المراجعة المكثفة
لعام 2018

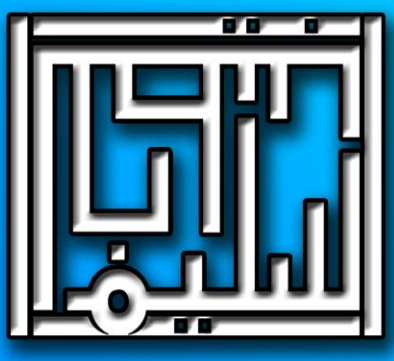
الرياضيات

المستوى الرابع

التخصص : العلمي

إعداد الاستاذ

سليم الخطيب



مركز زهرة النظم \ الوحدات \ 0787800852

مركز الهادفون العلمي \ ماركا \ 0795024143

أكاديمية وسام التمييز \ الاشرفية \ 0799988354

مركز الشورى الثقافي \ أم نوارة \ 0790681520

مركز رؤية البيادر العلمي \ البيادر \ 0799443838

/al2s6ora.saleem.al5a6eeb

078623040 7

السؤال الاول:

[١] ضع دائرة حول رمز الاجابة الصحيحة:

١) اذا كان ق اقتران قابلا للاشتقاق وكان

$\int_{١}^{٣} (جا^{٢}س + \frac{١}{٢}(١+جتا٢س)ن(س) + ٢)ق(س)دس$

$= س^{٢} + ٥$ فإن ق(٣) =

أ) ٣ ب) ٦ ج) ١٤ د) ٢

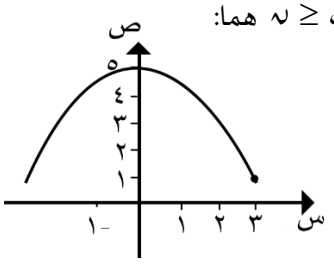
٢) اذا كان ل(س)، م(س) هما اقترانين بدائيين للاقتران ق(س) وكان $\int_{-١}^{٣} (ل(س) - م(س))دس = ١٢$ فإن قيمة

$\int_{-١}^{٤} (م(س) - ل(س))دس =$

أ) ١٢ ب) -١٢ ج) ٢٠ د) -٢٠

٣) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق على الفترة [-١ ، ٣] فإن قيمة م ، ن حيث

$م \geq \int_{-١}^{٣} (ن(س) + ٢)دس \geq ن$ هما:



أ) ٤، ٨

ب) ١٢، ١٦

ج) ١٢، ٢٨

د) ٤، ٢٠

٤) $\int_{١}^{٣} [٤ - \frac{١}{٢}س]دس =$

أ) ١٠ ب) ٦ ج) ٧ د) ٥

٥) اذ كان ق اقترانا قابلا للاشتقاق وكان

$\int_{١}^{٢} ن(س)دس = قتا^{٢}س - ظتا^{٢}س + س^{٣}$ فإن

$\int_{١}^{٢} ن'(س)دس =$

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٧ د) ٩

٦) $\int (جتاس + قاس)^{٢} - جتا^{٢}س)دس =$

أ) ٢س + ظاس + جـ ب) ٢س + ظتاس + جـ

جـ) ظتاس - ٢س = جـ د) ظاس - ٢س + جـ

٧) اذا كان $\int_{١}^{٣} ٢ن(س)دس = ٨$ ،

$\int_{٣}^{-٢} (ن(س) + \int_{\pi}^{\pi} جتا^{٣}س دس)دس = -٦$ فإن

$\int_{-٢}^{١} (ن(س) + ٢س)دس =$

أ) ٢ ب) -٢ ج) -١ د) ١

٨) اذا كان ق اقتران قابلا للتكامل على الفترة [٠، ٢] وكان

ق(٠) =٢ ، ق(٢)= ٥ فإن قيمة $\int_{٠}^{٢} \frac{ن(س)}{\sqrt{ن(س)-١}} دس =$

أ) ٣ ب) ١ ج) -١ د) ٢

٩) اذا كان $ن(س) = ٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ١$ فإن

ق(٣) - ق(١) =

أ) صفر ب) ٥٥ ج) ٥٦ د) ٥٧

١٠) اذا كان $ن(س) = هـ^{جا^{٥}\frac{\pi}{٢}} + لـو_{هـ} جتاس$ فإن

$ن'(\frac{\pi}{٤}) =$

أ) هـ+١ ب) ١ ج) هـ-١ د) -١

١١) اذا كان $\int ن(س)دس = جتاس - جاس + ٦$ فإن

$ن(\frac{\pi}{٢}) - ن'(\frac{\pi}{٢}) =$

أ) ٢ ب) صفر ج) -٢ د) -١

١٢) اذا كان $\int_{أ}^{جـ} س(\frac{١}{س} - ٣س)دس =$ صفر فإن قيمة جـ هي

أ) صفر ب) ١،صفر ج) -١،١ د) -١،١، صفر

١٣) اذا كان $\int_{٢}^{٤} ن(س)دس = ٥$ ، $\int_{٤}^{٢} ٢هـ(س)دس = ٦$ فإن

$\int_{٢}^{٤} (٢ن(س) + ٣هـ(س) + ٤)دس =$

أ) ٩ ب) ٢٣ ج) ٥ د) ٢٧

SALEEM ALKATEEB

١٤) قيمة $\int_{١}^{هـ} ٢س\,(هـ^{لـو_{هـ} س})\,ds$ = ؟

حيث أن هـ: العدد النيبيري

أ) $\frac{١}{٢}(هـ^{٣}-١)$ ب) $\frac{١}{٢}(هـ^{٤}-١)$

ج) $٢(هـ-١)$ د) $٢(هـ+١)$

١٥) اذا كان $\int_{أ}^{٥}[\frac{س}{٢}+١]\,ds = ٨$ حيث أ < ٥ فإن قيمة الثابت أ هي:

أ) ٢ ب) صفر ج) ٣ د) ١

١٦) اذا كان $\int_{١}^{٣}[س+ب]\,ds = ١٣$ فإن قيمة الثابت ن هي:

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

١٧) اذا كان ق اقتران متصل على ح وكان

$\int_{أ}^{ب} ن(س)\,ds = \int_{٢}^{أ} ن(س)\,ds = \int_{-١}^{٣} ن(س)\,ds$ فإن قيمة

أ ، ب على الترتيب:

أ) -١، ٥ ب) ٥، -١ ج) ٢، ٥ د) -١، ٢

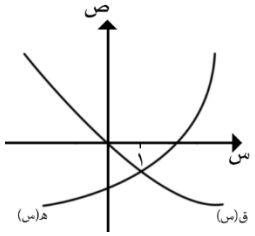
١٨) اذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى ق، هـ ، واذا كان ق/(س) = ٢س – ٤، هـ/(س) = $س^{٣}$ – ٤، فإن ق(٤) =

أ) ١

ب) ١٢

ج) صفر

د) ٤



١٩) اذا كان $ن(س) = \begin{cases} ٢ & ، -١ \le س \le ١ \\ ٢س+١ & ، ١ < س \le ٢ \end{cases}$ فإن

قيمة $\int_{٢}^{-١} ن(س)\,ds$ هي :

أ) -٤ ب) ٤ ج) -٨ د) ٨

٢٠) اذا كان $ن(س) = لـو_{هـ}(٢س+١)^{أ} + هـ^{س-١}$ ، وكان ق/(س) = أ – ٢ فإن قيمة أ هي :

أ) ٩ ب) ٧ ج) ١ د) ٣

٢١) قيمة $\int_{١}^{٢} \sqrt{٤س^{٢}-٢٠س+٢٥}\,ds$ =

أ) ٤ ب) -٤ ج) ٢ د) -٢

٢٢) $\int_{١}^{هـ} \frac{ظا^{٢}س - قا^{٢}س}{س}\,ds$ =

أ) ٢ ب) ١ ج) -١ د) -٢

٢٣) قيمة $\int_{٠}^{٣ن} [\frac{س}{ن}]\,ds$

أ) ٣ن ب) ٢ن ج) ن د) صفر

٢٤) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} ٢جاس لـو_{هـ} هـ^{جتاس}\,ds$ =

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٢هـ – ٢

٢٥) $\int \frac{ظتا^{٢}س+١}{ظتاس}\,ds$ =

أ) $لـو_{هـ}|اظاس|+جـ$

ب) $-لـو_{هـ}|اظاس|+جـ$

ج) $لـو_{هـ}|اجاس-جتاس|+جـ$

د) $لـو_{هـ}|اقاس|+جـ$

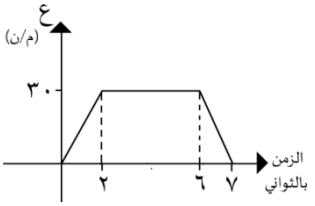
٢٦) اذا كان $-١ \le \int_{١}^{٣} (٢-ن(س))\,ds \le ٥$ فإن أصغر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{١}^{٥} ن(س)\,ds$ هي:

أ) ١ ب) -١ ج) ٥ د) -٥

٢٧) اذا كان $ن(س) = س لـو_{هـ} س$ فإن قيمة $\int_{١}^{هـ} ن''(س)\,ds$ =

أ) ٢ ب) $\frac{١-هـ}{هـ}$ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}(هـ^{٢}-هـ-١)$

٢٨) يمثل الشكل المرسوم العلاقة بين السرعة والزمن لجسم يتحرك على خط مستقيم ، جد المسافة المقطوعة في الفترة الزمنية [٠ ، ٧]؟



أ) ١٦٥ م

ب) ٢١٠ م

ج) ١٣٥ م

د) ١٠٥ م

SALEEM ALKATEEB

٢٩) يتحرك جسم بسرعة ع(ن) = $\begin{cases} ٢ن+١٠ & ، \ ٠ \leq س \leq ٢ \\ ٣ن^{٢} & ، \ ٢ < س \leq ٥ \end{cases}$

فإن المسافة المقطوعة بعد مرور (٣) ثواني من بدية الحركة:

أ) ٢٧ ب) ٤٣ ج) ٣٩ د) ١٦

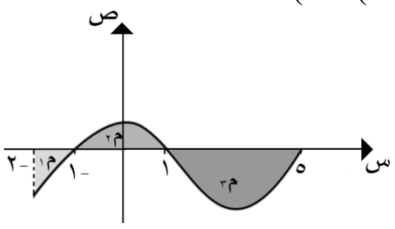
٣٠) اذا كان $\int_{١}^{٣} \left(\int_{١}^{س} ن(س) ؤس \right) ؤس = ١٢$ ، فإن

$\int_{٥}^{١} ٣ن(س) ؤس =$

أ) ٤ ب) -٤ ج) ١٨ د) -١٨

٣١) بالإعتماد على الشكل المجاور اذا كان م١ = ٥ ، م٢ = ٣ ،

م٣ = ٢ فإن $\int_{-٢}^{٥} (٢ن(س) + ٥) ؤس =$



أ) -٤

ب) -٨

ج) ٨

د) ٢٧

٣٢) $\int \frac{جا٢س}{جتاس} ؤس =$

أ) لـو$_{هـ}$|جتاس|+جـ ب) ٢لـو$_{هـ}$|جتاس|+جـ

ج) -٢جتاس+جـ د) -٢جاس+جـ

٣٣) اذا علمت ان ن(٢) = ٥ ، ن$'$(٢) = ٣ ، ن(١) = ٧

، ن$'$(١) = ٢ . فإن $\int_{١}^{٢} س ن'(س) ؤس =$

أ) ٢ ب) ٦ ج) ٤ د) ١٨

٣٤) $\int \frac{جتا(ظاس)}{جتا^{٢}س} ؤس =$

أ) جاس+جـ ب) جا(ظاس)+جـ

ج) جتا(ظاس)+جـ د) جا(قا^{٢}س)+جـ

٣٥) اذا كان

$\int \left(\sqrt{ن(س)} - لـو_{هـ} س \right) ؤس = هـ^{جا \pi س} - \int_{١}^{٢} \frac{١}{س} ؤس =$

فإن ق(١) تساوي:

أ) $-\pi$ ب) $\pi^{٢}$ ج) π د) $\pi - ١$

SALEEM ALKATEEB

٣٦) اذا كان

$\int_{٢}^{٤} ن(س) ؤس + \int_{-١}^{٠} ن(١-س) ؤس = \int_{٣}^{أ} ن(س-٢) ؤس$

فإن أ تساوي:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

٣٧) $\int_{-٢}^{٤} ن.ؤهـ = ١٥$ جد $\int_{-٢}^{٤} هـ.ؤن$ علما بأن

ن(٤) = هـ(٤) = ٤ ، ن(-٢) = ٢ ، هـ(-٢) = ١:

أ) ١٥ ب) ١ ج) -١ د) ٤

[٢] $\int_{١}^{٣} ٣ص^{٢} + \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} جاس ؤس) ؤص = \int_{١}^{٣} ٢س + أ ؤس$

جد قيمة أ.

[٣] اذا كان $\int_{-١}^{١} س^{ن+١} ؤس = ٠$ ، جد قيمة ن التي تجعل

المعادلة صحيحة دائما : $\forall ص \in ص^{+}$.

[٤] اذا كان م(س) ، ل(س) اقترانين بدائيين لـ ق(س) ،

حيث $\int_{٠}^{٢} \frac{٤س}{ل(س)-م(س)} ؤس = ٨$ ، جد

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (م(س) جا^{٢}س - ل(س) جا^{٢}س) ؤس$.

[٥] اذا كان $|ن(س) - ٢| \geq ١$ ، أوجد أصغر قيمة وأكبر

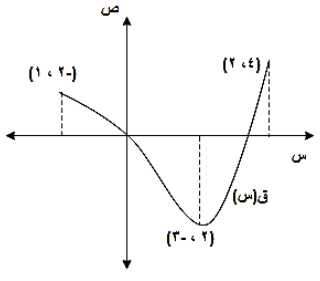
قيمة للمقدار $\int_{٠}^{٥} \frac{١}{ن(س)-١} ؤس$.

[٦] يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق(س) المعرف على

الفترة [-٢ ، ٤]، اذا علمت أن

$أ \leq \int_{-٢}^{٤} \sqrt{(ن(س))^{٢} + ١٦} ؤس \leq ب$ فجد قيمة كل من

الثابتين أ ، ب .



السؤال الثاني: جد كلا من التكاملات التالية:

١ $\int \frac{جتا^{٢}٢س(١+ظاس)}{١-ظاس}$ ءس

٢ $\int \frac{١}{٩جا^{٢}س-جتا^{٢}س}$ ءس

٣ $\int جا٢س.لـو_{هـ} \sqrt{جتاس}$ ءس

٤ $\int_{٠}^{١} \frac{س^{٣}-٨}{\sqrt{س^{٢}-٤س+٤}}$ ءس

٥ $\int \frac{جا٣س-جاس}{جتا٣س-جتاس}$ ءس

٦ $\int \sqrt{هـ^{س}+١}$ ءس

٧ $\int \frac{\sqrt{س}}{\sqrt[٣]{س}-١}$ ءس

٨ $\int \frac{هـ^{٤س}}{(٤-٣هـ^{٢س})}$ ءس

٩ $\int \frac{١}{س\sqrt{٦س-س^{٢}}}$ ءس

١٠ $\int \frac{لـو_{هـ}س}{\sqrt{س}}$ ءس

١١ $\int \frac{(جاس جتاس)^{٥}}{جتا^{٧}س}$ ءس

١٢ $\int \frac{٣س^{٢}}{س^{٦}-٢س^{٣}-٣}$ ءس

١٣ $\int \frac{جا^{٥}س}{جتا^{٧}س}$ ءس

١٤ $\int_{١}^{\frac{\pi}{٢}} \sqrt{جاس-جا^{٣}س}$ ءس

١٥ $\int س^{٣} \sqrt[٣]{\frac{٢}{س}+\frac{٤}{س^{٣}}}$ ءس

١٦ $\int \frac{ظاس}{(لـو_{هـ}جتاس)^{٢}-٤}$ ءس

١٧ $\int \frac{(س+٢)^{٦}}{س^{٨}}$ ءس

١٨ $\int \frac{جتا^{٣}س}{جتا٢س+٥جاس+٢}$ ءس

١٩ اذا كان ق اقتران قابلا للتكامل وكان

$\int_{٣}^{٤} ن(س)$ ءس $= ٨$ ، ق(٤) $= ٤$ ، ق(٣) $= -١$، فجد

$\int_{٠}^{١} س^{٣} ن'(س^{٢}+٣)$ ءس.

السؤال الثالث :

١ ق(س) كثير حدود يمر بالنقطة (٠، ٢) وكان

$ن''(س) = ٦$ ، $\int_{١}^{٢} ن'(س)$ ءس $= ٢$ جد قاعدة الاقتران.

٢ حل المعادلة التفاضلية التالية :

$\frac{س^{٢}}{س-١} \cdot \frac{ءص}{ءس} = هـ^{-٢ص}(س^{٢}-س-٢)$.

٣ اذا كانت $(ن'(س))^{٢} = \frac{١}{ن''(س)}$ اوجد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن $ن'(١) = ٠$ ، $ن(١) = ١$.

