اجابات امتحان البوزاريه ٣ ثانوي رياضيات حقيقي ٢٠١٨ / أ. عماد زهران

س١ ب) $\{-1, 1\}$

س١ أ) $\lim_{س \to 0} \frac{4جا س - جا 3س}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4جا س - 3جا س جتا 2س}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4جا س - 3جا س جتا س (1 - 2جا^2 س)}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4جا س - 3جا س جتا س + 6جا س جتا^2 س جا س}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4جا س (1 - جتا س + 3جتا س جا^2 س)}{س^3}$

$= \lim_{س \to 0} \frac{4جا س}{س} \left(\frac{2جا^2 س}{س^2} + \frac{3جتا س جا^2 س}{س^2} \right)$

$= 4 \times 1 \left(2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 3 \times 1 \times 1 \right)$

$= 4 \left(\frac{1}{2} + 3 \right) = 4 \times \frac{7}{2} = 14$

س٢) نفرض $ص = 2س + 1$

$س \to 2 \Leftarrow ص \to 5$

المعطى $\lim_{ص \to 5} د(ص) = 6$

المطلوب نفرض $ع = \sqrt{2س + 1}$

$ع \to 3 \Leftarrow 9 \to 2س + 1 \Leftarrow س \to 4$

نتيجة $\lim_{ع \to 3} 3 د(ع^2) = 3 \times 6 = 18$

س٢ أ) $\lim_{س \to 1} \frac{1}{س - 1} \left(\frac{1}{\sqrt{س + 8}} - \frac{1}{3} \right)$

$= \lim_{س \to 1} \frac{1}{(س - 1)} \cdot \frac{3 - \sqrt{س + 8}}{3\sqrt{س + 8}}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{1}{(س - 1)} \cdot \frac{9 - (س + 8)}{3\sqrt{س + 8}(3 + \sqrt{س + 8})}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{1}{(س - 1)} \cdot \frac{1 - س}{3\sqrt{س + 8}(3 + \sqrt{س + 8})}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{-1}{3\sqrt{س + 8}(3 + \sqrt{س + 8})} = \frac{-1}{3 \times 3 \times 6} = \frac{-1}{54}$

س٢ ب) $\lim_{س \to 1} \frac{س^2 - 5س + 4}{س - 1} \cdot \frac{1}{7}$

$= \lim_{س \to 1} \frac{(س - 1)(س - 4)}{(س - 1)} \cdot \frac{1}{7} = \frac{-3}{7}$

س٣ أ) $1 - س^2 = 0 \Leftarrow س = \pm 1$

	-1		1	
$1 - س^2$	$-$	0	$+$	0

مجموعة الاتصال $[-1, 1]$

س٣ ب) $د(س) = |س^2 - 2س - 3|$

$(س - 3)(س + 1) = 0 \Leftarrow س = 3 ، س = -1$

	-1		3	
$(س - 3)(س + 1)$	$+$	0	$-$	0

$د(س) = \begin{cases} -(س^2 - 2س - 3) & ، -1 \leq س \leq 3 \\ س^2 - 2س - 3 & ، 3 \leq س \leq 4 \end{cases}$

د متصل عند $س = 3$ لأن $د(3) = \lim_{س \to 3} د(س) = 0$

$د(س) = \begin{cases} -2س + 2 & ، -1 < س < 3 \\ 2س - 2 & ، 3 < س < 4 \\ \text{غير معرف} & ، س = 3 \end{cases}$

$د'_+(3) \neq د'_-(3)$

$4 \neq -4$

غير قابل للاشتقاق عند $س = 3$

س٣ ج) $د(س) = \begin{cases} [\frac{1}{2}س + 3] & ، 1 \leq س < 4 \\ \frac{16}{4 - س^2} & ، 4 \leq س < 6 \end{cases}$

الاتصال عند $س = 4$

1) $د(4) = \frac{16}{4 - 4} = 4$

2) $\lim_{س \to 4^+} د(س) = [\frac{1}{2} \times 4 + 3] = [5] = 5$

$\lim_{س \to 4^-} د(س) = [\frac{1}{2} \times 4 + 3] = [5] = 5$

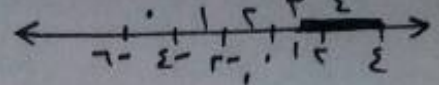
3) $\lim_{س \to 4} د(س) = 5$

4) $\lim_{س \to 4} د(س) \neq د(4)$ غير متصل عند $س = 4$

تابع س٢ ب ٢) تفسير النتيجة

$\frac{1}{2}س + ٣ = ٠ \Leftarrow س = -٦$

ل = ح



$مد(س) = \begin{cases} ٣ & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٤ & ، ٢ \leq س < ٤ \\ \frac{١٦}{٣-٤س} & ، ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$

