اجابة امتحان الوزارة رياضيات علمي ٣ع صيفي ٢٠١٨ — أ. عماد زهران

س١ أ) 1) $\int \frac{س^3 + ٢س - ٦}{س^2 - ٤}\, ءس$

$س^3 + ٢س - ٦ \div (س^2 - ٤) = س$ ، $س^3 - ٤س$ ، الباقي $٦س - ٦$

$= \int \left(س + \frac{٦س - ٦}{س^2 - ٤}\right) ءس$

$= \frac{س^2}{٢} + \int^{*} \frac{٦س - ٦}{س^2 - ٤}\, ءس$

$\frac{٦س - ٦}{س^2 - ٤} = \frac{أ}{س - ٢} + \frac{ب}{س + ٢}$

$٦س - ٦ = أ(س + ٢) + ب(س - ٢)$

$س = ٢ \Leftarrow ٦ = ٤أ \Leftarrow أ = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$

$س = -٢ \Leftarrow -١٨ = -٤ب \Leftarrow ب = \frac{١٨}{٤} = \frac{٩}{٢}$

$\therefore \int^{*} \frac{٦س - ٦}{س^2 - ٤}\, ءس = \int \left(\frac{\frac{٣}{٢}}{س - ٢} + \frac{\frac{٩}{٢}}{س + ٢}\right) ءس$

$= \frac{٣}{٢} لو_هـ |س - ٢| + \frac{٩}{٢} لو_هـ |س + ٢|$

$\therefore \int \frac{س^3 + ٢س - ٦}{س^2 - ٤}\, ءس = \frac{س^2}{٢} + \frac{٣}{٢} لو_هـ |س - ٢| + \frac{٩}{٢} لو_هـ |س + ٢| + ث$

2) $\int_{٠}^{١} ٢س\, هـ^{س} (س + ١)^{-٢}\, ءس$

$ق = ٢س\, هـ^{س}$	$ءع = (س + ١)^{-٢}$
$\frac{ءق}{ءس} = ٢س \times هـ^{س} + هـ^{س} \times ٢$	$ع = \frac{(س + ١)^{-١}}{-١}$
$ءق = ٢هـ^{س}(س + ١)\, ءس$	$ع = \frac{-١}{س + ١}$

$\int ق . ءع = ق . ع \Big|_{٠}^{١} - \int_{٠}^{١} ع . ءق$

$٢س\, هـ^{س} \times \frac{-١}{س + ١} \Big|_{٠}^{١} - \int_{٠}^{١} \frac{-١}{س + ١} \times ٢هـ^{س}(س + ١)$

$-هـ - ٠ + \int_{٠}^{١} ٢هـ^{س}\, ءس$

$-هـ + ٢هـ^{س} \Big|_{٠}^{١} = -هـ + ٢هـ - ٢هـ$

$= -٢ \times ١ = -٢$

س١ ب) 1) $د(س) = ٢ لو_هـ \frac{هـ^{٢س}}{س}$

$د(س) = ٢(لو_هـ هـ^{٢س} - لو_هـ س) = ٢(٢س - لو_هـ س)$

$د(س) = ٤س - ٢لو_هـ س$

$د'(س) = ٤ - \frac{٢}{س} \Leftarrow د'(١) = ٤ - ٢ = ٢$ (جـ)

2) $\int_{١}^{٣} \frac{(س^2 - ٢ - ٢)(س^2 + ٢ + ٢)}{س^2}\, ءس$ [illegible]

$\int_{١}^{٣} (س^2 - ٤)\, ءس = \frac{س^3}{٣} - ٤س \Big|_{١}^{٣}$

$= (٩ - ١٢) - \left(\frac{١}{٣} - ٤\right)$

$-٣ + ٤ - \frac{١}{٣} = ١ - \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$ (أ)

