، -8)$ ويقع أحد رأسيه على محور السينات.

صادي

المركز $(1 ، \text{هـ}) = (1 ، 2 - 5) = (1 ، -3)$

يقع أحد رأسيه على محور السينات

$\Leftarrow$ الاحداثي الصادي للرأس = ٠

الرأس $(1 ، 0)$

$\text{جـ}^2 = \text{أ}^2 + \text{ب}^2 \Leftarrow 25 = 9 + \text{ب}^2 \Leftarrow 16 = \text{ب}^2$

معادلته $\frac{(\text{ص} - \text{هـ})^2}{\text{أ}^2} - \frac{(\text{س} - \text{د})^2}{\text{ب}^2} = 1$

$$\frac{(\text{ص} + 3)^2}{9} - \frac{(\text{س} - 1)^2}{16} = 1$$

١٤ جد معادلة القطع الزائد السيني الذي مركزه $(2 ، 1)$ ويمر بالنقطة $(-3 ، 4)$ واختلافه المركزي $= \sqrt{2}$.

سيني ، المركز $(2 ، 1)$

معادلته $\frac{(\text{س} - \text{د})^2}{\text{أ}^2} - \frac{(\text{ص} - \text{هـ})^2}{\text{ب}^2} = 1$

$$\Leftarrow \frac{(\text{س} - 2)^2}{\text{أ}^2} - \frac{(\text{ص} - 1)^2}{\text{ب}^2} = 1$$

تابع

هـ = جـ / أ = √٢ ⟸ جـ = √٢ أ

⟸ جـ² = ٢أ²

(-٣، ٤) تحقق المعادلة ⟸ ٢٥/أ² - ٩/ب² = ١

ولكن جـ² = أ² + ب² ⟸ ٢أ² = أ² + ب² ⟸ أ² = ب²

∴ ٢٥/أ² - ٩/أ² = ١ ⟸ ١٦/أ² = ١ ⟸ أ² = ١٦

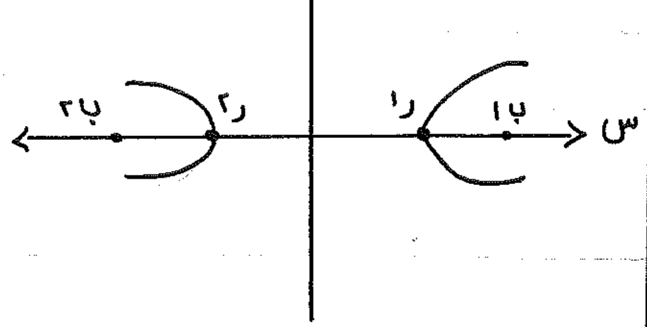
أ² = ب² ⟸ ١٦ = ب²

∴ معادلته

(س - ٢)² / ١٦ - (ص - ١)² / ١٦ = ١

١٥ يمثل الشكل المجاور المنحنى البياني لقطع مخروطي إذا كانت ب١ر١ / ب١ب٢ = ١/٥

(حيث ب: بؤرة ، ر: رأس) نجد الاختلاف المركزي لهذا القطع .



ب١ر١ / ب١ب٢ = ١/٥ ⟸ (جـ - أ) / ٢جـ = ١/٥

⟸ ٥ (جـ - أ) = ٢جـ ⟸ ٥جـ - ٥أ = ٢جـ ⟸ ٣جـ = ٥أ

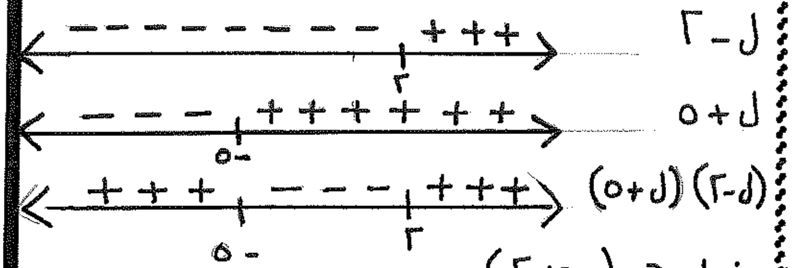
⟸ ٣جـ / ٣أ = ٥أ / ٣أ ⟸ جـ / أ = ٥/٣ = هـ

١٦ إذا كانت س² / (ل - ٣) + ص² / (ل + ٥) = ١

نجد قيمة الثابت (ل) التي تجعل المعادلة تمثل قطعاً :-

① زائداً ② ناقصاً

① زائداً ⟸ (ل - ٣) (ل + ٥) < ٠

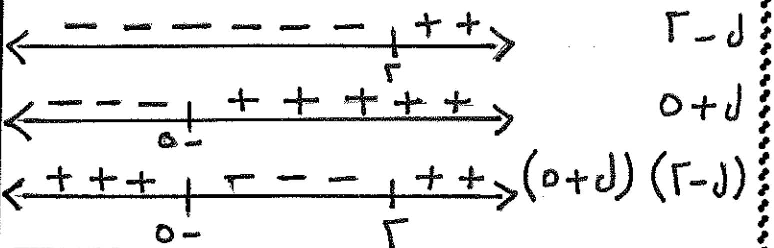


∴ ل ∈ (-٥، ٣)

② ناقصاً ⟸ (ل - ٣) (ل + ٥) > ٠

ولاختبار الحلول ل - ٣ > ٠ و ل + ٥ > ٠

(ل - ٣) (ل + ٥) > ٠



$\therefore$ ل $\in$ (−∞ ، −٥) $\cup$ (٢ ، ∞)

لكن في هذه الحالة نختبر الحلول لأننا نريد ل−٢ > ٠ و ل+٥ > ٠.

$\therefore$ ل $\in$ (٢ ، ∞) فقط

$\boxed{17}$ جد معادلة القطع الزائد الذي اختلافه المركزي يساوي $\frac{\sqrt{21}}{3}$ ويمر بالنقطة (−٤ ، −٣) ومركزه يقع على المستقيم ص = ٣.

$\boxed{18}$ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (٠ ، ٠) وبؤرتاه على محور السينات و يمس المستقيم ص = $\sqrt{3}$ س − ٢ عند النقطة ($2\sqrt{3}$ ، ٤) .

$\boxed{19}$ اوجد احداثيات الرأس والبؤرة و معادلة كل من المحور والدليل للقطع المكافئ التالي :-

٨س − ٩ص^2 + ١٨ص − ٣٣ = ٠

−٩ص^2 + ١٨ص = −٨س + ٣٣

−٩ (ص^2 − ٢ص) = −٨س + ٣٣

−٩ (ص^2 − ٢ص + ١) = −٨س + ٣٣ − ٩

$$\frac{-9(\text{ص}-1)^2}{-9} = \frac{-8\text{س}+24}{-9}$$

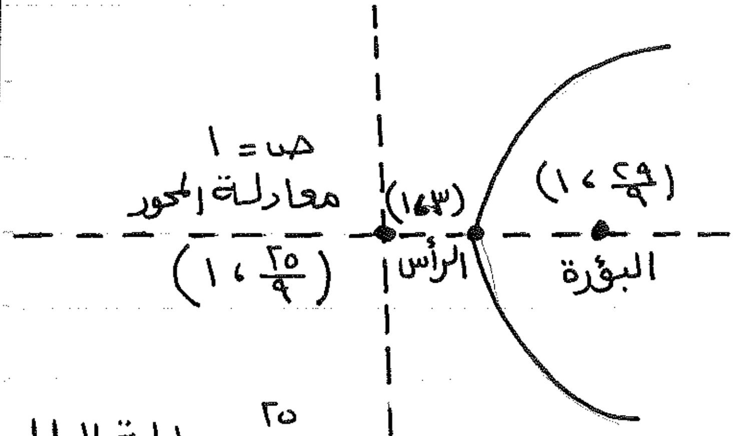
$$(\text{ص}-1)^2 = \frac{8\text{س}-24}{9}$$

$$(\text{ص}-1)^2 = \frac{8}{9}(\text{س}-3)$$

اتجاه الفتحة لليمين

الرأس (٣ ، ١)

$$4\text{جـ} = \frac{8}{9} \Longrightarrow \text{جـ} = \frac{2}{9}$$



س = $\frac{25}{9}$ معادلة الدليل

$\boxed{20}$ جد معادلة القطع المكافئ الذي فيه المحور يوازي المستقيم ص = ٥ ورأسه (٣ ، ٢) ويمر بالنقطة (٥ ، ٣) .

اتجاه الفتحة لليمين   الرأس (٣ ، ٢)

معادلته : (ص − هـ)^2 = ٤جـ (س − د)

(ص − ٢)^2 = ٤جـ (س − ٣)

(٥ ، ٣) تحقق المعادلة ⟸ ١ = ٤جـ × ٢

⟸ ١ = ٨جـ ⟸ جـ = $\frac{1}{8}$

$\therefore$ معادلته (ص − ٢)^2 = $\frac{1}{2}$ (س − ٣)

٢١ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ورأسه يقع على المستقيم ص = س ويمر بالنقطتين (٤، ٣)، (٠، ٣).

