الأستاذ محمود بلال العلي

الرياضيات العلمي والصناعي م٣

دوسية المهارات الأساسية في وحدة النهايات

الأستاذ محمود العلي

سنة ٢٠١٨ ش

رسالة لأحبابنا الطلبة :-

يسرني أن أضع بين يديكم مادة التأسيس للوحدة الأولى من المستوى الثالث (النهايات والإتصال) ،والتي سيتم شرحها على قناتي على اليوتيوب (رياضيات التوجيهي علمي/ صناعي) وهذه المادة تعد مدخلا مهما وجيدا للوحدة الأولى اعتمدت فيها على أسئلة من الكتاب المدرسي وأسئلة الوزارة ، آملين من الله أن تكون نافعة لكم .

العناوين الرئيسة في الدوسية :-

١. كثيرات الحدود
٢. مهارات أساسية (التحليل ، القسمة ، الضرب بالمرافق، اخراج عامل مشترك،الاستبدال ..)
٣. الاقتران المتشعب
٤. اقتران أكبر عدد صحيح
٥. اقتران القيمة المطلقة
٦. الاقترانات الدائرية
٧. المجال .

صفحة الفيس بوك :-
رياضيات التوجيهي علمي/صناعي

قناتي على اليوتيوب والتي ستعرض المادة عليها مجانا هي :-

(رياضيات التوجيهي علمي/صناعي) .

للتواصل الشخصي عبرالواتس اب على ٠٧٨٩٨٠٠٠٤٥

كثيرات الحدود :-

تعريفها :- هي الإقترانات التي تكون

١. أسسها صحيحة ٢. موجبة .

ميز كثيرات الحدود في كل من ما يلي :-

١. $س^{٢} + ٢س + ٤$

٢. $\frac{٤ + س}{س - ١}$

٣. $جا ٤س$

٤. $س^{٣} + ٨$

٥. $٥^{٤س}$

٦. $\sqrt{س} + ١$

٧. $|س + ١|$

مهارات أساسية :- (التحليل ، المرافق ..)

أ. **التحليل :-**

١. **الفرق بين المربعين :-** وهي العبارات التي تكون مكتوبة على صورة حاصل طرح مربعين كاملين .

$(س^{٢} - ص^{٢}) = (س - ص)(س + ص)$

مثال :-

$س^{٢} - ٤ = (س - ٢)(س + ٢)$

$٩ - ٤س^{٢} = (٣ - ٢س)(٣ + ٢س)$

$(س+١)^{٢} - ١ = ((س + ١) - ١)((س+١) + ١)$

$٥^{٢س} - ٢٥ = (٥^{س} - ٥)(٥^{س} + ٥)$

٢. **تحليل العبارة التربيعية التي على صورة** $أ س^{٢} + ب س + جـ$

مثال :-

١. $س^{٢} + ٥س + ٦ = (س - ٢)(س - ٣)$

٢. $س^{٢} - ٢س - ١٥ = (س - ٥)(س + ٣)$

٣. $س^{٢} - ٣س + ٢ = (س - ٢)(س - ١)$

٤. $٥س^{٢} + ٢س - ٣ = (٥س - ٣)(س + ١)$

٥. $٣^{٢س} - ٣^{س} - ٦ = (٣^{س} - ٣)(٣^{س} + ٢)$

٣. **الفرق بين المكعبين :-** وهو الذي يكون على صورة طرح مكعبين كاملين

$(س^{٣} - ص^{٣}) =$

$(س - ص)(س^{٢} + س \times ص + ص^{٢})$

مثال :-

١. $(س^{٣} - ١) = (س - ١)(س^{٢} + س + ١)$

٢. $(٢٧س^{٣} - ٨) =$

$(٣س - ٢)(٩س^{٢} + ٦س + ٤)$

٣. $((س + ٢)^{٣} - ١٢٥) =$

$((س + ٢) - ٥) \times$

$((س+٢)^{٢} + ٥(س + ٢) + ٢٥)$

٤. **مجموع المكعبين :-** وهي التي تكون على شكل جمع مكعبين كاملين .

$(س^{٣} + ص^{٣}) =$

$(س + ص)(س^{٢} - س \times ص + ص^{٢})$

مثال :-

١. $س^{٣} + ١ = (س + ١)(س^{٢} - س + ١)$

٢. $٦٤س^{٣} + ١٢٥ =$

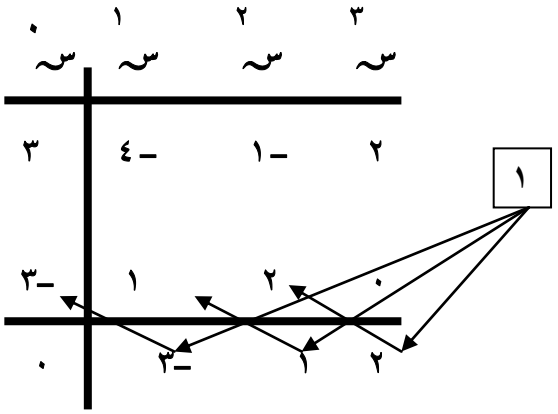
$(٤س + ٥)(١٦س^{٢} - ٢٠س + ٢٥)$

ب. القسمة الطويلة أو التركيبية :-
وتستخدم غالبا في قسمة كثيرات الحدود التي لا تحلل .

