مكثف الرياضيات

100 سؤال وجواب

العلمي والصناعي

المنهاج الجديد

الاستاذ محمود الجزار

0787964168 - 0790155162

مكتف الرياضيات

٠٧٩٠١٥٥١٦٢ - ٠٧٨٧٩٦٤١٦٨

الأستاذ : محمود الجزار

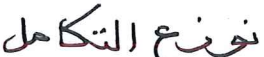
١٠٠ سؤال وجواب

١ جد $\int_{-1}^{4} |س^2 - 6س + 9| \, د س$

الحل: $\int_{-1}^{4} |(س-3)(س-3)| \, د س$

$= \int_{-1}^{4} |(س-3)^2| \, د س$

$= \int_{-1}^{4} |س - 3| \, د س$



$= \int_{-1}^{3} (-س + 3) \, د س + \int_{3}^{4} (س - 3) \, د س$

$= \left[-\frac{س^2}{2} + 3س \right]_{-1}^{3} + \left[\frac{س^2}{2} - 3س \right]_{3}^{4}$

$\left(-\frac{9}{2} + 9 \right) - \left(-\frac{1}{2} - 3 \right) + (8 - 12) - \left(\frac{9}{2} - 9 \right)$

٢ $\int_{-1}^{4} |س^2 - 2س - 4| \, د س$

الحل: نوزع التكامل

$\int_{-1}^{3} (س^2 - 2س) \, د س + \int_{3}^{4} |س - 4| \, د س$

$\left[\frac{س^3}{3} - س^2 \right]_{-1}^{3} + \int_{3}^{4} (س + 4) \, د س$

$(9 - 9) - \left(-\frac{1}{3} + 3 \right) + \left[\frac{س^2}{2} + 4س \right]_{3}^{4}$

$0 + \frac{1}{3} - 3 + \left(-\frac{9}{2} + 12 \right) - \left(-\frac{1}{2} - 4 \right)$

٣ إذا كان $\int_{-1}^{4} (3س^2 - ب^2 أ^{ل}) \, د س = 20$

أجد قيمة ل .

الحل: $\int_{-1}^{4} (3س^2 - م^2 ب^{ل}) \, د س = 20$

$\int_{-1}^{4} (3س^2 - ل^2) \, د س = 20$

$\left[س^3 - ل^2 س \right]_{-1}^{4} = 20$

$(64 - 4ل^2) - (-1 + ل^2) = 20$

$65 - 5ل^2 = 20 \Leftarrow -5ل^2 = -45$

$ل^2 = 9 \Leftarrow ل = \pm 3$

٤ إذا كان $\int_{-1}^{جـ} (3س^2 + 4س) \, د س =$ صفر جد جـ

الحل: $\left[س^3 + 2س^2 \right]_{-1}^{جـ} = 0$

$(جـ^3 + 2جـ^2) - (-1 + 2) = 0$

$جـ^3 + 2جـ^2 - 1 = 0$

	$جـ^3$	$جـ^2$	جـ	جـ
	1	2	0	-1
1		1	1	1
	1	1	1	0
-1		-1	0	
	1	0	1	

$(جـ + 1)(جـ^2 + جـ - 1) = 0$

$جـ = -1$ ← 1 للمميز

$\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ، $\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$

٥ دون إجراء التكامل بين أن

$\frac{\pi}{5} \leq \int_{\frac{\pi}{4}}^{\pi} \frac{1}{3جتا^2 س + 2} \, د س \leq \frac{\pi}{2}$

الحل:- نشتق

$\frac{-(6جتا س \times -جا س)}{(3جتا^2 س + 2)^2} = 0$

$6جتا س \times جا س = 0$

$جتا س = 0 \Leftarrow س = \frac{\pi}{2}$

$جا س = 0 \Leftarrow س = 0 ، \pi$

$(3جتا^2 س + 2)^2 \neq 0$ لا حل

ق$(\frac{\pi}{2})$ = $\frac{1}{2}$

ق(0) = $\frac{1}{5}$

ق(π) = $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3جتا^2 س + 2} \leq \frac{1}{2}$

ادخال التكامل

$\int_{0}^{\pi} \frac{1}{5} \, د س \leq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^2 س + 2} \, د س \leq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{2} \, د س$

$\frac{\pi}{5} \leq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^2 س + 2} \, د س \leq \frac{\pi}{2}$

٦ إذا علمت أن $\int_{أ}^{ب} \sqrt{س^٤ + ٩}\, د س \geq ٤$ فجد قيمة كل من الثابتين ب ، أ دون حساب قيمة تكامل المقدار $\int_{أ}^{ب} \sqrt{س^٤ + ٩}\, د س$

الحل: اشتقاق

$$\frac{٤ س^٣}{٢\sqrt{س^٤ + ٩}} = ٠$$

$٤ س^٣ = ٠ \Leftarrow س = ٠$ ، $٢\sqrt{س^٤ + ٩} = ٠$ لا حل

ق(٠) = ٣

ق(١) = ٥

$٣ \geq \sqrt{س^٤ + ٩} \geq ٥$

$\int_{أ}^{ب} ٣\, د س \leq \int_{أ}^{ب} \sqrt{س^٤ + ٩}\, د س \leq \int_{أ}^{ب} ٥\, د س$

$٦ \geq \int_{أ}^{ب} \sqrt{س^٤ + ٩}\, د س \geq ١٠$

٧ إذا كان $\int_{-١}^{٥} (٢ ق(س) + ٢)\, د س = ١٤$ وكان $\int_{-١}^{٥} ٣ ق(س)\, د س = ١٢$ فجد $\int_{-١}^{٥} (ق(س) + س^٢ - ١)\, د س$

الحل: نجهز المطلوبات

$\int_{-١}^{٥} ٢ ق(س) + ٦ = ١٤ \Leftarrow \int_{-١}^{٥} ق(س)\, د س = ٤$

$\int_{-١}^{٥} ق(س)\, د س = ٧$

$= \int_{-١}^{٥} ق(س)\, د س + \int_{-١}^{٥} (س - ١)\, د س$

$\int_{-١}^{٥} ق(س)\, د س + \int_{-١}^{٥} ق(س)\, د س + \left[\frac{س^٢}{٢} - س\right]_{-١}^{٥}$

$٤ + ٧ - (\frac{٢٥}{٢} - ٥) - (\frac{١}{٢} + ١)$

$-٣ + ٢٠ - ٢ = ١٥$

٨ إذا كان $\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س = ٦$ ، $\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س = -٤$

فجد $\int_{أ}^{ب} (ق(س) - جتاس)\, د س$

الحل: نجهز المعطيات

$\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س = ٣$

$\int_{أ}^{ب} (ق(س) - جتاس)\, د س$

$= \int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س + \int_{أ}^{ب} -جتاس\, د س$

$= \int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س + \int_{ج}^{ب} ق(س)\, د س + [-جاس]_{أ}^{ب}$

$-٤ + ٣ + (-جاπ) - (-جا٠)$

-١

٩ إذا كان $\int_{٣}^{٣} ق(س)\, د س = ٤$

$\int_{٣}^{٣} (ρ ق(٣-س) + ٦س + ٥)\, د س = ٣٢$ فجد قيمة $ρ$

الحل: $\int_{٣}^{٣} ρ ق(٣-س) + \int_{٣}^{٣} (٢س + ١)\, د س = ٣٢$

نفرض $ص = ٣ - س$

$\frac{د ص}{د س} = -١ \Leftarrow \int_{٣}^{٣} ρ ق(ص)\, د ص + [س^٢ + س]_{٣}^{٣} = ٣٢$

$-ρ \times ٤ + (١٢ + ٣) - (٩ + ٣) = ٣٢$

$-٤ρ + ٣ = ٣٢$

$-٤ρ = ٢٩$

$ρ = \frac{١}{٢}$

١٠ اذا كان $\int_{-1}^{2}(3ق(س)+2س-4)\,دس=2$

$\int_{2}^{4}ق(س+1)-3س^2)\,.\,دس=27$

فجد $\int_{-1}^{4}ق(س)\,.\,دس$

الحل:- $\int_{-1}^{2}3ق(س)+\int_{-1}^{2}(2س-4)\,.\,دس=2$

$\int_{-1}^{2}3ق(س)\,.\,دس+[س^2-2س]_{-1}^{2}=2$

$\int_{-1}^{2}3ق(س)\,.\,دس+(0)-(1+2)=2$

$\int_{-1}^{2}3ق(س)\,.\,دس=6 \Leftarrow \int_{-1}^{2}ق(س)\,.\,دس=2$

$\int_{2}^{4}ق(س+1)-\int_{2}^{4}3س^2\,.\,دس=27$

$\int_{2}^{4}ق(ص)\,.\,دص-[س^3]_{2}^{4}=27$ ← $ص=س+1$ ، $\frac{دص}{دس}=1$

$\int_{2}^{4}ق(ص)\,.\,دص-(64-8)=27$

$\int_{2}^{4}ق(ص)\,.\,دص=83$

$\int_{-1}^{4}ق(س)\,.\,دس=\int_{-1}^{2}ق(س)\,.\,دس+\int_{2}^{4}ق(س)\,.\,دس$

$=2+(-1)=1$

١١ اذا كان $ص=٤^{ق(س)}$ وكان $ق(س)$ قابل للاشتقاق فاثبت ان

$\frac{دص}{دس}=٤^{ق(س)}\times لو_{هـ}٤\times ق'(س)$

الحل:- ادخال اللوغاريتم للطرفين

$لو_{هـ}ص=لو_{هـ}٤^{ق(س)}$

$لو_{هـ}ص=ق(س)\times لو_{هـ}٤$

$\frac{1}{ص}\times\frac{دص}{دس}=ق'(س)\times لو_{هـ}٤$

$\frac{دص}{دس}=ص\times ق'(س)\times لو_{هـ}٤$

$\frac{دص}{دس}=٤^{ق(س)}\times ق'(س)\times لو_{هـ}٤$

١٢ اذا كان $ص=(٤س^2-٣)^3$ فجد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $ص=٤^{6س-9}$

ادخال اللوغاريتم

$لو_{هـ}ص=لو_{هـ}٤^{6س-9}$

$لو_{هـ}ص=(6س-9)\times لو_{هـ}٤$

$\frac{1}{ص}\times\frac{دص}{دس}=6\times لو_{هـ}٤$

$\frac{دص}{دس}=6\times ص\times لو_{هـ}٤$

$\frac{دص}{دس}=6\times ٤^{6س-9}\times لو_{هـ}٤$

١٣ اذا كان $\int(ق(س)+س^2)\,.\,دس=س^3+جس^2$

وكان $ق(1)=٤$ ، $ق(2)=6$ فجد $ق(-1)$.