اتجاه الفتحة للأعلى

الرأس (د، د) لأنه يقع على المستقيم ص = هـ ⟸ وبالتالي د = هـ

معادلته: (س − د)^2 = ٤جـ (ص − هـ)

(س − د)^2 = ٤جـ (ص − د)

(٠، ٣) تحقق المعادلة ⟸ د^2 = ٤جـ (٣ − د)

(٤، ٣) تحقق المعادلة ⟸ (٤ − د)^2 = ٤جـ (٣ − د)

$\frac{(٤-د)^2}{د^2} = \frac{٤جـ(٣-د)}{٤جـ(٣-د)}$

⟸ $\frac{(٤-د)^2}{د^2}$ = ١ ⟸ (٤ − د)^2 = د^2

⟸ ١٦ − ٨د + د^2 = د^2 ⟸ ١٦ − ٨د = ٠

⟸ ١٦ = ٨د ⟸ د = ٢

د^2 = ٤جـ (٣ − هـ) ⟸ ٤ = ٤جـ (٣ − ٢)

⟸ جـ = ١

∴ معادلته: (س − ٢)^2 = ٤(ص − ٢)

٢٢ جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٠، ٠)، (١، ١)، (٣، ٤).

٢٣ أطلقت قذيفة من مستوى سطح أرض أفقية إلى أعلى وعادت إلى نفس المستوى وكان مسارها على منحنى قطع مكافئ فإذا كان أعلى ارتفاع وصلته القذيفة (٥٠ متراً) وأقصى مدى أفقي لها هو (٤٠ متراً) معتبراً نقطة انطلاق القذيفة النقطة (٠، ٠)، جد ما يلي:

١) معادلة القطع المكافئ

٢) ارتفاع القذيفة عن سطح الأرض عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة ومسقطها على الأرض.

اتجاه الفتحة للأسفل

الرأس (٢٠، ٥٠)

معادلته: (س − د)^2 = −٤جـ (ص − هـ)

(س − ٢٠)^2 = −٤جـ (ص − ٥٠)

(٤٠، ٠) أو (٠، ٠) تحقق المعادلة

(٠، ٠) تحقق المعادلة ⟸ ٤٠٠ = −٤جـ × −٥٠

⟸ ٤٠٠ = ٢٠٠جـ ⟸ جـ = ٢

∴ معادلته (س − ٢٠)^2 = −٨ (ص − ١٠)

٢) المطلوب الارتفاع ص عندما س = ص

لذلك نعوض في المعادلة بدل س و ص

للذلك نعوض في المعادلة بدل س بـ ص

$(ص-٢٠)^٢ = -٨(ص-٥٠)$

$ص^٢ - ٤٠ص + ٤٠٠ = -٨ص + ٤٠٠$

$ص^٢ - ٣٢ص = ٠$

$ص(ص-٣٢) = ٠$

$ص = ٠$ ، $ص = ٣٢$

$\boxed{٢٤}$ جد معادلة الدائرة التي تقع في الربع الرابع وتمس محوري السينات والصادات والمستقيم $٣س - ٤ص = ١٢$.

المركز $(٠+ر ، ٠-ر) = (ر ، -ر)$

$ر = \frac{|أس_١ + بص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢+ب^٢}} = \frac{|٣ر+٤ر-١٢|}{\sqrt{٩+١٦}}$

$\Leftarrow ر = \frac{|٧ر-١٢|}{٥} \Leftarrow ٥ر = |٧ر-١٢|$

إما $٥ر = ٧ر-١٢$

$\Leftarrow ٢ر = ١٢$

$\Leftarrow ر = ٦$

المركز $(٦ ، -٦)$

$(س-د)^٢+(ص-هـ)^٢=ر^٢$

$(س-٦)^٢+(ص+٦)^٢=٣٦$

أو $-٥ر = ٧ر-١٢$

$\Leftarrow ١٢ر = ١٢$

$\Leftarrow ر = ١$

المركز $(١ ، -١)$

$(س-د)^٢+(ص-هـ)^٢=ر^٢$

$(س-١)^٢+(ص+١)^٢=١$

$\boxed{٢٥}$ جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمين $س = ٣$ ، $ص = ١$ وتمر بالنقطة $(٥ ، ٢)$.

المركز $(٣+ر ، ١+ر)$

$(س-د)^٢+(ص-هـ)^٢=ر^٢$

$(س-٣-ر)^٢+(ص-١-ر)^٢=ر^٢$

$(٥ ، ٢)$ تحقق المعادلة

$\Leftarrow (٢-ر)^٢+(١-ر)^٢=ر^٢$

$٤-٤ر+ر^٢+١-٢ر+ر^٢=ر^٢$

$ر^٢-٦ر+٥=٠$

$(ر-٥)(ر-١)$

$ر=٥$ ، $ر=١$

الحالة (١)

$ر=٥ \Leftarrow$ المركز $(٣+٥ ، ١+٥) = (٨ ، ٦)$

$(س-٨)^٢+(ص-٦)^٢=٢٥$

الحالة (٢) :-

$ر=١ \Leftarrow$ المركز $(٣+١ ، ١+١) = (٤ ، ٢)$

$(س-٤)^٢+(ص-٢)^٢=١$

$\boxed{٢٦}$ جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين $(٢ ، ٣)$ $(-١ ، ١)$ ويقع مركزها على الخط المستقيم $س - ٣ص - ١١ = ٠$.

٢٧ جد معادلة القطع الزائد الذي طول محوره المرافق (٨) وحدات واحداثيات أحد رأسيه $(٤ ، ٢)$ واحداثيات البؤرة البعيدة $(-٤ ، ٢)$.

تابع الحل $\Leftarrow$

$٢ب = ٨ \Leftarrow \boxed{ب = ٤}$ ، سيني

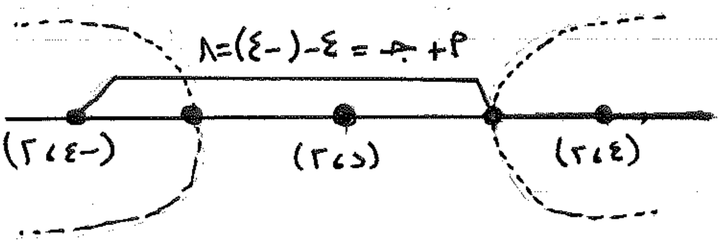
$أ + جـ = ٨$

$\Leftarrow جـ = ٨ - أ$ ..... ①

$جـ^2 = أ^2 + ب^2 \Leftarrow جـ^2 = أ^2 + ١٦$ .... ②

وبتعويض (١) في (٢) $\Leftarrow (٨ - أ)^2 = أ^2 + ١٦$

$\Leftarrow ٦٤ - ١٦أ + \cancel{أ^2} = \cancel{أ^2} + ١٦ \Leftarrow \boxed{أ = ٣}$



ومن الرسمة المجاورة

المركز (١، ٢) $\Leftarrow$ المعادلة هي: $\frac{(س-١)^2}{٩} - \frac{(ص-٢)^2}{١٦} = ١$

---

[٢٨] قطع مخروطي مركزه (٠، ٠) والمسافة بين بؤرتيه تزيد عن المسافة بين رأسيه (٦) وحدات واختلافه المركزي $\left(\frac{٤}{٣}\right)$ جد معادلته .