3) $ظا^2 س\, ءس = ٣\, ءص - ءس$

$ظا^2 س\, ءس + ءس = ٣\, ءص$

$ءس (ظا^2 س + ١) = ٣\, ءص$

$\int قا^2 س\, ءس = \int ٣\, ءص$

$ظا س = ٣ص + ث_١$

$\frac{ظا س}{٣} + ث = ص$ (جـ)

س٢ $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} جتا س (٢ - ٢ جتا ٢س)^{٤}\, ءس$

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} جتا س \left(٢(١ - جتا ٢س)\right)^{٤}\, ءس$

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} جتا س (١٦)(٢ جا^2 س)^{٤}\, ءس$

$= \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ١٦ جتا س \times ١٦ جا^{٨} س\, ءس$

$ص = جا س \Leftarrow \frac{ءص}{ءس} = جتا س$

$س = ٠ \Leftarrow ص = ٠$

$س = \frac{\pi}{٤} \Leftarrow ص = \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\int_{٠}^{\frac{١}{\sqrt{٢}}} ٢٥٦ جتا س\, ص^{٨} \frac{ءص}{جتا س}$

$\frac{٢٥٦ ص^{٩}}{٩} \Big|_{٠}^{\frac{١}{\sqrt{٢}}}$

$\frac{٢٥٦}{٩} \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٩} - ٠$

ج) ميل المماس $= \frac{1+\ln s}{s+s\ln s}$

$\therefore$ ق $\frac{1+\ln s}{s+s\ln s}$ ك s $= \ln|s+s\ln s| + ج$

$\therefore$ ص $= \ln|s+s\ln s| + ج$

حيث نفرض ص $= s+s\ln s$

$\frac{ك ص}{ك s} = 1+\ln s$

ك $s = \frac{ك ص}{1+\ln s}$

$\therefore$ ق $\frac{1}{ص}$ ك ص $= \ln|ص| + ج$

$\therefore$ ص $(s) = \ln|s+s\ln s| + ج$

لكن ص $(1) = 2$

$\therefore$ ص $(1) = \ln|1+1\times 0| + ج$

$2 = 1 + ج \Leftarrow ج = 1$

$\therefore$ ص $(s) = \ln|s+s\ln s| + 1$

$\int_1^2 \frac{2s-s^2}{s^2} + \frac{1}{s^2}$ ك s

$= 2 - \frac{1}{2} - 0 + 2 - \frac{1}{2}$

د) $\frac{4}{2} + \frac{3}{2} = 4$

٣) ص $(s) = s \times \frac{1}{\sqrt{s}} + \sqrt{s}$

$\frac{1}{2}s^{-\frac{1}{2}} + s^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2}s^{\frac{1}{2}}$

ص $'(s) = \frac{3}{2}s^{-\frac{1}{2}}$

$\int_1^4 \frac{3}{2}s^{-\frac{1}{2}}$ ك $s = \left[\frac{3}{2}\times 2 s^{\frac{1}{2}}\right]_1^4$