مثال :- جد ناتج القسمة لكل من التالي:-

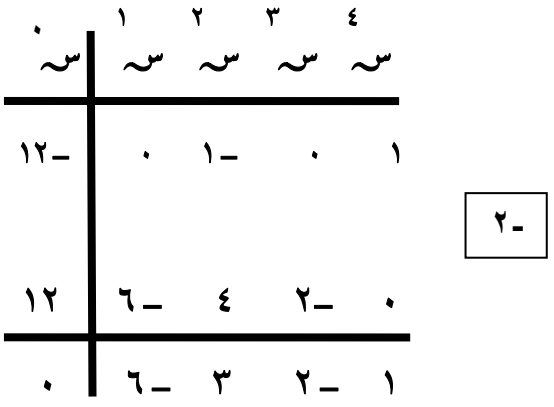
١. $\frac{٢س^{٣} - س^{٢} - ٤س + ٣}{س - ١}$

- **وهنا نرتب المقسوم كما بالسؤال ونكتب تحت كل حد معامله مع الإشارة**
- **نجد (صفر المقسوم عليه) ونضعه معامل للضرب .**



الناتج = ($٢س^{٢} + س - ٣$) .

٢. $\frac{س^{٤} - س^{٢} - ١٢}{س + ٢}$



الناتج = ($س^{٣} - ٢س + ٣س - ٦$)

جـ. توحيد المقامات :- وتستخدم عن جود حاصل جمع أو طرح لاقترانين كسريين أو أكثر .

مثال :-

١. $\frac{٥س}{س + ١} + \frac{٣}{س}$

$$= \frac{٥س^{٢} + ٣(س + ١)}{س (س + ١)}$$

٢. $\frac{١}{س - ٢} + \frac{٤}{س^{٢} - ٤}$ استفد من التحليل

$$\frac{١}{س - ٢} + \frac{٤}{(س-٢)(س+٢)}$$

$$\frac{س + ٢ + ٤}{(س - ٢)(س + ٢)} = \frac{س + ٦}{س^{٢} - ٤}$$

٣. $\frac{س}{س^{٢} - ٩} + \frac{٣س}{٩س - س^{٣}}$ ((واجب))

د. إخراج العامل المشترك :- وذلك عند وجوده . (معنى الإخراج هو القسمة)

مثال :-

١. $\frac{س^{٣} - ٢٥س}{س - ٥}$ باخراج (س) عامل مشترك

$$\frac{س (س^{٢} - ٢٥)}{(س - ٥)}$$ حلل البسط

$$\frac{س (س - ٥)(س + ٥)}{(س - ٥)} = س^{٢} + ٥س$$

٢. $\frac{٢ + س^{٢}(س - ٢) - س}{(س^{٢} - ٤)}$ (واجب)

ملاحظة (علاقة الاختصار) :-

١. $\frac{(س - ١)}{(١ - س)} = -١$

٢. $\frac{(س - ١)}{(س - ١)} = ١$

هـ. الضرب بالمرافق :- وتستخدم عند وجود جذر تربيعي أو جذر تكعيبي علما بأن المرافق مشتق من التحليل لكليهما.

مرافق الجذر التربيعي (نفس القوس ولكن نعكس اللإشارة فقط) ، على الصورة التالية :-

($\sqrt{س} - ص$) المرافق ($\sqrt{س} + ص$)

($\sqrt{س} - \sqrt{ص}$) المرافق ($\sqrt{س} + \sqrt{ص}$)

والعكس صحيح ، مع ملاحظة أن الناتج يكون طرح المربعين ففي المثالين هو ($س^{٢} - ص^{٢}$) ، (س – ص) .....

مثال :- اضرب بالمرافق وثم اكتب الناتج بأبسط صورة إن أمكنك ذلك :-

١. $\sqrt{س} - ٢$ المرافق هو $\sqrt{س} + ٢$
وناتج الضرب = (س – ٤)

٢. $\frac{\sqrt{س} - ٢}{س^{٢} - ١٦}$ **اضرب البسط والمقام بالمرافق ($\sqrt{س} + ٢$)**

$$= \frac{١}{(س - ٤)(س + ٤)(\sqrt{س} + ٢)}$$

٣. $\frac{\sqrt{س} + \sqrt[٣]{٣}}{\sqrt{س} - ٤ + ١}$ ((واجب))

مرافق الجذر التكعيبي :- (تكملة القوس الكبير في التحليل) ويكون الناتج مجموع أو فرق مكعبين كاملين.