$٢جـ = ٦ + ٢أ \Leftarrow جـ = ٣ + أ$ .... ①

$\frac{جـ}{أ} = \frac{٤}{٣} \Leftarrow ٣جـ = ٤أ$ .... ②

بتعويض ① في ② $\Leftarrow ٣(٣ + أ) = ٤أ$

$\Leftarrow ٩ + ٣أ = ٤أ \Leftarrow \boxed{أ = ٩}\ \boxed{جـ = ١٢}$

$\therefore جـ^2 = أ^2 + ب^2 \Leftarrow ١٤٤ = ٨١ + ب^2 \Leftarrow ب^2 = ٦٣$

$\therefore$ المعادلة هي :- سيني

$\Leftarrow \frac{س^2}{٨١} - \frac{ص^2}{٦٣} = ١$

صادي

$\Leftarrow \frac{ص^2}{٨١} - \frac{س^2}{٦٣} = ١$

[٢٩] قطع مخروطي بؤرتاه (٢، ٢)، (٢، ٨) إذا كان البعد بين أحد رأسيه والبؤرة القريبة من الرأس وحدة واحدة

الجواب : بفرض القطع زائد

$\Leftarrow \frac{(ص-٥)^2}{٤} - \frac{(س-٢)^2}{٥} = ١$

و بفرض القطع ناقص

$\Leftarrow \frac{(ص-٥)^2}{١٦} + \frac{(س-٢)^2}{٧} = ١$

[٣٠] إذا كان نصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^2 + ص^2 + ل س - ١٠ص - ١٥ = ٠$ يساوي ٧ وحدات فما قيمة الثابت ل ؟؟

تابع الحل

$$7 = \sqrt{\left(\frac{-\text{ل}}{2}\right)^2 + \left(\frac{-10}{2}\right)^2 - -15}$$

$$7 = \sqrt{\frac{\text{ل}^2}{4} + 40}$$

$$49 = \frac{\text{ل}^2}{4} + 40 \Longleftarrow \frac{\text{ل}^2}{4} = 9$$

$$\Longleftarrow \text{ل}^2 = 36 \Longleftarrow \text{ل} = \pm 6$$

$\boxed{31}$ ما طول الوتر العمودي على محور السينات المار بالنقطة (٤،٠) في الدائرة $\text{س}^2 + \text{ص}^2 = 25$ ؟؟

$\text{س}^2 + \text{ص}^2 = 25$

المركز $\Longleftarrow (0, 0)$ ، ر $= 5$

العمود النازل من مركز الدائرة ينصف الوتر

$$25 = 16 + \text{ل}^2 \Longleftarrow \text{ل}^2 = 9 \Longleftarrow \text{ل} = 3$$

∴ الوتر $= 6 = 2\text{ل}$

$\boxed{32}$ إذا كان هـ١ ، هـ٢ يمثلان الاختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين :-

$$\frac{\text{س}^2}{\text{ل}^2} - \frac{\text{ص}^2}{\text{ك}^2} = 1 \quad ، \quad \frac{\text{ص}^2}{\text{ك}^2} - \frac{\text{س}^2}{\text{ل}^2} = 1$$

أثبت أنه : $\frac{1}{(\text{هـ}_1)^2} + \frac{1}{(\text{هـ}_2)^2} = 1$

$$\frac{\text{س}^2}{\text{ل}^2} - \frac{\text{ص}^2}{\text{ك}^2} = 1 \Longleftarrow \text{أ}^2 = \text{ل}^2 \text{ ، } \text{ب}^2 = \text{ك}^2$$

$$\Longleftarrow \text{جـ}^2 = \text{ل}^2 + \text{ك}^2$$

$$\text{هـ}_1 = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} \Longleftarrow (\text{هـ}_1)^2 = \frac{\text{جـ}^2}{\text{أ}^2} = \frac{\text{ل}^2 + \text{ك}^2}{\text{ل}^2}$$

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{ك}^2} - \frac{\text{س}^2}{\text{ل}^2} = 1 \Longleftarrow \text{أ}^2 = \text{ك}^2 \text{ ، } \text{ب}^2 = \text{ل}^2$$

$$\Longleftarrow \text{جـ}^2 = \text{ك}^2 + \text{ل}^2$$

$$\text{هـ}_2 = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}} \Longleftarrow (\text{هـ}_2)^2 = \frac{\text{جـ}^2}{\text{أ}^2} = \frac{\text{ك}^2 + \text{ل}^2}{\text{ك}^2}$$

$$\therefore \frac{1}{(\text{هـ}_1)^2} + \frac{1}{(\text{هـ}_2)^2} = \frac{\text{ل}^2}{\text{ل}^2 + \text{ك}^2} + \frac{\text{ك}^2}{\text{ك}^2 + \text{ل}^2}$$

$$= \frac{\text{ل}^2 + \text{ك}^2}{\text{ل}^2 + \text{ك}^2} = 1$$ وهو المطلوب #

$\boxed{33}$ ما قيمة (قيم) أ التي تجعل القطع المخروطي الذي معادلته :

$$(\text{أ} + 3)\text{س}^2 + (6 - 2\text{أ})\text{ص}^2 - 4\text{ص} + 1 = 0$$

تمثل : أ) دائرة .

ب) قطع مكافئ .

جـ) قطع ناقص .

دائرة ⟸ أ + ٣ = ٦ − ٢أ ⟸ ٣أ = ٣

⟸ $\boxed{\text{أ} = ١}$

مكافئ ⟸ أ + ٣ = ٠ أو ٦ − ٢أ = ٠

∴ إما $\boxed{\text{أ} = -٣}$ أو $\boxed{\text{أ} = ٣}$

ناقص ⟸ (أ + ٣)(٦ − ٢أ) > ٠

−− ‏ −٣ ‏ + + + ‏ ٣ ‏ −−

٣٤

النقطة ن (س، ص) تتحرك في المستوى
جد معادلة الحركة للنقطة ن ونوع القطع المخروطي فيما يلي :-

أ) س = جتاهـ ، ص = جتا٢هـ

ب) س = ٢ + ٣قتاهـ ، ص = ٥ + ٤ظتاهـ

ج) س = أ(جتان − جان) ، ص = ب(جتان + جان)

د) س = ن + $\frac{١}{\text{ن}}$ ، ص = ن − $\frac{١}{\text{ن}}$

هـ) س = $\sqrt{١ - \text{هـ}^{\text{ن}}}$ ، ن = ٢لوهـ ص

الحل :- أ) س = جتاهـ ، ص = جتا٢هـ

⟸ ص = ٢جتا²هـ − ١ لكن س = جتاهـ

⟸ ص = ٢س² − ١ (قطع مكافئ)

ب) س = ٢ + ٣قتاهـ ، ص = ٥ + ٤ظتاهـ

⟸ $\frac{(\text{س}-٢)}{٣}$ = قتاهـ ⟸ $\frac{(\text{س}-٢)^2}{٩}$ = قتا²هـ

⟸ $\frac{(\text{س}-٢)^2}{٩}$ = ١ + ظتا²هـ ولكن $\frac{\text{ص}-٥}{٤}$ = ظتاهـ

⟸ $\frac{(\text{س}-٢)^2}{٩} = ١ + \frac{(\text{ص}-٥)^2}{١٦}$

⟸ $\frac{(\text{س}-٢)^2}{٩} - \frac{(\text{ص}-٥)^2}{١٦} = ١$

(قطع زائد)

ج) س = أ(جتان − جان) ، ص = ب(جتان + جان)

⟸ $\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2}$ = (جتان − جان)²

= جتا²ن − ٢جان جتان + جا²ن

⟸ $\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2}$ = ١ − جا٢ن .... ①

⟸ $\frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2}$ = (جتان + جان)²

= جتا²ن + ٢جان جتان + جا²ن

⟸ $\frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2}$ = ١ + جا٢ن --- ②

معادلة ① + ② ⟸ $\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2} + \frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2} = ٢$

⟸ $\frac{\text{س}^2}{٢\text{أ}^2} + \frac{\text{ص}^2}{٢\text{ب}^2} = ١$ (قطع ناقص)

د) $\text{س} = \text{ن} + \frac{1}{\text{ن}}$ ، $\text{ص} = \text{ن} - \frac{1}{\text{ن}}$

$\text{س}^2 = \text{ن}^2 + 2 + \frac{1}{\text{ن}^2}$ ...... (1)

$\text{ص}^2 = \text{ن}^2 - 2 + \frac{1}{\text{ن}^2}$ ...... (2)

معادلة (1) ـ معادلة (2)

$\Leftarrow \text{س}^2 - \text{ص}^2 = 4$ (قطع زائد)

هـ) $\text{س} = \sqrt{1 - \text{هـ}^{\text{ن}}}$ ، $\text{ن} = 2\,\text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ص}$

$\Leftarrow \text{س}^2 = 1 - \text{هـ}^{\text{ن}}$ ولكن $\text{ن} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{ص}^2$

$\Leftarrow \text{س}^2 = 1 - \text{هـ}^{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص}^2}$

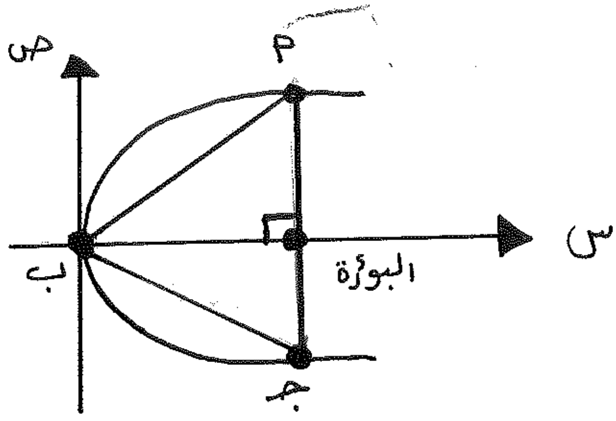
$\Leftarrow \text{س}^2 = 1 - \text{ص}^2 \Leftarrow \text{س}^2 + \text{ص}^2 = 1$