٤ اذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س، ص) تساوي $(س ص + ٢س - ص - ٢)$ جد قاعدة العلاقة ص علما بأن منحناها يمر بالنقطة (٢، ٢).

٥ يسير جسم على خط مستقيم حسب العلاقة

$ت = ا ع^{\frac{١}{٣}}$: $ع > ٠$ ، حيث ت :التسارع للجسم، ع : سرعة الجسم، اذا تحرك الجسم من السكون فجد قيمة أ التي تجعل سرعته ٨ م/ث بعد مرور (٣) ثواني من بدء الحركة.

٦ يتحرك جسيم بحيث ان تسارعه(ت) بعد (ن) من الثواني يرتبط بسرعته(ع) حسب العلاقة $٢ت.ع = ١$، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٢٧) ثانية من بدء الحركة علما بأن سرعة الجسم الابتدائية (٣ م/ث)، والمسافة كذلك (١٨ م).

SALEEM ALKATEEB

السؤال الرابع :

١ اذا كان ص = هـ $^{جا^{٢}س}$ + لـو$_{هـ}$ جاس + $\int_{\pi}^{س^{٢}+١} \frac{ع س}{١}$ ،

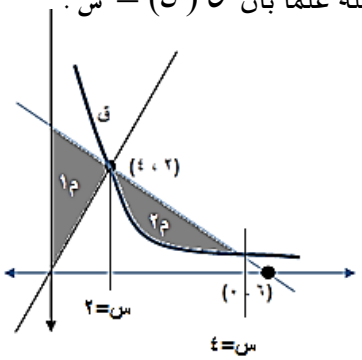
وكان $\left|\frac{ع ص}{ع س}\right|_{س=\frac{\pi}{٢}}$ = هـ $^{\frac{١}{٢}}$ − ٢ ، جد قيمة الثابت أ .

٢ اذا كان ص = س هـ $^{س^{٢}}$ ، أثبت أن

ص $''$ − ٤ص $'$ + ٤ص = ٠ .

السؤال الخامس :

١ احسب المساحة المظللة علماً بأن ن(س) = $\frac{٨}{س}$.



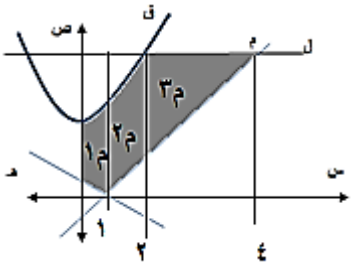
٢ جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور حيث:

ن(س) = س ^{٢} + ٢

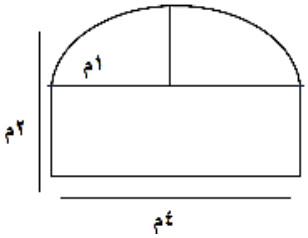
هـ(س) = ١ − س

ك(س) = ٢س − ٢

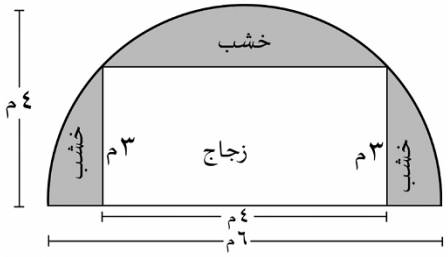
ل(س) = ٦



٣ الشكل المجاور يمثل نافذة مستطيلة الشكل يعلوها قطع مكافئ، جد مساحة النافذة.



٤ الشكل المجاور يمثل بوابة منزل على شكل قطع مكافئ و كانت تكلفة المتر المربع من الزجاج ٥٠ دينار و تكلفة المتر المربع من الخشب ٨٠ دينار، إحسب تكلفة البوابة .

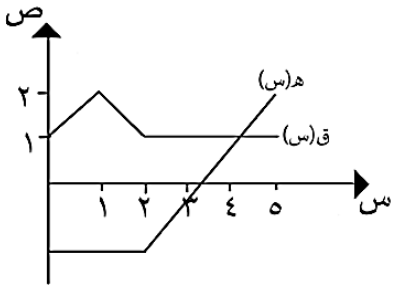


٥ احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقترانين ص$_{١}$ = ٢ + |س − ١| ، ص$_{٢}$ = $\frac{١}{٥}$ س + ٧ .

٦ احسب المساحة المحصورة بين ن(س)=لـو$_{هـ}$ س ، هـ(س)=هـ ^{س} ، والمستقيم س = هـ ومحوري الاحداثيات.

٧ جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ن(س) = $\sqrt{٢ - س}$ (حيث س ≤ ٢) والمستقيم ص = −س ، ومحور السينات.

٨ بالاعتماد على الرسم المجاور الذي يمثل منحنى ق، هـ على الفترة [٠ ، ٤]، أجب عن الأسئلة التالية:



أ) $\int_{١}^{٥}$ ن(س) ع س

ب) $\int_{٠}^{٤}$ هـ(س) ع س

ج) $\int_{٠}^{٤}$ |ن(س)| ع س

د) $\left|\int_{٠}^{٤} هـ(س) ع س\right|$

هـ) $\int_{٠}^{٤}$ ن(س) − هـ(س) ع س

و) $\int_{٢}^{٤}$ |ن(س) − هـ(س)| ع س

SALEEM ALSATEEB

SALEEM ALSATEEB

SALEEM ALSATEEB

اجابة السؤال الاول :

[1]

١) $\int_{1}^{3} (\frac{1}{2}(1+\text{جتا}2س)ن(س) + \text{جا}^2 س)ءس = 2س$

$(\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س)ن(س) + ٤ = 2س$

$ن(س) = 2س - ٤$

$ن(٣) = ٦ - ٤ = ٢$ الجواب فرع د

---

٢) ملاحظة(الفرق بين اي اقترانين بدائيات هو مقدار ثابت ولكن حاصل جمعهم ليس ثابت)

* اذا كان م(س) ، ل(س) اقترانين بدائيان ل ق(س)

$\therefore م'(س) = ن(س)$

$ل'(س) = ن(س)$

$م'(س) - ل'(س) = ٠ \leftarrow م(س) - ل(س) = \text{ثابت}$

نفرض ان $م(س) - ل(س) = ا$

$\int_{-1}^{2} اءس = ١٢ \leftarrow ا(٢+١) = ١٢ \leftarrow ا = ٤$

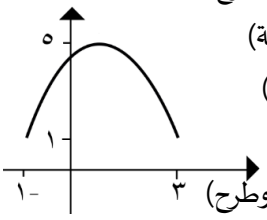
$ل(س) - م(س) = ٤$

$\int_{-1}^{٤} (م(س) - ل(س))ءس$ عكس الاشارة

$\int_{-1}^{٤} -٤ءس = -٢٠$ الجواب فرع د

---

٣) **سؤال عللى خاصية المقارنة النوع التالت (اقتران محصور يريد اكبر قيمة واقل قيمة)



نبحث في الصور (محور الصادات)

نأخذ أعلى قيمة وأقل قيمة

(قوس، قوه، ضربي قسمة، جمع وطرح)

$١ \geq ن(س) \geq ٥$

$\int_{-1}^{3} ٣ \geq \int_{-1}^{3} ن(س) + ٣ \geq \int_{-1}^{3} ٣ءس$

$١٢ \geq \int_{-1}^{3} ٢٨ \geq ١٢$

م ن

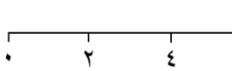
الجواب فرع جـ

---

٤) $\int_{1}^{3} [٤ - \frac{1}{2}س]ءس$

**نبدأ خط الاعداد من الصفر لان العدد المضاف هو عدد صحيح اذا كان العدد المضاف لاكبر عدد صحيح هو صحيح نبدأ خط الاعداد من الصفر ونعد (لام) اما اذا لم ينتمي للاعداد الصحيحة (كسر) نبدأ من صفر ماداخل عدد صحيح.

$ن(س) = \begin{cases} ٣ ، ٠ \leq س \leq ٢ \\ ٢ ، ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$



$\int_{1}^{3} [٤ - \frac{1}{2}س]ءس = \int_{1}^{2} ٣ءس + \int_{2}^{3} ٢ءس$

$= ٣ + ٢ = ٥$ الجواب فرع د

---

٥) $\int_{1}^{2} ن(س)ءس = \text{قتا}^2 س - \text{ظتا}^2 س + س^3$

المطلوب هو ق(س) لأن $\int_{1}^{2} ن'(س)ءس = ن(س)]_{1}^{2}$

$(\int ن(س)ءس = س^3 + ١ \leftarrow ن(س) = 3س^2)$

$\int_{1}^{2} ن'(س)ءس = 3س^2]_{1}^{2}$

$= ١٢ - ٣ = ٩$ الجواب فرع د

---

٦) $\int (\text{جتاس} + \text{قاس})^2 - \text{جتا}^2 س)ءس$

$= \int \text{جتا}^2 س + 2\text{جتاس قاس} + \text{قا}^2 س - \text{جتا}^2 س.ءس$

$= \int ٢ + \text{قا}^2 س.ءس = 2س + \text{ظاس} + ج$ الجواب فرع أ

---

٧) خاصية الاضافة ، نرتب المعطيات:

$\int_{1}^{3} ن(س)ءس = ٤$ ، $\int_{-2}^{3} ن(س)ءس = +٦$

$\int_{\pi}^{\pi} \leftarrow =$ صفر ، حدود متشابهان

$\int_{-1}^{3} = \int_{-1}^{1} + \int_{1}^{3}$

$+٦ = \int_{-2}^{1} + ٤ \leftarrow \int_{-2}^{1} = +٢$

$\int_{-2}^{1} ن(س) + 2س ءس = \int_{-2}^{1} ن(س)ءس + \int_{-2}^{1} 2س ءس$

$٢ + س^2]_{-2}^{1} = ٢ + - ٣ = -١$ الجواب فرع جـ

SALEEM ALSATEEB

٨) $\int_{0}^{2} \frac{ن'(س)}{(ن(س)-١)^{\frac{١}{٢}}}$ ءس $= \int_{0}^{2} ن'(س)(ن(س)-١)^{-\frac{١}{٢}}$ ءس

$ص = ن(س) - ١ \leftarrow \frac{ءص}{ءس} = ن'(س) \leftarrow$ ءس $= \frac{ءص}{ن'(س)}$

$س = ٠ \leftarrow ص = ١$

$س = ٢ \leftarrow ص = ٤$

$\int_{1}^{4} ن'(س)(ص)^{-\frac{١}{٢}} \frac{ءص}{ن'(س)} = \int_{1}^{4} (ص)^{-\frac{١}{٢}}$.ءص $= ٢ص^{\frac{١}{٢}} \Big]_{1}^{4}$

$= (٢\sqrt{٤}) - (٢\sqrt{١}) = ٤ - ٢ = ٢$ الجواب فرع د

٩) $\int_{1}^{3} ن'(س)$.ءس $= \int_{1}^{3} ٤س^{٣} - ٣س^{٢} + ١$.ءس

$ن(س)\Big]_{1}^{3} = س^{٤} - س^{٣} + س\Big]_{1}^{3}$

$ن(٣) - ن(١) = (٨١ - ٢٧ + ٣) - (١ - ١ + ١)$

$= ٥٦$ الجواب فرع جـ

١٠) $ن'(س) = ٠ + \frac{-جاس}{جتاس}$

$\leftarrow ن'(\frac{\pi}{٤}) = -ظا\frac{\pi}{٤} = -١$ الجواب فرع جـ

١١) $(ن(س)$ءس$)' = (جتاس - جاس + ٦)'$

$ن(س) = -جاس - جتاس \leftarrow ن(\frac{\pi}{٢}) = -١ - ٠ = -١$

$ن'(س) = -جتاس + جاس \leftarrow ن'(\frac{\pi}{٢}) = ٠ + ١ = ١$

$\therefore ن(\frac{\pi}{٢}) - ن'(\frac{\pi}{٢}) = ١ - ١ = -٢$ الجواب فرع جـ

١٢) $\int_{0}^{أ} س(\frac{١}{س} - ٣س)$ءس $= ٠$

$\int_{0}^{أ} ١ - ٣س^{٢}$.ءس $= ٠$

تابع الحل

١٣) نرتب المعطيات: $\int_{٤}^{٢} هـ(س)$ءس $= ٣$

المطلوب: $\int_{٢}^{٤} ٢ن(س)$ءس $+ ٣\int_{٢}^{٤} هـ(س)$.ءس $+ \int_{٢}^{٤} ٤$.ءس

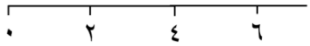
$٢ \times ٥ + ٣ \times ٣ + ٤(٤ - ٢) = ١٠ + ٩ + ٨ = ٢٧$

الجواب فرع د

١٤) $\int_{1}^{هـ} ٢س(هـ^{\frac{١}{س}})$ءس $= \int_{1}^{هـ} ٢س \times \frac{١}{س}$ءس

$= ٢(هـ - ١)$ الجواب فرع جـ

١٥) $\int_{أ}^{٥} [\frac{س}{٢} + ١]$ءس $= ٨$



$ن(س) = \begin{cases} ١ & ، ٠ \leq س < ٢ \\ ٢ & ، ٢ \leq س < ٤ \\ ٣ & ، ٤ \leq س < ٦ \end{cases}$ يحل السؤال بالتجريب

$\int_{٤}^{٥} ن(س) = \int_{٤}^{٥} ٣$.ءس $= ٣ \times$ نحاول مرة اخرى

$\int_{٢}^{٤} ن(س) = \int_{٢}^{٤} ٢$.ءس $+ \int_{٤}^{٥} ٣$.ءس $= ٧ \times$ نحاول مرة اخرى

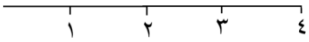
$\int_{٠}^{٥} ن(س) = \int_{٠}^{١} ١ + \int_{١}^{٢} ٢ + \int_{٢}^{٥} ٣ = ٩$

(أ) محصورة في الفترة الاولى و (٥) في االفترة الاخيرة:

$\int_{أ}^{٥} = \int_{أ}^{١} ١ + \int_{١}^{٢} ٢ + \int_{٢}^{٥} ٣ = ٢ - أ + ٤ + ٣ = ٨$

$-أ = -١ \leftarrow أ = ١$ الجواب فرع د

١٦) $\int_{1}^{3} [س + ن]$ءس $= ١٣$



ل = ١

$ن(س) = \begin{cases} ١+ن & ، ١ \leq س < ٢ \\ ٢+ن & ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$

$= \int_{1}^{2} ١ + ن$.ءس $+ \int_{2}^{3} ٢ + ن$.ءس $= ١٣$

$١ + ن + ٢ + ن = ٣ + ٢ن = ١٣$

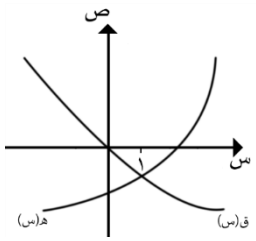
$٢ن = ١٠ \leftarrow ن = ٥$ الجواب فرع جـ

١٧) $\int_{أ}^{ب} ن(س)$ءس $= \int_{-١}^{٢} ن(س)$ءس $+ \int_{٢}^{٥} ن(س)$ءس

$= \int_{-١}^{٥} ن(س)$ءس $\leftarrow أ = -١، ب = ٥$ الجواب فرع أ

SALEEM ALSATEEB

١٨)



$\int_{\text{أ}}^{\text{ب}} \text{ن}'(\text{س})\,d\text{س} = \int_{\text{أ}}^{\text{ب}} ٢\text{س}\,d\text{س}$

$\text{ن}(\text{س}) = \text{س}^{٢} - ٤\text{س} + \text{جـ}$

نجد جـ

$\text{ن}(١) = \text{هـ}(١)$

$١ - ٤ + \text{جـ} = ١ - ٤ \leftarrow \text{جـ} = ٠$

$\text{ن}(٤) = ١٦ - ١٦ = ٠$ الجواب فرع جـ

---

١٩) $\int_{٢}^{١} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} = -\int_{-١}^{٢} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س}$

$= -\left(\int_{-١}^{١} ٢\,d\text{س} + \int_{١}^{٢} ٢\text{س} + ١\,d\text{س}\right)$

$= -((٤ + (٢ + ٤) - (١ + ١)) = -٨$ الجواب فرع جـ

---

٢٠) $\text{ن}(\text{س}) = \text{أ}\,\text{لـو}_{\text{هـ}}(٢\text{س} + ١) + \text{هـ}^{\text{س}-١}$

$\text{ن}'(\text{س}) = \frac{\text{أ} \times ٢}{٢\text{س}+١} + \text{هـ}^{\text{س}-١}$

$\text{ن}'(١) = \frac{\text{أ}٢}{٣} + \text{هـ}^{٠} = \text{أ} - ٢$

$\frac{\text{أ}٢}{٣} + ١ = \text{أ} - ٢ \leftarrow ٣ = \frac{\text{أ}}{٣} \leftarrow ٩ = \text{أ}$ الجواب فرع أ