الحل: اشتقاق الطرفين

$ق(س)+س^2=6س^2+2جس$

$ق(1)+1=6+2جـ$

$4+1=6+2جـ \Leftarrow 2جـ=-1$

$جـ=-\frac{1}{2}$

$ق'(س)+س^2=6س^2+س$

$ق'(س)=5س^2+س$

$\int ق'(س)\,.\,دس=\int(5س^2+س)\,.\,دس$

$ق(س)=\frac{5س^3}{3}+\frac{س^2}{2}+جـ$

$ق(2)=\frac{40}{3}+2+جـ$

$6=\frac{40}{3}+2+جـ \Leftarrow جـ=-\frac{40}{3}$

$ق(س)=\frac{5س^3}{3}+\frac{س^2}{2}-\frac{40}{3}$

$ق(-1)=-\frac{5}{3}+\frac{1}{2}-\frac{40}{3}=-\frac{45}{3}+\frac{1}{2}=-15+\frac{1}{2}=-14\frac{1}{2}$

مكتف الرياضيات

٠٧٩٠١٥٥١٦٢ - ٠٧٨٧٩٦٤١٦٨

الأستاذ : محمود الجزار

١٠٠ سؤال وجواب

١٤ حل المعادلة التفاضلية الاتية

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٣}{س ص}$$

$$س ص \, دص = ٣ \, دس$$

$$\int ص \, دص = \int \frac{٣}{س} . دس$$

$$\frac{ص^٢}{٢} = ٣ \, لو_{هـ} |س| + جـ$$

١٥ حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{دص}{دس} = س ص + ٣س - ص - ٣$$

$$\frac{دص}{دس} = س(ص+٣) - (ص+٣)$$

$$\frac{دص}{دس} = (س-١)(ص+٣)$$

$$\int \frac{دص}{ص+٣} = \int (س-١) دس$$

$$لو_{هـ} |ص+٣| = \frac{س^٢}{٢} - س + جـ$$

١٦ حل المعادلة التفاضلية

$$\frac{دص}{دس} = هـ^{س+ص}$$

الحل: $$\frac{دص}{دس} = هـ^س \times هـ^ص$$

$$\int هـ^{-ص} . دص = \int هـ^س . دس$$

$$\frac{هـ^{-ص}}{-١} = هـ^س + جـ$$

١٧ حل المعادلة التفاضلية الاتية

$$\frac{دص}{دس} = \frac{٣س ص - ص - ٣(س+٤)}{ص^٢ - ١٦}$$

الحل:

$$\frac{دص}{دس} = \frac{ص(٣س-١) - ٤(٣س-١)}{ص^٢ - ١٦}$$

$$\frac{دص}{دس} = \frac{(ص-٤)(٣س-١)}{(ص-٤)(ص+٤)}$$

$$\int \frac{(٣س-١)}{(ص+٤)} . دس = \int دص$$

$$\frac{٣س^٢}{٢} - س = \frac{ص^٢}{٢} + ٤ص + جـ$$

١٨ اذا كان $ص = \int_{هـ}^{٣س} لو_{هـ}(س^٢ - س)$

جد $\frac{دص}{دس}$

الحل:- $$\frac{دص}{دس} = \frac{٣هـ^{٣س} + \frac{٢س-١}{س^٢-س}}{٢\sqrt{هـ^{٣س} + لو_{هـ}(س^٢-س)}}$$

١٩ اذا كان $س ق(س) - ٣ \int س ق(س) . دس = ق(س) . دس$

وكان $ق(١) = ٤$ ، فجد $ق(٢)$

الحل:- اشتقاق الطرفين

$$س ق'(س) + ق(س) - ٣س ق(س) = ق'(س)$$

$$٢ق'(٢) + ق(٢) - ٦ق(٢) = ق'(٢)$$

$$٢ق'(٢) - ٥ق(٢) = ق'(٢)$$

$$ق'(٢) = ٥ق(٢)$$

$$ق'(٢) = ٥ \times ٤$$

$$ق'(٢) = ٢٠$$

مكتف الرياضيات
٠٧٩٠١٥٥١٦٢ - ٠٧٨٧٩٦٤١٦٨
الأستاذ : محمود الجزار
١٠٠ سؤال وجواب

٢٠ إذا كان $ص = هـ^{ظاس} + ب$ لوهـ $\frac{جتاس + ظاس}{١ + ظاس}$ ، $س \in]0, \frac{\pi}{2}[$

حيث ب عدد ثابت وكان $\frac{دص}{دس}|_{س=\frac{\pi}{4}} = ٣هـ + ١$

جد قيمة ب .

الحل: $\frac{دص}{دس} = هـ^{ظاس} \times قا^{٢}س + ب \times \frac{جاس - جتاس}{جتاس}$

$٣هـ + ١ = هـ^{١} \times ٢ - ب$

$-ب = هـ + ١$

$ب = -هـ - ١$

٢١ إذا كان $ص = جاس \cdot هـ^{س}$ أثبت أن

$صَ - ٢صَ + ٢ص = صفر$

الحل: $صَ = جتاس \times هـ^{س} + هـ^{س} جاس$

$صَ = جتاس هـ^{س} + ص$

$صَ = -جاس هـ^{س} + هـ^{س} جتاس + صَ$

$صَ = -ص + صَ + هـ^{س} جتاس$

$صَ = -ص + صَ + صَ - ص$

$صَ = ٢صَ - ٢ص$

$صَ - ٢صَ + ٢ص = ٠$

٢٢ إذا كان $ق(س) = (هـ^{جتاس} + جاس) \cdot دس$

هـ العدد النيبيري جد $ق(\frac{\pi}{٤})$

الحل: $ق(س) = هـ^{جتاس} + جاس$

$ق(س) = هـ^{جتاس} \times -جاس + جتاس \times ٢$

$ق(\frac{\pi}{٤}) = -٢ \times ٠ + ١ \times ٢$

$= ٢$

٢٣ إذا كان $ص = |هـ^{س}|$ وكان

$صَ + ٤صَ + ٤ص = ٠$ ، جد قيمة الثابت ب

الحل: $ص = هـ^{\frac{١}{٤}ب س}$ ← ①

$صَ = \frac{١}{٤}ب هـ^{\frac{١}{٤}ب س}$ ← ②

$صَ = \frac{١}{٤}ب^{٢} هـ^{\frac{١}{٤}ب س}$ ← ③

$صَ + ٤صَ + ٤ص = ٠$

$\frac{١}{٤}ب^{٢} هـ^{\frac{١}{٤}ب س} + ٤ \times \frac{١}{٤}ب هـ^{\frac{١}{٤}ب س} + ٤هـ^{\frac{١}{٤}ب س} = ٠$

بالضرب في ٤

$ب^{٢} هـ^{\frac{١}{٤}ب س} + ٨ب هـ^{\frac{١}{٤}ب س} + ١٦ هـ^{\frac{١}{٤}ب س} = ٠$

$هـ^{\frac{١}{٤}ب س} (ب^{٢} + ٨ب + ١٦) = ٠$

$(ب + ٤)(ب + ٤)$ ← بالحل

$ب = -٤$

٢٤ إذا كانت $قَ(س)$ موجب ، وكان

$ق(٠) = ٢$ ، $\int_{-١}^{٢} قَ(س) \cdot دس = ٤$ جد قاعدة

الاقتران ق حيث ق كثير حدود

الحل: $\int قَ(س) \cdot دس = ٠$

$قَ(س) = حـ$

$\int_{-١}^{٢} قَ(س) \cdot دس = \int_{-١}^{٢} حـ \cdot دس$

$٤ = حـ_{١} \times ٣ \Leftarrow حـ_{١} = \frac{٤}{٣}$

$قَ(س) = \frac{٤}{٣}$

$\int قَ(س) \cdot دس = \int \frac{٤}{٣} دس$

$ق(س) = \frac{٤}{٣}س + حـ_{٢}$

$٢ = حـ_{٢}$

$ق(س) = \frac{٤}{٣}س + ٢$

٢٤ جد كثير حدود من الدرجة الأولى بحيث يكون $\int_{-1}^{1} ق(س).دس = ٤$ ، $\int_{-٤}^{٤} ق(س).دس = ٢$.

الحل: كثير حدود من الدرجة الأولى

$ق(س) = ٢س + ب$

$\int_{-1}^{1} ق(س).دس = \int_{-1}^{1} (٢س + ب).دس$

$= [س^٢ + بس]_{-1}^{1}$

$٤ = (١ + ب) - (١ - ب)$

$٤ = ٢ب \Leftarrow ب = ٢$

$\int_{-٤}^{٤} ق(س).دس = \int_{-٤}^{٤} (٢س + ٢).دس$

$= [س^٢ + ٢س]_{-٤}^{٤}$

$٢ = (١٦ + ٨) - (٤ - ٨)$

$٢ = ٥١ + ٦ \Leftarrow ٢ = ٥١$

$ق(س) = \frac{٨}{٥١}س + ٢$

٢٥ اذا كان الاقترانان $ك_١(س)$ ، $ك_٢(س)$ معكوسين لمشتقة الاقتران وكان $ك_١(س) = ٣س^٢ - ٢س + ٥$ ، $ك_٢(٢) = ٤$

فجد قاعدة $ك_٢(س)$.

الحل: $ك_١(س) - ك_٢(س) =$ ثابت

$ك_٢(س) = ٣س^٢ - ٢س + جـ$

$ك_١(٢) = ٣ \times ٤ - ٤ + جـ = ٤$

$جـ = ٤ - ١$

$جـ = -٤$

$ك_٢(س) = س^٣ - س^٢ - ٤$

٢٦ اذا كان $م(س)$ ، $هـ(س)$ معكوسين لمشتقة $ق(س)$ وكان

$\int_{-٢}^{٢} (م(س) - هـ(س)).دس = ٢٢$

فجد $\int_{-٢}^{٢} س\,(م(س) - هـ(س)).دس$

الحل: $\int_{-٢}^{٢} س \times ٢١.دس$ ← ثابت

$= ٢١ \left[\frac{س^٢}{٢}\right]_{-٢}^{٢}$

$= ٧[س^٢]_{-٢}^{٢} = (٤) - (٤) = ١٨$

٢٧ اذا كان $م(س) = س هـ_س - هـ_س$ اقتران معكوس بطي للاقتران $ق(س) = س هـ_س$ وكان

$\int_{٤}^{هـ^٢} (٤ق(س) + هـ_س).دس + \int_{هـ^٢}^{٤} \frac{م}{هـ - ٢}.دس = ٨٢$

فجد قيمة الثابت م.