($\sqrt[٣]{س} - ص$) المرافق له هو

($\sqrt[٣]{س^{٢}} + ص\sqrt[٣]{س} + ص^{٢}$) الناتج ($س - ص^{٣}$)

($\sqrt[٣]{س} + ص$) المرافق له هو

($\sqrt[٣]{س^{٢}} - ص\sqrt[٣]{س} + ص^{٢}$)الناتج ($س + ص^{٣}$)

مثال :- اضرب بالمرافق وبسط السؤال ما أمكن ذلك :-

١. $\frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{س - ٨}$ **هنا نضرب بالمرافق للبسط والمقام**

$$\frac{\sqrt[٣]{س} - ٢ \times (\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}{س - ٨ \times (\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}$$

$$\frac{س - ٨}{س - ٨ (\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}$$

$$= \frac{١}{(\sqrt[٣]{س^{٢}} + ٢\sqrt[٣]{س} + ٤)}$$

٢. $\frac{\sqrt{س - ٢} - ٢}{\sqrt[٣]{س - ١٤} + ٢}$ ((واجب))

هنا الفكرة وجود مرافقين معا .

و. الاستبدال :- وغالبا ما يستخدم في الجذور و الاقترانات الأسية و الأقواس المركبة لتبسيطها وتحويلهالكثيرات حدود يسهل التعامل معها .

مثال :- اجري الاستبدال فيما يلي مع تبسيط السؤال إن أمكن ذلك :-

١. $\frac{\sqrt[5]{س} - ٢}{س - ٣٢}$

افرض ان

$ص = \sqrt[5]{س}$

$ص^5 = س$

$$\frac{ص - ٢}{ص^5 - ٣٢}$$

$$\frac{(ص - ٢)}{(ص - ٢)(ص^4 + ٢ص^3 + ٤ص^2 + ١٦)}$$

٢. $\frac{٣^{2س} - ٣^{س} - ٦}{٣^{2س} - ٩}$

افرض ان

$ص = ٣^{س}$

$$= \frac{ص^2 - ٣ص - ٦}{ص^2 - ٩}$$

$$= \frac{(ص - ٣)(ص + ٢)}{(ص - ٣)(ص + ٣)}$$

مع إمكانية حل السؤال بالتحليل من البدايه .

٣. $\frac{\sqrt[3]{س} - \sqrt{س}}{\sqrt[4]{س} - ١}$ **((واجب))**

هنا استبدال معاكس لوجود أكثر من جذر معا نفرض ص = $\sqrt[12]{س}$ **أي أصغر عامل مشترك بين أسس الجذور.**

(أمثلة تدريبية على المهارات السابقة مأخوذة من الكتاب المدرسي)

اكتب ما يلي بأبسط صورة مستخدما المهارات السابقة:-

١. $\frac{\frac{١}{٤} + \frac{١}{-٤ + س}}{س}$

$$= \frac{-٤ + س + ٤}{٤ \times (-٤ + س) \times س}$$

$$= \frac{١}{٤ \times (-٤ + س)}$$

٢. $\frac{\sqrt{س + ٦} - ٣}{س - ٣} \times \frac{(\sqrt{س + ٦} + ٣)}{(\sqrt{س + ٦} + ٣)}$

$$= \frac{(س + ٦ - ٩)}{(س - ٣)(\sqrt{س + ٦} + ٣)}$$

٣. $\frac{س - ٢}{(\sqrt{س} + ٣٤ - ٦)}$ **(واجب)**

٤. $\frac{\sqrt{س^2 + ١} - \sqrt{١ - ٢س^2}}{س^2}$ **(واجب)**

٥. $\frac{\frac{\sqrt[3]{س} - ٢}{٤ - س}}{\frac{(\sqrt[3]{س^2} + ٢\sqrt[3]{س} + ٤)}{(\sqrt[3]{س^2} + ٢\sqrt[3]{س} + ٤)}} \times$

$$\frac{س^2 - ٨}{\frac{١}{٢}(٨ - س)(\sqrt[3]{س^2} + ٢\sqrt[3]{س} + ٤)} \quad \boxed{-١٠}$$

$$\frac{-٢}{(\sqrt[3]{س^2} + ٢\sqrt[3]{س} + ٤)}$$

٦. $\frac{(س+١)^{٢} - ٨١}{س - ٨}$

$= \frac{((س+١) - ٩) \times ((س+١)+٩)}{س - ٨}$

$= س + ١٠$

٧. $\frac{س^{٤} - ٢س + ١}{س - ١}$ (واجب)

٨. $\frac{٦س^{٤} + ١٨س^{٢}}{٢س^{٢} - ٣س^{٣}}$

$= \frac{٦س^{٢}(س^{٢}+٣)}{س^{٢}(٢ - ٣س)}$

٩. $\frac{س^{٣}+١٢٥}{س^{٢}+٦س+٥}$

$= \frac{(س+٥)(س^{٢} - ٥س+٢٥)}{(س+٥)(س+١)}$

١٠. $\frac{(٦٤ \tilde{}^{س} - ٨ \tilde{}^{س})}{(١ - ٨ \tilde{}^{س})}$

$= \frac{(٨)^{س} \tilde{} - ٨ \tilde{}^{س}}{(١ - ٨ \tilde{}^{س})}$ اسحب $٨ \tilde{}^{س}$ عامل مشترك

$= \frac{٨ \tilde{}^{س}(٨ \tilde{}^{س} - ١)}{(١ - ٨ \tilde{}^{س})}$ $= -٨ \tilde{}^{س}$ ← -١

١١. $\frac{(س+١)^{٥} - ٣٢}{(س - ١)}$ افرض ص = (س+١)

(واجب)

الاقتران المتشعب

تعريفه :- هو الاقتران الذي يحتوي عدد من الاقترانات ضمن شروط معينة .