(دائرة)

35) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س، ص) في المستوى بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره وحدتان عن المستقيم $6\text{س} + 8\text{ص} = 2$ وتمر في أثناء حركتها بمركز الدائرة التي معادلتها $(\text{س}-1)^2 + (\text{ص}-2)^2 = 16$

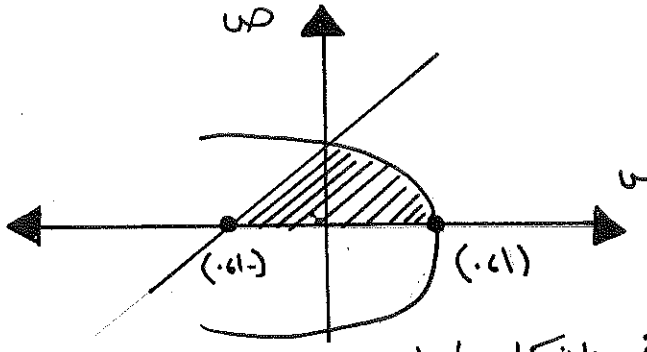
تابع

بعد (س، ص) عن $6\text{س} + 8\text{ص} - 2 = 0$ =



* جد معادلة القطع المكافئ المرسوم في الشكل المجاور، علماً بأن مساحة المثلث أ ب جـ تساوي (١٨) وحدة مربعة ؟؟

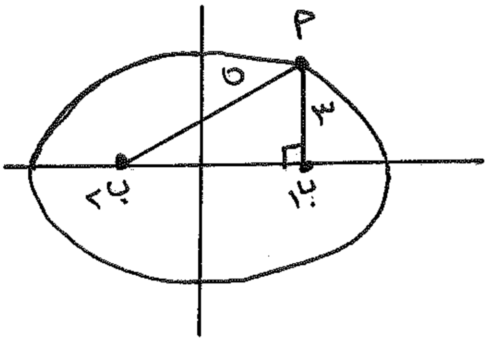
الجواب :- $ص^{٢} = ١٢س$



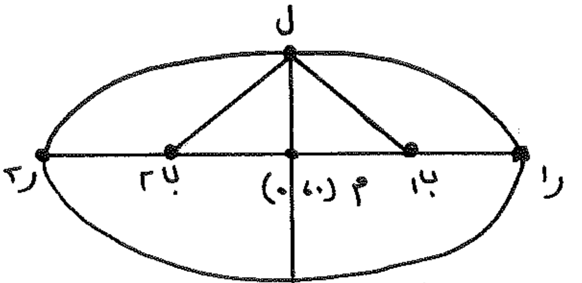
في الشكل المجاور يمثل قطعاً مكافئاً و مستقيم يقطعه، جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل

(في الشكل محور السينات يمثل محور التماثل للقطع المكافئ)

الجواب :- $\frac{٧}{٦}$



في الشكل المجاور قطع ناقص بؤرتاه ب١، ب٢ ، أب١ = ٣سم ، أب٢ = ٥ جد الاختلاف المركزي لهذا القطع.



إذا علمت أن محيط المثلث ل ب١ ب٢ = ١٦ وأن مساحة المثلث ل م ر١ = ١٠ جد معادلة القطع ؟؟

* جد الاختلاف المركزي لقطع زائد بعد أحد رأسيه عن البؤرة البعيدة عنه يساوي أربعة أمثال بعده عن البؤرة القريبة منه .

المطلوب $\frac{\text{ج}}{\text{أ}} = ؟؟$

$\text{أ} + \text{ج} = ٤(\text{ج} - \text{أ}) \Leftarrow \text{أ} + \text{ج} = ٤\text{ج} - ٤\text{أ}$

$\Leftarrow ٥\text{أ} = ٣\text{ج} \Leftarrow \frac{\text{ج}}{\text{أ}} = \frac{٥}{٣}$

* إذا كانت $٩\text{س}^٢ + ٤\text{ص}^٢ = ٣٦$ تمثل معادلة قطع ناقص فأوجد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه رأسا الناقص ورأساه بؤرتا الناقص .

نجد أولاً بؤرتا ورأسا القطع الناقص الذي معادلته $٩\text{س}^٢ + ٤\text{ص}^٢ = ٣٦$

$\Leftarrow \frac{\text{س}^٢}{٤} + \frac{\text{ص}^٢}{٩} = ١$

صادي المركز $(٠،٠)$

$\text{أ} = ٣$ ، $\text{ب} = ٢$

$\text{ج}^٢ = \text{أ}^٢ - \text{ب}^٢ \Leftarrow \text{ج} = \sqrt{٥}$

الآن نجد معادلة القطع الزائد

صادي المركز $(٠،٠)$

$\text{أ} = \sqrt{٥}$ ، $\text{ج} = ٣ \Leftarrow \text{ج}^٢ = \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ \Leftarrow \boxed{\text{ب} = ٢}$

$\therefore$ المعادلة هي : $\frac{\text{ص}^٢}{٥} - \frac{\text{س}^٢}{٤} = ١$

* جد معادلة القطع الزائد الذي البعد بين بؤرتاه (٤) وحدات ورأساه هما بؤرة ورأس القطع المخروطي $(\text{س} - ٢)^٢ = ٨(\text{ص} - ١)$.

نجد أولاً بؤرة ورأس القطع المكافئ الذي معادلته $(\text{س} - ٢)^٢ = ٨(\text{ص} - ١)$

مفتوح للأعلى ، الرأس $(٢،١)$

$٤\text{ج} = ٨ \Leftarrow \text{ج} = ٢$

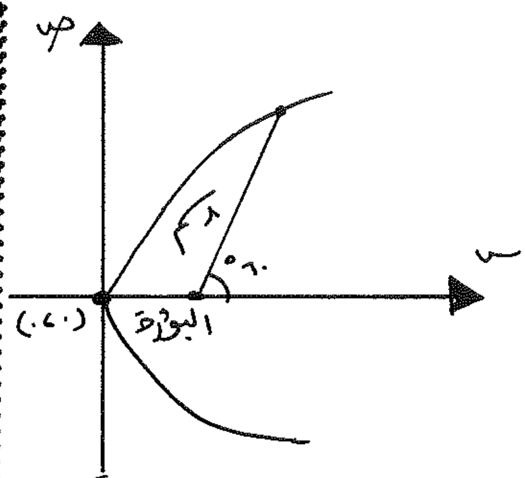
والآن نجد معادلة القطع الزائد الذي رأساه $(٢،١)$ $(٢،٣)$ كما أنه $٢\text{ج} = ٤$

$\boxed{\text{صادي}}$ ، المركز $\left(٢ ، \frac{١+٣}{٢}\right) = \boxed{(٢،٢)}$

$\text{أ} = ١ \Leftarrow \text{ج} = ٢$

$\therefore \text{ج}^٢ = \text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ \Leftarrow ٤ = ١ + \text{ب}^٢ \Leftarrow \text{ب} = \sqrt{٣}$

$\Leftarrow$ المعادلة هي $\frac{(\text{ص} - ٢)^٢}{١} - \frac{(\text{س} - ٢)^٢}{٣} = ١$



القطع المكافئ المرسوم في الشكل حيث رأسه نقطة الأصل

الجواب: $\text{ص}^{٢} = ٨\,\text{س}$

إذا كانت $\frac{(\text{س}-١)^{٢}}{٦٤} + \frac{(\text{ص}+٣)^{٢}}{٣٦} = ١$ تمثل معادلة قطع ناقص جد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه مركز القطع الناقص السيني

الجواب: $(\text{ص}+٣)^{٢} = ٣٢\,(\text{س}-١)$

1996 أ ب جـ مثلث فيه الرأسين أ، ب هما أ (٠،٥) ب (٠،-٥) ومحيط المثلث ٣٠ سم والرأس يتحرك في المستوى الديكارتي أوجد معادلة المنحنى لحركة الرأس جـ

الجواب: $\frac{\text{ص}^{٢}}{١٠٠} + \frac{\text{س}^{٢}}{٧٥} = ١$

---

* جد معادلة القطع الناقص السيني الذي مركزه (٠،٠) اختلافه المركزي $\frac{١}{٢}$ و المسافة بين طرفي محوره الأكبر و الأصغر تساوي $\sqrt{١٤}$

* الجواب: $\frac{\text{س}^{٢}}{٨} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٦} = ١$

---

* تمر بنقطة الأصل وتقطع من محوري السينات والصادات الموجبين ٨ وحدات ٦ وحدات على الترتيب

* الجواب: $(\text{س}-٤)^{٢} + (\text{ص}-٣)^{٢} = ٢٥$

---

* مركزها (٣، -١) وتقطع من المستقيم الذي معادلته $٣\text{س} - ٥\text{ص} + ١٨ = ٠$ وتر طوله ٦ وحدات