الحل: $\int_{٤}^{هـ^٢} ق(س).دس = م(س)$

$\int_{٤}^{هـ^٢} (٤ق(س) + هـ_س).دس + \int_{هـ^٢}^{٤} \frac{م}{هـ - ٢}.دس$

$٤ \times [س هـ_س - هـ_س]_{٤}^{هـ^٢} + هـ_٤ - هـ_{٢هـ^٢}$

$+ \frac{م}{هـ - ٢} \times (هـ^٢ - ٤)$

$= ٤(٢هـ^٢ - هـ^٢) - (٤ - ١) + ٢هـ^٢$

$+ \frac{م}{\cancel{هـ - ٢}} \times \cancel{(هـ - ٢)}(هـ + ٢)$

$٤هـ^٢ + ٤ + ٢هـ^٢ + م(هـ + ٢) = ٨٢$

$م(هـ + ٢) = ٨٢ - ٤ - ٦هـ^٢$

$م = \frac{٣٤ - ٦هـ^٢}{هـ + ٢} = \frac{٦(٢ - هـ)(٢ + هـ)}{هـ + ٢}$

$م = ٦(٢ - هـ)$

٢٨ $\int \frac{1-\text{جا}^2 س}{\text{جا}س - \text{جتا}س} \, د س$

الحل: $\int \frac{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س}{\text{جا}س - \text{جتا}س} \, د س$

$\int \frac{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س - 2\text{جا}س \text{جتا}س}{\text{جا}س - \text{جتا}س} \, د س$

$\int \frac{(\text{جا}س - \text{جتا}س)(\text{جا}س - \text{جتا}س)}{(\text{جا}س - \text{جتا}س)} \, د س$

$\int (\text{جا}س - \text{جتا}س) \, د س = -\text{جتا}س - \text{جا}س + ج$

٢٩ $\int \frac{\text{جتا}3س}{\text{جتا}س} \, د س$

الحل:- $\int \frac{\text{جتا}(س+2س)}{\text{جتا}س} \, د س$

$\int \frac{\text{جتا}س \text{جتا}2س + \text{جا}س \text{جا}2س}{\text{جتا}س} \, د س$

$\int \frac{\text{جتا}س \text{جتا}2س}{\text{جتا}س} + \frac{2\text{جا}س \text{جا}س \text{جتا}س}{\text{جتا}س} \, د س$

$\int \text{جتا}2س + \int \frac{1}{2}(1-\text{جتا}2س) \, د س$

$\frac{\text{جا}2س}{2} + س - \frac{\text{جا}2س}{2} + ج$

$= س + ج$

٣٠ $\int \frac{\text{قا}^5 س}{\text{قا}^3 س} \, د س$

$= \int \frac{\text{قا}^3 س \, \text{قا}^2 س}{\text{قا}^3 س} \, د س$

$= \int \text{ظا}^2 س \times \text{قا}^2 س$

$\int ص^3 \times \text{قا}^2 س \times \frac{د ص}{\text{قا}^2 س}$

$\frac{ص^4}{4} + ج = \frac{\text{ظا}^4 س}{4} + ج$

$ص = \text{ظا}س$

$\frac{د ص}{د س} = \text{قا}^2 س$

٣١ $\int هـ^{\text{لوس}} (\text{جتا}^4 س - \text{جا}^4 س) \, د س$

$\int س (\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س)(\text{جتا}^2 س + \text{جا}^2 س) \, د س$

$\int س \, \text{جتا}2س \, د س$

$ق = س \longrightarrow د ق = د س$

$د هـ = \text{جتا}2س \, د س \longrightarrow هـ = \frac{\text{جا}2س}{2}$

$= \frac{س}{2} \text{جا}2س - \int \frac{1}{2} \text{جا}2س \, د س$

$= \frac{س}{2} \text{جا}2س + \frac{1}{4} \text{جتا}2س + ج$

٣٢ $\int \frac{5\text{جا}س + 5\text{جتا}^3 س}{3 + 3\text{جتا}2س} \, د س$

$\frac{5}{3} \int \frac{\text{جا}س + \text{جتا}^3 س}{1 + \text{جتا}2س} \, د س$

$\frac{5}{3} \int \frac{1}{1 + 2\text{جتا}^2 س - 1} \, د س = \frac{5}{3} \int \frac{\text{قا}^2 س}{2} \, د س$

$\frac{5}{6} \text{ظا}س + ج$

٣٣ $\int_{0}^{\pi} \frac{\text{حتاس}}{(\text{س}+2)^2} \cdot d\text{س}$ ، $P=\text{س}$ ، P : ثابت

نجد بدلالة P قيمة $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\text{جا}2\text{س}}{\text{س}+1} \cdot d\text{س}$

الحل: $\text{ص}=2\text{س}$

$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}}=2$

$\int_{0}^{\pi} \frac{\text{جا ص}}{\frac{\text{ص}}{2}+1} \cdot \frac{d\text{ص}}{2} = \int_{0}^{\pi} \frac{\text{جا ص}}{(\text{ص}+2)} \cdot d\text{ص}$

ق $= \frac{1}{\text{ص}+2}$ ⟵ $d\text{ق} = \frac{-1}{(\text{ص}+2)^2} \cdot d\text{ص}$

$d\text{هـ} = \text{جا ص} \cdot d\text{ص}$ ⟵ هـ $= -\text{جتا ص}$

$= \left[\frac{-\text{جتا ص}}{\text{ص}+2}\right]_{0}^{\pi} - \int_{0}^{\pi} \frac{\text{جتا ص}}{(\text{ص}+2)^2} \cdot d\text{ص}$

$= P - \frac{1}{\pi+2} + \frac{1}{2}$

٣٤ جد قيمة $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا س}(\text{س} + \text{قتا}^2\text{س}) \cdot d\text{س}$

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{س جا س} \cdot d\text{س} + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جا س} \times \frac{1}{\text{جا}^2\text{س}} - \text{قتا}^2\text{س} \cdot d\text{س}$

ق $= \text{س}$ ⟵ $d\text{ق} = 1 \cdot d\text{س}$

$d\text{هـ} = \text{جا س} \cdot d\text{س}$ ⟵ هـ $= -\text{جتا س}$

$= \left[-\text{س جتا س}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \text{جتا س} - (\text{ظتا}\frac{\pi}{2} - \text{ظتا}\frac{\pi}{4})$

$= (-\frac{\pi}{2}\text{جتا}\frac{\pi}{2}) - (-\frac{\pi}{4}\text{جتا}\frac{\pi}{4}) + \left[\text{جا س}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - (\text{ظتا}\frac{\pi}{2} - \text{ظتا}\frac{\pi}{4})$

نعوض

٣٥ $\int \frac{\text{قاس ظاس}}{8 - \text{ظا}^2\text{س}} \cdot d\text{س}$

الحل:

$\int \frac{\text{قاس ظاس}}{8 - (\text{قا}^2\text{س} - 1)} \cdot d\text{س}$

ص $= \text{قاس}$

$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \text{قاس ظاس}$

$\int \frac{\text{قاس ظاس}}{9 - \text{قا}^2\text{س}} \cdot d\text{س}$

$\int \frac{\text{قاس ظاس} \cdot d\text{ص}}{9 - \text{ص}^2 \quad \text{قاس ظاس}}$

$\frac{1}{9-\text{ص}^2} = \frac{\text{م}}{3-\text{ص}} + \frac{\text{ب}}{3+\text{ص}}$

$1 = \text{م}(3+\text{ص}) + \text{ب}(3-\text{ص})$

ص $= 3 \Leftarrow 1 = 6\text{م} \Leftarrow \text{م} = \frac{1}{6}$

ص $= -3 \Leftarrow 1 = -6\text{ب} \Leftarrow \text{ب} = -\frac{1}{6}$

$\int \frac{1}{9-\text{ص}^2} \cdot d\text{ص} = \int \frac{\frac{1}{6}}{3-\text{ص}} d\text{ص} + \int \frac{-\frac{1}{6}}{3+\text{ص}} \cdot d\text{ص}$

$= -\frac{1}{6} \text{لو}_{\text{هـ}}|3-\text{ص}| - \frac{1}{6} \text{لو}_{\text{هـ}}|3+\text{ص}| + \text{جـ}$

$= -\frac{1}{6} \text{لو}_{\text{هـ}}|3-\text{قاس}| - \frac{1}{6} \text{لو}_{\text{هـ}}|3+\text{قاس}| + \text{جـ}$

٣٦ تتحرك نقطة مادية حسب العلاقة $ت = \frac{1}{(2ن+1)^3}$ م/ث ، إذا كانت ع(٠)=٣ وكانت النقطة عند نقطة الأصل في بداية الحركة جد المسافة التي تقطعها النقطة.

الحل: $\frac{دع}{دن} = (2ن+1)^{-3}$

$\int دع = \int (2ن+1)^{-3} . دن$

$ع(ن) = \frac{(2ن+1)^{-2}}{-2\times 2} + جـ$

$٣ = -\frac{1}{4} + جـ$

$جـ = ٣ + \frac{1}{4} \Leftarrow جـ = \frac{13}{4}$

$ع(ن) = -\frac{(2ن+1)^{-2}}{4} + \frac{13}{4}$

$\int دف = \int -\frac{(2ن+1)^{-2}}{4} + \frac{13}{4} . دن$

$ف(ن) = -\frac{(2ن+1)^{-1}}{4\times 2} + \frac{13}{4}ن + جـ$

$٠ = \frac{1}{8} + جـ \Leftarrow جـ = -\frac{1}{8}$

$ف(ن) = \frac{1}{8(2ن+1)} + \frac{13}{4}ن - \frac{1}{8}$

٣٧ يتحرك جسيم من السكون على خط مستقيم وفق العلاقة $ت(ن) = ع^2$ حيث ت: تسارع الجسيم ، ع: سرعة الجسيم جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٦) ث