مثال :-

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، \ -٤ \leq س \geq ٠ \\ ٨ \ س & ، \ ٠ < س < ٥ \end{cases}$$

جد كل من ما يلي :-

١. أطراف المتشعب (نقطة طرف) :-
(وهي الأرقام التي تتكرر مرة)
الإجابة :- $\{-٤ \ ، \ ٥\}$

٢. نقاط التحول (التشعب) :-
(وهي الأرقام التي تتكرر مرتين)
الإجابة :- هي $\{٠\}$

٣. النقاط العادية :-
(وهي الأرقام التي تكون ضمن الفترات المعطاة)
الإجابة :- -٣ ، -٢,٥ ، .... ، ١، ٢، ..... الخ .

٤. ق (-٤) = ١٧ ق(-١)= ٢
ق(٠) = ١ ق (٣) = ٢٤
ق(٥) = غير معرفة .

٥. القاعدة التي على
- يمين العدد (-٤)
- يسار العدد(٠)
- يمين العدد (٠)
- يسار العدد (٥)
- يمين العدد (٥)

اقتران القيمة المطلقة:- (| ق(س) |)

أولا:- (معنى القيمة المطلقة)

هي أخذ القيمة الموجبة لما في داخلها
مثال :-

| −٩ | = ٩ ، | ٢,٥ | = ٢,٥

ثانيا :- (خصائص القيمة المطلقة)

١. | ق(س) | = أ إما أن

ق(س)= - أ أو ق(س) = أ

مثال :-

- | س | = ٥
س= ٥ أو س = − ٥
- | س + ١ | = ١١
إما س + ١= ١١ أي س = ١٠
أو س + ١ = - ١١ أي س = -١٢

٢. | س | ≥ أ فإن - أ ≥ س ≥ أ
مثال :-

- | س | ≥ ٢ فإن -٢ ≥ س ≥ ٢
- | س | < ٥ فإن -٥ < س < ٥

٣. أ ≥ | س | فإن أ ≥ س أو س < - أ
مثال :-

- ٢ ≥ | س | فإن ٢ ≥ س أو س ≥ - ٢

٤. القيمة المطلقة تتوزع في حالة الضرب والقسمة ولا تتوزع في حالة الجمع والطرح .

| أ × ب | = | أ | × | ب |

$$\left|\frac{أ}{ب}\right| = \frac{|أ|}{|ب|}$$

٥. علاقة القيمة المطلقة بالجذر الزوجي ، حيث أن $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$ حيث ن عدد زوجي .
مثال :-

$\sqrt{س^{٢}} = |س|$ ،

$\sqrt{(س + ١)^{٢}} = |س + ١|$

ثالثا :- (إعادة التعريف)

١. إعادة التعريف بشكل عام على مجموعة الأعداد الحقيقية (ح) .

مثال :-

أعد التعريف لكل من ما يلي :-

١. | س + ٤ |

- نساوي ما داخل القيمة المطلقة بالصفر .
س − ٤ = صفر أي س = ٤

- نضع الأصفار على خط الأعداد ونحدد إشارة الاقتران لكل فترة (نفس ، عكس ، نفس ... الخ) .

+ +	- -
س − ٤ ٤	٤ − س

- نضرب القاعدة بموجب عند وجوده وبسالب عند وجوده كما بالأعلى .
- نكتب القواعد مع فتراتها (شروطها) داخل الاقتران المتشعب من اليسار لليمين وبالترتيب .

$$ق(س) = \begin{cases} س - ٤ ، & س \geq ٤ \\ ٤ - س ، & ٤ \geq س \end{cases}$$

- نضع المساواة عن جميع الأعداد باستثناء أن يكون العدد (خارج الفترة أو صفرا للمقام) .

- إذا وجد اقترانات مضروبة أو مقسومة أو مجموعه للقيمة المطلقة فإنها تضاف بالنهاية عند المتشعب .