الجواب: $(\text{س}-٣)^{٢} + (\text{ص}+١)^{٢} = ٣٨$

---

* تمس المستقيم $\text{ص} = \frac{١}{\sqrt{٣}}\,\text{س}$ في النقطة $(٣، \sqrt{٣})$ ويقع مركزها على محور السينات

* الجواب: $(\text{س}-٤)^{٢} + \text{ص}^{٢} = ٤$

---

* إذا كانت نصف قطر الدائرة التي معادلتها $\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢} + \text{ل}\,\text{س} - ١٠\text{ص} - ١٥ = ٠$ يساوي ٧ وحدات فما قيمة الثابت ل ؟؟

الجواب: $\text{ل} = \pm ٦$

الأستاذ : محمد العبداللات — الجديد في الرياضيات

أسئلة مقترحة — الفرع العلمي و الصناعي

* التكامل *

---

1 $\int \frac{1}{\sqrt[3]{س} - \sqrt{س}} \, دس$

* نفرض $ص = \sqrt[6]{س}$

حيث (6) هو المضاعف المشترك الأصغر لرتب الجذور 2 ، 3

$ص^6 = س \Longleftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{1}{6ص^5}$

$= \int \frac{1}{\sqrt[3]{س} - \sqrt{س}} \times \frac{دص}{\frac{1}{6ص^5}}$

$= \int \frac{6ص^5}{ص^2 - ص^3} \, دص$

$= \int \frac{6ص^3}{1 - ص} \, دص$ ، أكمل قسمة طويلة

---

2 $\int \frac{س^2}{\sqrt{2س+3} - \sqrt{س+3}} \, دس$

* الجذور مختلفة نضرب بالمرافق (للمقام)

$= \int \frac{س^2\left(\sqrt{2س+3} + \sqrt{س+3}\right)}{(2س+3) - (س+3)} \, دس$

$= \int \frac{\cancel{س^2}\left(\sqrt{2س+3} + \sqrt{س+3}\right)}{\cancel{س}} \, دس$

$= \int س\sqrt{2س+3} \, دس + \int س\sqrt{س+3} \, دس$

أجزاء — أجزاء

---

3 $\int \sqrt{1 + هـ^س} \, دس$

* نفرض $ص = \sqrt{1 + هـ^س}$

$\int ص \times \frac{دص}{\frac{هـ^س}{2\sqrt{1+هـ^س}}}$

بالرجوع للفرض

$ص = \sqrt{1 + هـ^س}$

$\Longleftarrow ص^2 = 1 + هـ^س$

$ص^2 - 1 = هـ^س$

$= \int \frac{2ص^2}{ص^2 - 1} \, دص$

أكمل قسمة طويلة ثم كسور جزئية

---

4 $\int \frac{س}{\sqrt{س^2 + 1 + \left(\sqrt{س^2+1}\right)^3}} \, دس$

* نفرض $ص = \sqrt{س^2 + 1}$

$\int \frac{\cancel{س}}{\sqrt{س^2 + 1 + ص^3}} \times \frac{دص}{\frac{\cancel{2}\cancel{س}}{\cancel{2}\sqrt{س^2+1}}}$

بالرجوع للفرض $ص = \sqrt{س^2 + 1}$

$ص^2 = س^2 + 1$

$\int \frac{ص}{\sqrt{ص^2 + ص^3}} \, دص$

$\int \frac{ص}{\sqrt{ص^2(1 + ص)}} \, دص = \int \frac{\cancel{ص}}{\cancel{ص}\sqrt{1+ص}} \, دص$

$\int (1 + ص)^{-\frac{1}{2}} \, دص = (1 + ص)^{\frac{1}{2}} \times 2 + جـ$

$2\sqrt{1 + \sqrt{س^2 + 1}} + جـ$

٥ $\int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٥\,\text{ظا}^2\text{س} - ٣\,\text{ظاس} - ٢}\,\text{دس}$

* نفرض ص = ظاس

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^2\text{س} \Longrightarrow \boxed{\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{قا}^2\text{س}}}$

$\int \frac{\text{قا}^2\text{س}}{٥\text{ص}^2 - ٣\text{ص} - ٢} \times \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{قا}^2\text{س}}}$

$= \int \frac{١}{٥\text{ص}^2 - ٣\text{ص} - ٢}\,\text{دص}$

الحل بالكسور الجزئية

٦ $\int (\text{س}^٩\,\text{قا}^2\text{س} + ٩\text{س}^٨\,\text{ظاس})\,\text{دس}$

$= \int \underbrace{\text{س}^٩}_{\text{ع}}\,\underbrace{\text{قا}^2\text{س دس}}_{\text{ده}} + \int ٩\text{س}^٨\,\text{ظاس دس}$

$\text{ع} = \text{س}^٩ \longrightarrow \text{دع} = ٩\text{س}^٨\,\text{دس}$

$\text{ده} = \text{قا}^2\text{س دس} \longrightarrow \text{ه} = \text{ظاس}$

$\text{ع} \times \text{ه} - \int \text{ه} \times \text{دع}$

$= \text{س}^٩\,\text{ظاس} - \cancel{\int ٩\text{س}^٨\,\text{ظاس دس}} + \cancel{\int ٩\text{س}^٨\,\text{ظاس دس}}$

$= \text{س}^٩\,\text{ظاس} + \text{ج}$

٧ $\int \text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س}^2 - \text{س})\,\text{دس}$

$\text{ع} = \text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س}^2 - \text{س}) \longrightarrow \text{دع} = \frac{٦\text{س} - ١}{٣\text{س}^2 - \text{س}}$

$\text{ده} = \text{دس} \longrightarrow \text{ه} = \text{س}$

$\text{ع} \times \text{ه} - \int \text{ه} \times \text{دع}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س}^2 - \text{س}) - \int \frac{٦\text{س} - ١}{٣\text{س} - ١}\,\text{دس}$

$(٦\text{س} - ١) \div (٣\text{س} - ١) = ٢$ ؛ $-٦\text{س} \pm ٢$ ؛ الباقي ١

$\longrightarrow = \text{س}\,\text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س}^2 - \text{س}) - \int \left(٢ + \frac{١}{٣\text{س} - ١}\right)\text{دس}$

$= \text{س}\,\text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س}^2 - \text{س}) - \left(٢\text{س} + \frac{١}{٣}\,\text{لو}_{\text{ه}}|٣\text{س} - ١|\right) + \text{ج}$

* حل آخر: $\int \text{لو}_{\text{ه}}(\text{س}(٣\text{س} - ١))\,\text{دس}$

$= \int \text{لو}_{\text{ه}}\text{س}\,\text{دس} + \int \text{لو}_{\text{ه}}(٣\text{س} - ١)\,\text{دس}$

(أجزاء) (أجزاء)

٨

$$\int جا^{ن}س\ قا^{ن+٣}س\ دس \qquad ن \neq -١$$

$$= \int \underline{جا^{ن}س \times قا^{ن}س} \times قا^{٢}س\ دس$$

$$= \int ظا^{ن}س\ قا^{٢}س\ دس$$

* نفرض ص = ظاس

$$= \int ص^{ن}\ \cancel{قا^{٢}س} \times \frac{دص}{\cancel{قا^{٢}س}}$$

$$= \int ص^{ن}\ دص$$

$$= \frac{ص^{ن+١}}{ن+١} + جـ$$

$$= \frac{١}{ن+١}\ ظا^{ن+١}س + جـ$$

٩

$$\int \frac{١}{(٢جاس + جتاس)^{٢}}\ دس$$

١٠

$$\int \frac{ظاس + ظتاس}{لو_{هـ}ظاس}\ دس$$

$$ص = لو_{هـ}ظاس$$

$$\Leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{قا^{٢}س}{ظاس} \Leftarrow دس = \frac{ظاس}{قا^{٢}س}$$

$$\int \frac{ظاس + ظتاس}{ص} \times \frac{ظاس}{قا^{٢}س}\ دص$$

$$\int \frac{ظاس + \frac{١}{ظاس}}{ص} \times \frac{ظاس}{١+ظا^{٢}س}\ دص$$

$$\int \frac{\cancel{ظا^{٢}س + ١}}{ص \times \cancel{ظاس}} \times \frac{\cancel{ظاس}}{\cancel{١+ظا^{٢}س}}\ دص$$

$$= \int \frac{١}{ص}\ دص$$

$$= لو_{هـ}|ص| + جـ$$

$$= لو_{هـ}|لو_{هـ}ظاس| + جـ$$

(١١) $\displaystyle\int \frac{\text{جتا}س}{١+٣\text{جا}س - \text{جتا}٢س}\, دس$

الحل: $\displaystyle\int \frac{\text{جتا}س}{١+٣\text{جا}س - (١-٢\text{جا}^٢س)}\, دس$