---

٢١) $\int_{١}^{٢} \sqrt{(٢\text{س} - ٥)^{٢}}\,d\text{س} = \int_{١}^{٢} |٢\text{س} - ٥|\,d\text{س}$

$٢\text{س} - ٥ = ٠ \leftarrow \text{س} = \frac{٥}{٢}$

$\int_{١}^{٢} ٥ - ٢\text{س}\,d\text{س} = ٥\text{س} - \text{س}^{٢}\,]_{١}^{٢}$

$= (١٠ - ٤) - (٥ - ١) = ٦ - ٤ = ٢$ الجواب فرع جـ

---

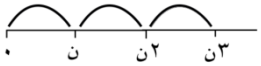
٢٢) $\int_{١}^{\text{هـ}} \frac{-١}{\text{س}}\,d\text{س} = -\text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{س}|\,]_{١}^{\text{هـ}}$

$= (-\text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ}) - (-\text{لـو}_{\text{هـ}}١) = -١$ الجواب فرع جـ

---

٢٣) $\int_{٠}^{٣ن} [\frac{\text{س}}{ن}]\,d\text{س}$ ، ل = ن

$\text{ن}(\text{س}) = \begin{cases} ٠ & ، ٠ \leq \text{س} < ن \\ ١ & ، ن \leq \text{س} < ٢ن \\ ٢ & ، ٢ن \leq \text{س} < ٣ن \end{cases}$



$\therefore \int_{٠}^{٣ن} [\frac{\text{س}}{ن}]\,d\text{س} = \int_{٠}^{ن} ٠\,d\text{س} + \int_{ن}^{٢ن} ١\,d\text{س} + \int_{٢ن}^{٣ن} ٢\,d\text{س}$

$= ٠ + ن + ٢ن = ٣ن$ الجواب فرع أ

---

٢٤) $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} ٢\,\text{جا}\text{س}\,\text{جتا}\text{س}\,d\text{س} = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}} \text{جا}٢\text{س}\,d\text{س} = \left[\frac{-\text{جتا}٢\text{س}}{٢}\right]_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$

$\frac{-\text{جتا}\pi}{٢} + \frac{\text{جتا}٠}{٢} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$ الجواب فرع ب

---

٢٥) $\int \frac{\text{ظتا}^{٢}\text{س} + ١}{\text{ظتا}\text{س}} + \frac{١}{\text{ظتا}\text{س}}\,d\text{س} = \int \text{ظتا}\text{س} + \text{ظا}\text{س}\,d\text{س}$

$= \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{جا}\text{س}| - \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{جتا}\text{س}| + \text{جـ}$

$= \text{لـو}_{\text{هـ}}|\text{ظا}\text{س}| + \text{جـ}$ الجواب فرع أ

---

٢٦) $\int_{١}^{٣} ٢\,d\text{س} \geq -١ = \int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} - ٥ \geq ٠$

$= \int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ٤ - ١ = ٥ \geq ٠$

$\int_{١}^{٣} \text{ن}(\text{س})\,d\text{س} \geq ١ \leftarrow ٥ \leq ٥ - \leq -١$

اصغر قيمة هي -١ ، الجواب فرع ب

---

٢٧) $\text{ن}'(\text{س}) = \text{س} \times \frac{١}{\text{س}} + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س} \times ١ = ١ + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{س}$

$\text{ن}'(\text{هـ}) = ١ + \text{لـو}_{\text{هـ}}\text{هـ} = ١ + ١ = ٢$

$\text{ن}'(١) = ١ + \text{لـو}_{\text{هـ}}١ = ١ + ٠ = ١$

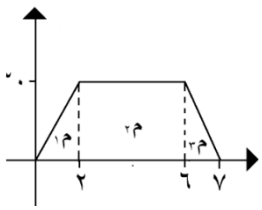
$\therefore \int_{١}^{\text{هـ}} \text{ن}''(\text{س})\,d\text{س} = \text{ن}'(\text{س})]_{١}^{\text{هـ}}$

$= \text{ن}'(\text{هـ}) - \text{ن}'(١) = ٢ - ١ = ١$ الجواب فرع جـ

---

٢٨) المسافة على فترة ← المساحة تحت منحنى السرعة

السرعة على فترة ← المساحة تحت منحنى التسارع



$ع_{١} = ٣٠$

$ع_{٢} = ١٢٠$

$ع_{٣} = ١٥$

المسافة على الفترة [٠ ، ٧]

$= ع_{١} + ع_{٢} + ع_{٣} = ١٦٥$ الجواب فرع أ

---

٢٩) $\int_{٠}^{٣} ع(ن)\,d\text{ن} = \int_{٠}^{٢} ٢ن + ١٠\,d\text{ن} + \int_{٢}^{٣} ٣ن^{٢}\,d\text{ن}$

$= [ن^{٢} + ١٠ن]_{٠}^{٢} + [ن^{٣}]_{٢}^{٣}$

$= (٤ + ٢٠) - (٠ + ٠) + ٢٧ - ٨ = ٢٤ + ١٩ = ٤٣$

الجواب فرع ب

SALEEM ALSATEEB

٣٠) نفرض أن $\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = ب$

$\int_{١}^{٣} ب.ﺩس = ١٢ \leftarrow \frac{٢}{٢}ب = \frac{١٢}{٢} \leftarrow ب = ٦$

$\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = ٦$

$\leftarrow \int_{٥}^{١} ٣ن(س)\,ﺩس = -٣\int_{١}^{٠} ن(س)\,ﺩس = -١٨$

الجواب فرع د

٣١) $\int_{-٢}^{٠} (٢ن(س)+٥)\,ﺩس = ٢\int_{-٢}^{٠} ن(س)\,ﺩس + ٥.ﺩس$

$٢ \times (-١٢ + ١٢ + ٣٢) + ٥(٢+٥)$

$٢(-٥+٣-٢) = ٣٥ + ٨- = ٢٧$

الجواب فرع جـ

٣٢) $\int \frac{جا٢س}{جتاس}\,ﺩس = \int \frac{٢جاس جتاس}{جتاس}\,ﺩس$

$\int ٢جاس\,ﺩس = -٢جتاس + جـ$ الجواب فرع جـ

٣٣) الحل:

ن	ﺩهـ
+ س	ن´(س)
- ١	ن(س)
٠	٢(س)

$= س ن(س) - ٢(س)]_{١}^{٢}$

$= (٢ن(٢) - ٢(٢)) - (٢ن(١) - ٢(١))$

$= (٢ \times ٣ - ٥) - (٢ \times ٢ - ٧) = ١- + ٣ = ٢$

الجواب فرع أ

٣٤) الحل:

$= \int جتا(ظاس) \times قا^{٢} س\,ﺩس$

ص $= ظاس \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = قا^{٢} س \leftarrow ﺩس = \frac{ﺩص}{قا^{٢} س}$

$= \int جتاص\,ﺩص = جاص + جـ = جا(ظاس) + جـ$

الجواب فرع ب

٣٥) الحل:

$(\int_{١}^{٢} ن(س) - لـو_{هـ} س)\,ﺩس)´ = (هـ^{جا\pi س} - \frac{١}{س})\,ﺩس$

$ن(س) - لـو_{هـ} س = هـ^{جا\pi س} \times جتا\pi س \times \pi - ٠$

تعوض س = ١ $ن(١) - لـو_{هـ} ١ = هـ^{جا\pi} \times جتا\pi \times \pi$

$\leftarrow ن(١) = هـ^{٠} \times ١ - \pi$

$\leftarrow ن(١) = -\pi \leftarrow ن(١) = \pi^{٢}$ الجواب فرع ب

٣٦) الحل:

$\int_{-١}^{٠} ن(١-س)\,ﺩس$

ص $= ١-س \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = -١ \leftarrow ﺩس = -ﺩص$

س $= ٠ \leftarrow$ ص $= ١$

س $= -١ \leftarrow$ ص $= ٢$

$\leftarrow \int_{٢}^{١} -ن(ص)\,ﺩص$

$\therefore \int_{٢}^{٤} ن(س)\,ﺩس + \int_{٢}^{١} -ن(ص)\,ﺩص =$

$\int_{١}^{٢} ن(ص)\,ﺩص + \int_{٢}^{٤} ن(س)\,ﺩس = \int_{١}^{٤} ن(س)\,ﺩس$

$\int_{٣}^{١} ن(س-٢)\,ﺩس =$

ص $= س - ٢ \leftarrow \frac{ﺩص}{ﺩس} = ١ \leftarrow ﺩس = ﺩص$

س $= ٣ \leftarrow$ ص $= ١$

س $= ١ \leftarrow$ ص $= ١ - ٢$

$\therefore \int_{١}^{١-٢} ن(ص)\,ﺩص = \int_{١}^{٤} ن(س)\,ﺩس$

$١ - ٢ = ٤ \leftarrow ١ = ٦$ الجواب فرع د

SALEEM ALSATEEB

٣٧) **الحل:**

قانون الاجزاء $\int_{-٢}^{٤} ن.ده = ن \times ه]_{-٢}^{٤} - \int_{-٢}^{٤} ه.دن$

$١٥ = ن(٤) \times ه(٤) - ن(-٢) \times ه(-٢) - \int_{-٢}^{٤} ه.دن$

$١٥ = ٤ \times ٤ - ٢ \times ١ - \int_{-٢}^{٤} ه.دن$

$\leftarrow \int_{-٢}^{٤} ه.دن = ١$ الجواب فرع ب

---

٢ الحل:

$\int_{٠}^{٣} ٣ص^{٢} + ١.دص = ص^{٣} + ص]_{٠}^{٣} = ٣٠$

$\int_{١}^{٣} ٢س + ١.دس = س^{٢} + ١س]_{١}^{٣}$

$= ١٢ + ٨ = ٣٠ \leftarrow ١٢ = ٢٢ \leftarrow ١ = ١١$

---

٣ الحل:

$\int_{-١}^{١} س^{ن+١} دس = \frac{س^{ن+١}}{ن+١}]_{-١}^{١} = \frac{١}{ن+٢} - \frac{(-١)^{ن+٢}}{ن+٢}$

$١ = (-١)^{ن+٢}$

$ن + ٢ =$ عدد زوجي $\leftarrow ن =$ عدد زوجي

---

٤ الحل:

$ل(س) - ٢(س) = ١ \leftarrow \int_{٠}^{٢} \frac{٤س}{١} دس$

$= \frac{٢}{١} س^{٢}]_{٠}^{٢} = \frac{٨}{١} = ٨$

$١ = ١ \leftarrow ل(س) - ٢(س) = ١$

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} ٢(س) جا^{٢} س - ل(س) جا^{٢} س) دس = \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} -١ \times جا^{٢} س دس$

$= \frac{-١}{٢} \int_{٠}^{\frac{\pi}{٤}} (١ - جتا٢س) دس = \frac{-١}{٢} (س - \frac{جا٢س}{٢})]_{٠}^{\frac{\pi}{٤}}$

$\frac{-١}{٢} (\frac{\pi}{٤} - ٠) + \frac{١}{٢} (٠ - \frac{١}{٢}) = \frac{-\pi}{٨} - \frac{١}{٤}$

---

٥ الحل:

$-١ \geq ن(س) - ٢ \geq ١$

$١ \geq ن(س) \geq ٣ \leftarrow ٢ \geq ٢ن(س) \geq ٦$

$١ \geq ٢ن(س) - ١ \geq ٥$

$\int_{٠}^{٥} ١.دس \leq \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٢ن(س)-١} دس < \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٥} دس$

$٥ \leq \int_{٠}^{٥} \frac{١}{٢ن(س)-١} دس \leq ١$

اذا اكبر قيمة =٥ ، واقل قيمة = ١

---

٦ الحل:

$-٣ \geq ن(س) \geq ٢$ ، $س \in [-٢ ، ٤]$

$٠ \geq ن^{٢}(س) \geq ٩$

$١٦ \geq ن^{٢}(س) + ١٦ \geq ٢٥$

$٤ \geq \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦} \geq ٥$

$\int_{-٢}^{٤} ٤.دس \geq \int_{-٢}^{٤} \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦} دس \geq \int_{-٢}^{٤} ٥.دس$

$٣٢ \geq \int_{-٢}^{٤} \sqrt{ن^{٢}(س) + ١٦} دس \geq ٤٠$

$ا = ٣٢$ ، $ب = ٤٠$

اجابات السؤال الثاني :

١ الحل:

$\int \frac{(جتا^{٢}س - جا^{٢}س)^{٢} (١ + \frac{جاس}{جتاس})}{(١ - \frac{جاس}{جتاس})} دس$

$\int \frac{(جتا^{٢}س - جا^{٢}س)^{٢} (\frac{جتاس + جاس}{جتاس})}{(\frac{جتاس - جاس}{جتاس})} دس$

$\int \frac{(جتاس - جاس)^{٢} (جتاس + جاس)^{٢} (جتاس + جاس)}{جتاس - جاس} دس$

$\int (جتاس - جاس)(جتاس + جاس)^{٣} دس$

$ص = جتاس + جاس \leftarrow \frac{دص}{دس} = -جاس + جتاس$

$\leftarrow دس = \frac{دص}{جتاس - جاس}$

$\int (جتاس - جاس)(ص)^{٣} \frac{دص}{جتاس - جاس}$

$\int ص^{٣} دص = \frac{ص^{٤}}{٤} + جـ = \frac{(جتاس + جاس)^{٤}}{٤} + جـ$

SALEEM ALSATEEB

٢ الحل:

$$= \int \frac{\frac{1}{\text{جتا}^2 س}}{\frac{9\text{جا}^2 س}{\text{جتا}^2 س} - \frac{\text{جتا}^2 س}{\text{جتا}^2 س}} \, ds = \int \frac{\text{قا}^2 س}{9\text{ظا}^2 س - 1} \, ds$$

ص = ظاس $\leftarrow \frac{ds}{ds} = \text{قا}^2 س \leftarrow ds = \frac{ds}{\text{قا}^2 س}$

$$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{9ص^2 - 1} \frac{ds}{\text{قا}^2 س} = \int \frac{1}{9ص^2 - 1} \, ds$$

$$\leftarrow \frac{1}{(3ص-1)(3ص+1)} = \frac{أ}{3ص-1} + \frac{ب}{3ص+1}$$

$$\leftarrow 1 = أ(3ص+1) + ب(3ص-1)$$

$$ص = \frac{1+}{3} \leftarrow 1 = 12 \leftarrow أ = \frac{1}{2}$$

$$ص = \frac{1-}{3} \leftarrow 1 = -2ب \leftarrow ب = \frac{1-}{2}$$

$$\therefore \int \frac{\frac{1}{2}}{3ص-1} + \frac{\frac{1-}{2}}{3ص+1} \, ds$$

$$= \frac{1}{2} \text{لـو}_{هـ} |3ص - 1| - \frac{1}{2} \text{لـو}_{هـ} |3ص + 1| + ج$$

$$= \frac{1}{2} \text{لـو}_{هـ} |3\text{ظاس} - 1| - \frac{1}{2} \text{لـو}_{هـ} |3\text{ظاس} + 1| + ج$$

٣ الحل:

$$= \int 2\text{جاس}\text{جتاس} \times \frac{1}{2} \text{لـو}_{هـ} \text{جتاس} \, ds$$

ص = جتاس $\leftarrow \frac{ds}{ds} = -\text{جاس} \leftarrow ds = \frac{ds}{-\text{جاس}}$

$$= \int -ص \text{لـو}_{هـ} ص \, ds$$

ع = لـو ص $\leftarrow dع = \frac{1}{ص} ds$

$$\int ds هـ = \int -ص \, ds \leftarrow هـ = \frac{-ص^2}{2}$$

$$= \frac{-ص^2}{2} \text{لـو}_{هـ} ص + \int \frac{ص}{2} \, ds$$

$$= \frac{-ص^2}{2} \text{لـو}_{هـ} ص + \frac{ص^2}{4} + ج$$

$$= \frac{\text{جتا}^2 س}{2} \text{لـو}_{هـ} \text{جتاس} + \frac{\text{جتا}^2 س}{4} + ج$$