٢. $\frac{|س^{٢} - ٤|}{س - ٢}$

$س^{٢} - ٤ = ٠$ و بالتالي $س = \pm ٢$

+ +	- -	+ +
$(س^{٢}-٤)$ ٢	$(٤ - س^{٢})$ -٢	$(س^{٢} - ٤)$

$$ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢}-٤}{س-٢} & ، \ س \geq -٢ \\ \frac{٤ - س^{٢}}{س-٢} & ، \ -٢ \leq س < ٢ \\ \frac{س^{٢} - ٤}{س-٢} & ، \ ٢ < س \end{cases}$$

٣. $|٢س + س^{٢}| + ٣س$ (واجب)

٤. $|س - ٢| + |س + ١|$

$س - ٢ = ٠ \quad س = ٢$

$س + ١ = ٠ \quad س = -١$

+	س – ٢	٢ – س	٢ – س
	س + ١ ٢	س + ١ -١	- س – ١

٢س – ١	٣	١ – ٢س
	٢	-١

$$ق(س) = \begin{cases} ١ - ٢س & ، \ س \geq -١ \\ ٣ & ، \ -١ \leq س \geq ٢ \\ ٢س - ١ & ، \ ٢ \geq س \end{cases}$$

٢. إعادة التعريف ضمن فترات محددة وهنا يجب مراعاة الفترات على خط الأعداد .

٥. $|٢س - ١٠|$ على $[-١٠ ، ٨]$

$٢س - ١٠ = ٠ \quad س = ٥$

++	- -
٢س – ١٠ ٥	١٠ – ٢س

٨ -١٠

$$ق(س) = \begin{cases} ١٠ - ٢س & ، \ -١٠ \leq س \geq ٥ \\ ٢س - ١٠ & ، \ ٥ \geq س \geq ٨ \end{cases}$$

٦. $|س| - ٥$ على $٢ \geq س < ٣$

$س = ٠$

++	- -
+ س صفر	- س

٣ ٢

$$ق(س) = \begin{cases} س - ٥ & ، \ ٢ \geq س < ٣ \end{cases}$$

٧. $|س^{٢} - ١|$ عندما $|س| \geq ١$ (واجب)

٣. إعادة التعريف حول عدد معين وهنا يمكن الحل كما سبق أو استخدام طريق سريعة بحيث

- نعوض العدد داخل القيمة المطلقة وننظر للعد الناتج
- إذا كان موجبا (+) نبقي القاعدة كما هي .
- إذا كان سالبا (-) نضرب القاعده بسالب .
- إذا كان الناتج صفرا نعيد التعريف كما سبق .

٨. $\frac{٥ - |٣س + ١|}{س^{٣} + ٨}$ حول س = - ٢

عند تعويض ٢ داخل المطلق يكون الناتج سالبا - - لذلك نبقي القاعدة $-٣س - ١$

$$= \frac{٥ - (-٣س - ١)}{س^{٣} + ٨}$$

$$= \frac{٣ (س + ٢)}{(س + ٢)(س^{٢} + ٢س + ٤)}$$

٩. $\frac{|س - ٣| - ١}{س^{٢} - ١٦}$ حول س = ٤

عند تعويض ٤ داخل القيمة المطلقة يكون الناتج موجبا++ وهنا نبقي القاعدة كما هي دون تغيير . $س - ٣$

$$= \frac{س - ٣ - ١}{س^{٢} - ١٦}$$

$$\frac{(س - ٤)}{(س - ٤)(س + ٤)}$$

١٠. $\frac{|س - ٣|}{س - ٣}$ حول س = ٣

عند تعويض ٣ بالقيمة المطلقة يكون الناتج هنا يساوي صفر وبالتالي يجب إعادة التعريف بشكل عام .

$س - ٣ = ٠ \quad س = ٣$

$$\overset{++}{\qquad} \quad \overset{- -}{\qquad}$$

$$س - ٣ \qquad ٣ \qquad ٣ - س$$

$$ق(س) = \begin{cases} \boxed{-١} \quad \frac{٣ - س}{س - ٣} \text{ ، } س > ٣ \\ \boxed{١} \quad \frac{س - ٣}{س - ٣} \text{ ، } س < ٣ \end{cases}$$

٤. علاقة الجذر الزوجي بالقيمة المطلقة : عند وجود جذر زوجي وداخلة أس زوجي يختصره فإننانضع قيمة مطلقة لما داخل الجذر $\sqrt[ن]{س^{ن}} = |س|$

حيث ن :- عدد زوجي .

١١. مثال :-

$\frac{\sqrt{س^{٢} + ٤س + ٤}}{س + ٢}$ لاحظ أن الداخلي يحلل لمربع كامل

$$\frac{\sqrt{(س + ٢)^{٢}}}{س + ٢} = \frac{|س + ٢|}{س + ٢}$$

ثم نعيد التعريف كما سبق الشرح .

١٢. مثال :-

$\frac{\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٥}}{س - ٥}$ (واجب)

ملاحظة هامة :-

$\sqrt{س^{٢}} = ٤$ فإن س = $\pm$ ٢ لماذا ؟

$س = \sqrt{٤}$ فإن س = ٢ فقط

إقتران أكبر عدد صحيح :-
([ق(س)])

أولا (معنى أكبر عدد صحيح) :-

إقتران أكبر عدد صحيح يعطي :-

أكبر عدد صحيح ≤ س

مثال جد قيمة ما يلي :-

١. [٢,٣] = ٢
٢. [٠.٩٩] = ٠
٣. [٣,٩٩] = ٣
٤. [٤] = ٤
٥. [- ٧] = - ٧
٦. [-٢,٣] = - ٣

ثانيا (خصائصه) :-

١. [س] = ن
⟸ ن≤ س< ن + ١

مثال :-

حل المعادلات التالية :-

- [س + ٤] = ٩
٩ ≤ س + ٤ < ١٠ (طرح ٤ للجميع)
٥ ≤ س < ٦
- [٤ – س] = ٩
٩ ≤ ٤ – س < ١٠ (طرح ٤ للجميع)
٥ ≤ - س < ٦ (القسمة على -١)
-٥ ≥ س > -٦ (القلب للاشارات)

٢. [س ± أ] =
⟸ [س] ± أ شرط أ عدد صحيح .