$مد'(س) = \begin{cases} ٠ & ، ١ < س < ٢ \\ ٠ & ، ٢ < س < ٤ \\ \frac{٤ \times ١٦}{(٣-٤س)^{٢}} & ، ٤ < س < ٦ \end{cases}$

$مد'(٤) = \frac{٣٢}{١٦} = ٢$

$مد'(٤) = ٠$

∴ مد(٤) غير موجودة

س٢ ب) ١) المطلوب -٢ مد(-٢)

$مد(س) = \frac{١}{\sqrt[٣]{(س+١)^{٢}}}$

$مد(-٢) = \frac{١}{\sqrt[٣]{١}} = \frac{١}{٣}$

المطلوب $-٢ \times \frac{١}{٣} = -\frac{٢}{٣}$ (ج)

٢) المطلوب $٣س + $ مد$(هـ(س)) هـ(س)$

عندما س = ١ ← $٣ \times ١ +$ مد$(هـ(١)) \times هـ(١)$

$٣ +$ مد$(٢) \times ٣ = ٣ \times ٤ + ٢$

$= ٢ + ٢ = ١٤$

(أ)

٣) $\frac{مد(٣) - مد(١)}{٣-١} = ٤$ ، $\frac{مد(٥) - مد(٣)}{٥-٣} = ١$

$+$

$مد(٣) - مد(١) = ٨$

$مد(٥) - مد(٣) = ١٦$

$\frac{مد(٥) - مد(١)}{٥-١} = \frac{٢٤}{٥-١}$ بالقسمة على ٥-١

$م_{ق} = \frac{٢٤}{٤} = ٦$ (ب)

س٣) مد'(٣) $= \lim_{س \to ٣} \frac{مد(٤) - مد(٣)}{٤-٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{\frac{١}{(٤-٤س)^{٤}} - ٣^{-٤}}{٤-٣} = \lim_{س \to ٣} \frac{٣^{٤} - (٤-٤س)^{٤}}{٣^{٤}(٤-٤س)^{٤}(٤-٣)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٣^{٢} - (٤-٤س)^{٢})(٣^{٢} + (٤-٤س)^{٢})}{(٤-٤س)^{٤}(٤-٣)(٨١)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٣ - (٤-٤س))(٣ + (٤-٤س))(٩+٩)}{(٤-٣)(٨١)(٨١)}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{(٤٣-٤س)(٦)(١٨)}{(٤-٣)(٨١)(٨١)} = \frac{-٤ \times ٢٤ \times ١٨}{٨١ \times ٨١} = \frac{-٨}{٤٣}$

معادلة المماس: مد$(س) = ٢س \Leftarrow م = مد(١) = ٢$

$ص - ٥ = ٢(س - ١)$

$ص = ٢س + ٣$ يقطع محور الصادات عندما $س = ٠$

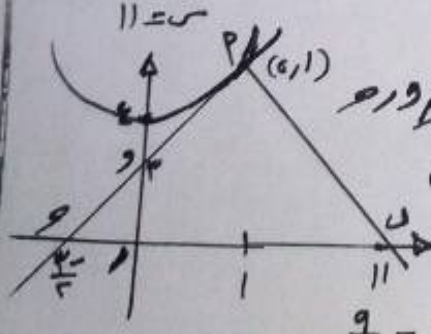
ويقطع محور الصادات عندما $ص = ٠ \Leftarrow ص = ٣$

معادلة العمودي: $ص - ٥ = \frac{-١}{٢}(س - ١)$

$ص = \frac{-١}{٢}س + \frac{١١}{٢}$ يقطع محور السينات عندما $ص = ٠$

$٠ = \frac{-١}{٢}س + \frac{١١}{٢} \Leftarrow \frac{١}{٢}س = \frac{١١}{٢}$

$س = ١١$



مΔ ب ه = مΔ ب ع ه + مΔ ع ب و

$= \frac{١}{٢} \times (١١ - \frac{-٢}{٣}) \times ٥$

$- \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٢} \times ٣$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{٣٥}{٣} \times ٥ - \frac{٩}{٤}$