٤ الحل:

$$= \int_{0}^{1} \frac{-8 س^3}{\sqrt{(س-2)^2}} \, ds = \int_{0}^{1} \frac{-8 س^3}{|س-2|} \, ds$$

$$= \int_{0}^{1} \frac{(س-2)(س^2+2س+4)}{|س-2|} \, ds$$

$$= \int_{0}^{1} -(س^2 + 2س + 4) \, ds$$

$$= -\left[-\frac{س^3}{3} + س^2 + 4س \right]_{0}^{1}$$

$$= -(-\frac{1}{3} + 1 + 4) - (0) = \frac{-16}{3}$$

٥ الحل:

$$= \int \frac{2\text{جاس}\text{جتا}2س}{-2\text{جاس}\text{جا}2س} \, ds$$

$$= \int -\text{ظتا}2س \, ds = \frac{-1}{2} \text{لـو}_{هـ} |\text{جا}2س| + ج$$

٦ الحل:

$$ص = \sqrt{1 + هـ^{س}} \Leftarrow ص^2 - 1 = هـ^{س}$$

$$\frac{ds}{ds} = \frac{هـ^{س}}{2\sqrt{1 + هـ^{س}}} \Leftarrow \frac{ds}{ds} = \frac{ص^2 - 1}{ص}$$

$$ds = \frac{ص}{ص^2 - 1} \, . \, ds$$

$$\Leftarrow \int ص \times \frac{ص}{ص^2 - 1} \, . \, ds$$

$ص^2$	$ص^2 - 1$
$-ص^2 + 1$	
1	

$$= \int \frac{ص^2}{ص^2 - 1} \, . \, ds$$

$$= \int 1 + \frac{1}{ص^2 - 1} \, . \, ds$$

$$= \int 1 + \frac{\frac{1}{2}}{ص+1} + \frac{\frac{1}{2}}{ص-1} \, . \, ds$$

$$= ص - \frac{1}{2} \text{لو}|ص + 1| + \frac{1}{2} \text{لو}|ص - 1| + ج$$

$$= \sqrt{1 + هـ^{س}} - \frac{1}{2} \text{لو}|\sqrt{1 + هـ^{س}} + 1| + \frac{1}{2} \text{لو}|\sqrt{1 + هـ^{س}} - 1| + ج$$

٧ الحل:

نفرض ص المضاعف المشترك الاصغر بينهما

$$ص = \sqrt[6]{س}$$

$$ص^6 = س \leftarrow 6ص^5 \, ds = ds$$

$$= \int \frac{ص^3}{ص^2 - 1} 6ص^5 \, ds \leftarrow \int \frac{6ص^8}{ص^2 - 1} \, ds$$

SALEEM ALSATEEB

درجة البسط اكبر (قسمة)

$\leftarrow ٦\int \frac{ص^{٨}}{ص^{٢}-١}\,د ص$

$٦\int (ص^{٦}+ص^{٤}+ص^{٢}+١+\frac{١}{ص^{٢}-١})\,د ص$

$\frac{١}{ص^{٢}-١}=\frac{أ}{ص-١}+\frac{ب}{ص+١}$

$١=أ(ص+١)+ب(ص-١)$

$ص=-١\leftarrow ١=-٢ب$

$ب=\frac{-١}{٢}$

$ص=١\leftarrow ١=٢أ$

$أ=\frac{١}{٢}$

$ص^{٦}+ص^{٤}+ص^{٢}+١$ | $ص^{٨}$

$ص^{٢}+١$ | $ص^{٨}-ص^{٦}$ | $ص^{٦}$

$ص^{٦}-ص^{٤}$ | $ص^{٤}$

$ص^{٤}-ص^{٢}$ | $ص^{٢}$

$ص^{٢}-١$ | ١

$٦\int (ص^{٦}+ص^{٤}+ص^{٢}+١+\frac{\frac{١}{٢}}{ص-١}+\frac{\frac{-١}{٢}}{ص+١})\,د ص$

$٦\int \frac{ص^{٧}}{٧}+\frac{ص^{٥}}{٥}+\frac{ص^{٣}}{٣}+ص$

$+\frac{١}{٢}لـو_{هـ}|ص+١|-\frac{١}{٢}لـو_{هـ}|ص-١|+جـ)$

نعيد ص الى اصلها

---

٨ الحل:

$ص=س^{٢س}\leftarrow \frac{د ص}{د س}=٢هـ^{٢س}\leftarrow د س=\frac{د ص}{٢ص}$

$=\int \frac{ص^{٢}}{٤-٣ص^{٢}}\frac{د ص}{٢ص}=\int \frac{ص}{٤-٣ص^{٦}}د ص$

$=\int \frac{\frac{١}{٤٨}}{\frac{-١}{٦}+٨-٣ص^{٦}}د ص$

$\frac{-١}{٦}ص-\frac{١}{٢٨٨}لـو_{هـ}|٨-٣ص^{٦}|+جـ$

$\frac{-١}{٦}هـ^{٢س}-\frac{١}{٢٨٨}لـو_{هـ}|٨-٣هـ^{٢س}|+جـ$

---

٩ الحل:

$=\int \frac{١}{س^{٢}\sqrt{\frac{٦}{س}-١}}د س$

$ص=\frac{٦}{س}-١\leftarrow \frac{د ص}{د س}=\frac{-٦}{س^{٢}}\leftarrow د س=\frac{س^{٢}}{-٦}.د ص$

$=\int \frac{١}{\sqrt{ص}}\times\frac{١}{-٦}.د ص=\frac{١}{٣}ص^{\frac{١}{٢}}+جـ$

$=\frac{-١}{٣}\sqrt{\frac{٦}{س}-١}+جـ$

---

١٠ الحل:

$\int لـو_{هـ}س\,س^{\frac{-١}{٢}}\,د س$

$ن=لـو_{هـ}س\leftarrow د ن=\frac{١}{س}د س$

$د هـ=\int س^{\frac{-١}{٢}}د س\leftarrow هـ=٢س^{\frac{١}{٢}}$

$=٢س^{\frac{١}{٢}}لـو_{هـ}س-\int ٢س^{\frac{١}{٢}}\times\frac{١}{س}د س$

$=٢س^{\frac{١}{٢}}لـو_{هـ}س-\int ٢س^{\frac{-١}{٢}}د س$

$=٢س^{\frac{١}{٢}}لـو_{هـ}س-٤س^{\frac{١}{٢}}+جـ$

---

١١ الحل:

$=\int \frac{(جاس جتاس)^{٥}}{جتا^{٥}س}\times\frac{١}{جتا^{٢}س}د س$

$=\int (\frac{جاس}{جتاس}-\frac{جتاس}{جتاس})^{٥}\times\frac{١}{جتا^{٢}س}د س$

$=\int (ظاس-١)^{٥}\times قا^{٢}س\,د س$

$ص=ظاس-١\leftarrow \frac{د ص}{د س}=قا^{٢}س\leftarrow د س=\frac{د ص}{قا^{٢}س}$

$=\int ص^{٥}\times قا^{٢}س\frac{د ص}{قا^{٢}س}$

$=\int ص^{٥}د ص\leftarrow \frac{ص^{٦}}{٦}+جـ\leftarrow \frac{(ظاس-١)^{٦}}{٦}+جـ$

---

١٢ الحل:

$\int \frac{٣س^{٢}}{(س^{٣}-٣)(س^{٣}+١)}د س$

نفرض $ص=س^{٣}\leftarrow \frac{د ص}{د س}=٣س^{٢}\leftarrow د س=\frac{د ص}{٣س^{٢}}$

$=\int \frac{٣س^{٢}}{(ص-٣)(ص+١)}\frac{د ص}{٣س^{٢}}=\int \frac{١}{(ص-٣)(ص+١)}د ص$

(اكمل الحل كسور)

---

١٣ الحل:

$\int \frac{جا^{٥}س}{(جتا^{٥}س)}\times\frac{١}{جتا^{٢}س}د س=\int ظا^{٥}س\times قا^{٢}س\,د س$

$ص=ظاس\leftarrow \frac{د ص}{د س}=قا^{٢}س\leftarrow د س=\frac{د ص}{قا^{٢}س}$

$=\int ص^{٥}\times قا^{٢}س\frac{د ص}{قا^{٢}س}=\int ص^{٥}د ص$

$\frac{ص^{٦}}{٦}+جـ=\frac{ظا^{٦}س}{٦}+جـ$

SALEEM ALSATEEB

١٤ الحل:

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}(1-\text{جا}^3 س)}\,ds = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}\,\text{جتا}^2 س}\,ds$$

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}} \times \sqrt{\text{جتا}^2 س}\,ds = \int_{1}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\text{جاس}}\,|\text{جتاس}|\,ds$$

|جتاس| ← اعادة تعريف ولكن لانه في اربع الأول +

$$\int_{1}^{\frac{\pi}{2}} (\text{جاس})^{\frac{1}{2}}\,\text{جتاس}\,ds$$

ص =جاس ← $\frac{ds}{ds}$ =جتاس ← $ds = \frac{ds}{\text{جتاس}}$

س = ٠ ← ص = ٠

س = $\frac{\pi}{2}$ ← ص = ١

$$\int_{0}^{1} ص^{\frac{1}{2}}\,\text{جتاس}.\frac{ds}{\text{جتاس}}$$

$$\left[\frac{2}{3} ص^{\frac{3}{2}}\right]_{0}^{1} = (\frac{2}{3}) - (٠) = \frac{2}{3}$$

١٥ الحل:

$$= \int س^{2}\ \sqrt[3]{\frac{1}{س^3}(٢ س^{2} + ٤)}\,ds$$

تاخذ من الجذر عامل مشترك $\frac{1}{س^3}$ لأنها من مضاعفات قوة القوس.

$$= \int \frac{س^{2}}{س}\ \sqrt[3]{٢ س^{2} + ٤}\,ds$$

$$= \int س\ \sqrt[3]{٢ س^{2} + ٤}\,ds$$

ص = $٢ س^{2} + ٤$ ← $\frac{ds}{ds} = ٤ س$ ← $ds = \frac{ds}{٤ س}$

$$= \int س(ص)^{\frac{1}{3}}.\frac{ds}{٤ س} = \frac{1}{٤}\int ص^{\frac{1}{3}}.ds$$

$$= \frac{٤}{٣}\times ٤ + ج = \frac{3}{16} ص^{\frac{4}{3}} + ج$$

نعيد ص = $\frac{3}{16}(٢ س^{2} + ٤)^{\frac{4}{3}} + ج$

١٦ الحل:

ص =لـو جتاس ← $\frac{ds}{ds} = \frac{-\text{جاس}}{\text{جتاس}} = -\text{ظاس}$

← $ds = \frac{ds}{-\text{ظاس}}$

$$= \int \frac{-1}{ص^2 - ٤}.ds$$

$$\frac{-1}{(ص-٢)(ص+٢)} = \frac{أ}{ص-٢} + \frac{ب}{ص+٢}$$

$-١ = أ(ص+٢) + ب(ص-٢)$

ص = ٢ ← $-١ = ٤أ$ ← $أ = \frac{-1}{4}$

ص = -٢ ← $-١ = -٤ب$ ← $ب = \frac{1}{4}$

$$= \int \frac{\frac{-1}{4}}{ص-٢} + \frac{\frac{1}{4}}{ص+٢}.ds$$

$$= \frac{-1}{4}\text{لـو}_{هـ}|ص-٢| + \frac{1}{4}\text{لـو}_{هـ}|ص+٢| + ج$$

$$= \frac{-1}{4}\text{لـو}_{هـ}|\text{لـو}_{هـ}\text{جتاس}-٢| + \frac{1}{4}\text{لـو}_{هـ}|\text{لـو}_{هـ}\text{جتاس}+٢| + ج$$

١٧ الحل:

$$= \int \left(\frac{(س+٢)^{6}}{س}\right) \times \frac{1}{س^2}.ds$$

ص = $\frac{س+٢}{س} = ١ + \frac{٢}{س}$ ← $\frac{ds}{ds} = \frac{-٢}{س^2}$

← $ds = \frac{-س^2}{٢} ds$

$$= \int ص^{6} \times \frac{-1}{٢}.ds = \frac{-1}{14} ص^{7} + ج$$

$$= \frac{-1}{14}\left(\frac{س+٢}{س}\right)^{7} + ج$$

١٨ الحل:

$$\int \frac{\text{جتا}^3 س}{(١-٢\text{جا}^2 س)+٥\text{جاس}+٢}.ds$$

جتا٢س =جتا^{2}س-جا^{2}س

=١-جا^{2}س-جا^{2}س

= (١-٢قا^{2}س)

$$\int \frac{-\text{جتا}^3 س}{٢\text{جا}^2 س)-٥\text{جاس}-٣}.ds$$

ص =جاس .....

$$= \int \frac{-\text{جتا}^2 س}{٢ص^2 - ٥ص - ٣}.ds = \int \frac{-1}{٢ص^2 - ٥ص - ٣}.ds$$

تابع الحل قسمة طويلة + كسور جزئية

SALEEM ALSATEEB

١٩ الحل:

$$\int_{0}^{1} س^{3} ن'(س^{2}+3)\,ds$$

$$ص = س^{2}+3 \leftarrow \frac{ds}{ds} = 2س \leftarrow ds = \frac{ds}{2س}$$

$$= \int_{3}^{4} \frac{س^{2}}{2} ن'(ص)\,ds = \frac{1}{2}\int_{3}^{4} ص\, ن'(ص)\,ds$$

$$ن = ص - 3 \leftarrow dن = 1.ds$$

$$\int هـ = \int ن'(ص).ds \leftarrow هـ = ن(ص)$$

$$\frac{1}{2}\left[(ص-3)ن(ص)\right]_{3}^{4} - \int_{3}^{4} ن(ص)\,ds$$

$$\frac{1}{2}(ن(4)-0-8) = \frac{1}{2}(4-8) = -2$$

اجابات السؤال الثالث :

١ الحل:

$$ن(س) = أس^{2} + بس + جـ$$

$$ن(0) = 0+0+جـ = 2 \leftarrow جـ = 2$$

$$\therefore ن(س) = أس^{2} + بس + 2$$

$$ن'(س) = 2أس + ب$$

$$ن''(س) = 12 = 6أ \leftarrow أ = 3$$

$$\therefore ن(س) = 3س^{2} + بس + 2$$

$$\int_{1}^{2} ن'(س)\,ds = \int_{1}^{2} 6س + ب\,ds$$

$$= \left[3س^{2} + بس\right]_{1}^{2} = (12+2ب) - (3+ب)$$

$$= 9 + ب = 2 \leftarrow ب = 7$$

$$\therefore ن(س) = 3س^{2} + 7س + 2$$

٢ الحل:

$$\frac{dص}{هـ^{-2ص}} = \frac{(س-1)(س^{2}-س-2)}{س^{2}}.ds$$

$$\int هـ^{-2ص}\, dص = \int \frac{س^{3}-2س^{2}-س-2}{س^{2}}.ds$$

$$\frac{هـ^{2ص}}{2} = \int س - 2 - \frac{1}{س} + 2س^{-2}.ds$$

$$\frac{هـ^{2ص}}{2} = \frac{س^{2}}{2} - 2س - لـو_{هـ}|س| - 2س^{-1} + جـ$$

٣ الحل:

$$\int ن'(ن(س))^{2} \times ن''(س).ds = \int 1.ds$$

$$ص = ن'(س) \leftarrow \frac{dص}{ds} = ن''(س) \leftarrow ds = \frac{dص}{ن''(س)}$$

$$\int ص^{2}.dص = \frac{ص^{3}}{3} = س + جـ$$

$$\frac{(ن'(س))^{3}}{3} = س + جـ$$

نجد جـ $ن'(1) = 0 \leftarrow 0 = 1 + جـ \leftarrow جـ = -1$

$$\frac{(ن'(س))^{3}}{3} = س - 1$$

$$\int ن'(س).ds = \int (3س-3)^{3}.ds$$

$$ن(س) = \frac{(3س-3)^{4}}{3\times 4} + جـ$$

نجد جـ $ن(1) = 1 \leftarrow 1 = 0 + جـ \leftarrow جـ = 1$

$$\therefore ن(س) = \frac{(3س-3)^{4}}{12} + 1$$

٤ الحل:

$$\frac{dص}{ds} = (سص + 2س - ص - 2)$$

$\frac{dص}{ds}$ بدل كلمة ميل المماس

$$= سص - ص + 2س - 2 = ص(س-1) + 2(س-1)$$

$$\frac{dص}{ds} = (س-1)(ص+2)$$

$$\int \frac{dص}{(ص+1)} = \int (س-1).ds$$

$$= لـو_{هـ}|ص+1| = \frac{س^{2}}{2} - س + جـ$$

نعوض $(+4, -3)$ $= لـو_{هـ}1 = 8 - 4 + جـ$

$0 = 4 + جـ \leftarrow جـ = -4$

$$لـو_{هـ}|ص+1| = \frac{س^{2}}{2} - س - 4$$

٥ الحل:

$ت = أ ع^{\frac{1}{3}}$: $ع > 0$ نحول كل ت $= \frac{dع}{dن}$ لانها ضمني

$$\frac{dع}{dن} = أ ع^{\frac{1}{3}}$$

$$\int \frac{dع}{أ ع^{\frac{1}{3}}} = \int dن \leftarrow \int أ^{-1} ع^{-\frac{1}{3}}\, dع = \int dن$$

$$\frac{3}{2} \times أ^{-1} ع^{\frac{2}{3}} = ن + جـ$$

$ن = 0$ ، $ع = 0$

$$0 = 0 + جـ \leftarrow جـ = 0$$

SALEEM ALSATEEB

$\frac{٣}{١٢}ع^{\frac{٢}{٣}} = ن$

$ن = ٣ \ ، \ ع = ٨$

$\frac{٣}{١٢} \times ٤^{٢} = ٣ \leftarrow \frac{٢٠}{١} = ١ \leftarrow ا = ٢$

٦ الحل:

$ت.ع = ١ \ ، \ ع.ع = \int ن = ع^{٢} \leftarrow ن + جـ$

نجد جـ ، $ع(٠) = ٣ \leftarrow ٩ = ٠ + جـ \leftarrow جـ = ٩$

$ع^{٢} = ن + ٩$

$\frac{ف}{ن} = (ن + ٩)^{\frac{١}{٢}} \leftarrow ف = \int (ن + ٩)^{\frac{١}{٢}} ن$

$ف = \frac{٢}{٣}(ن + ٩)^{\frac{٣}{٢}} + جـ$

نجد جـ ،

$ف(٠) = ١٨ \leftarrow ١٨ = \frac{٢}{٣} \times ٢٧ + جـ \leftarrow جـ = ٠$

$ف = \frac{٢}{٣}(ن + ٩)^{\frac{٣}{٢}}$

$ف(٢٧) = \frac{٢}{٣}(٦)^{\frac{٣}{٢}} = ١٤٤$ م/ث

إجابات السؤال الرابع :

١ الحل:

$\frac{ص}{س} = هـ^{جا^{٢}س} \times ٢جاس جتاس + ا \times \frac{جتاس}{جاس} + ٠$

$\left| \frac{ص}{س} \right|_{س=\frac{\pi}{٤}} = هـ^{جا^{٢}\frac{\pi}{٤}} \times جا\frac{\pi}{٤} + ا جتا\frac{\pi}{٤}$

$= هـ^{\frac{١}{٢}} \times ١ + ا = هـ^{\frac{١}{٢}} - ٢$

$\therefore ا = -٢$

٢ الحل:

$ص' = ٢س هـ^{س^{٢}} + هـ^{س^{٢}}$

$ص'' = ٤س هـ^{س^{٢}} + ٢هـ^{س^{٢}} + ٢هـ^{س^{٢}}$

$= ٤س هـ^{س^{٢}} + ٤هـ^{س^{٢}}$

التعويض بـ $ص'' - ٤ص' + ٤ص = ٠$

$= ٤س هـ^{س^{٢}} + ٤هـ^{س^{٢}} - ٤(٢س هـ^{س^{٢}} + هـ^{س^{٢}}) + ٤س هـ^{س^{٢}}$

$= ٤س هـ^{س^{٢}} + ٤هـ^{س^{٢}} - ٨س هـ^{س^{٢}} - ٤هـ^{س^{٢}} + ٤س هـ^{س^{٢}}$

= صفر

إجابات السؤال الخامس :

١ الحل:

نجد معادلة ص١ المارة بالنقطتين (٠ ، ٠) (٢ ، ٤)

$م = \frac{٤-٠}{٢-٠} = ٢ \leftarrow ص - ٠ = ٢(س - ٠) \leftarrow ص_{١} = ٢س$

نجد معادلة ص٢ المارة بالنقطتين(٢ ، ٤) (٦ ، ٠)

$م = \frac{٠-٤}{٦-٢} = -١ \leftarrow ص - ٠ = -١(س - ٦) \leftarrow ص_{٢} = ٦ - س$

نجد تقاطع ق(س) مع ص٢

$\frac{٨}{س} = ٦ - س \leftarrow -س^{٢} + ٦س = ٨$

$\leftarrow س^{٢} - ٦س + ٨ = ٠ \leftarrow (س - ٤)(س - ٢) = ٠$

$\leftarrow س = ٤ ، س = ٢$

$م_{١} = \int_{٠}^{٢} -س + ٦ - ٢س \ ع س = \frac{-٣س^{٢}}{٢} + ٦س \Big]_{٠}^{٢} = ٦$

$م_{٢} = \int_{٢}^{٤} -س + ٦ - \frac{٨}{س} \ ع س = \frac{-س^{٢}}{٢} + ٦س - ٨ لـو_{هـ} |س| \Big]_{٢}^{٤}$

$م_{ك} = م_{١} + م_{٢} = ٦ + ٦ - ٨ لـو_{هـ}٢ = ١٢ - ٨ لـو_{هـ}٢$

٢ الحل:

$ن = ل \leftarrow س^{٢} + ٢ = ٦ \leftarrow س^{٢} = ٤ \leftarrow س = \pm ٢$

$م = ل \leftarrow ٢س - ٢ = ٦ \leftarrow ٢س = ٨ \leftarrow س = ٤$

$هـ = م \leftarrow ١ - س = ٢س - ٢ \leftarrow س = ١$

$م = م_{١} + م_{٢} + م_{٣} = \int_{٠}^{١} (س^{٢} + ٢ - (١ - س)) ع س$

$+ \int_{١}^{٢} (س^{٢} + ٢ - (٢س - ٢)) ع س + \int_{٢}^{٤} (س^{٢} + ٢ - (١ - س)) ع س$

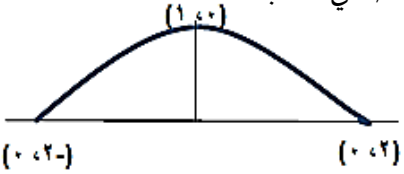
$= (\frac{س^{٣}}{٣} + \frac{س^{٢}}{٢} + س) \Big]_{٠}^{١} + (\frac{س^{٣}}{٣} - س^{٢} + ٤س) \Big]_{١}^{٢}$

$+ (٨س - س^{٢}) \Big]_{٢}^{٤} = \ldots\ldots = \frac{٥٥}{٦}$ وحدة مساحة

٣ الحل:

مساحة المستطيل = ٤ × ٢ = ٨

مساحة القوس : نضع القوس على المستوى الديكارتي ونجد معادلة القطع المكافئ صادي سالب الراس (٠ ، ١)



SALEEM ALSATEEB

جـ = ؟!

$(س - ى)^{٢} = ٤جـ(ص - هـ)$

النقطة (٢ ، ٠) تحقق ← $٤ = -٤جـ \leftarrow جـ = -١$

$\therefore س^{٢} = -٤(ص - ١) \leftarrow ص = -\frac{س^{٢}}{٤} + ١$

مساحة القوس = $\int_{-٢}^{٢} -\frac{س^{٢}}{٤} + ١ . دس = \left[-\frac{س^{٣}}{١٢} + س \right]_{-٢}^{٢}$

$= (-\frac{٢}{٣} + ٢) - (\frac{٢}{٣} - ٢) = \frac{٤}{٣} + \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$

مساحة النافذة = $١٢ + ٢٤ = ٨ + \frac{٨}{٣} = \frac{٣٢}{٣}$

ثانيا عند جـ = ٤ ⇐ الرأس (٠ ، ٤) ⇐ $س^{٢} = ١٦(ص - ٤)$

---

٤ الحل:

مساحة الزجاج = ٤ × ٣

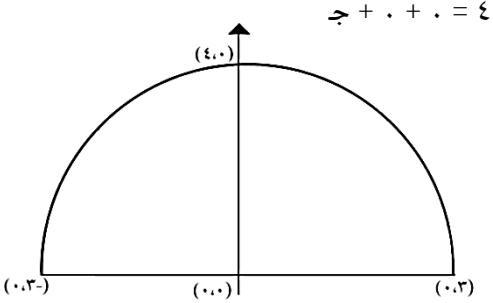
تكلفة الزجاج = ١٢ × ٥٠ = ٦٠٠ دينار

نحتاج معادلة القطع المكافئ

$ص = أ س^{٢} + ب س + جـ$

(٠ ، ٤) ← $٤ = ٠ + ٠ + جـ$

$\boxed{٤ = جـ}$



(٣ ، ٠) ← $٠ = ٩أ + ٣ب + ٤$ ..... (١)

(-٣ ، ٠) ← $٠ = ٩أ - ٣ب + ٤$ ..... (٢)

بحل المعادلتين أ = $\frac{-٤}{٩}$ ، ب = صفر

المعادلة : ص = ٤ - $\frac{٤}{٩} س^{٢}$

المساحة الكلية = $\int_{-٣}^{٣} (٤ - \frac{٤}{٩} س^{٢}) - (٠) . دس = ١٦$

مساحة الخشب = ١٦ - ١٢ = ٤ م

تكلفة الخشب = ٤ × ٨٠ = ٣٢٠ دينار

تكلفة البوابة = ٦٠٠ + ٣٢٠ = ٩٢٠ دينار

٥ الحل:

اقترانات	اعمدة	مساوات
$ص_{١} = ٢ + |س - ١|$	x	$ص_{١} = ص_{٢}$
$ص_{٢} = \frac{-١}{٥} س + ٧$		$٢ + |س - ١| = \frac{-١}{٥} س + ٧$
		$|س - ١| = \frac{-١}{٥} س + ٥$

$|س - ١| = \frac{-١}{٥} س + ٥$

← $س - ١ = \frac{-١}{٥} س + ٥ \leftarrow \frac{٦}{٥} س = ٦ \leftarrow س = ٥$

← $س - ١ = \frac{١}{٥} س - ٥ \leftarrow \frac{٤}{٥} س = -٤ \leftarrow س = -٥$

$م = \int_{-٥}^{٥} ص_{٢} - ص_{١} . دس = \int_{-٥}^{٥} \frac{-١}{٥} س + ٧ - ٢ - |س - ١| .$

$= \int_{-٥}^{٥} \frac{-١}{٥} س + ٥ دس - (\int_{-٥}^{١} ١ - س . دس + \int_{-٥}^{٥} س - ١ . دس)$

$= \left[\frac{-١}{١٠} س^{٢} + ٥س \right]_{-٥}^{٥} - \left[س - \frac{س^{٢}}{٢} \right]_{-٥}^{١} + \left[\frac{س^{٢}}{٢} - س \right]$

$= (-\frac{٥}{٢} + ٢٥) - (-\frac{٥}{٢} - ٢٥)$

$((١ - \frac{١}{٢}) - (-٥) + (\frac{٢٥}{٢} - ٥) - (١ - \frac{١}{٢}))$

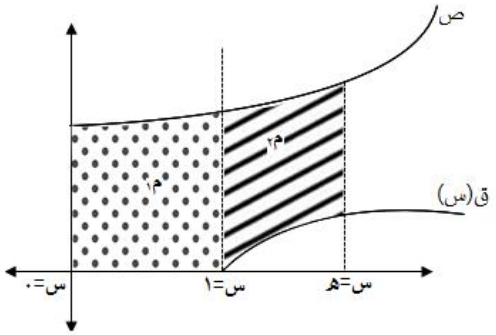
$= (\frac{١}{٢} + \frac{١٥}{٢} + \frac{٣٥}{٢} + \frac{-١}{٢}) - \frac{٥٥}{٢} + \frac{٤٥}{٢}$

$= ٥٠ - ٢٥ = ٢٥$

---

٦ الحل:

الاقترانات	مساوات	
ق(س) = $لـو_{هـ} س$	$ص_{١} = ص_{٢}$	$ص_{١} = ق(س)$
$ص_{١} = هـ^{س}$	$هـ^{س} \neq ٠$	$هـ^{س} \neq لـو_{هـ} س$
$ص_{٢} = ٠$		$ص_{٢} = ق(س)$
الاعمدة		$لـو_{هـ} س = ٠$
س = ٠		س = ١
س = هـ		



$م_{١} = \int_{١}^{هـ} هـ دس - هـ ، ١ - هـ - ١$

SALEEM ALSATEEB

$م_٢ = \int_{١}^{هـ} - لـو س + هـ^{س} \, دس = -س لـو س + س + هـ^{س}]_{١}^{هـ}$

بالاجزاء

$\therefore م = م_١ + م_٢ = ١ + هـ - ١$

$م = م_١ + م_٢ = -هـ + هـ + هـ^{هـ} - ١ - هـ$

$= هـ^{هـ} - ١ - هـ$

---

٧ الحل:

اقترانات	اعمدة	مساوات
$ن(س) = \sqrt{٢ - س}$		$ن(س) = ص_١$
$ص_١ = -س$		$\sqrt{٢ - س} = -س$
$ص_٢ = ٠$		$٢ - س = س^{٢}$
		$س^{٢} + س - ٢ = ٠$
	x	$(س + ٢)(س - ١) = ٠$
		$س = -٢ ، س = ١$ نهمل
		$ن(س) = ص_٢$
		$\sqrt{٢ - س} = ٠ \leftarrow س = ٢$
		$ص_١ = ص_١ \leftarrow س = ٠$

$١٢ = \int_{-٢}^{٠} \sqrt{٢ - س} + س ى س$

$= -\frac{٢}{٣}(٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} + \frac{س^{٢}}{٢} \Big]_{-٢}^{٠}$

$= (-\frac{٢}{٣}\sqrt{٨}) - (٢ + \frac{-١٦}{٣}) = \frac{-٢\sqrt{٨}}{٣} + \frac{١٠}{٣}$

$٢٢ = \int_{٠}^{٢} \sqrt{٢ - س} ى س = -\frac{٢}{٣}(٢ - س)^{\frac{٣}{٢}} \Big]_{٠}^{٢}$

$= ٠ + \frac{٢}{٣}\sqrt{٨}$

$ك_٢ = ١٢ + ٢٢ = \frac{١٠}{٣}$

٨

SALEEM ALSATEEB

SALEEM ALSATEEB

SALEEM ALSATEEB

الدائرة :

- المعادلة بالصورة القياسية :

$(س- د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$

حيث :(د،هـ) : المركز ر : نصف القطر

توجد صورة عامة لمعادلة الدائرة :

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢أس + ٢ب ص + جـ = ٠$

شروط هذه المعادلة :

١) معامل $س^{٢}$ = معامل $ص^{٢}$ = ١

٢) المعادلة = صفر

المركز (-أ ، - ب)

نصف القطر = $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢} - جـ}$

إثبات المركز و نصف القطر :

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$

$س^{٢} - ٢دس + د^{٢} + ص^{٢} - ٢هـ س + هـ^{٢} = ر^{٢}$

$س^{٢} - ٢دس + ص^{٢} - ٢هـ ص + د^{٢} + هـ^{٢} - ر^{٢} = ٠$

نفرض أن :

أ = - د ، ب = - هـ ، جـ = $د^{٢} + هـ^{٢} - ر^{٢}$

$س^{٢} + ٢ أس + ص^{٢} + ٢ب ص + جـ = ٠$

	القياسية	العامة
المركز	(د ، هـ)	(-أ ، -ب)
نصف القطر	ر	$ر^{٢} = د^{٢} + هـ^{٢} - جـ$ $= (-أ)^{٢} + (-ب)^{٢} - جـ$ ر = $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢} - جـ}$

١| جد احداثيات مركز و نصف قطر الدائرة التي معادلتها :

$س^{٢} + ص^{٢} - ٩ = ٨س - ٦ص$

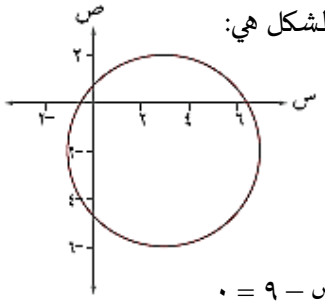
٢| جد احداثيات مركز و نصف قطر الدائرة التي معادلتها :

$٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص - ٢٧ = ٠$

٣| جد قيم الثابت جـ التي تجعل المعادلة

$س^{٢} + ص^{٢} + ٨س - ٤ص + جـ = ٠$ معادلة دائرة.

٤| معادلة الدائرة الممثلة بالشكل هي:



أ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٤ص - ٩ = ٠$

ب) $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٤ص + ٩ = ٠$

جـ) $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٤ص - ٣ = ٠$

د) $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٤ص - ٣ = ٠$

٥| طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$(٢س + ٤)^{٢} + (٢ص - ١٠)^{٢} = ٣٦$ يساوي:

أ) ٣ وحدات ب) ٦ وحدات

جـ) ٧ وحدات د) ٩ وحدات

٦| جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم (ص= -٢) (س = ٥) ، علما بأن طول نصف قطرها ٣ وحدات ؟

٧| جد معادلة الدائرة التي تمس كلاً من المستقيمين س = ٠ ، ص = -٢ ، وتمر بالنقطة(٤ ، ٠) ويقع مركزها في الربع الاول وطول نصف قطرها أكبر من وحدتين.

٨| جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (١ ، -٢) (٤ ، -٣) و يقع مركزها على المستقيم ٣س + ٤ص = ٥ ؟

SALEEM ALSATEEB

٩| جد معادلة الدائرة التي تمس المستقيم ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س في النقطة (٣ ، $\sqrt{٣}$) و يقع مركزها على محور السينات ؟

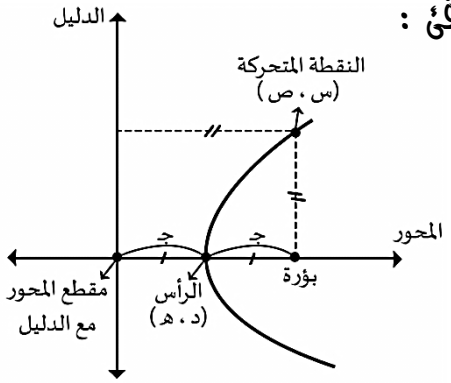
١٠| جد معادلة الدائرة التي طول نصف قطرها ($٢\sqrt{٢}$) سم و تمر بالنقطة (٢ ، ٤) و تمس المستقيم الذي معادلته س – ص -٢ = ٠

١١| جد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الاصل و يقطعها مستقيمان متوازيان طول وتر الاول ٨ وحدات و طول وتر الثاني ٦ وحدات و المسافة بينهما وحدة واحدة

١٢| ما معادلة دائرة تمس المستقيمين س = ١ ، س = ١١ و تمر بالنقطة (٢ ، ١١) ؟

١٣| جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته ص – ٢س = ٤ وتمس محور السينات عند النقطة (١ ، ٠).