الحل:- $\frac{دع}{دن} = ع^{\frac{1}{2}}$

$\int ع^{-\frac{1}{2}} دع = \int دن$

$2ع^{\frac{1}{2}} = ن + جـ$

$جـ = ٠$

$2ع^{\frac{1}{2}} = ن$

$ع^{\frac{1}{2}} = \frac{ن}{2}$

$ع = (\frac{ن}{2})^2$

$\int دف = \int (\frac{ن}{2})^2 دن$

$ف = \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}ن^3 + جـ$

٣٨ $\int \frac{2س + 3ظاس}{جتا^2س} . دس$

$= \int \frac{2س}{جتا^2س} . دس + \int \frac{3ظاس}{جتا^2س} . دس$

$\int 2س قا^2س . دس + \int 3ظاس قا^2س . دس$

ف = 2س ← دف = 2 . دس

دهـ = $قا^2س$. دس ← هـ = ظاس

$+ \int 3ص قا^2س . \frac{دص}{قا^2س}$

$= 2س ظاس - 2ظاس + 3ص^2 + جـ$

$2س ظاس + 2لو|جتاس| + \frac{3}{2}ظا^2س + جـ$

مكثف الرياضيات

٠٧٩٠١٥٥١٦٢ - ٠٧٨٧٩٦٤١٦٨

الأستاذ : محمود الجزار

١٠٠ سؤال وجواب

٣٩ $\int$ ظاس لوجتاس . دس

$\int$ ظاس ص $\times \frac{دص}{ظاس}$

$-\frac{ص^2}{2} + ج$

$-\frac{1}{2}(لوجتاس)^2 + ج$

ص = لوجتاس

$\frac{دص}{دس} = \frac{-جاس}{جتاس}$

$\frac{دص}{دس} = -ظاس$

٤٠ $\int \frac{٥ + ٥ ظتا^2 س}{ظتاس} . دس$

$\int \frac{٥(1+ظتا^2 س)}{ظتاس} . دس$

$\int \frac{٥ قتا^2 س}{ظتاس} . دس$

ص = ظتاس

$\frac{دص}{دس} = -قتا^2 س$

$\int \frac{٥ قتا^2 س}{ص} . \frac{دص}{-قتا^2 س}$

$\int \frac{-٥}{ص} . دص = -٥ لو|ص| + ج = -٥ لو|ظتاس| + ج$

٤١ إذا كان $\int_{1}^{٢} ق(س) . دس = ١٨$ ، أجد قيمة $\int_{1}^{٣} س^2 ق(س^3) . دس$

الحل $\int_{1}^{٢} س^2 ق(ص) . \frac{دص}{3س^2}$

$\frac{1}{3} \times ١٨ = ٦$

ص = $س^3$

$\frac{دص}{دس} = 3س^2$

$\int_{1}^{٢} \Leftarrow \int_{1}^{٣}$

٤٢ اثبات أن $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^ن}{س^{ن+2}} = \begin{cases} -\frac{1}{ن+1} & ، \text{حيث ن عدد فردي} \\ \frac{1}{ن+1} & ، \text{حيث ن عدد زوجي} \end{cases}$

الحل: $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(س-1)^ن}{س^ن \times س^2} . دس$

$\int_{\frac{1}{2}}^{1} (\frac{س-1}{س})^ن \times \frac{1}{س^2} . دس$

ص = $1 - \frac{1}{س}$

$\frac{دص}{دس} = \frac{1}{س^2}$

$= \int_{\frac{1}{2}}^{1} (1-\frac{1}{س})^ن \times \frac{1}{س^2} . دس = \int_{1}^{0} ص^ن \times س^2 دص$

$= \left[\frac{ص^{ن+1}}{ن+1}\right]_{1}^{0} \Leftarrow = \frac{-1}{ن+1}$

$-(-1)^{ن+1}$ ن زوجي $\Leftarrow$ $+\frac{1}{ن+1}$

ن فردي $\Leftarrow$ $-\frac{1}{ن+1}$

٤٣ $\int \frac{س هـ^س}{(1+س)^2} . دس$

الحل:

ق = $س هـ^س$ $\longleftarrow$ دق = $(س هـ^س + هـ^س) دس$

دهـ = $(1+س)^{-2} . دس$ $\longleftarrow$ هـ = $\frac{(1+س)^{-1}}{-1}$

$= -\int \frac{س هـ^س}{(1+س)} + \int \frac{هـ^س (س+1)}{(1+س)^2} . دس$

$-\frac{س هـ^س}{1+س} + هـ^س + ج$

٤٤ $\int \frac{ه^{س}}{ه^{س}+ه^{-س}}\,د س$

الحل:

$\int \frac{ه^{س}}{ه^{س}+\frac{1}{ه^{س}}}\,د س$

$\int \frac{ه^{س}\times ه^{س}}{ه^{٢س}+١}\,د س$

$ص = ه^{٢س}+١$

$د ص = ٢ه^{٢س}\,د س$

$\int \frac{ه^{٢س}}{ص}\cdot\frac{د ص}{٢ه^{٢س}}$

$\frac{١}{٢}\int \frac{١}{ص}\,د ص$

$\frac{١}{٢}\ln|ص| + ج$

٤٥ $\int \frac{١}{س^{٣}}\sqrt{١-\frac{١}{س^{٢}}}\,د س$

الحل:

$\int \frac{١}{س^{٣}}\times ص^{\frac{١}{٢}}\cdot س^{٢}\,د ص$

$ص = ١-\frac{١}{س^{٢}}$

$د ص = \frac{٢}{س^{٣}}\,د س$

$\int \frac{١}{٢}ص^{\frac{١}{٢}}\,د ص$

$\int (١-ص)ص^{\frac{١}{٢}}\,د ص$

$\int ص^{\frac{١}{٢}}-ص^{\frac{٣}{٢}}\,د ص$

$\frac{٢}{٣}ص^{\frac{٣}{٢}}-\frac{٢}{٥}ص^{\frac{٥}{٢}}+ج$

$\frac{٢}{٣}(١-\frac{١}{س^{٢}})^{\frac{٣}{٢}}-\frac{٢}{٥}(١-\frac{١}{س^{٢}})^{\frac{٥}{٢}}+ج$

٤٦ $\int \frac{(س+١)^{٢}}{س^{٣}\sqrt{س^{٢}}}\,د س$

$\int \frac{(س+١)^{٢}}{س^{٤}}\,د س$

$\int (١+\frac{١}{س})^{٢}\cdot\frac{١}{س^{٢}}\,د س$

$ص = ١+\frac{١}{س}$

$د ص = -\frac{١}{س^{٢}}\,د س$

$\int ص^{٢}\cdot(-١)\,د ص$

$-\frac{١}{٣}ص^{٣}+ج$

$-\frac{١}{٣}(١+\frac{١}{س})^{٣}+ج$

٤٧ $\int \frac{جا٢س}{جا^{٢}س-٤جاس+٣}\,د س$

$ص = جاس$

$د ص = جتاس\,د س$

$\int \frac{٢جاس\,جتاس}{ص^{٢}-٤ص+٣}\cdot\frac{د ص}{جتاس}$

$\int \frac{٢ص}{ص^{٢}-٤ص+٣}\,د ص$

$\frac{٢ص}{ص^{٢}-٤ص+٣} = \frac{د}{ص-٣}+\frac{ب}{ص-١}$

$٢ص = د(ص-١)+ب(ص-٣)$

$ص = ١ \Rightarrow ٢ = -٢ب \Rightarrow ب = -١$

$ص = ٣ \Rightarrow ٦ = ٢د \Rightarrow د = ٣$

$\int \frac{٢ص}{ص^{٢}-٤ص+٣}\,د ص = \int \frac{٣}{ص-٣}\,د ص + \int \frac{-١}{ص-١}\,د ص$

$= ٣\ln|ص-٣| - \ln|ص-١| + ج$

$= ٣\ln|جاس-٣| - \ln|جاس-١| + ج$

٤٨ $\int \frac{(س-١)^{٣}}{(س^{٢}-٢س-٤)^{٢}}\,د س$

$ص = س^{٢}-٢س-٤$

$\frac{د ص}{د س} = ٢س-٢$

$\int \frac{(س-١)^{٣}}{٢(س-١)^{٢}} ص^{-٢}\,د ص$

$\int \frac{١}{٢}(س-١)^{٢}\cdot ص^{-٢}\,د ص$

$\int \frac{١}{٢}\left(\frac{ص+٤}{٤}-٢س+(\ )\right) ص^{-٢}\,د ص$

$\int \frac{١}{٢}(ص+٤+١)\,ص^{-٢}\,د ص$

$\int \frac{١}{٢}(ص^{-١}+٥ص^{-٢})\,د ص$

$\frac{١}{٢}(١٠ص^{-١}+٢٥ص^{-٢}) + ج$

$\frac{(س^{٢}-٢س-٤)}{٥}+\frac{٥(س^{٢}-٢س-٤)^{-١}}{-١}+ج$

٤٩ $\int \frac{س^{٢}}{س^{٦}+س^{٣}}\,د س \quad ، س>٠$

$ص = س^{٣}$

$\frac{د ص}{د س} = ٣س^{٢}$

$\int \frac{س^{٢}}{س^{٣}(س^{٣}+١)}\,د س$

$\int \frac{س^{٢}}{ص(ص+١)}\cdot \frac{د ص}{٣س^{٢}}$

$\frac{١}{ص(ص+١)} = \frac{أ}{ص}+\frac{ب}{ص+١}$

$١ = أ(ص+١)+ب ص$

$ص=-١ \Rightarrow ١ = -ب \Rightarrow \boxed{ب=-١}$

$ص = صفر \Rightarrow ١ = أ$

$\int \frac{١}{٣}\frac{١}{ص(ص+١)}\,د ص = \frac{١}{٣}\left(\int \frac{١}{ص}\,د ص+\int \frac{-١}{ص+١}\,د ص\right)$

$\frac{١}{٣}(\ln|ص| - \ln|ص+١|)+ج$

$\frac{١}{٣}(\ln|س^{٣}| - \ln|س^{٣}+١|)+ج$ ( )

٥٠ اذا علمت ان $\int س^{٤}\ln س\,د س = \frac{٤هـ+١}{د^{٢}}$

فجد $\int س^{٤}(\ln س)^{٢}\,د س$

$ق = (\ln س)^{٢} \longrightarrow$ دق $= ٢\ln س \times \frac{١}{س}$

$د هـ = س^{٤}\,د س \longrightarrow هـ = \frac{س^{٥}}{٥}$

$= \frac{س^{٥}}{٥}(\ln س)^{٢} - \int \frac{٢}{٥} س^{٤}\ln س\,د س$

$\frac{هـ^{٥}}{٥}(١) - ٠ - \frac{٢}{٥}\left(\frac{٤هـ+١}{د^{٢}}\right)$

٥١ جد مساحة المنطقة الواقعة في الربع الثاني والمحصورة بين منحيي الاقترانين $ق(س) = س^٢$ ، $هـ(س) = س^٢ - ٢س$ والمستقيم $ص = ٢ - س$.

