سؤال ١ أ)

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{\sqrt{6س + 9} + (أس - 3)}{س} \times \frac{\sqrt{6س+9} - (أس - 3)}{\sqrt{6س+9} - (أس-3)}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{6س + 9 - (أس - 3)^2}{س (\sqrt{6س+9} - (أس-3))}$$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{6س + 9 - أ^2س^2 + 6أس - 9}{س (3 + 3)}$$

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{- أ^2 س^2 + (6 + 6أ) س}{6س} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{س(-أ^2س + 6 + 6أ)}{6س}$$

$$\frac{0 + 6 + 6أ}{6} = 0 \Leftarrow 0 = 6 + 6أ$$

$$أ = \frac{-6}{6} = -1$$

سؤال ١ ب)

[illegible]

$$ق(س) = \begin{cases} |1 - 2س| - \frac{س}{2} & ، س \le 1 \\ \frac{س - 1}{\sqrt{(س-1)(س+1)}} & ، س > 1 \end{cases}$$

① $ق(1) = |1 - 2 \times 1| - 1 = \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

② $\text{نها}_{س \to 1^+} ق(س) = \text{نها} \frac{(س-1)}{\sqrt{(س-1)(س+1)}} \times \frac{(س+1)}{(س+1)}$

$$\text{نها}_{س \to 1^+} ق(س) = \text{نها} \frac{(س-1)(س+1)}{\sqrt{(س-1)(س+1)} \times (س+1)}$$

$$= \text{نها} \frac{[illegible]}{[illegible]} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$ ن.ع

$$\text{نها}_{س \to 1^-} ق(س) = \text{نها} 1 - 2س - \frac{س}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ ق(س) غير متصلة عند س = ١

سؤال ١ جـ)

① {٩ ، ٠ ، ١} الحرجة ⓓ

② $\text{نها}_{س \to 0} \frac{جاس^2 + 3س + 4س [illegible]}{ق(س)} = \text{نها}_{س \to 0} \frac{جاس (س+3)}{ق(س)}$

$$= \text{نها}_{س \to 0} \frac{جاس}{ق(س)} \times \text{نها}_{س \to 0} (س + 3)$$

$$= \frac{1}{3} \times 3 = 1$$ ⓑ

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{ق(س)}{جاس} = \frac{3}{1} = 3$$

سؤال ٢ أ)

$$\text{نها}_{س \to 0} \frac{جاس}{\sqrt{س^2 (س+1)}} = \text{نها} \frac{جاس}{|س| \sqrt{س+1}}$$

$$\text{نها}_{س \to 0^+} \frac{جاس}{س} \times \frac{1}{\sqrt{1}} = 1 \times 1 = 1$$

$$\text{نها}_{س \to 0^-} \frac{جاس}{-س} \times \frac{1}{\sqrt{1}} = -1 \times 1 = -1$$ ن.ع

ب) $ق'(س) = \text{نها}_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س}$

$$= \text{نها} \frac{\frac{3}{\sqrt{ع}} - ع^2 - (\frac{3}{\sqrt{س}} - س^2)}{ع - س}$$

$$= \text{نها} \frac{س^2 - ع^2}{ع - س} + \frac{\frac{3}{\sqrt{ع}} - \frac{3}{\sqrt{س}}}{ع - س}$$

$$= \text{نها} (ع + س) + \text{نها} \frac{3\sqrt{س} - 3\sqrt{ع}}{\sqrt{ع}\sqrt{س}(ع - س)} \times \frac{3\sqrt{س} + 3\sqrt{ع}}{3\sqrt{س} + 3\sqrt{ع}}$$

$$-2س + \text{نها} \frac{9س - 9ع}{[illegible]} \times \frac{1}{[illegible]}$$

$$-2س + \frac{9}{[illegible]} = -2س + \frac{3}{2س^{\frac{3}{2}}}$$

جـ)

١) $\frac{دص}{دع} = \frac{دص}{دس} \times \frac{دس}{دع}$

$$= (4س + 4) \times \frac{2ع}{2\sqrt{ع^2 + 1}}$$

عندما ع = ١ ← س = $\sqrt{4}$ = ٢

$$\frac{دص}{دع} = 12 \times \frac{6}{2\sqrt{2}} = \frac{72}{4} = 18$$ ⓐ

٢) ق غير متصل عند س = ٠

لأن $\text{نها}_{س \to 0^-} ق(س) \ne \text{نها}_{س \to 0^+} ق(س)$

$$-0.5 \times 0.5 \ne 0.1 + 1$$

$$0 \ne 1$$

∴ ق غير قابل للاشتقاق عند س = ٠

أي نقرة (د) ن.ع ⓓ

سؤال ٣ أ)