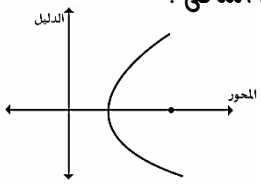
القطع المكافئ :



الصورة القياسية لمعادلة القطع المكافئ :

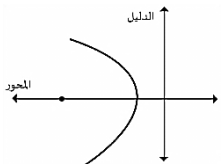
أ) سيني موجب :

(ص – هـ)^{٢} = ٤جـ(س – د)



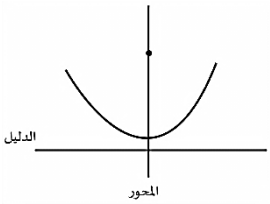
ب) سيني سالب

(ص – هـ)^{٢} = -٤جـ (س – د)



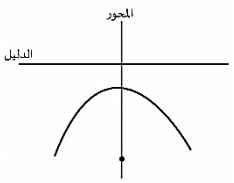
ج) صادي موجب :

(س – د)^{٢} = ٤جـ(ص – هـ)



د) صادي سالب :

(س – د)^{٢} = -٤جـ(ص – هـ)



الصورة العامة :

أ) محوره يوازي محور السينات س = أص^{٢} + ب ص + جـ

ب)محوره يوازي محور الصادات ص = أ س^{٢} + ب س + جـ

١| جد عناصر القطع المكافئ الذي معادلته :

٢ص^{٢} – ١٢ص – ١٦س = ١٤ :

٢| جد معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (٣ ، ٢) و معادلة دليله ص = -٤ ؟

٣| معادلة دليل القطع المكافئ الذي معادلته

ص^{٢} + ٤س – ٨ = ٠ هي:

أ)س = ١ ب)س = ٣

جـ)ص = ١ د)ص = ٣

٤| اذا كانت بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته

(ص + ١)^{٢} = –٨(س + د) هي النقطة(٣ ،-١)، فإن د تساوي

أ)-٥ ب)-٣ جـ)٣ د)٥

٥| جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي الصادات و رأسه يقع على المستقيم ص = س و يمر بالنقطتين (٤ ، ٣) ، (٠ ، ٣) .

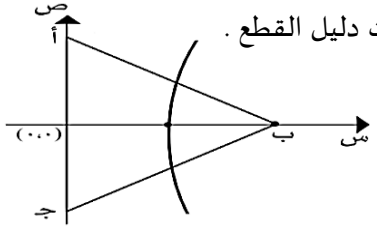
٦| جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقاط (١ ، ٢) (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٨) و محوره يوازي الصادات .

SALEEM ALSATEEB

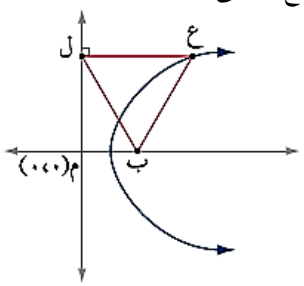
٧| جد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات، وبؤرته النقطة(١ ، ٢) ويمر بالنقطة (٥ ، -١) ويقع رأسه أسفل بؤرته.

٨| جد معادلة القطع المكافئ الذي معادلة محوره س = ٢، ومعادلة دليله ص = ٥، وتبعد بؤرته ٨ وحدات عن دليله، ومفتوح نحو الأسفل.

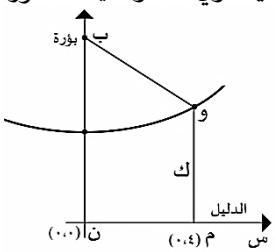
٩| الشكل المجاور قطع مكافئ جد معادلته علما بأن أ ب جـ متطابق الاضلاع طول ضلعه ٤ وحدات و النقطة ب هي بؤرة القطع و محور الصادات دليل القطع .



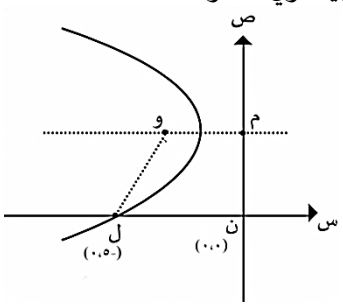
١٠| الشكل يمثل منحنى قطع مكافئ بؤرته النقطة ب، اذا علمت ان المثلث ب ع ل متطابق الأضلاع، طول ضلعه (٤)وحدة، فجد معادلة القطع المكافئ.



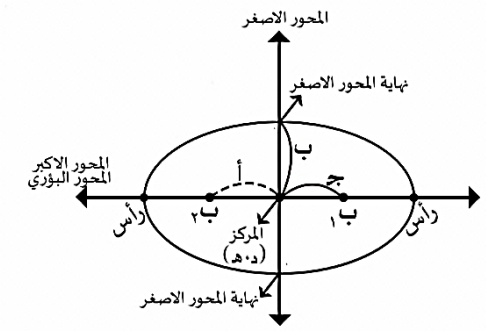
١١| جد معادلة القطع المكافئ المرسوم في الشكل حيث محيط الشكل الرباعي و م ن ب يساوي ٢٢ و دليله محور السينات .



١٢| يمثل الشكل المجاور قطعا مكافئا ، بؤرته النقطة و ، دليله محور الصادات ، جد معادلته ، علما بأن محيط الشكل الرباعي م ن ل و يساوي ١٦ وحدة .

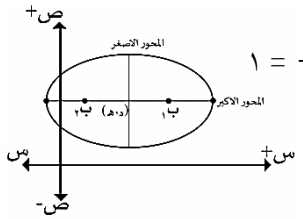


القطع الناقص :



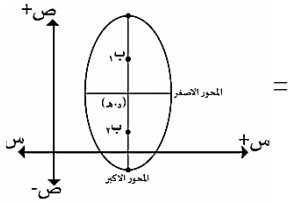
معادلة القطع :

أ) ناقص سيني:



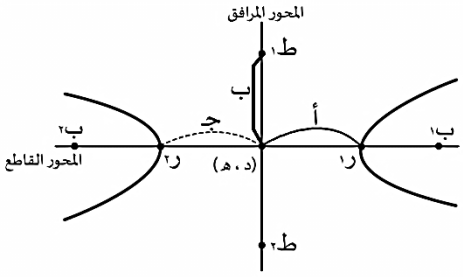
$$\frac{(س-د)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

ب) ناقص صادي:



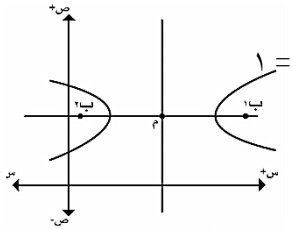
$$\frac{(ص-هـ)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(س-د)^{٢}}{ب^{٢}} =$$

القطع الزائد :



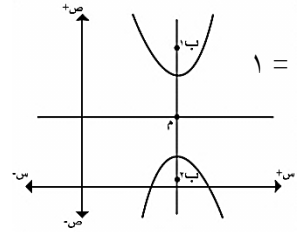
معادلة القطع:

أ) زائد سيني :



$$\frac{(س-د)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

ب) زائد صادي :



$$\frac{(ص-هـ)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(س-د)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

SALEEM ALSATEEB

١ جد عناصر القطوع المخروطية التالية :

أ| ٤س^{٢} – ص^{٢} +١٦س – ١٠ص – ١٧ = ٠

ب| س^{٢} + ٤ص^{٢} +٦س = ٨ص +٢٣

---

٢ أ س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٣٦ تمثل معادلة قطع ناقص مساحته ٦π وحدة مربعة فإن قيمة أ تساوي :

أ) ٢ ب) ٤

ج) ٢٤ د) ١٢

---

٣ قطع مخروطي معادلته

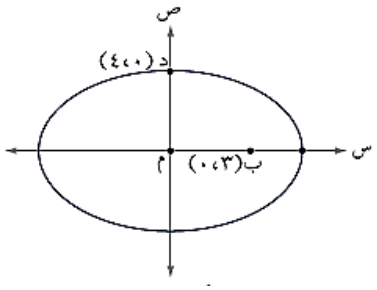
٩(س + ١)^{٢} + ١٦(ص – ٢)^{٢} = –١٤٤، فإن اختلافه المركزي يساوي:

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٥}{٤}$

---

٤ الشكل يمثل منحنى قطع ناقص مركزه نقطة الأصل، واحدى بؤرتيه النقطة ب(٣ ، ٠)، واحدى نهايتي محوره الأصغر النقطة د(٠ ، ٤). فإن طول محوره الأكبر يساوي:

أ) ١٢ ب) ١٠ ج) ٧ د) ٥



---

٥ مساحة القطع الناقص الذي معادلته

٤س^{٢} + ٩ص^{٢} = ٣٦ بالوحدات المربعة يساوي:

أ) ٥π ب) ٦π ج) ١٣π د) ٣٦π

---

٦ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه النقطتان ب$_{١}$(-٢، ٣) ، ب$_{٢}$(-٢ ، ٩)، وطول محوره الأكبر ١٢ وحدة.

---

٧ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٢ ، ٣) و إحدى بؤرتيه النقطة (-١ ، ٣) و طول محوره الاكبر يساوي (٢ $\sqrt{١٠}$) وحدة .

---

٨ جد معادلة القطع الناقص الذي يمس كلا من المستقيمات: س = ٨ ، س = -٢ ، ص = ٩، ص = ١.

---

٩ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (١ ، ٢) و بؤرته (٦ ، ٢) و يمر بالنقطة (٤ ، ٦) .

---

١٠ جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما (١ ، ٢) (١ ، -٨) و يقع رأسه على محور السينات .

---

١١ أكتب معادلة القطع الذي رأساه (٣ ، -١٠) (٣ ، ٨) و اختلافه المركزي $\frac{٢}{٣}$.

---

١٢ جد معادلة القطع الذي مركزه (٢ ، -٣) و أحد رأسيه النقطة (٥ ، -٣) و اختلافه المركزي هـ = ٢ .

---

١٣ جد معادلة القطع الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه تقعان على محور الصادات، وطول محوره المرافق ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة ، واختلافه المركزي ٣.

---

١٤ جد معادلة القطع الذي اختلافه المركزي ($\frac{\sqrt{٢١}}{٣}$) و يمر بالنقطة (-٤ ، -٣) و مركزه يقع على المستقيم (س=٢) و بؤرته على المستقيم (ص = ٣) .

---

١٥ جد معادلة القطع الذي يمر بالنقطة(-٨ ، ٣) ويقع مركزه على المستقيم س = ٢، وبؤرتاه تقعان على المستقيم الذي معادلته

ص = ٣ واختلافه المركزي ٠,٦

---

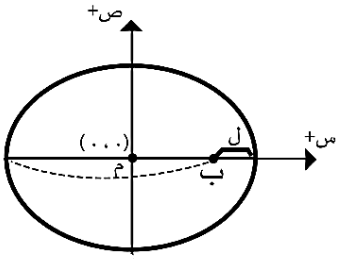
١٦ جد معادلة القطع الناقص الذي احد رؤوسه النقطة(٤ ، ١)، والبؤرة القريبة من هذا الرأس هي النقطة (٢ ، ١) واختلافه المركزي ٠,٥.

---

١٧ جد معادلة القطع الذي اختلافه المركزي (٢.٥) و أحد رأسيه النقطة (٠ ، -١) و البؤرة القريبة من هذا الرأس (٣ ، -١) .

SALEEM ALSATEEB

١٨ في القطع الناقص في الشكل ، (ل) المسافة بين إحدى البؤرتين و الرأس القريب منها (م) المسافة بين البؤرة نفسها و الرأس البعيد عنها و كان $\frac{ل}{م} = \frac{١}{٥}$ و طول المحور الاصغر $٤\sqrt{٥}$ ، جد كلا مما يلي :

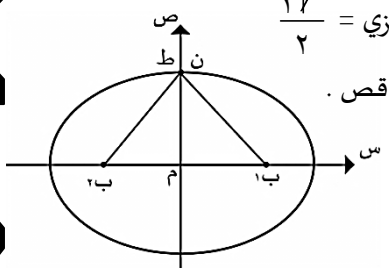


١) احداثيات البؤرتين.
٢)احداثيات الرأسين.
٣)معادلة القطع .
٤) الاختلاف المركزي .

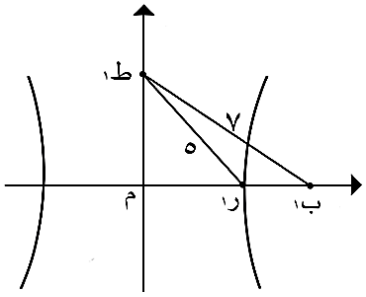
١٩ الشكل المجاور يمثل قطع ناقص بؤرتاه ب١(٦ ، ٠) ،ب٢(-٦ ، ٠) ، النقطة ن تقع على منحنى القطع حيث الزاوية ب١ ن ب٢ = ١٢٠° :

١) اثبت ان اختلافه المركزي = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٢) جد معادلة القطع الناقص .



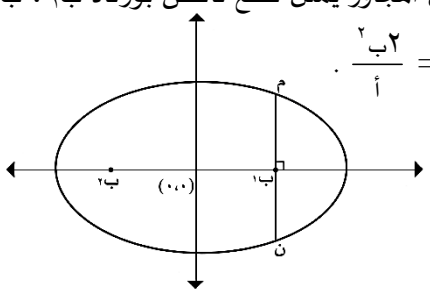
٢٠ جد الاختلاف المركزي للقطع الزائد المرسوم في الشكل المجاور .



٢١ قطع زائد مركزه (٠ ، ٠) و بؤرتاه على محور السينات و يمس المستقيم ص = $\sqrt{٣}$ س – ٢ عند النقطة (٢ ، $٤\sqrt{٣}$) ، أوجد معادلته .

٢٢ الشكل المجاور يمثل قطع ناقص بؤرتاه ب١ ، ب٢

بين أن م ن = $\frac{٢ب^{٢}}{أ}$.



٢٣ نقطة تتحرك على منحنى قطع ناقص فإذا كان أقرب مسافة عن احدى البؤرتين = ن ، و أبعد مسافة عن هذه البؤرة = م ، أثبت أن :

١) ب = $\sqrt{\text{م ن}}$ ٢) $\frac{م}{ن} = \frac{١+هـ}{١-هـ}$ ، هـ: الاختلاف المركزي

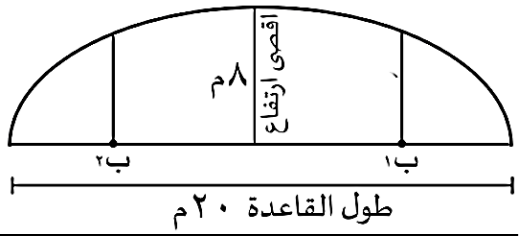
٢٤ لمعادلة القطع الناقص $\frac{(س-ل)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-ك)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

أثبت أن $ب^{٢} = أ^{٢}(١-هـ^{٢})$ حيث هـ:الاختلاف المركزي للقطع الناقص.

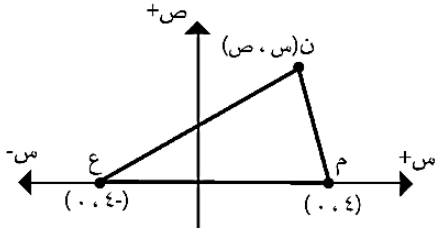
٢٥ قطعان مخروطيان أحدهما زائد و الاخر ناقص لهما نفس المركز و رأسا القطع الزائد هما بؤرتا القطع الناقص و كان طول المحور المرافق يساوي طول المحور الاصغر اذا كان هـ١ هو الاختلاف المركزي للقطع الناقص و هـ٢ الاختلاف المركزي للقطع الزائد ، أثبت ان هـ١ × هـ٢ = ١ .

٢٦ في القطع الناقص برهن أن : $جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}$

٢٧ أقيم جسر على هيئة نصف قطع ناقص كما في الشكل المجاور طول قاعدته (٢٠ م) و أقصى ارتفاع له (٨م) أسند الجسر بعمودين عند البؤرتين . جد ارتفاع كل من العمودين .



٢٨ في الشكل المجاور اذا تحركت النقطة ن(س ، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يكون ن م + ن ع + م ع = ٢٨ جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص) .



SALEEM ALKATEEB

٢٩ قطع ناقص بؤرتاه م(٢ ، ٥) ، ن (٢ ، ٩) و النقطتين ل ، و تقعان على منحنى القطع في جهتين مختلفتين حيث محيط الشكل م ل ن و = ١٦ وحدة ، ما معادلة القطع .