الحل: $س^٢ = ٢ - س$

$س^٢ + س - ٢ = ٠$

$(س + ٢)(س - ١) = ٠$

$س = -٢$ ، $س = ١$ مرفوض

$س^٢ = س^٢ - ٢س$ | $س^٢ - ٢س = ٢ - س$

$س = ٠$ | $س^٢ - س - ٢ = ٠$

$(س - ٢)(س + ١) = ٠$

$س = ٢$ ، $س = -١$

$$م = \int_{-٢}^{-١} (٢ - س - س^٢) + \int_{-١}^{٠} (س^٢ - ٢س - س^٢)$$

٥٢ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى العلاقة $ص^٢ = -س$ والمستقيمات $ص = س - ٦$ ، $ص = ٤$ ، $ص = ٠$

$ص = \pm\sqrt{-س}$ ، $ص = س - ٦$ ، $ص = ٤$ ، $ص = ٠$

$ص^٢ = -س$ | $ص = س - ٦$

$س^٢ = -س$ | $س = ٤ - ص$

$س^٢ + س = ٠$ | $س^٢ - ١٣س + ٣٦ = ٠$

$س(س + ١) = ٠$ | $(س - ٤)(س - ٩) = ٠$

$س = ٠$ ، $س = -١$ | $س = ٤$ ، $س = ٩$ مرفوض

$س = ٠$ | $س = ١٦$

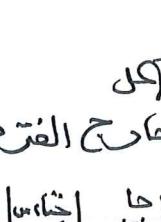
$س - ٦ = ٤$

$س = ١٠$

$س - ٦ = ٠$

$س = ٦$

$٤ \neq ٠$



$$م = \int_{-١٦}^{٠} (٤ - \sqrt{-س}) \, د س + \int_{٠}^{٦} ٤ \, د س - \int_{٦}^{١٠} (س - ٦) \, د س$$

٥٣ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات

$ق(س) = س^٢$ ، $هـ(س) = ٨\sqrt{س}$ ، $ل(س) = س + ٦$

ومحور الصادات

الحل:

$س^٢ = ٨\sqrt{س}$ | $س^٢ = س + ٦$

$س^٤ = ٨س$ | $س^٢ - س - ٦ = ٠$

$س^٤ - ٨س = ٠$ | $(س - ٣)(س + ٢) = ٠$

$س(س^٣ - ٨) = ٠$ | $س = ٣$ ، $س = -٢$ مرفوض

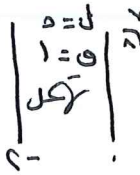
$س = ٠$ ، $س = ٢$

$٨\sqrt{س} = س + ٦$

$٨س = س^٢ + ١٢س + ٣٦$

$س^٢ + ٤س + ٣٦ = ٠$

لا تحلل



$$م = \int_{٠}^{٢} (٨\sqrt{س} - (س + ٦)) + \int_{٢}^{٣} (س + ٦ - س^٢)$$

٥٤ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى $ص = جتا٢س$ ، $ص = جاس$ في الفترة $[٠ ، \pi]$.

الحل: $جتا٢س = جاس$ هـ

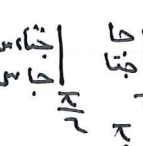
$١ - ٢جا^٢س = جاس$

$٢جا^٢س + جاس - ١ = ٠$

$(٢جاس - ١)(جاس + ١) = ٠$

$جاس = \frac{١}{٢}$ | $جاس = -١$ مرفوض

$س = \frac{\pi}{٦}$ ، $\frac{٥\pi}{٦}$ | $س = \frac{٣\pi}{٢}$ خارج الفترة



$$م = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٦}} (جتا٢س - جاس) + \int_{\frac{\pi}{٦}}^{\frac{٥\pi}{٦}} (جاس - جتا٢س) + \int_{\frac{٥\pi}{٦}}^{\pi} (جتا٢س - جاس)$$

٥٥ جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمان س = -١ ، ص = ٢ وطول قطرها ٣ وحدات

الحل:

$(-١+٢ ، ٢+٣) \Leftarrow (٢ ، ٥) \Leftarrow (س-٢)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٩$

$(-١-٣ ، ٢+٣) \Leftarrow (-٤ ، ٥) \Leftarrow (س+٤)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٩$

$(-١-٣ ، ٢-٣) \Leftarrow (-٤ ، -١) \Leftarrow (س+٤)^٢ + (ص+١)^٢ = ٩$

$(-١+٣ ، ٢-٣) \Leftarrow (٢ ، -١) \Leftarrow (س-٢)^٢ + (ص+١)^٢ = ٩$

٥٦ جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيمات

س = ٤ ، س = -٦ ، ص = ٢

الحل: ن $= \left|\frac{٤-(-٦)}{٢}\right| = \left|\frac{١٠}{٢}\right| = ٥$

المركز $\left(\frac{٤+(-٦)}{٢} ، ٢+٥\right)$

$(-١ ، ٧)$

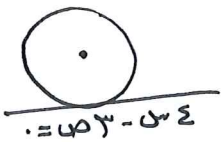
$(س+١)^٢ + (ص-٧)^٢ = ٥^٢$

$\left(\frac{٤+(-٦)}{٢} ، ٢-٥\right)$

$(-١ ، -٣)$

$(س+١)^٢ + (ص+٣)^٢ = ٥^٢$

٥٧ اذا كانت الدائرة التي معادلتها $س^٢ + ص^٢ + ٢أص = -٩$ تمس المستقيم $٤س = ٣ص$ جد قيمة الثابت أ



المركز $(د ، هـ)$

$د = -\frac{١}{٢}أ = -\frac{١}{٢} \times ٠ = ٠$

$هـ = -\frac{١}{٢}ب = -\frac{١}{٢} \times ٢أ = -أ$

$(٠ ، -أ)$

$ن = \left|\frac{٤ \times ٠ - ٣ \times أ}{٥}\right| = \left|\frac{-٣أ}{٥}\right|$

$ن = \sqrt{د^٢ + هـ^٢ - جـ}$

$ن = \sqrt{٠ + أ^٢ + ٩} = \sqrt{أ^٢ + ٩}$

$\left|\frac{-٣أ}{٥}\right| = \sqrt{أ^٢ + ٩}$

$\frac{٩أ^٢}{٢٥} = أ^٢ + ٩$

$\frac{١٦}{٢٥}أ^٢ = ٩$

$أ^٢ = ٢٥$

$أ = \frac{١٥}{٤}$

٥٨ جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على محور الصادات وتمس بالنقاط $(٤ ، ٣)$ ، $(-١ ، ٢)$.

الحل: المركز $(٠ ، هـ)$

$د = -\frac{١}{٢}أ$

$أ = ٠$

$س^٢ + ص^٢ + أس + بص + جـ = ٠$

$س^٢ + ص^٢ + بص + جـ = ٠$

$(٤ ، ٣) \Leftarrow ٥^٢ + ٤ب + جـ = ٠$

$٤ب + جـ = -٢٥$ ← ①

$(-١ ، ٢) \Leftarrow ٥ + ٢ب + جـ = ٠$

$٢ب + جـ = -٥$ ← ②

$-٢٠ = ٢ب$

$ب = -١٠$

$جـ = +١٥ \Leftarrow -٢٠ + جـ = -٥$

$س^٢ + ص^٢ - ١٠ص + ١٥ = ٠$

٥٩ جد معادلة الدائرة التي قطرها (١٤) وحدة ومركزها النقطة $(أ ، ٣)$ حيث $أ > ٠$ ، وتمس المستقيم الذي معادلته $٣س + ٤ص =$ صفر.

الحل: ن $= \left|\frac{٣ \times أ + ٤ \times ٣}{٥}\right|$

$٧ = \left|\frac{٣أ}{٥}\right| \Leftarrow \frac{٣أ}{٥} = ٧$ ، $-٧ = \frac{٣أ}{٥}$ مرفوض

$أ = ٣٥$

$(س-٥)^٢ + (ص-٥)^٢ = ٤٩$

٦٠ جد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها

$-٤س^٢ - ٤ص^٢ + ١٦ص - ٢٤س - ٤ = ٠$

الحل:- $\div -٤ \Leftarrow س^٢ + ص^٢ - ٤ص + ٦س + ١ = ٠$

$د = -\frac{١}{٢}ب = -\frac{١}{٢} \times ٦ = -٣$ المركز $(-٣، ٢)$

$هـ = -\frac{١}{٢}ب = -\frac{١}{٢} \times -٤ = ٢$

$ن = \sqrt{(-٣)^٢ + (٢)^٢ - ١} = \sqrt{١٢}$

٦١ جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط

$(١، ٠)، (٧، ٠)، (٤، ٠)$

الحل:- $س^٢ + ص^٢ + ب س + ب ص + جـ = ٠$

$(١، ٠) \Leftarrow ١ + ب + جـ = ٠$

$ب + جـ = -١$ ← ①

$(٧، ٠) \Leftarrow ٤٩ + ٧ب + جـ = ٠$

$٧ب + جـ = -٤٩$ ← ②

$(٤، ١) \Leftarrow ١٧ + ٤ب + ب + جـ = ٠$

$٤ب + ب + جـ = -١٧$ ← ③

$-ب + جـ = -١$

$٧ب + جـ = -٤٩$

$٦ب = -٤٨ \Leftarrow ب = -٨$

$-٨ + جـ = -١ \Leftarrow جـ = ٧$

$-٣٢ + ٨ + ب = -١٧$

$ب = ٢٤ - ٣٢$ $\quad ب = ٨$

$س^٢ + ص^٢ - ٨س + ٨ص + ٧ = ٠$

٦٢ جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص = ٢س + ٤$ ، وتمس محور السينات عند النقطة $(١، ٠)$

الحل: تمس محور السينات $(١، ٠)$

المركز $(١، ر)$

$(١، ر)$ تحقق معادلة المستقيم

$ر = ٢ \times ١ + ٤ \Leftarrow ر = ٦$

$(س - ١)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٣٦$

٦٣ دائرة معادلتها

$٢س^٢ + ٢ص^٢ - ١٢س + ٤٨ص - ٤٦ = ٠$

نصف قطرها (٦) ويقع مركزها في الربع الرابع جد إحداثيي المركز

الحل:-

بالقسمة على ٢

$س^٢ + ص^٢ - ٦س + ٢٤ص - ٢٣ = ٠$

$د = -\frac{١}{٢}ب = -\frac{١}{٢} \times -٦ = ٣$

$هـ = -\frac{١}{٢}ب = -\frac{١}{٢} \times ٢٤ = -١٢$

المركز $(٣، -١٢)$

$ن = \sqrt{د^٢ + هـ^٢ - جـ}$

$٦ = \sqrt{٩ + (-١٢)^٢ - ٢٣}$

$٣٦ = ٩ + ١٢^٢ + ٢٣$

$٣٦ - ٢٣ - ٩ = ١٢^٢$

$١٢^٢ = ٤$

$١٢ = \pm ٢$ ← مرفوض

$١٢ = ٢$

المركز $(٣، -١٢)$

$(٣، -٢)$

٦٤ جد احداثي الرأس والبؤرة ومعادلتي الدليل والمحور للقطع المكافئ الذي معادلته $\frac{س}{٣} = \frac{ص+٥}{س^٢+٢}$