$$(ق \times هـ)(س) = (س + 1)^4 \times (س^3 + 8)$$ عندما

$$(ق \times هـ)'(س) = (س+1)^4 \times [illegible] \times [illegible]$$

$$(ق \times هـ)'(س) = (س - 2)^3 \times ((س+1)^4 \times [illegible] + [illegible])$$

$$(ق \times هـ)'(1) = 1 \times (\frac{1}{2} \times 0 + 3 \times 4 \times 8) + (3 \times 16)$$

$$= 1 \times (0 + 96) + 48$$

$$= 96 + 48 = 144$$

طريقة ثانية

س٣ د) ق(س) = ٢ جاس جتاس + جا٢س

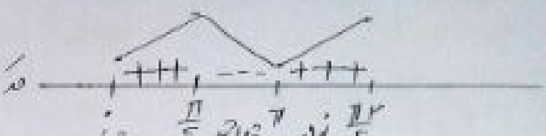
ق(س) = جا٢س + جا٢س

ق(س) = ٢ جا٢س ✱

٢ جا٢س = ٠ ⟵ جا٢س = ٠

٢س = ٠ ، π ، ٢π ، ٣π

س = ٠ ، $\frac{π}{٢}$ ، π ، $\frac{٣π}{٢}$



ق متزايدة [٠ ، $\frac{π}{٢}$] ، [π ، $\frac{٣π}{٢}$]

ق متناقصة [$\frac{π}{٢}$ ، π]

ق($\frac{π}{٢}$) = ١ − $\frac{١}{٢}$ × −١ = ١ + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$ عظمى محلية

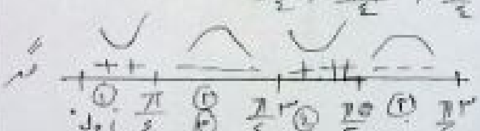
ق(π) = ٠ − $\frac{١}{٢}$ × ١ = −$\frac{١}{٢}$ صغرى محلية

ق″(س) = ٤ جتا٢س = ٠

جتا٢س = ٠

٢س = $\frac{π}{٢}$ ، $\frac{٣π}{٢}$ ، $\frac{٥π}{٢}$

س = $\frac{π}{٤}$ ، $\frac{٣π}{٤}$ ، $\frac{٥π}{٤}$



ق مقعر للأعلى [٠ ، $\frac{π}{٤}$] ، [$\frac{٣π}{٤}$ ، $\frac{٥π}{٤}$]

س٤ ج) ١) ق متزايد ⟵ ق′ > ٠
ق′ متزايد ⟵ ق″ > ٠
وكذلك (−∞ ، ٢,٥] ④

٢) ق′(س) = −٣ قتا٢س − $\frac{١}{٣\sqrt{٣}}$ قاس ظاس

ق′($\frac{π}{٤}$) = −٢ × ١ − $\frac{١}{٣\sqrt{٣}}$ × $\sqrt{٢}$ × ١

= −٢ − ١ = −٣

س٤ أ) تقاطع المنحنى مع محور الصادات عندما س = ٠

٠ = ٢ص٢ − ٦ص

٠ = ص(٢ص − ٦)

ص١ = ٠ أو ص٢ = ٣

س١ = ٠ | س٢ = ٠

لإيجاد الميل نشتق ضمنياً

$\frac{٣}{٤}$ = ٤ص ص′ − ٦ص′

$\frac{٣}{٤}$ = ص′ (٤ص − ٦)

ص′ = $\frac{٣}{٤(٤ص − ٦)}$

م١ = ص′|ص=٠ = $\frac{٣}{٤ × −٦}$ = $\frac{٣}{−٢٤}$ = −$\frac{١}{٨}$

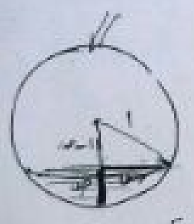
معادلة ١: ص − ٠ = −$\frac{١}{٨}$(س − ٠)

ص = −$\frac{١}{٨}$ س

م٢ = ص′|ص=٣ = $\frac{٣}{٤(٦)}$ = $\frac{٣}{٢٤}$ = $\frac{١}{٨}$

معادلة ٢: ص − ٣ = $\frac{١}{٨}$(س − ٠)

ص = $\frac{١}{٨}$ س + ٣



$\frac{دص}{دن}$ = $\frac{١}{٤}$

م = π س٢

نقر أ٢ = س٢ + (١ − ص)٢

س٢ = ١ − (١ − ص)٢ = ١ − ١ + ٢ص − ص٢

س٢ = ٢ص − ص٢

∴ م = π س٢ = π (٢ص − ص٢)