$= \frac{١٢٥}{٤} - \frac{٩}{٤} = \frac{١١٦}{٤} = ٢٩$ وحدة^{٢}

س٣ ص) $\frac{dص}{dس} = ٣س^٢ + ٢$

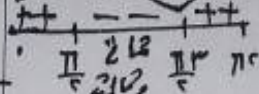
$\frac{dص}{dس} = ٦س \times \frac{dس}{dس} = ٦س \times ٢س = ١٢س^٢$

$\left|\frac{d^٢ص}{dس^٢}\right|_{س=٢} = ١٢ \times ٢^٢ = ٤٨$ ج)

ب) $\frac{dص}{dس} = مـ(س^٣ + س)(٣س^٢ + ١)$

$\left|\frac{dص}{dس}\right|_{س=١} = مـ(٢) \times ٤ = ٨ \times ٤ = ٣٢$

ج) $مـ(س) = جتاس = ٠$



$س = \frac{\pi}{٢}$ ⑤

س٤ ① $مـ(٢) = (٢-٢)^٣ [\frac{١}{٢} \times ٢ + ٣]$

$= ٠ \times ٤ = ٠$

② $\lim_{س \to ٢^+} مـ(س) = \lim_{س \to ٢^+} (س-٢)^٣ [\frac{١}{٢}س + ٣]$

$= \lim_{س \to ٢^+} (س-٢)^٣ \times \frac{٤}{٣} = ٠ \times \frac{٤}{٣} = ٠$

$\lim_{س \to ٢^-} مـ(س) = \lim_{س \to ٢^-} (س-٢)^٣ [\frac{١}{٢}س + ٣]$

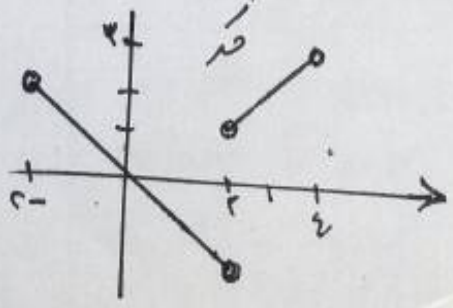
$= \lim_{س \to ٢^-} (س-٢)^٣ \times \frac{٣}{٤} = ٠ \times \frac{٣}{٤} = ٠$

$\therefore \lim_{س \to ٢} مـ(س) = ٠$

③ $مـ(٢) = \lim_{س \to ٢} مـ(س) = ٠$

$\therefore مـ(س)$ متصل عند $س = ٢$

ب) س٤



١) مـ متزايد $(-\infty, ٠] \cup [٢, \infty)$

مـ متناقص $[٠, ٢]$

٢) عند $س = ٠$ قيمة عظمى محلية

عند $س = ٢$ قيمة صغرى محلية .

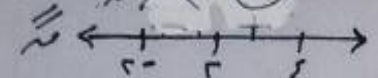
٣) مـ' > ٠ ⟷ مـ متزايد (مـ متصل للأعلى)

مـ' < ٠ ⟷ مـ متناقص (مـ متصل للأسفل)

مـ متزايد أي مـ متصل للأعلى $[٤, ٢]$

مـ متناقص أي مـ متصل للأسفل $[-٢, ٢]$

٤)



عند $س = ٢$ لا يوجد نقطة انعطاف (مـ(٢) غير معرفة)

٥) مـ'(٠) = ميل مماس مـ عند $س = ٠$

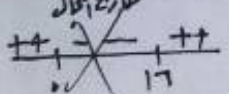
$= \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٠}{٠ - (-٢)} = -\frac{١}{٢}$