$\displaystyle = \int \frac{\text{جتا}س}{\cancel{١}+٣\text{جا}س - \cancel{١}+٢\text{جا}^٢س}\, دس$

$\displaystyle = \int \frac{\text{جتا}س}{\text{جا}س(٣+٢\text{جا}س)}\, دس$

$ص = \text{جا}س \Longleftarrow دص = \text{جتا}س\, دس$

$\displaystyle دس = \frac{دص}{\text{جتا}س}$

$\displaystyle \int \frac{\cancel{\text{جتا}س}}{ص\,(٣+٢ص)} \times \frac{دص}{\cancel{\text{جتا}س}}$

$\displaystyle \int \frac{١}{ص\,(٣+٢ص)}\, دص$

كسور جزئية

$\displaystyle \Longleftarrow \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{٣+٢ص}$

$\displaystyle \Longleftarrow \frac{أ\,(٣+٢ص) + ب\,ص}{ص\,(٣+٢ص)}$

$١ = أ\,(٣+٢ص) + \underbrace{ب\,ص}$

$ص = -١,٥$ ، $ص = ٠$

$\displaystyle أ = \frac{١}{٣} \;/\; ب = \frac{-٢}{٣}$

$\displaystyle = \frac{١}{٣}\int \frac{دص}{ص} - \frac{٢}{٣}\int \frac{دص}{٣+٢ص}$

$\displaystyle = \frac{١}{٣}\,\text{لو}_{هـ}|ص| - \frac{١}{٣}\,\text{لو}_{هـ}|٣+٢ص| + جـ$

$\displaystyle = \frac{١}{٣}\,\text{لو}_{هـ}|\text{جا}س| - \frac{١}{٣}\,\text{لو}_{هـ}|٣+٢\text{جا}س| + جـ$

(١١) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\text{جاس}} = \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-\text{جاس} \times \frac{1+\text{جاس}}{1+\text{جاس}}}\ \text{دس}$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{|\text{جتاس}|}{\sqrt{1+\text{جاس}}}\ \text{دس}$ | $|\text{جتاس}| = \text{جتاس}$ لكل $\text{س} \in [0, \frac{\pi}{2}]$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \text{جتاس}\ (1+\text{جاس})^{-\frac{1}{2}}\ \text{دس}$ | * نفرض $\text{ص} = 1+\text{جاس}$ ، $\text{س} = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \text{ص} = 2$ ، $\text{س} = 0 \longrightarrow \text{ص} = 1$

$= \int_{1}^{2} \cancel{\text{جتاس}} \times \text{ص}^{-\frac{1}{2}} \times \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{جتاس}}}$

$\int_{1}^{2} \text{ص}^{-\frac{1}{2}}\ \text{دص}$

$= \left[2\,\text{ص}^{\frac{1}{2}}\right]_{1}^{2} = \left[2\sqrt{\text{ص}}\right]_{1}^{2}$

$= 2\sqrt{2} - 2$

$\int (\text{جتاس} - \text{جاس})\ (\text{جتاس} + \text{جاس})^{3}\ \text{دس}$

* نفرض $\text{ص} = \text{جتاس} + \text{جاس}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = -\text{جاس} + \text{جتاس}$

$\text{دس} = \frac{\text{دص}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$

$\int \cancel{(\text{جتاس} - \text{جاس})} \times \text{ص}^{3} \times \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{جتاس} - \text{جاس}}}$

$\int \text{ص}^{3}\ \text{دص}$

$= \frac{\text{ص}^{4}}{4} + \text{ج}$

$= \frac{1}{4}\ (\text{جتاس} + \text{جاس})^{4} + \text{ج}$

(١٣) $\int \frac{\text{جتا}^2\text{س}\ (1+\text{ظاس})}{1-\text{ظاس}}\ \text{دس}$

$= \int \text{جتا}^2\text{س} \times \frac{1 + \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}{1 - \frac{\text{جاس}}{\text{جتاس}}}\ \text{دس}$

$= \int (\text{جتا}^2\text{س} - \text{جا}^2\text{س})^{2} \times \frac{\text{جتاس} + \text{جاس}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}\ \text{دس}$

$= \int (\text{جتاس} + \text{جاس})^{2}\ (\text{جتاس} - \text{جاس})^{\cancel{2}\,1} \times \frac{\text{جتاس} + \text{جاس}}{\cancel{\text{جتاس} - \text{جاس}}}\ \text{دس}$

(١٤) $\int (\text{جاس} + \text{جتاس})^{5}\ \text{جتا}2\text{س}\ \text{دس}$

$= \int \text{ص}^{5}\ \text{جتا}2\text{س} \times \frac{\text{دص}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$ | نفرض $\text{ص} = \text{جاس} + \text{جتاس}$

$= \int \text{ص}^{5}\ (\text{جتا}^2\text{س} - \text{جا}^2\text{س}) \times \frac{\text{دص}}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$

$= \int \text{ص}^{5}\ \cancel{(\text{جتاس} - \text{جاس})}\ (\text{جتاس} + \text{جاس}) \times \frac{\text{دص}}{\cancel{\text{جتاس} - \text{جاس}}}$

بالرجوع للفرض $\text{ص} = \text{جاس} + \text{جتاس}$

$= \int \text{ص}^{5} \times \text{ص}\ \text{دص} = \int \text{ص}^{6}\ \text{دص}$

$= \frac{\text{ص}^{7}}{7} + \text{ج} = \frac{1}{7}\ (\text{جاس} + \text{جتاس})^{7} + \text{ج}$

الأستاذ : محمد العبداللات

الجديد في الرياضيات

أسئلة مقترحة

الفرع العلمي و الصناعي

---

* جد قيمة كل من التكاملات التالية :

① $\int_{٠}^{\pi} \frac{\text{١ + جتا}س}{\text{١ + جا}س} \, دس$

② $\int \frac{\text{٥ جا}^{٢}س + \text{٥ جتا}^{٢}س}{\text{٣ + ٣ جتا٢}س} \, دس$

③ $\int \sqrt{\text{٤} - هـ^{س}} \, دس$

④ $\int \text{جتا}^{٣}س \, \text{لو}_{هـ} \text{جا}س \, دس$

⑤ $\int \text{قا}^{٢}س \, \text{لو}_{هـ} \text{جا}س \, دس$

⑥ $\int هـ^{٥س} \sqrt{هـ^{٢س} + \text{٤}هـ^{س} + \text{٤}} \, دس$

⑦ $\int \frac{\text{١}}{(\text{٢ جا}س + \text{جتا}س)^{٢}} \, دس$

⑧ $\int \frac{هـ^{٣س}}{هـ^{٢س} - \text{٣}هـ^{س} - \text{٤}} \, دس$

---

* إذا كان ق(س) اقتران متصل على [١، ٣] وكان م(س) اقتران بدائي لِ ق(س) ، حيث

م(س) = ٣س^٢ - ١٠س + جـ ، جد

$$\int_{3}^{5} \left(2\,ق(س-2) - 2س + 1 \right) دس$$

---

* خزان فارغ سعته ٥و١٠ م^٣ يصب فيه الماء بمعدل (ن+٢) م^٣/د

اوجد الزمن اللازم لامتلاء الخزان؟!

---

* إذا كان $هـ^{ص}$ = جتاس ، أثبت

أن صً + صَ^٢ + ١ = ٠

---

* إذا كان

$$قً(س) = \frac{-2}{س^2} + جا\pi س + هـ^{س-1}$$

وكان قَ($\frac{1}{2}$) = ٤ ، ق(١) = $هـ^{\frac{1}{2}}$

جد قاعدة الاقتران

---

* إذا كان

$$\int_{-3}^{3} \left(\frac{ق(س)}{4} - أ - س \right) دس = 3$$

$$\int_{5}^{3} ق(س)\, دس = 6$$

$$\int_{5}^{-3} \left(2س + 3ق(س) \right) دس = 8$$ ، جد أ ؟؟

---

* إذا كان $\int هـ^{س^2} ق(س)\, دس + لو_{هـ}(س+1)$

$= \int \left(هـ^{م(س)} - 4س \right) دس$

وكان قَ(٠) = ٦ ، جد م ؟؟

إذا كان قَ(س) + ٤ جتاس ٢ - مً(س)

حيث م(س) بدائي لِ ق(س) ، جد

ق(س) حيث ق(π) = ٢

$$هـ(س) = \begin{cases} ق(س) + أ & ، -2 < س < 1 \\ 3س & ، س = 1 \\ ق(س) + 2س & ، 1 < س < 4 \end{cases}$$

جد قيمة أ

إذا كان $\int_{-2}^{4} هـ(س)\, دس = 9$

$$\int_{-2}^{4} ق(س)\, دس = 2$$

* إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة عند النقطة (س، ص) = $\frac{٢ص^{٣}}{(٣س+٥)^{\frac{٤}{٣}}}$ جد قاعدة الإقتران للعلاقة علماً بأن منحناها يمر بالنقطة (١، ٥)

* إذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى علاقة (ص) عند (س، ص) يساوي $س\sqrt{٣ + لو_{هـ} س}$ ، جد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بـ (هـ، ٤)

* إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند (س، ص) يساوي $\frac{هـ^{س-ص}}{هـ^{س}+١}$ جد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بـ (١، ١٠)

* $\int_{2}^{4} \frac{|س-1|}{[س]}\, دس$

{التكامل لا يوزع على القسمة وبالتالي نعيد تعريف الاقترانين معاً}

$|س-1|$: - - - - (1) + + + (3) + + + (4) ، س-1 ، س-1

$[س]$: (2) ② (3) ③ (4)

$\frac{|س-1|}{[س]}$: [(2) $\frac{س-1}{2}$ (3) $\frac{س-1}{3}$ (4)]

$$\therefore \int_{2}^{3} \frac{س-1}{2}\, دس + \int_{3}^{4} \frac{س-1}{3}\, دس$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{س^2}{2}-س\right)\right]_{2}^{3} + \frac{1}{3}\left[\left(\frac{س^2}{2}-س\right)\right]_{3}^{4}$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\times\frac{5}{2}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{18+20}{24}$$

$$= \frac{38}{24} = \frac{19}{12}$$

* حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{س}{س^2-1}\,\frac{دص}{دس} = هـ^{-ص}(س+2)$$

* إذا كانت $ص = م\, هـ^{س^2} + جا(لو_{هـ} س)$

حيث م ثابت وكان $\left.\frac{دص}{دس}\right|_{س=1} = هـ^{3}+1$

جد قيمة م ؟؟

* يتحرك جسم وفق العلاقة

$ت = \frac{1}{2ع-2}$ ، $ع > 1$ (ع : السرعة) (ت : تسارع)

إذا كانت سرعته الابتدائية 2م/ث وكانت المسافة المقطوعة بعد 3 ثوانٍ 20 متر ، جد المسافة المقطوعة بعد ثانية واحدة ؟؟

* يتحرك جسيم حسب العلاقة

$ت = \frac{1}{م ع}$ حيث ع و م > 0

جد م حيث أن الجسم تحرك من السكون مبتدأً من نقطة الأصل وأن الجسم قطع مسافة مقدارها $\frac{8}{3}$ وحدة بعد ثانيتين

---

* يسير جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة $\text{ع} \times \text{ت} = 1$ حيث $\text{ع} > 0$، حيث أن الجسيم تحرك من السكون و $\text{ف}(0) = 4$ م، جد المسافة بعد ٩ ثوانٍ ؟

* إذا علمت أن $\text{م}(\text{س})$ ، $\text{هـ}(\text{س})$ اقترانين بدائيين للاقتران المتصل $\text{ق}(\text{س})$ وأن $\text{م}^2(\text{س}) - \text{هـ}^2(\text{س}) = \text{س}^2$

جد $\bar{\text{ق}}(1)$ حيث $\text{ق}(2) = 2$

* إذا كان $\text{م}(\text{س})$ اقتران بدائي للاقتران $\text{ق}(\text{س})$ المتصل على $[0 ، \pi]$ وكان $\text{ق}(\text{س}) - \text{ظاس} - \dfrac{\text{م}(\text{س})}{\text{جتا}^2\text{س}} = \text{صفر}$

وكان $\text{م}\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$

اوجد $\text{ق}\left(\frac{\pi}{3}\right)$

* إذا علمت أن

$$\text{م} \leq \int \frac{\text{س}}{1+\text{س}^2}\,\text{دس} \leq \text{ك}$$ جد م، ك

* دون حساب التكامل

* بين أن $\int_{0}^{2\pi} (3 + \text{جتا}^2\text{س})\,\text{دس}$ ينحصر بين 6π ، 8π

* بين أن

$$\int_{-2}^{5} (\text{س}^2 + 4)\,\text{دس} \geq \int_{-2}^{5} 3\text{س}\,\text{دس}$$

دون حساب قيمة التكاملين

* دون حساب التكامل

$$\int_{-1}^{3} \frac{2}{5 - |\text{س}|}\,\text{دس}$$

جد قيمة كل من م ، ن

$$\text{م} \leq \int_{-1}^{3} \frac{2}{5 - |\text{س}|}\,\text{دس} \leq \text{ن}$$

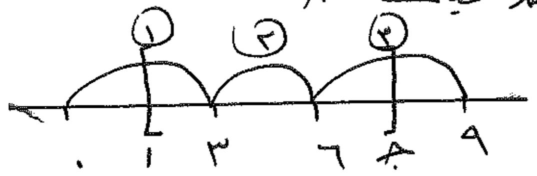
$$\int_{0}^{1} \left(2\text{س} + \frac{\text{ق}(\text{س})}{2}\right)\text{دس} = 15$$

$$\int_{5}^{0} \left(1 - 2\,\text{ق}(\text{س})\right)\text{دس} = \frac{8}{3}$$

جد $\int_{5}^{1} \left(\text{س} - \sqrt{2}\,\text{ق}(\text{س})\right)\text{دس}$

$\int_{1}^{\text{ج}} \left[\frac{1}{3}\text{س} + 1\right] \text{دس} = 12$ ، ج > 1

جد قيمة ج ؟؟



بالتجريب $\int_{1}^{3} 1 \, \text{دس} = 1 \times 2 = 2$

$\int_{3}^{6} 2 \, \text{دس} = 2 \times 3 = 6 \Leftarrow 2 + 6 = 8$

$\int_{3}^{9} 3 \, \text{دس} = 3 \times 3 = 9 \Leftarrow 2 + 6 + 9 = 17$

$\therefore \int_{1}^{3} 1 \, \text{دس} + \int_{3}^{6} 2 \, \text{دس} + \int_{6}^{\text{ج}} 3 \, \text{دس} = 12$

$\Leftarrow 2 + 6 + 3(\text{ج} - 6) = 12$

$\Leftarrow 3(\text{ج} - 6) = 4$

$\Leftarrow 3\text{ج} - 18 = 4$

$\Leftarrow 3\text{ج} = 22 \Leftarrow \text{ج} = \frac{22}{3}$

* إذا كان $\int_{1}^{\text{هـ}} \text{س} \, \text{ق}(\text{س}) \, \text{دس} = 4$

فما قيمة $\int_{0}^{2} \text{هـ}^{\text{س}} \, \text{ق}\left(\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}}}\right) \text{دس}$

الحل :-

$\int_{0}^{2} \text{هـ}^{\text{س}} \, \text{ق}\left(\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}}}\right) \text{دس}$

* نفرض $\text{ص} = \sqrt{\text{هـ}^{\text{س}}}$

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{هـ}^{\text{س}}}{2\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}}}}$

$\text{س} = 2 \leftarrow \text{ص} = \text{هـ}$

$\text{س} = 0 \leftarrow \text{ص} = 1$

$= \int_{1}^{\text{هـ}} \cancel{\text{هـ}^{\text{س}}} \, \text{ق}(\text{ص}) \times \frac{\text{دص}}{\frac{\cancel{\text{هـ}^{\text{س}}}}{2\sqrt{\text{هـ}^{\text{س}}}}}$

بالرجوع للفرض

$\int_{1}^{\text{هـ}} 2\text{ص} \, \text{ق}(\text{ص}) \, \text{دص}$

$= 2\int_{1}^{\text{هـ}} \text{ص} \, \text{ق}(\text{ص}) \, \text{دص} = 2 \times 4 = 8$

* جد المساحة المحصورة بين $\text{ق}(\text{س}) = |\text{جاس}|$ ، $\text{ص} = ١$ في الفترة $[\frac{-\pi}{٢} ، \frac{\pi}{٢}]$

الحل: $\text{جاس} = ٠$ $\boxed{\text{س} = ٠}$

−جاس ، جاس : $\frac{-\pi}{٢}$ ، ٠ ، $\frac{\pi}{٢}$

$\text{م} = \text{م}_١ + \text{م}_٢$

ومن التماثل $\text{م}_١ = \text{م}_٢$

$\text{م} = ٢\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} (١ - \text{جاس})\,\text{دس}$

$= ٢\,[\,\text{س} - \text{جتاس}\,]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$= \cancel{٢} \times \frac{\pi}{\cancel{٢}} = \pi$ وحدة مساحة

* $\int (\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س})\,\text{دس} = \text{س}^٣ + \text{أ}\text{س}^٢ + ١$

وكان $\text{ق}'(١) = ٥$ ، $\text{ق}(٢) = ٧$ ، جد:

1) قيمة أ
2) $\text{ق}(٠)$
3) $\text{ق}'(٤)$

الحل: نشتق الطرفين

$\text{ق}'(\text{س}) + ٢\text{س} = ٣\text{س}^٢ + ٢\text{أ}\text{س}$

$\text{ق}'(\text{س}) = ٣\text{س}^٢ + ٢\text{أ}\text{س} - ٢\text{س}$

$\therefore \text{ق}'(١) = ٥ \Leftarrow ٣ + ٢\text{أ} - ٢ = ٥$

$\Leftarrow ٢\text{أ} = ٤ \Leftarrow \boxed{\text{أ} = ٢}$

$\therefore \text{ق}'(\text{س}) = ٣\text{س}^٢ + ٢\text{س}$

$\Leftarrow \boxed{\text{ق}'(٤) = ٥٦}$

$\text{ق}(\text{س}) = \int \text{ق}'(\text{س})\,\text{دس} = \int (٣\text{س}^٢ + ٢\text{س})\,\text{دس}$

$= \frac{\cancel{٣}\text{س}^٣}{\cancel{٣}} + \frac{\cancel{٢}\text{س}^٢}{\cancel{٢}} + \text{جـ}$

$= \text{س}^٣ + \text{س}^٢ + \text{جـ}$

$\therefore \text{ق}(٢) = ٧ \Leftarrow ٨ + ٤ + \text{جـ} = ٧$

$\Leftarrow \text{جـ} = -٥$

$\therefore \text{ق}(\text{س}) = \text{س}^٣ + \text{س}^٢ - ٥$

$\Leftarrow \boxed{\text{ق}(٠) = -٥}$

* $\text{ق}(٢) = ٥$ ، $\text{ق}(٣) = ١$ ، $\text{م}(٢) = ١$ ، $\text{م}(٣) = ٧$

المطلوب $\int_{٢}^{٣} \underbrace{\text{س}}_{\text{ع}}\, \underbrace{\text{ق}'(\text{س})\,\text{دس}}_{\text{دهـ}}$ ، م بدائي لـ ق

$\text{ع} = \text{س} \longrightarrow \text{دع} = ١\,\text{دس}$

$\text{دهـ} = \text{ق}'(\text{س})\,\text{دس} \longrightarrow \text{هـ} = \text{ق}(\text{س})$

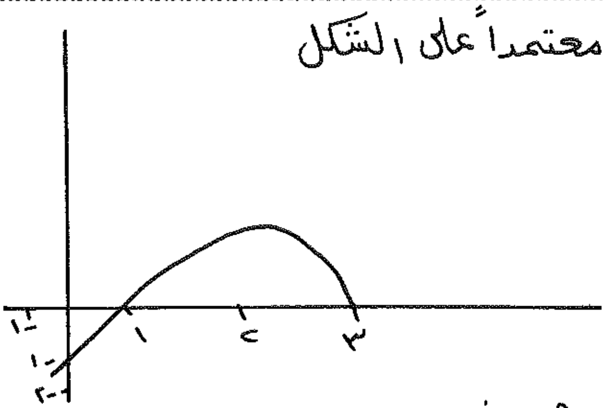
$= \text{س}\,\text{ق}(\text{س})\,]_{٢}^{٣} - \int_{٢}^{٣} \text{ق}(\text{س})\,\text{دس}$

$= (٣\text{ق}(٣) - ٢\text{ق}(٢)) - \text{م}(\text{س})\,]_{٢}^{٣}$

$= (٣ \times ١ - ٢ \times ٥) - (٧ - ١)$

$= -٧ - ٦ = -١٣$

* معتمداً على الشكل



جد م ، ن

حيث م $\leq \int_{-1}^{3} (3+2ق^2(س))$ دس $\leq$ ن

الحل :- $-2 \leq ق(س) \leq 1$

$\cdot \leq ق^2(س) \leq 4$

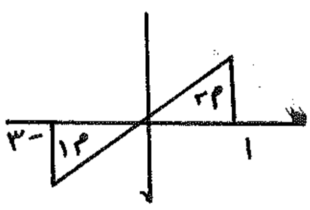
$3 \leq 3+2ق^2(س) \leq 11$

$\int_{-1}^{3} 3\,دس \leq \int_{-1}^{3} (3+2ق^2(س))\,دس \leq \int_{-1}^{3} 11\,دس$

م = 12 ، ن = 44

* جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيي ص = |س| ، ص = 2 - س²

الشكل يمثل منحنى ق(س)

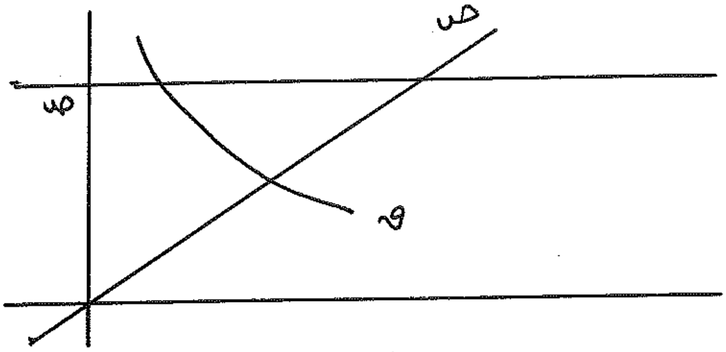


جد قيمة

$\int_{\cdot}^{1}$ س ق(1-س²) دس

حيث م١ = 4

م٢ = 6

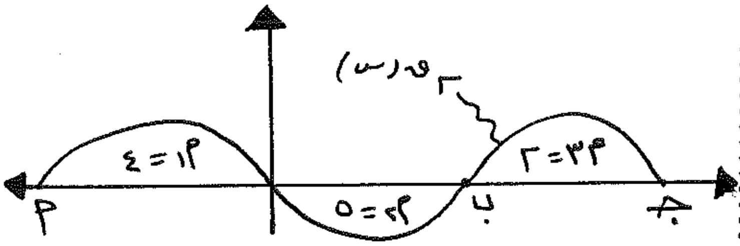


جد مساحة المنطقة المرسومة في الشكل والمحصورة بين المستقيم ص١ = س والمستقيم ص٢ = هـ والاقتران ق(س) = $\frac{1}{\sqrt{س}}$

* احسب مساحة المنطقة المحصورة بين ق(س) = س² - 4س

هـ(س) = س² - س

ومحور السينات في الربع الرابع



يمثل الشكل المساحة المحصورة بين منحنى ق(س) ومحور السينات جد كلاً مما يلي :-

① $\int_{أ}^{ب}$ ق(س) دس ② $\int_{أ}^{جـ}$ ق(س) دس

③ $\int_{جـ}^{\cdot}$ ق(س) دس ④ المساحة الكلية

⑤ $\int_{أ}^{جـ}$ |ق(س)| دس ⑥ $\left|\int_{أ}^{جـ} ق(س)\,دس\right|$

* إذا كانت $\text{ق}(\text{س}) = \text{هـ}^{\frac{1}{\text{س}}} + \text{أ}\,\text{لو}_{\text{هـ}}\sqrt{\text{س}}$ ، وكان $\text{ق}'(1) = \text{هـ}$ ، جد قيمة الثابت أ ؟؟

الحل :-

$$\text{ق}'(\text{س}) = \frac{-1}{\text{س}^2}\,\text{هـ}^{\frac{1}{\text{س}}} + \frac{\text{أ}\,\frac{1}{2\sqrt{\text{س}}}}{\sqrt{\text{س}}}$$

$$= \frac{-1}{\text{س}^2}\,\text{هـ}^{\frac{1}{\text{س}}} + \frac{\text{أ}}{2\text{س}}$$

$$\text{ق}'(1) = \text{هـ} \Longleftarrow \text{هـ} = -\text{هـ} + \frac{\text{أ}}{2}$$

$$\Longleftarrow \boxed{\text{أ} = 4\text{هـ}}$$

* إذا كانت $\text{ص} = \text{هـ}^{\text{ظاس}} + \text{أ}\,\text{لو}_{\text{هـ}}\text{جتاس}$

$$+ \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\text{دس}}{1+\text{ظا}^2\text{س}}$$

حيث أ ثابت وكانت $\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=\frac{\pi}{4}} = 2\text{هـ}+1$

جد قيمة أ ؟؟

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \text{قا}^2\text{س}\,\text{هـ}^{\text{ظاس}} + \text{أ} \times \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}}$$

$$\left.\frac{\text{دص}}{\text{دس}}\right|_{\text{س}=\frac{\pi}{4}} = \text{قا}^2\frac{\pi}{4}\,\text{هـ}^{\text{ظا}\frac{\pi}{4}} - \frac{\text{أ}\,\text{جا}\frac{\pi}{4}}{\text{جتا}\frac{\pi}{4}}$$

$$2\text{هـ} + 1 = 2\text{هـ} - \text{أ}$$

$$\Longleftarrow \text{أ} = -1$$