مثال :- أيهما صحيح

[س – ٣] = [س] – ٣
[س + ٩] = [س] + ٩
[س - ٠,٣]= [س] – ٠,٣ ⊗

مثال هام (كتاب قديم) :-

[س+١] - [س+٢] = -١ (لماذا ؟؟)

٣. [أ]$^{+}$ = أ ، [أ]$^{-}$ = أ – ١
أ :- هو عدد صحيح ∋ (ص) .
٤. [أ]$^{+}$ = [أ]$^{-}$ = أ
أ :- هو عدد غير صحيح ∌ (ص) .

مثال :- [٥]$^{+}$= ٥ ، [٥]$^{-}$= ٤

[٢,٥]$^{+}$ = [٢,٥]$^{-}$= ٢
لماذا ؟؟؟ من إعادة التعريف .

ثالثا (إعادة التعريف) :-

١. إعادة تعريفه على الفترات المحددة .

مثال أعد تعريف ما يلي :-

- ق(س) = [س+٢] على [-١ ، ٢]
١. نجد طول الدرجة ل = $\frac{١}{|\text{المعامل س}|}$
ل = ١
٢. نرسم خط الأعداد ونحدد نقطة الإنطلاق عليه حيث :-
أ. نبدأ من الصفر إذا كان الحد بجانب س هو عدد صحيح .
ب. نبدأ من صفر الاقتران (نصفره) إذا كان الحد بجانب س كسر .

٣. نضيف ونطرح طول الدرجة من الإنطلاق للوصول لحدود الفترات وفي حال عدم ذلك نحن نضعها .
٤. نفتح اقتران متشعب فيكون على شكل اقتران حدوده من الشكل وللمساواة نراعي ما يلي :-
- نضع المساواة على اليمين إذا كان معامل س موجب .
- نضع المساواة على اليسار إذا كان معامل س سالب .

٥. نعوض العدد عند المساواة بالصحيح.

ق(س) = { ١ ، -١ ≤ س < ٠ ؛ ٢ ، ٠ ≤ س < ١ ؛ ٣ ، ١ ≤ س < ٢ ؛ ٤ ، س = ٢ ← موجود على الخط }

٦. لإغلاق الفترة في حال عدم إغلاقها من خلال الحل فإننا نقوم بالتالي :-

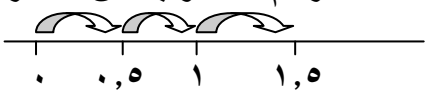
- نضع س = العدد إذا كان العدد على الخط من الأصل (تحول) .
- إذا لم يكن موجود وأنا من وضعه فإن المساواة توضع عنده (عادية) .

مثال أعد تعريف الإقتران :-

ق(س) = [٢ – ٢س] على [٠، ١,٥]

١. طول الدرجة ل = ٠,٥ .

٢. نرسم الخط ونبدأ من الصفر .



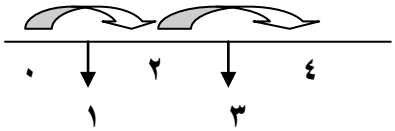
٣. عمل اقتران متشعب :-

ق (س) = { موجود على الخط ← ٢ ، س = ٠ ؛ ١ ، ٠ < س ≤ ٠,٥ ؛ ٠ ، ٠,٥ < س ≤ ١ ؛ -١ ، ١ < س ≤ ١,٥ }

مثال أعد التعريف :-

ق(س) = [٠,٥س + ٣] على الفترة التالية ١ < س ≤ ٣ ؟

ل = ٢ والإنطلاق من الصفر



نفتح اقتران متشعب

ق(س) = { ٣ ، ١ < س < ٢ ؛ ٤ ، ٢ ≤ س ≤ ٣ ← العدد أنا وضعته على الخط . }

مثال أعد تعريف ما يلي :-

ق(س) = $\frac{\text{س + [س]}}{\text{س}^{٢} + ١}$ (بهارات للآخر)

على الفترة [-١ ، ١)

ل = ١ ونبدأ من الصفر العادي

ق(س) = { $\frac{\text{س – ١}}{\text{س}^{٢} - ١}$ ، -١ ≤ س < ٠ ؛ $\frac{\text{س + ٠}}{\text{س}^{٢} - ١}$ ، ٠ ≤ س < ١ ← الفترة مفتوحة }

٢ . إعادة التعريف حول عدد معين ، هنا نراعي :-

- أنه إذا كان العدد هو نقطة تحول نأخذ فترتين واحدة أصغر وأخرى أكبر .
- إذا كان العدد ليس نقطة تحول (أنا جبته على الخط نأخذ فترة العدد فقط).