$٣ص + ١٥ = س^٢ + ٢س$

$س^٢ + ٢س + ١ = ٣ص + ١٦$

$(س+١)^٢ = ٣(ص + \frac{١٦}{٣})$

الرأس $(-١، -\frac{١٦}{٣})$

البؤرة $(-١، -\frac{١٦}{٣} + \frac{٣}{٤})$

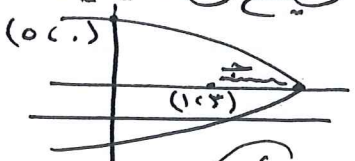
الدليل $ص = -\frac{١٦}{٣} - \frac{٣}{٤}$

معادلة المحور $س = -١$

$٤جـ = ٣$

$جـ = \frac{٣}{٤}$

٦٥ جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة $(٣، ١)$ ويمر منحناه بالنقطة $(٥، ٠)$ ويقع رأسه يمين بؤرته



$(ص-١)^٢ = -٤جـ(س-د)$

$(ص-١)^٢ = -٤جـ(س-٣-جـ)$

$(٥، ٠) \Leftarrow ١٦ = -٤جـ(-٣-جـ)$

$٤ = ٣جـ + جـ^٢$

$جـ^٢ + ٣جـ - ٤ = ٠$

$(جـ+٤)(جـ-١) = ٠$

$جـ = ١$ ← $جـ = -٤$ مرفوض

$(ص-١)^٢ = -٤(س-٤)$

٦٦ قطع مكافئ معادلته

$ص = \frac{١}{٢} - س - \frac{١}{٢}س^٢$

الحل: $\times ٢$

$٢ص = (-٢س - س^٢)$

$س^٢ + ٢س = -٢ص$

$س^٢ + ٢س + ١ = -٢ص + ٢$

$(س+١)^٢ = -٢(ص - ١)$

الرأس $(-١، ١)$

البؤرة $(-١، ١ + \frac{١}{٢})$

الدليل $ص = (-\frac{١}{٢})$

المحور $س = -١$

$٤جـ = |-٢|$

$جـ = |\frac{-٢}{٤}|$

$جـ = \frac{١}{٢}$

٦٧ جد احداثيات الرأس والبؤرة ومعادلتي المحور للقطع المخروطي الذي معادلته

$٣س^٢ - ٤ = ٨ص + ١٢س$

$٣س^٢ - ١٢س = ٨ص + ٤$

$٣(س^٢ - ٤س + ٤) = ٨ص + ٤ + ١٢$

$٣(س-٢)^٢ = ٨ص + ١٦$

$٣(س-٢)^٢ = ٨(ص+٢)$

$(س-٢)^٢ = \frac{٨}{٣}(ص+٢)$

الرأس $(٢، -٢)$

البؤرة $(٢، -٢ + \frac{٣}{٤})$

الدليل $ص = -٢ - \frac{٣}{٤}$

المحور $س = ٢$

$٤جـ = |\frac{٨}{٣}|$

$جـ = |\frac{٨}{١٢}|$

$جـ = \frac{٢}{٣}$

٦٨ معتمداً على الشكل الآتي الذي يمثل قطعاً مكافئاً إذا علمت أن طول $\overline{PP'}$ (٨) وحدات ، نجد معادلته

الحل :-

$PP' = 8$

النقطة P $(جـ ، ٤)$

$(ص - ٠)^2 = ٤ جـ (س - ٠)$

$(جـ ، ٤) \Leftarrow ١٦ = ٤ جـ \times جـ$

$جـ^2 = ٤ \Leftarrow \boxed{جـ = ٢}$

$ص^2 = ٨ س$

٦٩ معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل قطعاً مكافئاً إذا علمت ان المثلث P ب جـ متطابق الاضلاع طول ضلعه (٨) وحدات فيه الضلع ب جـ موازي دليل القطع المكافئ نجد معادلة هذا القطع .

$٨^2 - ٤^2 = PD^2$

$PD^2 = ٤٨$

$PD = ٤\sqrt{٣}$

$(س - ٠)^2 = ٤ جـ (ص - ٣)$

$س^2 = ٤ جـ (ص - ٣)$

$(٤\sqrt{٣} ، ٤) \Leftarrow ١٦ = ٤ جـ (٤ + ٣ - ٣)$

$١٦ = ٤ جـ \times ٤$

$جـ = \frac{١}{٤}$

$س^2 = \frac{٤}{\frac{١}{٤}} (ص - ٣)$

٧٠ الشكل المجاور يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب ، وكان المثلث P ب جـ متطابق الاضلاع طول ضلعه (٤٠) نجد معادلة القطع المكافئ

الحل :-

$جـ ب = ٤٠$

$\boxed{جـ = ١٠}$

الراس $(٠ ، ١٠)$

$(ص - ٠)^2 = ٤ جـ (س - ١٠)$

$ص^2 = ٤٠ (س - ١٠)$

٧١ جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه $(-٢ ، ٤)$ واحد راسيه $(-٢ ، ٩)$ واختلافه المركزي $\frac{٣}{٤}$

الحل $هـ = \frac{٣}{٤} \Leftarrow$ قطع ناقص

$(-٢ ، ٤)$ ، $(-٢ ، ٩)$ صادي

$P = ٥$

$\frac{٣}{٤} = \frac{جـ}{٥} \Leftarrow جـ = \frac{١٥}{٤}$

$ب^2 = ٢٥ - \frac{٢٢٥}{١٦} \Leftarrow ب^2 = \frac{١٧٥}{١٦}$

$\frac{(ص - ٤)^2}{٢٥} + \frac{٩ (س + ٢)^2}{١٢٥} = ١$

٧٢ جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه $(-١، ٢)$ واحدى بؤرتيه $(٣، ٣)$

$٥ جـ = ٢ ب$

الحل: $\frac{جـ}{ب} = \frac{ج}{ا}$ قطع ناقص

$(-١، ٣)$
$(٣، ٣)$ سيني

$ج = ٤$

$\frac{٤}{ب} = \frac{٢}{٥} \Leftarrow ب = ١٠$

$ب^٢ = ١٠٠ - ١٦ \Leftarrow ب^٢ = ٨٤$

$$\frac{(س+١)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص-٣)^٢}{٨٤} = ١$$

٧٣ جد إحداثيات المركز والراسين

$(س+٢)^٢ + (١-٢ص)^٢ = ٣٦$

الحل:- $(س+٢)^٢ + ٤(ص-\frac{١}{٢})^٢ = ٣٦$ ÷ ٣٦

$$\frac{(س+٢)^٢}{٣٦} + \frac{(ص-\frac{١}{٢})^٢}{٩} = ١$$

المركز $(-٢، \frac{١}{٢})$ سيني

$ا^٢ = ٣٦ \Leftarrow ا = ٦$

الراسين $(٤، \frac{١}{٢})$
$(-٨، \frac{١}{٢})$

٧٤ اكتب معادلة القطع الناقص الذي اختلافه المركزي ٠,٦ ويمر بالنقطة $(-٨، ٣)$ ومركزه يقع على المستقيم $س = ٢$ وبؤرتاه تقعان على المستقيم $ص = ٣$

الحل: المركز $(٢، ٣)$

سيني

$هـ = \frac{جـ}{ا} \Leftarrow \frac{٦}{١٠} = \frac{جـ}{ا} \Leftarrow \boxed{ا = \frac{٥}{٣} جـ}$

$$\frac{(س-٢)^٢}{ا^٢} + \frac{(ص-٣)^٢}{\frac{٢٥}{٩}ا^٢} = ١ \Leftarrow (-٨، ٣)$$

$$\frac{١٠٠}{ا^٢} + \frac{٢٥(٠)}{٩ا^٢} = ١$$

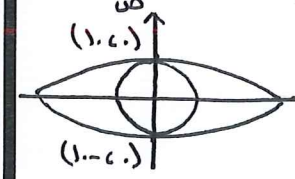
$ا^٢ = ١٠٠$

$ب^٢ = \frac{١٠٠ \times ١٦}{٢٥} = ٦٤$

$$\frac{(س-٢)^٢}{١٠٠} + \frac{(ص-٣)^٢}{٦٤} = ١$$

$ا^٢ = ب^٢ + جـ^٢$
$ا^٢ = ب^٢ + \frac{٩ا^٢}{٢٥}$
$ب^٢ = \frac{١٦ا^٢}{٢٥}$

٧٥ يمثل الشكل المجاور دائرة وقطع ناقص مشتركان في المركز $(٠، ٠)$ اذا كانت مساحة القطع الناقص تساوي مثلي مساحة الدائرة المرسومة داخله



فجد ١- الاختلاف المركزي
٢- معادلة القطع الناقص

الحل:- $ب = ١٠$ ، $ب = ١٠$

م القطع = ٢ م الدائرة

$ا ب \pi = ٢ \times ب^٢ \pi$

$١٠ \times ا = ٢ \times ١٠ \times ١٠ \Leftarrow \boxed{ا = ٢٠}$

$جـ^٢ = ا^٢ - ب^٢ = ٤٠٠ - ١٠٠$

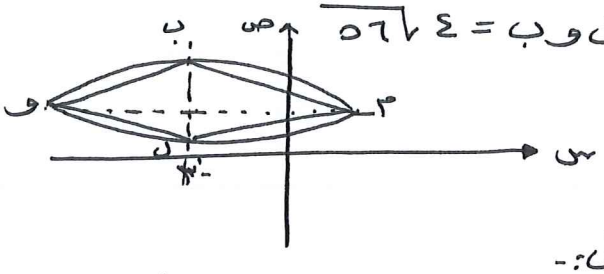
$جـ^٢ = ٣٠٠ \Leftarrow جـ = ١٠\sqrt{٣}$

١) $هـ = \frac{جـ}{ا} \Leftarrow هـ = \frac{١٠\sqrt{٣}}{٢٠} \Leftarrow هـ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢) سيني $(٠، ٠)$

$$\frac{س^٢}{٤٠٠} + \frac{ص^٢}{١٠٠} = ١$$

٧٦ معتمداً على الشكل المجاور والذي يمثل قطع ناقص مركزه (-٣، ١)
ق(جـ) = ٩٠° ومحيط المثلث الرباعي ل و ب = ٤ √٥٦