مـ'(٢) غير موجودة

س٤ أ) $مـ'(س) = ٠$

$س(س - ١٦) = ٠$

$س = ٠ ، س = ١٦$



ب) في $[٠, ١٦]$ يحقق مـ $س^٢ - ١٦س = ٠$

$س = ٨ \notin$ المجال

٢) مـ(١) = ظا ١٣٥ ، مـ $= ٢ص - ٣$

$-١ = ٢ص - ٣$

ج) $ص = ٢ \Leftarrow ص = ١$

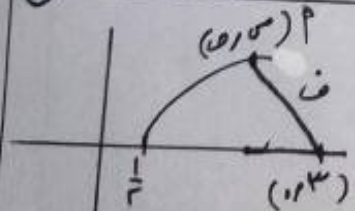
٣) مماس أفقي ⟵ مـ'(-١) = ٠

$مـ(س) = ٣س^٢ - ٢س + ٥$

$٣ + ٢ص + ٥ = ٠ \Leftarrow ٨ + ٢ص = ٠$

$ص = -\frac{٨}{٢} = -٤$

س٥ ب) $ف = \sqrt{(س-٢)^٢ + ص^٢}$



$ف = \sqrt{س^٢ - ٤س + ٤ + ٣س - ١} = \sqrt{س^٢ - س + ٣}$

$ف' = \frac{٢س - ١}{٢\sqrt{س^٢ - س + ٣}}$

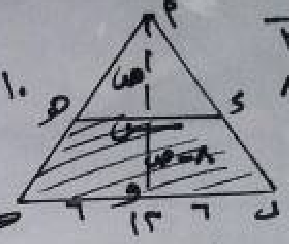
أصفار البسط ٢س − ٤ = ٠ ← س = ٢

لا أصفار للمقام م = ١٦ − ٤×١×٨ < ٠

∴ عند س = ٢ قيمة صغرى

ص = √(٣×٢ − ١) = √٣

النقطة (٢ ، √٣)



أو = √(١٠٠ − ٣٦)

أو = √٦٤ = ٨

كص/كن = ١/٤

م = ١/٢ (١٢ + س)(٨ − ص)

فكر من تشابه المثلثات س/١٢ = ص/٨ (أ د هـ ، أ م ص)

٨س = ١٢ص ← ص = ٨س/١٢

ص = ٢/٣ س

م = (٦ + ١/٢ س)(٨ − ٢/٣ س)

م = ٤٨ − ٤س + ٤س − ١/٣ س²

دم/دن = − ٢/٣ س دس/دن فكر دص/دن = ٢/٣ دس/دن

= − ٢/٣ × ٦ × ٣/٢ دص/دن

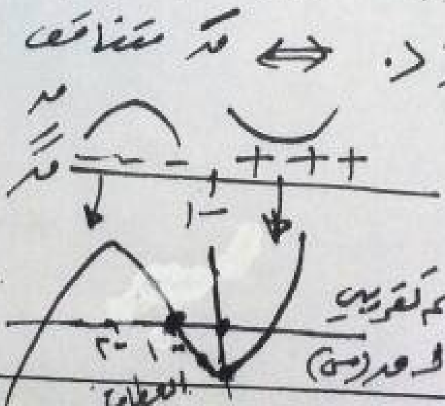
= − ٦ × ١/٤ = − ٣/٢

أو م بدلالة ص حيث ص = ٤

حيث إنه في تلك اللحظة القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث تساوي ½ الضلع الثالث

س٥ ج) ق″ > ٠ ⟺ ق′ متزايد

ق″ < ٠ ⟺ ق′ متناقص



ق′ خطي

ق تربيعي

ق تكعيبي

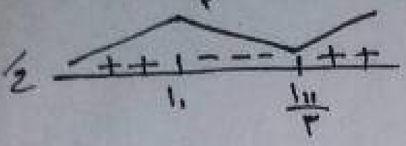
ب) [−٢ ، ٠]

٢) ع = س³ − ٦٥س² + ١١١٠س

ع′ = ٣س² − ١٣٠س + ١١١٠ = ٠

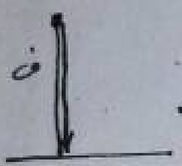
(س − ١٠)(٣س − ١١١) = ٠

س = ١٠ ، س = ١١١/٣



ب) ١٠

٣) ف(ن) = ٣٠ن − ٥ن²



عند الارتطام بالأرض ف = ٠

٠ = ٣٠ن − ٥ن²

٠ = ٥ن(ن − ٦)

ن = ٠ أو ن = ٦

ع(ن) = ٣٠ − ١٠ن

ع(٦) = ٣٠ − ١٠×٦ = ٣٠ − ٦٠ = −٣٠ م/ث

ج)

مع تمنياتي أ. عماد زهران

٠٧٨٥٨٣٤٢٣٠