دمج القطوع :

١ قطع مكافئ يقع رأسه على مركز القطع الزائد الذي معادلته $\frac{٩}{٢}$ (س – ١) ^{٢} – ٨(ص – ٢) ^{٢} = ٧٢ ، وبؤرته (١ ، ٣) ، فإن معادلة محور تماثل القطع المكافئ هي:

أ)س = ١ ب)س = -١

ج)ص = ٢ د)ص = -٢

٢ اكتب معادلة القطع الناقص الذي مركزه رأس القطع المكافئ س ^{٢} = - ٤ ص ، و اختلافه المركزي $\frac{١}{٣}$ و المسافة بين طرفي محوريه الأكبر و الأصغر = $\sqrt{١٥٣}$ ، علما بأن محوره الأكبر

٣ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة(١ ، ١)، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ (ص – ١) ^{٢} – ١٢س = ٠ ، وطول محوره الأصغر يساوي (١٠) وحدات.

٤ جد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسيه مركز الدائرة التي معادلتها (٢س – ٨) ^{٢} + (٢ص – ٦) ^{٢} = ١٦ ، وطول محوره المرافق يساوي قطر هذه الدائرة، ومركزه يقع على المستقيم الذي معادلته س = -١.

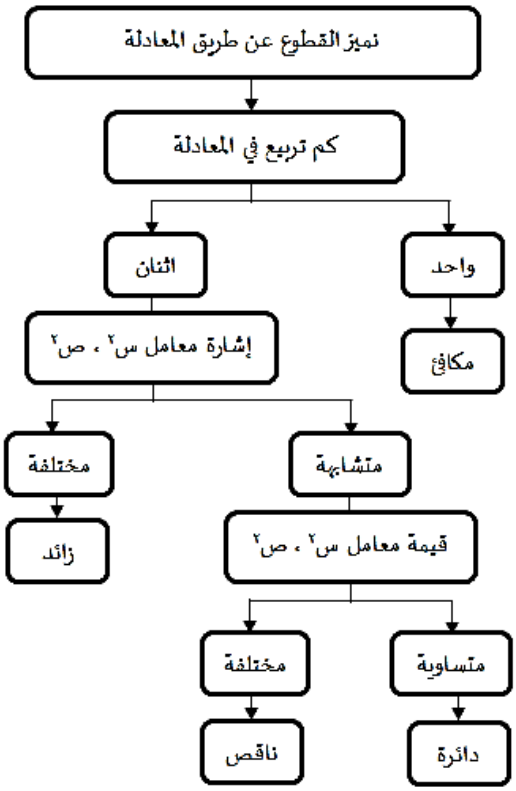
٥ قطعان مخروطيان أحدهما قطعا ناقصا ٥س ^{٢} +ص ^{٢} = ٢٠ جد معادلة القطع الزائد بحيث يمر بؤرتي القطع الاخر.

٦ ما معادلة القطع المكافئ الذي دليله محور السينات و بؤرته في مركز القطع المخروطي الذي مادلته :

٣ص ^{٢} – ٢س ^{٢} + ١٢ص + ٤س – ١٣ = ٠ .

٧ قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلته

ل س ^{٢} – ك ص ^{٢} = ٩٠ ، وطول محوره القاطع (٦ $\sqrt{٢}$)وحدة، وبؤرتاه تنطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته ٩س ^{٢} + ١٦ص ^{٢} = ٥٧٦ ،جد قيمة كل من ل ، ك حيث ل، ك أعداد حقيقية.



٨ نوع القطع المخروطي الذي معادلته ٤ص ^{٢} = ٢س ^{٢} + ٢٠ ، هو:

أ) دائرة ب) مكافئ

ج) ناقص د) زائد

٩ جد قيمة ن التي تجعل القطع

٢س ^{٢} + ن ص ^{٢} + ٤ص – ٥س – ٧ = ٠ .

أ) قطع مكافئ

ج) دائرة

ج) قطع ناقص

د) قطع زائد

SALEEM ALKATEEB

١٠ تتحرك النقطة ن (س ، ص) على منحنى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلة $\frac{س^٢}{ل-٣} + \frac{ص^٢}{ل+٢} = ١$ ، ل ثابت ، جد قيم الثابت ل التي تجعل القطع :

أ) زائد ب) ناقص

---

١١ تتحرك النقطة ن (س ، ص) على منحنى بحيث يتحدد موقعها بالمعادلة $\frac{س^٢}{ل} + \frac{ص^٢}{١٦-ل} = ١$ ، ل ثابت

. < ل < ١٦ ، فإن المحل الهندسي لحركة النقطة ن يمثل :

أ) مكافئ ب) زائد

ج) ناقص د) دائرة

---

١٢ في المعادلة $\frac{س^٢}{ل-٢} + \frac{ص^٢}{ل-٥} = ١$ ، جد ل حتى تمثل هذه المعادلة قطع زائد :

أ) ٢ < ل > ٥ ب) ل < ٢ ، ل > ٥

ج) – ٥ <ل < - ٢ د) ل < - ٥ ، ل > - ٢

---

١٣ اذا كانت المعادلة : ك $س^٢$ + ٥$ص^٢$ = ١٧ تمثل قطع ناقص محوره الاكبر لمحور السينات أثبت أن :

ك = $\frac{١٧}{ب^٢ + جـ^٢}$.

المحل الهندسي :

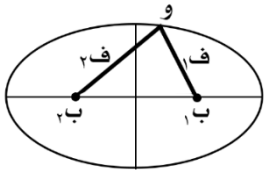
الدائرة: هي المحل الهندسي الذي ترسمه لنقطة (س،ص) تتحرك بحيث يكون بعدها عن نقطة تسمى المركز مقدار ثابت يسمى نصف القطر.

ف (س ،) ⇔ (د ،) = ر

القطع المكافئ : هو المحل الهندسي للنقطة ن (س ، ص) المتحركة في المستوى التي يكون بعدها عن نقطة ثابتة (ب) تسمى البؤرة مساويا دائما لبعدها عن مستقيم معلوم (ل) يسمى الدليل لا يحوي النقطة (ب) .

ف (س ،) ↔ بؤرة = ف (س ،) ↔ دليل

القطع الناقص : هو المحل الهندسي للنقطة ق(س ، ص) المتحركة في المستوى التي يكون فيها مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين ب١ ، ب٢ (تسميان البؤرتين) يساوي مقدار ثابت (طول المحور الاكبر).

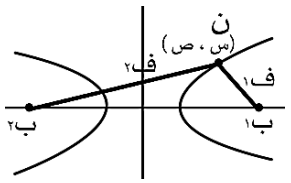


وب١ + وب٢ = ٢أ

أو : ف١ + ف٢ = ٢أ

ف (س ،) ↔ ب١ + ف (س ،) ↔ ب٢ = ٢أ

القطع الزائد : هو المحل الهندسي للنقطة (س ، ص) المتحركة في المستوى التي يكون الفرق المطلق بين بعدها عن نقطتين ثابتتين : ب١ ، ب٢ (تسميان البؤرتين) يساوي مقدار ثابت (طول محور القاطع).



|ن ب١ – ن ب٢| = ٢أ

أو |ف١ – ف٢| = ٢أ

| ف (س ،) ↔ ب١ – ف (س ،) ↔ ب٢ | = ٢أ

١ جد معادلة المحل الهندسي الذي ترسمه النقطة المتحركة ن (س ، ص) تتحرك في مستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٣ ، ٥) يساوي ٧ وحدات .

---

٢ أوجد معادلة المحل الهندسي الذي تتحرك عليه النقطة ن (س ، ص) بحيث بعدها عن النقطة (-٢ ، ٣) يساوي بعدها عن المستقيم س = ٦ ؟

---

٣ جد معادلة القطع المخروطي الذي فيه النقطة ن(س ، ص) تتحرك بحيث يكون مجموع بعدها عن نقطتين (٢، ١) ، (١٠ ، ١) يساوي ١٠ .

---

٤ جد معادلة القطع المخروطي الذي فيه النقطة ن(س ، ص) تتحرك بحيث يكون الفرق المطلق بين بعدها عن نقطتين ثابتتين (-١ ، ٢) ، (٩ ، ٢) يساوي مقدار ثابت هو (٨) .

SALEEM ALSATEEB

٥| تتحرك النقطة ن(س ،ص) في الربعين الاول والثالث من المستوى الإحداثي، حيث تبقى على بعدين متساويين من المحورين الإحداثيين. إن معادلة المحل الهندسي للنقطة ن هي:

أ) ص = س ^{٣} ب) س = ص ^{٣}

جـ) ص = −س د) ص = س

٦| جد معادلة المحل الهندسي للنقطة د(س ، ص) المتحركة في المستوى، التي يكون بعدها عن النقطة هـ(٥ ، ٣) مساوياً دائماً لمثلي بعدها عن المستقيم الذي معادلته ص = ٤ ، و ما نوع القطع الناتج .

٧| جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س ، ص) التي تتحرك في المستوى بحيث يكون بعدها عن النقطة (٠ ، ٢) الى بعدها عن المستقيم ص − ٥ = ٠ بنسبة ١ : ٣ .

٨| اثبت ان معادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) و نصف قطرها (ر) يعطى بالعلاقة (س − د)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = ر^{٢}

٩| اثبت ان معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته (جـ ، ٠) و معادلة دليله س = - جـ و رأسه هو نقطة الاصل تعطى بالعلاقة ص^{٢} = ٤ جـ س .

١٠| اثبت ان معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (± جـ ، ٠) و طول محوره الاكبر ٢ أ ، يعطى بالعلاقة :

$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١$ ، حيث أن ب^{٢} = أ^{٢} − جـ^{٢} .

١١| اذا كانت النقطة و(س ، ص) تتحرك في المستوى البياني وفق المعادلات التالية ، أوجد معادلة المسار و بين نوعه :

أ| س = ٥ + ٣جا هـ / ص = ٢ + ٢جتا هـ

ب| س = ٥ + جان + جتان / ص = جا٢ن

جـ| س = جا هـ − جتا هـ + ١ /ص = ٢ $\sqrt{\text{جا}^{٢}\text{هـ} + \text{جتا}^{٢}\text{هـ}}$ − ٢

د| س = جتا٢ن / ص = ٣جان

هـ| س = ن + $\frac{١}{\text{ن}}$ / ص = ن - $\frac{١}{\text{ن}}$

و| ن = ٢ لـو$_{\text{هـ}}$ س / ص = $\sqrt{١ - \text{هـ}^{\text{ن}}}$

حل الاسئلة :

الدائرة :

١| **الحل:**

نكتب المعادلة على الصورة العامة :

س^{٢} + ص^{٢} − ٨س − ٦ص − ٩ = ٠

المركز $(\frac{-٨}{٢}، \frac{-٦}{٢}) = (٤، ٣)$

نوه= $\sqrt{(٤)^{٢} + (٣)^{٢} - ٩^{-}}$

= $\sqrt{١٦ + ٩ + ٩} = \sqrt{٣٤}$ وحدة طول

٢| **الحل:**

نكتب المعادلة على الصورة القياسية :

٣س^{٢} + ٣ص^{٢} + ٦ص − ٢٧ = ٠ نقسم على ٣

س^{٢} + ص^{٢} + ٢ص − ٩ = ٠

المركز (٠ ، -١)

نوه= $\sqrt{(٠)^{٢} + (-١)^{٢} - ٩^{-}} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

٣| **الحل:**

بما ان س^{٢} + ص^{٢} + ٨س − ٤ص+جـ = ٠ معادلة دائرة فإن

$(\frac{-أ}{٢})^{٢} + (\frac{-ب}{٢})^{٢} - جـ$ > صفر

مركز الدائرة (-٤ ، ٢)

أ = ٨ ← $\frac{-أ}{٢}$ = −٤

ب = −٤ ← $\frac{-ب}{٢}$ = ٢

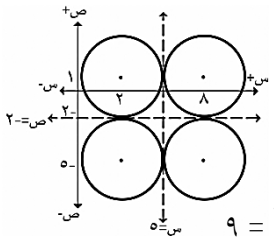
∴ (−٤)^{٢} + (٢)^{٢} − جـ > ٠

١٦ + ٤ > جـ ← جـ < ٢٠ ← قيم جـ = (−∞ ، ٢٠)

٤| د) س^{٢} + ص^{٢} − ٦س + ٤ص − ٣ = ٠

٥| أ) ٣ وحدات

٦| الحل:



معادلة الدائرة :

- (س − ٨)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ٩
- (س − ٢)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ٩
- (س − ٨)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٩
- (س − ٢)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٩

SALEEM ALKHATEEB

٧ الحل:

معادلة الدائرة هي $(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$

$د = ر \leftarrow هـ = ر - ٢$

$\therefore (س - ر)^{٢} + (ص - ر + ٢)^{٢} = ر^{٢}$

بما ان (٤ ، ٠) تقع على الدائرة

$\leftarrow \therefore (٤ - ر)^{٢} + (-ر + ٢)^{٢} = ر^{٢}$

ومنه

$ر^{٢} - ١٢ر + ٢٠ = ٠ \leftarrow (ر - ١٠)(ر - ٢) = ٠$

$\therefore ر = ١٠$ أو $ر = ٢$ ترفض

عندما $ر = ١٠ \leftarrow$ المركز (١٠ ، ٨) $\leftarrow$ معادلة الدائرة

$(س - ١٠)^{٢} + (ص - ٨)^{٢} = ١٠٠$

---

٨ الحل:

$س^{٢} + ص^{٢} + ٢أس + ٢ب ص + جـ = ٠$

المركز (-أ ، -ب) يحقق معادلة المستقيم : ٣س+٤ص = ٥

$-٣ أ - ٤ب = ٥$ **١**

النقطة (١،-٢) تحقق المعادلة : $١ + ٤ + ٢أ - ٤ب + جـ = ٠$

$٢أ - ٤ب + جـ = -٥$ **٢**

النقطة (٤ ، -٣) تحقق المعادلة: $١٦+٩+٨أ - ٤ب + جـ = ٠$

$٨أ - ٦ب + جـ = -٢٥$ **٣**

من المعادلة **٢** و **٣** تحذف جـ :

$٢أ - ٤ب + جـ = -٥$

$+ \quad -٨أ + ٦ب + جـ = ٢٥$

$-٦أ + ٢ب = ٢٠$ **٤**

من المعادلة **١** و **٤** نحذف ب فذلك من خلال ضرب

المعادلة **٢** بالعدد (٢) :

$-٣ أ - ٤ب = ٥$

$+ \quad -١٢ أ + ٤ب = ٤٠$

$-١٥ أ = ٤٥ \Leftarrow$ **أ = - ٣**

بالتعويض بالمعادلة **١**: $(٩ - ٤ب = ٥) \Leftarrow$ **ب = ١**

بالتعويض بالمعادلة **٢**: $(-٦ - ٤ + جـ = ٥) \Leftarrow$ **جـ = ٥**

معادلة الدائرة : $س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٢ص + ٥ = ٠$

---

٩ الحل:

$(س - د)^{٢} + (ص - ٠)^{٢} = ر^{٢}$

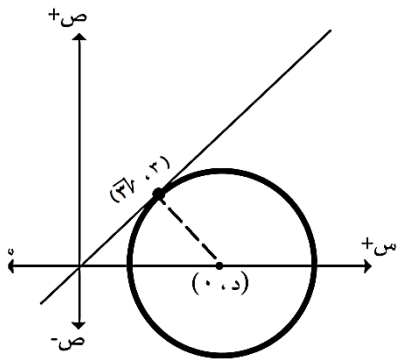
النقطة (٣ ، $\sqrt{٣}$)

تحقق المعادلة : $(٣ - د)^{٢} + ٣ = ر^{٢}$ **١**

المسافة بين المركز و المستقيم تساوي نصف القطر

$ص - \frac{١}{\sqrt{٣}} س = ٠$

$ر = \frac{\left| \frac{١ \times د}{\sqrt{٣}} - ٠ \right|}{\sqrt{١ + \left(\frac{١}{\sqrt{٣}} \right)^{٢}}}$



$ر = \frac{\left| \frac{د}{\sqrt{٣}} \right|}{\frac{١}{\sqrt{٣}}} = \frac{د}{٢}$

$د = ٢ر \Leftarrow (٣ - ٢ر)^{٢} + ٣ = ر^{٢}$

$\Leftarrow ٩ - ١٢ر + ٤ر^{٢} + ٣ = ر^{٢}$

$\Leftarrow ٣ر^{٢} - ١٢ر + ١٢ = ٠ \Leftarrow ر^{٢} - ٤ر + ٤ = ٠$

$\Leftarrow (ر - ٢) (ر - ٢) = ٠$

$ر = ٢ \ ، \ د = ٤$

معادلة الدائرة : $(س - ٤)^{٢} + ص^{٢} = ٤$

---

١٠ الحل:

نفرض ان مركز الدائرة (د ، هـ)

بعد النقطة (د ، هـ) عن المستقيم س - ص - ٢ = ٠

يساوي $\frac{|د - هـ - ٢|}{\sqrt{٢}} = ٢ \sqrt{٢} \Leftarrow |د - هـ - ٢| = ٤$

أما $د - هـ - ٢ = ٤$ أو $د - هـ - ٢ = -٤$

$د - هـ = ٦$ أو $د - هـ = -٢$

$د = ٦ + هـ$ أو $د = -٢ + هـ$

كذلك :

$\sqrt{٢} = \sqrt{(د - ٢)^{٢} + (هـ - ٤)^{٢}} = ٢ \sqrt{٢}$

$(د - ٢)^{٢} + (هـ - ٤)^{٢} = ٨$

$(هـ - ٤)^{٢} + (هـ - ٤)^{٢} = ٨ \Leftarrow ٢ (هـ - ٤)^{٢} = ٨$

$(هـ - ٤)^{٢} = ٤$

SALEEM ALSATEEB

هـ – ٤ = ٢ ⟸ هـ = ٦

هـ – ٤ = -٢ ⟸ هـ = ٢

د = -٢ + هـ ⟸ د = ٤ أو د = .