الحل:-
ب م + م ل + ل و + و ب = ٤ √٥٦
٤ √(م ٢ + ب ٢) = ٤ √٥٦
م ٢ + ب ٢ = ٥٦ ← (١)
م ٢ = ب ٢ + جـ ٢
م ٢ = ب ٢ + (٤/٩) م ٢ ⇐ ب ٢ = ٥ م ٢ / ٩
جـ = ٤/٣ م
م ٢ + ٥ م ٢ / ٩ = ٥٦ ⇐ ١٤ م ٢ / ٩ = ٥٦
م ٢ = ٣٦
ب ٢ = ٥٦ - ٣٦
ب ٢ = ٢٠
(س+٣)٢ / ٣٦ + (ص-١)٢ / ٢٠ = ١

٧٧ يدور القمر حول الأرض في مدار على شكل قطع ناقص بحيث يقع الأرض في إحدى بؤرتي المدار كما في الشكل فإذا كانت أطول مسافة بين الأرض والقمر تساوي م كم ، أقصر مسافة بينهما ن كم
اثبت أن الاختلاف المركزي لهذا القطع (م - ن) / (م + ن)

الحل:-
ن = م - جـ ← ①
م = م + جـ ← ②
① - ② ⇐ م - ن = ٢ جـ ⇐ جـ = (م - ن) / ٢
① + ② ⇐ م + ن = ٢ م ⇐ م = (م + ن) / ٢
هـ = جـ / م = [(م - ن)/٢] / [(م + ن)/٢] ⇐ هـ = (م - ن) / (م + ن)

٧٨ جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته
٩ س ٢ + ٤ ص ٢ + ١٦ ص = ٨ (س + ١١)
الحل:- ٩ س ٢ - ١٨ س + ٤ ص ٢ + ١٦ ص = ١١
٩ (س ٢ - ٢ س + ١) + ٤ (ص ٢ + ٤ ص + ٤) = (١١ + ٩ + ١٦)
٩ (س - ١)٢ + ٤ (ص + ٢)٢ = ٣٦
(س-١)٢ / ٤ + (ص+٢)٢ / ٩ = ١
المركز (١ ، -٢) صادي

م ٢ = ٩	ب ٢ = ٤	جـ ٢ = ٥
م = ٣		ب = √٥

الرأسين
(١ ، ١)
(١ ، -٥)
البؤرتان (١ ، -٢ + √٥)
(١ ، -٢ - √٥)

٧٩ قطع مخروطي بعده البؤري أقل من البعد بين رأسيه ، مركزه (٢ ، ٢) وإحدى بؤرتيه النقطة (٧ ، ٢) ويمر منحناه بالنقطة (٥ ، ٦) جد معادلته
الحل: ناقص (٢ ، ٢) ← سيني جـ = ٥
(٧ ، ٢)

(س-٢)٢ / م ٢ + (ص-٢)٢ / ب ٢ = ١

م ٢ = ب ٢ + جـ ٢
م ٢ = ٢٥ + ب ٢
بؤرة (٧ ، ٢)
√(٧-٥)٢ + (٢-٦)٢ + √(٣+٥)٢ + (٢-٦)٢ = ٢ م
بؤرة (-٣ ، ٢)
√٤ + √١٦ = ٢ م ⇐ √٢٠ + √٦٤ = ٢ م
٢ م = √٨٤
ب ٢ = ٤٥ - ٢٥
ب ٢ = ٢٠
(س-٢)٢ / ٤٥ + (ص-٢)٢ / ٢٠ = ١

م = √٨٤ / ٢	
م ٢ = ٢٠٩ / ٤	
م ٢ = ٤٥	

٨٠ قطع ناقص اختلافه المركزي $\frac{٣}{٥}$ ، واحد رأسيه (١،٣) ، والبؤرة القريبة من هذا الرأس (١،١) جد معادلته .

الحل :-

الرأس (١،٣) ، البؤرة (١،١) — سيني

$ج = ٣ - ١ = ٢$

$\frac{ج}{ا} = \frac{٣}{٥} \Leftarrow ج = ا \times \frac{٣}{٥}$

$ا - ا \times \frac{٣}{٥} = ٢ \Leftarrow ا - ج = ٢$

$\frac{٢ ا}{٥} = ٢ \Leftarrow ا = ٥$

$ب^٢ = ٢٥ - ٩$

$ب^٢ = ١٦$

المركز (-٣، ١)

(١، -٢)

$\frac{(س+٣)^٢}{٢٥} + \frac{(ص-١)^٢}{١٦} = ١$

٨١ جد إحداثيات المركز والراسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته $٤س^٢ - ٩ص^٢ - ٤س = ٣٦ص - ١$

الحل :-

$٤س^٢ - ٤س - ٩ص^٢ - ٣٦ص = -١$

$٤(س^٢ - س + \frac{١}{٤}) - ٩(ص^٢ + ٤ص + ٤) = -١ + ١ - ٣٦$

$٤(س - \frac{١}{٢})^٢ - ٩(ص+٢)^٢ = -٣٦ \div -٣٦$

$\frac{(ص+٢)^٢}{٤} - \frac{(س - \frac{١}{٢})^٢}{٩} = ١$

المركز $(\frac{١}{٢}، -٢)$

صادي

$ا^٢ = ٤$ ، $ب^٢ = ٩$

$ا = ٢$

$ج^٢ = ١٣$

$ج = \sqrt{١٣}$

الراسان $(\frac{١}{٢}، \sqrt{١٣} - ٢)$ ، $(\frac{١}{٢}، -\sqrt{١٣} - ٢)$

$هـ = \frac{ج}{ا}$

$هـ = \frac{\sqrt{١٣}}{٢}$

٨٢ جد معادلة القطع المخروطي الذي مركزه (١، ٢) واحد رأسيه (-٢، ٢) واختلافه المركزي $= \frac{٣}{٥}$. زائد

الحل :- (١، ٢) — سيني

(-٣، ٢) — $ا = ٤$

$هـ = \frac{ج}{ا} \Leftarrow \frac{٣}{٥} = \frac{ج}{٤} \Leftarrow \frac{ج^٢}{ا^٢} = \frac{٩}{٢٥}$

$ج = ٦$

$ب^٢ = ٣٦ - ١٦$

$ب^٢ = ٢٠$

$\frac{(س-١)^٢}{١٦} + \frac{(ص-٢)^٢}{٢٠} = ١$

٨٣ جد معادلة القطع المخروطي الذي يمر بالنقطة (-٤، -٢) ومركزه يقع على المستقيم س = ٢ ، وبؤرتاه تقعان على المستقيم ص = ٣ ، $هـ = \frac{\sqrt{١٢}}{٢}$.

الحل : المركز (٢، ٣)

سيني

$\frac{(س-٢)^٢}{ا^٢} - \frac{٣(ص-٣)^٢}{٤ا^٢} = ١$

$(-٤، -٢) \Leftarrow \frac{٣٦}{ا^٢} - \frac{٣ \times ٩}{٤ا^٢} = ١$

$ا^٢ = ٩$

$ب^٢ = ١٢$

$ج = ا هـ$

$ج = ٣ \times \frac{\sqrt{١٢}}{٢}$

$ج^٢ = ٢٧$

$ا^٢ = ج^٢ - ب^٢$

$ا^٢ = ٢٧ - ب^٢$

$ا^٢ = \frac{٢٧}{٩} ا^٢ - ب^٢$

$ب^٢ = \frac{١٢}{٩} ا^٢$

$ب^٢ = \frac{٤}{٣} ا^٢$

$\frac{(س-٢)^٢}{٩} - \frac{(ص-٣)^٢}{١٢} = ١$

نفس سؤال ٧٤

٨٤ قطع زائد معادلته

$2س^2 - 3ص^2 + 18ص = ك$ جد قيمة $ك$ التي تجعل المحور المرافق يوازي محور السينات .

الحل:- صادي يجب ان يكون معامل $ص^2$ (+)

$2س^2 - 3(ص^2 - 6ص + 9) = ك - 27$

$2س^2 - 3(ص-3)^2 = ك - 27$

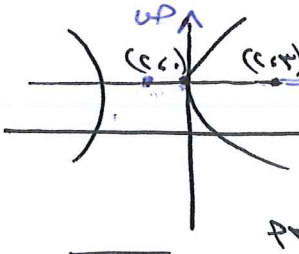
$\frac{س^2}{\frac{ك-27}{2}} - \frac{(ص-3)^2}{\frac{ك-27}{3}} = 1$

$\frac{ك-27}{3} > صفر$

$ك - 27 > 0$

$ك > 27$

٨٥ معتمداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى قطع مخروطي إختلافه المركزي يساوي (٣) واحدى بؤرتيه النقطة (٠،٣) جد معادلته



$جـ - ب = 3$ ← ①

$هـ = \frac{جـ}{ب} = 3$ ← $جـ = 3ب$

$ب - ب = 3$

$ب = \frac{3}{2}$

$جـ = \frac{9}{2}$

$ب^2 = \frac{81}{4} - \frac{9}{2}$

$ب^2 = 18$

سيني

المركز $(-\frac{3}{2}، 2)$

$\frac{(س + \frac{3}{2})^2}{9} - \frac{(ص-2)^2}{18} = 1$

٨٦ جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه هما بؤرتا القطع الناقص الذي معادلته $\frac{س^2}{4} + \frac{ص^2}{9} = 1$ وبؤرتاه هما رأسا هذا القطع .