د) $3\times 2 - 4 = \frac{3}{2}$

ب) $\int_{-2}^{1} (|s-1|+1)$ ك s

s	$-\infty$		1		$\infty+$
$s-1$	$-$	$-$	0	$+$	$+$

$= \int_{-2}^{1} (1-s+1)$ ك $s + \int_{1}^{2} (s-1+1)$ ك s

$\int_{-2}^{1} (2-s)$ ك $s + \int_{1}^{2} s$ ك s

أ) ق $\frac{1}{\sqrt{s}}$ ك $s = 2\sqrt{s} + ج$

ميل المماس $= \frac{1}{\sqrt{s}}$

ميل العمودي $= -\sqrt{s}$

$\therefore$ ص $(s) = -\int \sqrt{s}$ ك $s = -\frac{2}{3}s^{\frac{3}{2}} + ج$

$\therefore$ ص $(s) = -\frac{2}{3}s^{\frac{3}{2}} + 3$

ص $(4) = -\frac{2}{3}\times 8 + 3 = -\frac{7}{3}$

ب) $\int_{-2}^{1} \frac{1}{\sqrt{s}}$ ك $s = \left[2\sqrt{s}\right]_{-2}^{1}$

$= 2 - 2\sqrt{-2}$

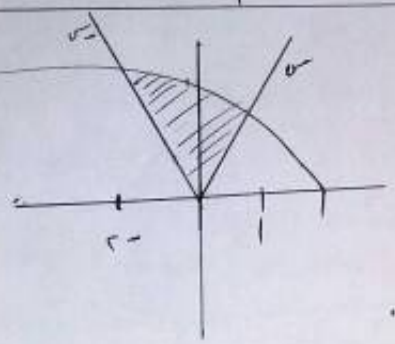
ج) $\int_{-2}^{1} \left(\frac{1}{\sqrt{s}} + \sqrt{s}\right)$ ك $s = \left[2\sqrt{s} + \frac{2}{3}s^{\frac{3}{2}}\right]_{-2}^{1}$

$= 2 + \frac{2}{3} - 2\sqrt{-2} - \frac{2}{3}(-2)^{\frac{3}{2}}$

$= \frac{8}{3} - 2\sqrt{-2} + \frac{2}{3}\sqrt{-8}$

$= \frac{8}{3} - 2\sqrt{-2} + \frac{4}{3}\sqrt{-2}$

$= \frac{8}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{-2}$



ب) $|س| = \sqrt{2-س}$

$س^2 = 2 - س$

$س^2 + س - 2 = 0$

$(س+2)(س-1) = 0 \Leftarrow س = -2$ أو $س = 1$

$\int_{-2}^{1} ((2-س)^{\frac{1}{2}} + س) - \int_{1}^{2} ((2-س)^{\frac{1}{2}} - س)$ ك $س$

$= \left[-\frac{2}{3}(2-س)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}س^2\right]_{-2}^{1} + \left[\frac{2}{3}(2-س)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}س^2\right]_{1}^{2}$

$-\frac{2}{3}(1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3}(4)^{\frac{3}{2}} + 2\right) + \frac{2}{3}(0) - \left(\frac{2}{3}(1)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2}\right)$

$-\frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 + \frac{16}{3} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

$\frac{16}{3} - \frac{3}{2} = \frac{32-9}{6} = \frac{23}{6}$

س٣ أ) $\int_1^2 \left(\frac{٥}{٢} - ٤ق(س)\right) دس = \int_1^2 \left(\frac{٥}{٢}س + \frac{ق(س)}{٢}\right)$

$\frac{٥}{٢} - ٤\int_1^2 ق(س) دس = س^2\Big|_1^2 + \frac{١}{٢}\int_1^2 ق(س) دس$

$\frac{٥}{٢} - ٤\int_1^2 ق(س) دس + \frac{١}{٢}\int_1^2 ق(س) دس = ٠ - ١$

$-\frac{٧}{٢}\int_1^2 ق(س) دس = -\frac{٢}{٢} - \frac{٥}{٢} = -\frac{٧}{٢}$

$\int_1^2 ق(س) دس = ١ \Leftarrow \int_2^1 ق(س) دس = -١$

٢) $ق(س) \geq س$

$-٢ق(س) \leq -٢س$

$٢ - ٢ق(س) \leq ٢ - ٢س$

$\int_1^3 (٢ - ٢ق(س)) دس \leq \int_1^3 (٢ - ٢س) دس$

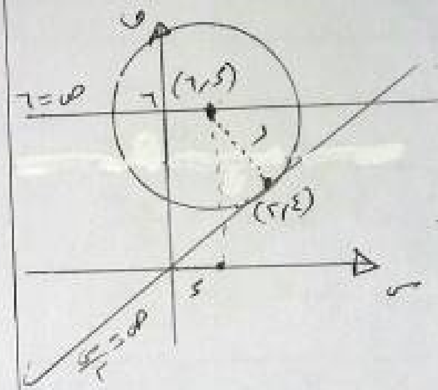
$\leq ٢س - س^2\Big|_1^3 = -٣$

٣) $\int_1^5 (ق(س) - ٤) دس = \int_1^5 ق(س) دس - ١٦$

$= -٨ - ١٦ = -٢٤$

$\left|\int_1^5 (ق(س) - ٤) دس\right| = |-٢٤| = ٢٤$

س٤ ٢) (ء ، ٦)