م = ٢π ص − π ص٢

$\frac{دم}{دن}$ = ٢π $\frac{دص}{دن}$ − ٢π ص $\frac{دص}{دن}$

بعد ٢ ث تكون ص = السرعة × الزمن = $\frac{١}{٤}$ × ٢ = $\frac{١}{٢}$

∴ $\frac{دم}{دن}$ = ٢π × $\frac{١}{٤}$ − ٢π × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٤}$ = $\frac{π}{٢}$ − $\frac{π}{٤}$ = $\frac{π}{٤}$ م٢/ث

س٤ ج) ق′(س٢ − ٧) × ٢س = $\frac{−٣}{س٢}$

س٢ − ٧ = ١ ⟵ س٢ = ٨ ⟵ س = ٢

∴ ق′(١) × ٣ × ٤ = $\frac{−٣}{٤}$

ق′(١) = $\frac{−٣}{٤ × ١٢}$ = $\frac{−٣}{٤٨}$ = $\frac{−١}{١٦}$ ④

ص٣ / ٣م سش ٢٠١٨ — أ. بلال زهران

سؤ جا ①

٤(س − ص)^٣ (١ − صَ) + ٤(ص − س)^٣ (صَ − ١) = ٠

٤(س − ص)^٣ − ٤(س − ص)^٣ صَ + ٤(ص − س)^٣ صَ − ٤(ص − س)^٣ = ٠

٤(ص − س)^٣ صَ − ٤(س − ص)^٣ صَ = ٤(ص − س)^٣ − ٤(س − ص)^٣

صَ (٤(ص − س)^٣ − ٤(س − ص)^٣) = ٤(ص − س)^٣ − ٤(س − ص)^٣

صَ = ١ Ⓐ

---

② ق(س) = أ س − ٥ س^٢

ع(٢) = ٢/٣ ع ، ع(س) = أ − ١٠ س

أ − ٢٠ = ٢/٣ أ ، ٠ = أ − ١٠ × ٢

أ − ٢/٣ أ = ٢٠ ، أ = ٢٠

١/٣ أ = ٢٠ ⟵ أ = ٦٠ Ⓢ

طريقة أخرى لحل س٣ أ

(هـ × هـ)َ(١) = هـ(١) × هـَ(١) + هـ(١) × هـَ(١)

هـ(١) = ١٦/٣ ، هـ(١) = ٩

هـَ(س) = ٣ س^٢ ⟵ هـَ(١) = ٣

هـَ(س) = ((٤ − س^٢) × ٤(س + ١)^٣ − (س + ١)^٤ × −٢س) / (٤ − س^٢)^٢

هـَ(١) = (٣ × ٤ × ٨ − ١٦ × −٢) / ٩ = (٩٦ + ٣٢) / ٩ = ١٢٨ / ٩

∴ (هـ × هـ)َ(١) = ١٦/٣ × ٣ + ١٢٨/٩ × ٩

= ١٦ + ١٢٨ = ١٤٤

سؤ ج ٢)

أ) {٤}

سؤ ٣ أ) ٣ جاس = جاص

٣ جتاس = جتاص صَ

صَ = ٣ جتاس / جتاص ⟵ (صَ)^٢ = ٩ جتا^٢س / جتا^٢ص *

لكن ٩ جا^٢س = جا^٢ص

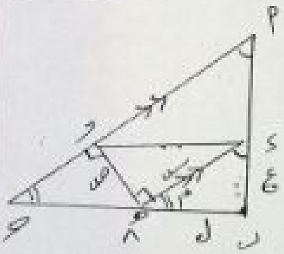
٩(١ − جتا^٢س) = جا^٢ص

٩ − ٩ جتا^٢س = جا^٢ص

٩ − جا^٢ص = ٩ جتا^٢س *

∴ (صَ)^٢ = (٩ − جا^٢ص) / جتا^٢ص = ٩ / جتا^٢ص − جا^٢ص / جتا^٢ص

(صَ)^٢ = ٩ قا^٢ص − ظا^٢ص #



٤) م = ١/٢ س ص

لكن جام = ع / س

جام = ص / (٨ − ل)

∴ ع / س = ص / (٨ − ل)

س ص = ع(٨ − ل)

المثلثان متشابهان

٦ / ع = ٨ / ل ⟵ ٦/٨ ل = ع

∴ س ص = ٦/٨ ل (٨ − ل)

س ص = ٦ل − ٦/٨ ل^٢

م = ١/٢ س ص = ١/٢ (٦ل − ٦/٨ ل^٢)

م = ٣ل − ٣/٨ ل^٢

مَ = ٣ − ٦/٨ ل = ٠

٣ = ٦/٨ ل ⟵ ٢٤ = ٦ ل ⟵ ل = ٤

مً = ٣ × ٤ − ٣/٨ × ١٦

١٢ − ٤٨/٨ = ١٢ − ٦ = ٦