الحل: $\frac{س^2}{4} + \frac{ص^2}{9} = 1$

المركز $(٠،٠)$ صادي

$ب^2 = 4$ $\quad$ $ا^2 = 9$ $\quad$ $جـ^2 = ٥$

$ب = 2$ $\quad$ $ا = 3$ $\quad$ $جـ = \sqrt{٥}$

$(٠، \sqrt{٥})$

$(٠، -\sqrt{٥})$

البؤرتان $(٠، \sqrt{٥})$ $(٠، -\sqrt{٥})$

الرأسان $(٠، 3)$ $(٠، -3)$

صادي

المركز $(٠،٠)$

$هـ = \frac{جـ}{ا} = \frac{\sqrt{٥}}{3}$

$ب^2 = 9 - ٥$

$ب^2 = 4$

البؤرتان $(٠، -3)$ $(٠، 3)$

$جـ = 3$ ← $جـ^2 = ٦$

$\frac{ص^2}{٥} - \frac{س^2}{4} = 1$

٨٧ جد معادلة القطع المخروطي الذي رأساه هما النقطتان $(٤، -٦)$ ، $(٤، ٦)$ واختلافه المركزي $\frac{5}{3}$. ناقص

الحل:

المركز $(٤، ٠)$

$(٤، -٦)$

$(٤، ٦)$

صادي

$ا = 6$ ← $ا^2 = 36$

$هـ = \frac{جـ}{ا} = \frac{5}{3}$ ← $\frac{جـ}{6} = \frac{5}{3}$

$جـ = 10$

$ب^2 = 100 - 36$

$ب^2 = 64$

$\frac{ص^2}{36} - \frac{(س-4)^2}{64} = 1$

٨٨ جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (٢، -٢) واحدى بؤرتيه هي النقطة (٣، ٢) وطول محوره القاطع يساوي (٨) وحدات .

الحل : (٢، -٢) ، (٣، ٢) صادي

جـ = ٥

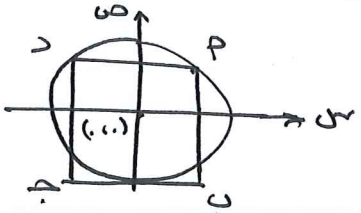
٢أ = ٨ ⟹ أ = ٤

ب٢ = ٢٥ - ١٦

ب٢ = ٩

$$\frac{(ص+٢)^2}{١٦} - \frac{(س-٢)^2}{٩} = ١$$

٨٩ محتمداً على الشكل المجاور الذي فيه دائرة مركزها نقطة الاصل والمربع أ ب جـ د طول ضلعه (٤) سم الضلع ب جـ مماس للدائرة جد معادلة الدائرة



أ (٢ ، ٤-ن)

$(س - ٠)^2 + (ص - ٠)^2 = ن^2$

$س^2 + ص^2 = ن^2$

$٤ + (٤-ن)^2 = ن^2$

$٤ + ١٦ - ٨ن + ن^2 = ن^2$

$ن = \frac{٢٠}{٨}$ ⟹ $ن = \frac{٥}{٢}$

$س^2 + ص^2 = \frac{٢٥}{٤}$

٩٠ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٠، ٢) مساوياً بعدها عن المستقيم ٢ص = ٤ .

الحل: (س، ص) تبعد عن (٠، ٢) = (س، ص) تبعد عن ٢ص - ٤ = ٠

$$\sqrt{س^2 + (ص-٢)^2} = \frac{|٢ص - ٤|}{\sqrt{٤}}$$

$$س^2 + (ص-٢)^2 = \frac{٤ص^2 - ١٦ص + ١٦}{٤}$$

$$س^2 + (ص-٢)^2 = ص^2 - ٤ص + ٤$$

$$س^2 + ص^2 - ٤ص + ٤ = ص^2 - ٤ص + ٤$$

$$س^2 = ٠$$

$$س = ٠$$

٩١ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٣، ٠) يساوي $\frac{٤}{٣}$ من بعدها عن المستقيم س = ٥ .

الحل: (س، ص) تبعد عن (٣، ٠) = $\frac{٤}{٣}$ | س - ٥ |

$$\sqrt{(س-٣)^2 + ص^2} = \frac{٤}{٣}|س - ٥|$$

$$(س-٣)^2 + ص^2 = \frac{١٦}{٩}(س^2 - ١٠س + ٢٥)$$

$$٩س^2 - ٥٤س + ١٨١ + ٩ص^2 = ١٦س^2 - ١٦٠س + ٤٠٠$$

$$٩ص^2 + ٤٠(س - ٧س^2 = ٢١٩$$

٩٢ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) في المستوى بحيث س = ٣ + ٢ جاه ، ص = ٤ + ٢ جتاه حيث ه زاوية متغيرة وبين نوعه .

الحل :- ص = ٤ + ٢ جتاه ⇐ جتاه = $\frac{ص-٤}{٢}$

س = ٣ + ٢ جاه ⇐ جاه = $\frac{س-٣}{٢}$

جا^{٢}ه + جتا^{٢}ه = ١

$\frac{(ص-٤)^{٢}}{٤} + \frac{(س-٣)^{٢}}{٤}$ = ١

(ص - ٤)^{٢} + (س - ٣)^{٢} = ٤

٩٣ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن (س، ص) في المستوى بحيث تبعد بعدا ثابتا مقداره وحدتين عن المستقيم ٦ص = ٨س + ٤ وتمر اثناء حركتها بالنقطة ($\frac{١}{٢}$ ، -٢) .

الحل :- (س، ص) ، ٦ص - ٨س - ٤ = ٠ = ٢

$٢ = \left|\frac{٦ص - ٨س - ٤}{\sqrt{٦٤ + ٣٦}}\right|$

$٢٠ = \left|\frac{٦ص - ٨س - ٤}{١٠}\right|$

٦ص - ٨س - ٤ = ٢٠ ، ٦ص - ٨س - ٤ = -٢٠

($\frac{١}{٢}$ ، -٢) ، -١٢ - ٤ - ٤ = -٢٠

-٢٠ ≠ ٢٠

٦ص - ٨س - ٤ = -٢٠

٦ص - ٨س = -١٦

٩٤ تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن بالمعادلتين س = جتا٢ن ، ص = ٣جا ن جد معادلة النقطة و ، ثم بين نوعه .

الحل : س = ١ - ٢جا^{٢}ن

س = ١ - ٢ × ($\frac{ص}{٣}$)^{٢}

س = ١ - $\frac{٢}{٩}$ ص^{٢}

$\frac{٢}{٩}$ ص^{٢} = ١ - س

ص^{٢} = $\frac{٩}{٢}$ (س - ١) مكافئ

٩٥ تتحرك النقطة و(س، ص) بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = ٥ قاه - ٤ ، ص = ٢ - ٣ظاه ، حيث ه زاوية متغيرة جد معادلة مسار النقطة و ثم بين نوعه .

الحل : س = ٥ قاه - ٤ ⇐ قاه = $\frac{س+٤}{٥}$

ص = ٢ - ٣ظاه ⇐ ظاه = $\frac{٢-ص}{٣}$

قا^{٢}ه - ظا^{٢}ه = ١

$\frac{(س+٤)^{٢}}{٢٥} - \frac{(٢-ص)^{٢}}{٩}$ = ١

$\frac{(س+٤)^{٢}}{٢٥} - \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩}$ = ١

زائد

٩٦ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن(س، ص) التي تتحرك على بعدين متساويين من المستقيمين

ص = س + ١ ، ص = ١ − س

الحل:- ص − س − ١ = ٠ ↙ ، ص + س − ١ = ٠ ↙

(س، ص) عن ص − س − ١ = ٠ = (س، ص) عن ص + س − ١ = ٠

$$\left|\frac{ص - س - ١}{\sqrt{٢}}\right| = \left|\frac{ص + س - ١}{\sqrt{٢}}\right|$$

اما $\frac{ص - س - ١}{\sqrt{٢}} = \frac{ص + س - ١}{\sqrt{٢}}$

٢ س = ٠ ⇐ **س = ٠**

او $\frac{ص - س - ١}{\sqrt{٢}} = \frac{-ص - س + ١}{\sqrt{٢}}$

٢ ص = ٠ ⇐ **ص = ٠**

٩٧ جد معادلة المحل للنقطة (س، ص) اذا كانت س = جتا٣هـ − جا٣هـ

ص = ٣(جا٢هـ + ٣)، هـ زاوية متغيرة .

الحل: س = (جتاهـ − جاهـ)(جتاهـ + جاهـ)

س = (جتاهـ − جاهـ) × ١

س = جتا٢هـ

$\frac{ص}{٣} = جا٢هـ$

$\frac{ص - ٣}{٢} = جا٢هـ$

جا٢هـ + جتا٢هـ = ١

$\frac{(ص - ٣)^٢}{٤} + س^٢ = ١$

ناقص

٩٨ تتحرك النقطة و(س، ص) في المستوى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين

س = ظاهـ + ظتاهـ ، ص = ظتا٢هـ حيث هـ زاوية متغيرة جد معادلة مسار النقطة (و) ثم بين نوع هذا المسار.

الحل: $س = \frac{جاهـ}{جتاهـ} + \frac{جتاهـ}{جاهـ}$

$س = \frac{جا^٢هـ + جتا^٢هـ}{جاهـ\ جتاهـ}$

$س = \frac{١}{\frac{١}{٢}جا٢هـ}$ ⇐ س = ٢ قتا٢هـ

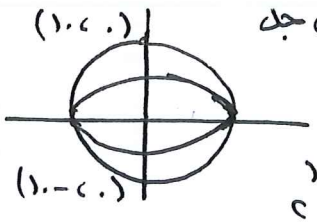
ظتا٢هـ = ص

س = ٢ قتا٢هـ ⇐ $قتا٢هـ = \frac{س}{٢}$

$قتا^٢هـ - ظتا^٢هـ = ١$

$\frac{س^٢}{٤} - ص^٢ = ١$ زائد

٩٩ الشكل المجاور يمثل قطع ناقص داخل دائرة لهما نفس المركز (٠، ٠) اذا كانت مساحة الدائرة تساوي مثلي مساحة القطع الناقص جد معادلة القطع الناقص



الحل:-

م = ١٠ ، ر = ١٠

$٢\pi م ب = \pi ر^٢$

٢ × ١٠ × ب = ١٠٠ ⇐ ب = ٥

سيني المركز (٠، ٠)

$\frac{س^٢}{١٠٠} + \frac{ص^٢}{٢٥} = ١$

١٠٠ النقطة ن (س، ص) تتحرك في المستوى
اكتب معادلة المحل الهندسي اذا
كانت س = ن + $\frac{١}{ن}$ ، ص = ن - $\frac{١}{ن}$

الحل:

$س^{٢} = ن^{٢} + ٢ + \frac{١}{ن^{٢}}$ ← ①

$ص^{٢} = ن^{٢} - ٢ + \frac{١}{ن^{٢}}$ ← ②

بطرح المعادلتين

$س^{٢} - ص^{٢} = ٤$ قطع زائد

إنتهت الأسئلة
بحمد الله

سائلا المولى عز وجل ان لا يضيع
لكم مجهودا أبدا