$ر = \frac{|٢س - ص + ٠|}{\sqrt{١ + ٤}}$

$ر = \frac{|ء - ١٢|}{\sqrt{٥}}$

وكذلك $ر = \sqrt{(٤ - ء)^2 + (٣ - ٦)^2}$

$\therefore \frac{|ء - ١٢|}{\sqrt{٥}} = \sqrt{١٦ - ٨ء + ء^2 + ٣٦}$ تربيع الطرفين

$ء^2 - ٢٤ء + ١٤٤ = ٥(٣٢ - ٨ء + ء^2)$

$ء^2 - ٢٤ء + ١٤٤ = ١٦٠ - ٤٠ء + ٥ء^2$

$٤ء^2 - ١٦ء + ١٦ = ٠$ ÷ ٤

$ء^2 - ٤ء + ٤ = ٠$

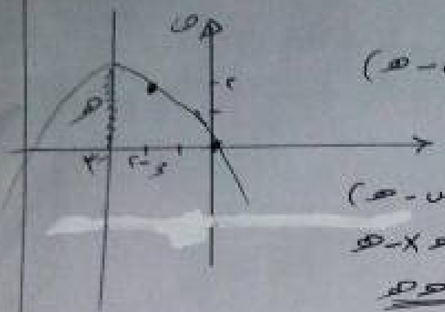
$(ء - ٢)(ء - ٢) = ٠ \Leftarrow ء = ٢$

---

٢) م(٢ ، ٦) $ر = \frac{١٠}{\sqrt{٥}} \Leftarrow ر^2 = \frac{١٠٠}{٥} = ٢٠$

$(س - ٢)^2 + (ص - ٦)^2 = ٢٠$

س٤ ٢)