مثال أعد تعريف ما يلي :-

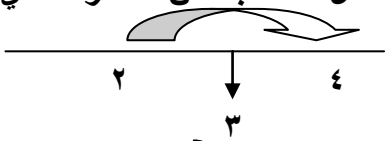
١. [س + ٢] حول س = ١

ل = ١ ونبدأ من الصفر العادي

ق(س) = { ٢ ، ٠ ≤ س < ١ ؛ ٣ ، ١ ≤ س < ٢ }

لاحظ العدد موجود نأخذ فترتين

٢. [٠,٥ س] حول س = ٣
ل = ٢ نبدأ من الصفر العادي



ق(س) = { ١ ، ٢ ≤ س < ٤

لاحظ العدد نقطة عادية نأخذ فترة .

٣. [٠,٥ - س] حول س = ١ (واجب)
ملاحظة هنا نصفر الاقتران ونبدأ من صفره كنقطة انطلاق
من عند س = ٠,٥ .

٤. أعد تعريف الإقتران التالي

ق(س) = [س] + ٣|س – ١| في

الفترة ٠≤ س ≤ ٢ (واجب)
ملاحظة هنا نعيد تعريف كل اقتران على حدى ثم نجري العملية بينهم .
الإجابة هي:- ق(س)=

{ ٣ – ٣س ، ٠≤ س < ١
{ ٢س – ٢ ، ١ ≤ س < ٢
{ ٥ ، س = ٢

(الاقترانات الدائرية)

أولا أنواع الاقترانات الدائرية :-

١. جا س
٢. جتا س
٣. ظا س = جا س / جتا س
٤. ظتا س = جتا س / جا س = ١ / ظا س
٥. قا س = ١ / جتا س
٦. قتا س = ١ / جا س

(ينبغي عليك حفظها جيدا)

ثانيا النسب المثلثية للزوايا الأساسية (حفظ كما هي):-

الزاوية	جا	جتا	ظا
٣٠ = π/٦	١/٢	√٣/٢	١/√٣
٦٠ = π/٣	√٣/٢	١/٢	√٣
٤٥ = π/٤	١/√٢	١/√٢	١
صفر	صفر	١	صفر
٩٠ = π/٢	١	صفر	لا يوجد
١٨٠ = π	صفر	-١	صفر
٢٧٠ = ٣π/٢	-١	صفر	لا يوجد

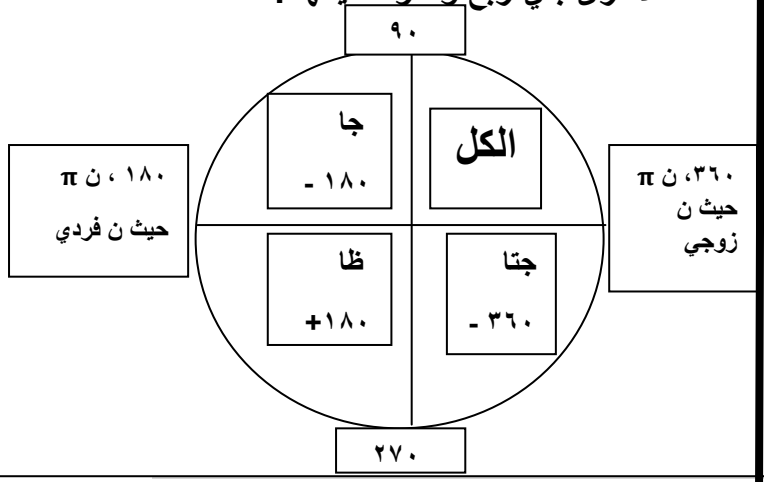
ثالثا التحويل من التقدير الدائري للستيني :-
للتحويل نضرب × (π / ١٨٠)

مثال حول الزوايا التالية

١. ٢٢٥ = ٢٢٥ × π/١٨٠ = ٥π/٤

٢. ٣٠٠ = ٣٠٠ × π/١٨٠ = ٥π/٦

رابعا إشارات الأرباع و تحديد الزوايا الأخرى بأي ربع ومعرفة قيمها :-



تمرين جد قيمة كل من ما يلي :-

١. جتا١٢٠
سالب جتا (١٨٠ – ١٢٠)
= - جتا٦٠ = - ٠,٥
٢. ظا ٢٢٥ = ١
٣. جا ٣١٥ = - $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

تمرين حل المعادلات التالية :-

١. جتا س = ٠,٥ حيث س تنتمي للفترة [٠ ، ٢ π]
الحل :- الجتا موجب في الربعين
الأول الرابع
٦٠ ٣٠٠
قيم س هي $\left\{ \frac{\pi}{٣} ، \frac{٥\pi}{٣} \right\}$