$(س - ء)^2 = -٤ﻫ(ص - ﻫ)$

$ء = -٣$

$(س + ٣)^2 = -٤ﻫ(ص - ﻫ)$

(٠ ، ٠) تحقق القطع $٩ = -٤ﻫ \times -ﻫ$

$٩ = ٤ﻫ^2$

(−٢ ، ٣) ⟵ $١ = -٤ﻫ(٣ - ﻫ)$

$١ = -٨ﻫ + ٤ﻫ^2$

بالتعويض $١ = -٨ﻫ + ٩ \Leftarrow -٨ = -٨ﻫ$

$ﻫ = ١$

$\therefore ٩ = ٤ \times ١ \times ﻫ \Leftarrow ﻫ = \frac{٩}{٤}$

$\therefore (س + ٣)^2 = -٤ \times ١ \left(ص - \frac{٩}{٤}\right)$

س٤ أ) $س^2 = ٩ن^2$

$ص^2 = ٦ن - ٩ن^2$ +

$س^2 + ص^2 = ٦ن$ لكن $ن = \frac{ص}{٣}$

$س^2 + ص^2 = ٦ \times \frac{ص}{٣}$

$س^2 + ص^2 - ٢ص = ٠$ معادلة دائرة م

---

٢) $كص^2 - س^2 + ك = ٠$

$كص^2 - س^2 = -ك$ ÷ −ك

$-ص^2 + \frac{س^2}{ك} = ١$

$\frac{س^2}{ك} - \frac{ص^2}{١} = ١ \Leftarrow أ^2 = ك$ ، $ب^2 = ١$

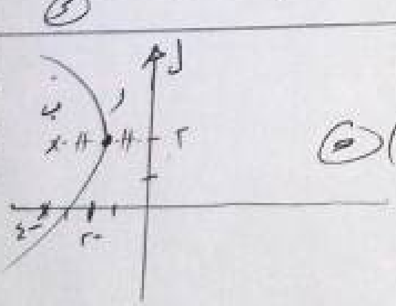
$(٢أ)^2 + (٢ب)^2 = ١٢$

$(٢\sqrt{ك})^2 + (٢)^2 = ١٢ \Leftarrow ٤ك + ٤ = ١٢$

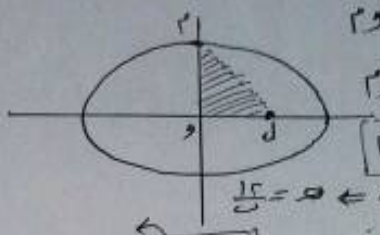
$٤ك = ٨ \Leftarrow ك = ٢$

---

٣) م(−٢ ، ٢)



$(ص - ٢)^2 = -٤ \times ٢(س + ٢)$



م = ½ ل و × و م

٦ = ½ ل و × و م

١٢ = ل و × و م

١٢ = ٥ × ب ⇐ ٥ = ١٢/ب

م أ − أ ل = ع ⇐ م − ب = ٢

لكن $م^2 = ب^2 + ٥^2$

$(م + ب)^2 = ب^2 + \frac{١٤٤}{ب^2}$

$(ع + ٤ب + ب^2 = ٥^2 + \frac{١٤٤}{ب^2}) \times ب^2$

$ع ب^2 + ٤ ب^3 = ١٤٤$

$٤ ب^3 + ع ب^2 - ١٤٤ = ٠$ ÷ ٤

$ب^3 + ب^2 - ٣٦ = ٠$ بالقوية ب = ٣

	$ب^3$	$ب^2$	$ب^1$	$ب^0$
٣	١	١	٠	−٣٦
	٠	٣	١٢	٣٦
	١	٤	١٢	٠

$س^2 + ٤س + ١٢ = ٠$

لأن $م = ١٦ - ٤ \times ١ \times ١٢ < ٠$ لا حل

∴ م − ٣ = ٢ ⇐ م = ٥

∴ $\frac{س^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{٩} = ١$

$س ب ١) ق م = ٤ \times ٢ ب ⇐ م = ٢ ب$

$ب = \frac{م}{٢}$

$٥^2 = ب^2 + م^2$

$٥^2 = \frac{م^2}{٤} + م^2 ⇐ ٥^2 = \frac{٥ م^2}{٤}$

$\frac{٥^2}{م^2} = \frac{٥}{٤} ⇐ \frac{٥}{م} = \frac{\sqrt{٥}}{٢}$ ⑤

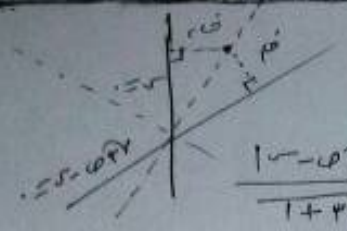
ج) $(٤ س^2 - ٣ ص^2 = ٤) \div ٤$

$\frac{س^2}{١} - \frac{ص^2}{\frac{٤}{٣}} = ١$

$\frac{س^2}{\frac{١}{٢}} - \frac{ص^2}{\frac{٤}{٩}} = ١$

$م^2 = \frac{١}{٣} ⇐ م = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

طول المحور القاطع $٢م = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ ⑥



٣) ق ١ = ق ٢

$\frac{|س|}{١} = \frac{|√٣ ص - س|}{\sqrt{١ + ٣}}$

$٢|س| = |√٣ ص - س|$

(١) ٢س = √٣ ص − س

٣س = √٣ ص ⇐ ص = $\frac{٣س}{\sqrt{٣}}$ ④

أو ٢س = س − √٣ ص

س = −√٣ ص ⇐ ص = $\frac{-س}{\sqrt{٣}}$ لأن

لأن الحل الثاني هو مستقيم منصف للزاوية بين المستقيمين ولأنه في الربع الأول سيكون المستقيم المتزايد (معادلة موجبة)

٠.٧٨٥٣٤٢٣٠