٢. ٢ جا س – ٢ = ٠
جا س = ١
س = ٩٠ = $\frac{\pi}{٢}$

٣. جا س – جتا س = ٠ (واجب)
٤. جا س + جتا س = ٠ (واجب)
٥. ٢ جا س – ١ = ٠ (واجب)

على الفترة [٠ ، ٢π]

خامسا (المتطابقات) وتحفظ جيدا:-

١. جا^{٢} س + جتا^{٢}س = ١
٢. جا ٢س = ٢ جا س جتا س
٣. جتا ٢س = جتا^{٢}س – جا^{٢}س
= ٢ جتا^{٢}س – ١
= ١ – ٢ جا^{٢}س
٤. ظا^{٢}س + ١ = قا^{٢}س
٥. ظتا^{٢}س + ١ = قتا^{٢}س
٦. جا م – جا ب =
٢ جتا$\frac{(م + ب)}{٢}$ جا$\frac{(م - ب)}{٢}$
٧. جتا م – جتا ب =
-٢ جا$\frac{(م + ب)}{٢}$ جا$\frac{(م - ب)}{٢}$
٨. جا (م ± ب) =
جا م جتا ب ± جتا م جا ب
٩. جتا (م ± ب) =
جتا م جتا ب ∓ جا م جا ب

١٠. ظا (م ± ب) = $\frac{\text{ظام} \pm \text{ظاب}}{١ \mp \text{ظام ظاب}}$

١١. ١ – جتا ٢س = ٢ جا^{٢}س

١٢. جتا ٢س – ١ = -٢ جا^{٢}س

أمثلة تدريبية على المتطابقات (واجبات):-

١. $\frac{١ - \text{جتا س}}{\text{جتا ٣س} - ١}$
٢. $\frac{\text{جا ٤س} - \text{جا٢س}}{\text{جا ٢س}}$
٣. $\frac{١ + \text{جاس} - \text{جتا٢س}}{\text{جاس}}$
٤. $\frac{\text{جتا ٣س} - \text{جتا ٥س}}{\text{جا ٢س}}$
٥. $\frac{٢ \text{ جا س} - ١}{٤ \text{ جتا}^{٢}\text{س} - ٣}$
٦. $\frac{\text{جتا}^{٢}\text{٣س} - \text{جا}^{٢}\text{٣س}}{\text{جا ١٢ س}}$
٧. $\sqrt{١ - \text{جتا س}}$ وأعد التعريف حول س = (٠)

(تحديد المجال للإقترانات المختلفة)

أولا مفهومه :-

هي مجموعة الأعداد التي يكون عندها المجال معرف .

ثانيا لتحديد المجال إما أن :-

١. يكون معطى بالسؤال .

٢. أن يكون غير معطى بالسؤال .

↓

وفي هذه الحالة نعتبر المجال لجميع الإقترانات هو (ح) ، ما عدا الجذر الزوجي والاقتران الكسري .

١. **مجال الجذر الزوجي = ما يجعل تحت الجذر ≥ صفر .**
٢. **مجال الاقتران الكسري = ح - { أصفار المقام }**

تمرين حدد المجال في ما يلي :-

١. $ق(س) = س^{٢} + ٢س$ ،

حيث س ∈ [-٢ ، ٥] ؟
المجال معطى هنا وهو [-٢ ، ٥]

٢. $ق(س) = \sqrt{٩ - س^{٢}}$ **على الفترة**

-٣ ≤ س ≤ ٣ ؟
المجال معطى وهو [-٣ ، ٣] .

٣. $ق(س) = س^{٣} + ٢س$ ؟

المجال هو ح أو
س∈ (-∞ ، ∞).

٤. $ق(س) = \frac{٥}{س - ٥}$ ؟

ح - { ٥ }

٥. $ق(س) = \sqrt{س - ٣}$ ؟

س – ٣ ≥ ٠
س ≥ ٣ أو [٣ ، ∞)

معرف	٣	غير معرف
+ + +		- - -

٦. $ق(س) = \sqrt{\frac{س - ٢}{س + ١}}$ ؟

ق(س) جذر زوجي تحته اقتران كسري
أصفار المقام س = -١
نحدد إشارة ما تحت الجذر

++	--	++
	٢	-١

المجال هو (- ∞، -١) و [٢ ،∞).

ملاحظة :- الجذر الزوجي يتوزع على الضرب والقسمة شرط أن يكون الجذر معرف في كليهما ....

مثال :-

$\sqrt{\frac{س - ٢}{س + ١}}$ **عند س = ٣**

فإن الجذر = $\sqrt{\frac{س - ٢}{س + ١}}$ **لأن كلاهما معرف**

٧. **سؤال هل تصح العبارة الرياضية التالية (واجب)**

$\frac{\sqrt{٩ - س^{٢}}}{\sqrt{٣ - س}} = \sqrt{\frac{٩ - س^{٢}}{٣ - س}}$ **عند٣+**

$\frac{\sqrt{٩ - س^{٢}}}{\sqrt{٣ - س}} = \sqrt{\frac{٩ - س^{٢}}{٣ - س}}$ **عند٣-**

تم بحمد الله ، سامحوني إن كان هنالك تقصير ..