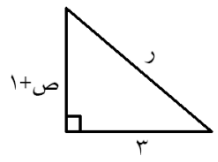
المركز: (. ، ٢) ، (٤ ، ٦)

معادلة الدائرة : (س -٤)^{٢} + (ص – ٦)^{٢} = ٨

أو : س^{٢} + (ص – ٢)^{٢} = ٨

---

١١ الحل:

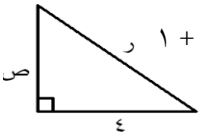


ر^{٢} = ١٦ + ص^{٢}

ص = $\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$

ر^{٢} = ٩ + (ص + ١)^{٢}

ر^{٢} = ٩ + ($\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$ + ١)^{٢}



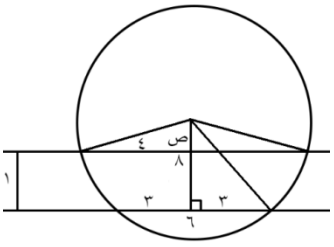
ر^{٢} = ٩ + ر^{٢} - ١٦ +٢ $\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$ + ١

. = -٦ + ٢ $\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$

٢ $\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$ = ٦ ⟸ $\sqrt{ر^{٢} - ١٦}$ = ٣

ر^{٢} – ١٦ = ٩ ⟸ ر^{٢} = ٢٥ ⟸ ر = ± ٥

معادلة الدائرة : (س – .)^{٢} + (ص – .)^{٢} = ٢٥



---

١٢ الحل:

نرسم أولا كي نجد ر ، $\frac{١}{٢}$ المركز

٢ر = ١١ – ١ = ١٠ ⟸ ر = ٥

المركز: ($\frac{١١+١}{٢}$ ، هـ) ⟸ (٦ ، هـ)

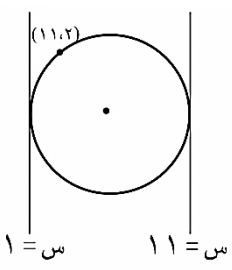
(س – ٦)^{٢} + (ص – هـ)^{٢} = ٢٥

(٢ ، ١١) ← ١٦ + (١١ – هـ^{٢}) = ٢٥

هـ^{٢} – ٢٢هـ + ١١٢ = .

(هـ – ١٤)(هـ – ٨) = .

هـ = ١٤	هـ = ٨



المركز الاول (٦ ، ١٤)

(س – ٦)^{٢} + (ص – ١٤)^{٢} = ٢٥

المركز الثاني (٦ ، ٨)

(س – ٦)^{٢} + (ص – ٨)^{٢} = ٢٥

---

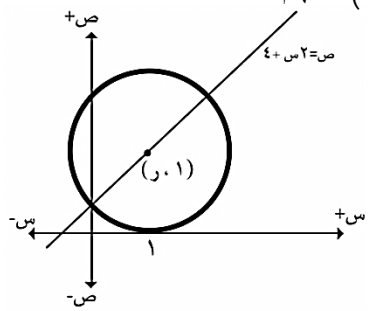
١٣ الحل:

(س – ١)^{٢} + (ص – ر)^{٢} = ر^{٢}

المستقيم ص = ٢س + ٤ يمر بالنقطة (١ ، ر)

ر = ٢ + ٤ ⟸ ر = ٦

(س – ١) + (ص – ٦)^{٢} = ٣٦



القطع المكافئ :

١ الحل:

٢ص^{٢} – ١٢ص = ١٦ س + ١٤

ص^{٢} – ٦ص = ٨س + ٧

ص^{٢} – ٦ص + ٩ = ٨س + ١٦

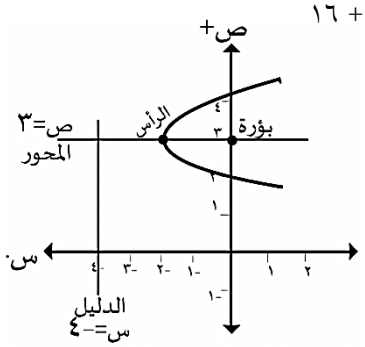
(ص – ٣)^{٢} = ٨(س + ٢)

أ : (-٢ ، ٣)

ب : (. ، ٣)

جـ : س = -٤

د : ص = ٣هـ : (-٤ ، ٣)

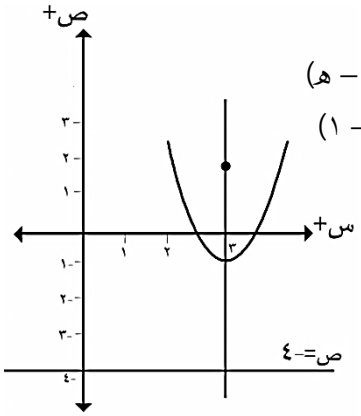


---

٢ الحل:

(س – د)^{٢} = ٤جـ (ص – هـ)

(س – ٣)^{٢} = ١٢ (ص – ١)



SALEEM ALSATEEB

٣ ب)س = ٣

٤ أ)-٥

٥ الحل:

(س – د)^{٢} = ٤جـ (ص – هـ)

الرأس (د، هـ) يحقق معادلة المستقيم ص = س ، هـ = د

(س – د)^{٢} = ٤جـ (ص – هـ)

النقطة (٤ ، ٣) تحقق المعادلة :

(٤ – د)^{٢} = ٤جـ (٣ – د) ..... (١)

النقطة (٠ ، ٣) تحقق المعادلة :

(٠ – د)^{٢} = ٤جـ (٣ – د) ..... (٢)

بالقسمة المعادلة (١) على (٢) :

$\frac{(٤-د)^{٢}}{د^{٢}} = \frac{٤جـ(٣-د)}{٤جـ(٣-د)} \Leftarrow \frac{(٤-د)^{٢}}{د^{٢}} = ١$

١٦ – ٨د + د^{٢} = د^{٢} ⇐ ١٦ = ٨د ⇐ د = ٢

∴ هـ = ٢

بالتعويض بالمعادلة (١) :

(٤ – ٢)^{٢} = ٤جـ (٣ – ٢) ⇐ ٤ = ٤جـ ⇐ جـ = ١

المعادلة : (س – ٢)^{٢} = ٤(ص – ٢)

٦ الحل:

ص = أس^{٢} + ب س + جـ

النقطة (١ ، ٢) تحقق المعادلة :

٢ = أ + ب + جـ ..... (١)

النقطة (٢ ، ٤) تحقق المعادلة :

٤ = ٤أ + ٢ب + جـ ..... (٢)

النقطة (٣ ، ٨) تحقق المعادلة :

٨ = ٩أ + ٣ب + جـ ..... (٣)

من المعادلة (١) و (٢) بالحذف :

٤ = ٤أ + ٢ب + جـ

– ٢ = أ + ب + جـ

٢ = ٣أ + ب ..... (٤)

من المعادلة (١) و (٣) بالحذف :

٨ = ٩أ + ٣ب + جـ

– ٢ = أ + ب + جـ

٦ = ٨أ + ٢ب ..... (٥)

من المعادلة (٤) و (٥) : و ذلك بضرب المعادلة (٤) بالعدد {-٢} :

~~-٢ب~~ -٤ = -٦أ

+ ~~+٢ب~~ ٦ = ٨أ

٢ = ٢أ ⇐ (أ = ١)

بالتعويض بالمعادلة (٤) :

٢ = ٣ + ب ⇐ (ب = -١)

بالتعويض بالمعادلة (١) :

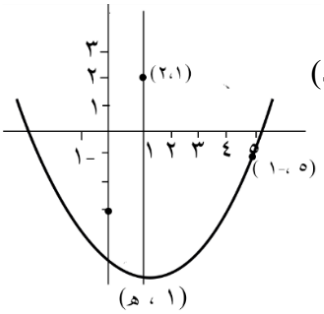
٢ = ١ – ١ + جـ ⇐ (جـ = ٢)

المعادلة :

ص = س^{٢} – س + ٢

٧ **الحل:**

الفتحة للاعلى



(س – ٤)^{٢} = ٤جـ(ص – هـ)

الراس = (١ ، هـ)

٢ – هـ = جـ ← هـ = ٢ – جـ

المعادلة

(س – ٤)^{٢} = ٤جـ(ص – هـ)

(س – ١)^{٢} = ٤جـ(ص – هـ)

يمر بالنقطة (٥ ، -١)

(٥ – ١)^{٢} = ٤جـ(-١ – هـ)

١٦ = ٤جـ(-١ – هـ)

١٦ = ٤جـ(-١ – (٢ – جـ)) ← ١٦ = ٤جـ(-١ – ٢ + جـ)

١٦ = ٤جـ(-٣ + جـ) ← ١٦ = -١٢جـ + ٤جـ^{٢}

جـ^{٢} – ٣جـ – ٤ = ٠

(جـ – ٤)(جـ + ١) = ٠

جـ = ٤ ← هـ = ٢ – ٤ = -٢

الرأس (١ ، -٢)

المعادلة (س – ١)^{٢} = ١٦(ص + ٢)

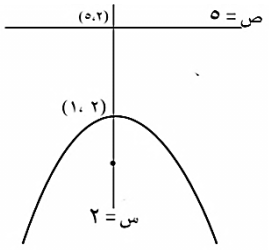
جـ = -١ تهمل

SALEEM ALSATEEB

٨ الحل:

$(س - ى)^{٢} = -٤جـ(ص - هـ)$

الرأس



$جـ = ٨ \leftarrow ٢جـ = ٤$

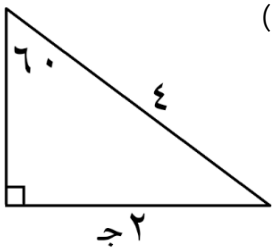
$(س - ٢)^{٢} = -١٦(ص - ١)$

٩ الحل :

لدينا علاقة موجبة الرأس (جـ ، ٠)

$(ص - ٠)^{٢} = ٤جـ(س - جـ)$

لدينا مثلث قائم الزاوية



$جا٦٠ = \frac{٢جـ}{٤}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{جـ}{٢}$

$جـ = \sqrt{٣}$

١٠ الحل:

المثلث متطابق الاضلاع كل من زوايا ٦٠ درجة

$جا٣٠° = \frac{ب م}{ب جـ} \leftarrow \frac{ب م}{٤٠} = \frac{١}{٢} \leftarrow ب م = ٢٠$

بعد البؤرة عن الدليل = $٢٠ = ٢جـ \leftarrow جـ = ١٠$

الراس (١٠ ، ٠) ، البؤرة (٢٠ ، ٠)

$(ص - هـ)^{٢} = ٤جـ(س - ى)$

$ص^{٢} = ٤ \times ١٠(س - ١٠) \quad = ٤٠(س - ١٠)$

١١ الحل:

الرأس (٠ ، جـ)

الاقتران (+)

$(س - ٠)^{٢} = ٤جـ(ص - جـ)$

فكر بالنقطة (و(٤، ك)) لانها تحقق المنحنى

المحيط = ٢٢ لتكن و م = ك لذلك و ب = ك

$٤ + ٢جـ + ٢ك = ٢٢$

$٢ + جـ + ك = ١١ \leftarrow ك = ٩ - جـ$

النقطة (٤ ، ٩ – جـ) تحقق المعادلة

$١٦ = ٤جـ(٩ - جـ - جـ)$

$٤ = جـ(٩ - ٢جـ)$

$٤ = ٩جـ - ٢جـ^{٢} \leftarrow ٢جـ^{٢} - ٩جـ + ٤ = ٠$

$(٢جـ - ١)(جـ - ٤) = ٠$

$جـ = \frac{١}{٢}$ $جـ = ٤$

أولا عند $جـ = \frac{١}{٢} \Leftarrow$ الرأس $(\frac{١}{٢} ، ٠) \Leftarrow س^{٢} = ٢(ص - \frac{١}{٢})$

ثانيا عند $جـ = ٤ \Leftarrow$ الرأس $(٠ ، ٤) \Leftarrow س^{٢} = ١٦(ص - ٤)$

١٢ الحل:

الرأس (-جـ ، م) لكن من تعريف القطع المكافئ

$و ل = ل ن = ٥ \Leftarrow$ المحيط = ١٦

$م ن + م و + و ل + ل ن = ١٦ \Leftarrow م ن + م و = ٦$

لكن $م و = ٢ جـ \Leftarrow م ن + ٢ جـ = ٦$

$\Leftarrow م ن = ٦ - ٢جـ$

$\therefore$ الرأس (-جـ ، ٦ – ٢جـ)

المعادلة : $(ص - ٦ + ٢جـ)^{٢} = -٤جـ(س + جـ)$

$(-٥ ، ٠)$ تحقق المعادلة $\Leftarrow (-٦ + ٢جـ)^{٢} = -٤جـ(-٥ + جـ)$

بفك و حل المعادلة $جـ = \frac{٩}{٢}$ مستحيل ، $جـ = ١$

لانه يصبح في الربع الثالث لان الرأس (-١ ، ٤)

المعادلة : $(ص - ٤)^{٢} = -٤(س + ١)$

القطع الزائد و الناقص :

١

أ) الحل:

$٤س^{٢} + ١٦س - ص^{٢} - ١٠ص = ١٧$

$٤(س^{٢} + ٤س + ٤ - ٤) - (ص^{٢} + ١٠ص + ٢٥ - ٢٥) = ١٧$

$٤(س^{٢} + ٤س + ٤) - ١٦ - (ص^{٢} + ١٠ص + ٢٥) + ٢٥ = ١٧$

$$\frac{٤(س^{٢} + ٤س + ٤)}{٨} - \frac{(ص^{٢} + ١٠س + ٢٥)}{٨} = \frac{٨}{٨}$$

$$\frac{(س^{٢} + ٤س + ٤)}{٢} - \frac{(ص^{٢} + ١٠س + ٢٥)}{٨} = ١$$

$$\frac{(س + ٢)^{٢}}{٢} - \frac{(ص + ٥)^{٢}}{٨} = ١$$

قطع زائد سيني :

أ = $\sqrt{٢}$ ، ب = $\sqrt{٨}$ ، جـ = $\sqrt{٨ + ٢}$ $\Leftarrow$ جـ = $\sqrt{١٠}$

أ) المركز : (-٢ ، -٥)

ب) الرأسان : $(-٢ + \sqrt{٢} ، -٥) ، (-٢ - \sqrt{٢} ، -٥)$

SALEEM ALSATEEB

ج) البؤرتان : (-٢ + $\sqrt{١٠}$ ، -٥) ، (-٢ - $\sqrt{١٠}$ ، -٥)

د) نهايتا المحور المرافق : (-٢ ، -٥ + $\sqrt{٨}$)،(-٢ ، -٥ - $\sqrt{٨}$)

هـ) طول المحور القاطع : ٢أ = ٢ × ٢ = $\sqrt{٢}$ ٢

و) طول المحور المرافق : ٢ب = ٢ × $\sqrt{٨}$ = ٢ $\sqrt{٨}$

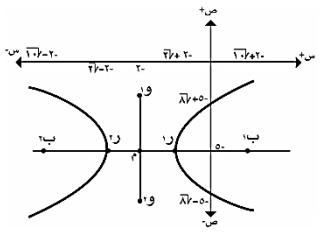
ز) البعد البؤري : ٢جـ = ٢ × $\sqrt{١٠}$ = ٢ $\sqrt{١٠}$

ح) معادلة محور القاطع : ص = -٥

ط) معادلة المحور المرافق : س = -٢

ي) الاختلاف المركزي : هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\sqrt{١٠}}{\sqrt{٢}}$ < ١

هـ = $\sqrt{\frac{١٠}{٢}}$ < ١ ⟸ هـ = $\sqrt{٥}$ < ١



ب | الحل:

س^{٢} + ٤ص^{٢} + ٦س – ٨ص = ٢٣

س^{٢} + ٦س + ٤ص^{٢} – ٨ص = ٢٣

(س^{٢}+٦س +٩ – ٩)+٤(ص^{٢} -٢ص +١ – ١) = ٢٣

(س^{٢} + ٦س +٩) – ٩ + ٤(ص^{٢} – ٢ص + ١) -٤ = ٢٣

[(س+٣)^{٢} + ٤(ص – ١)^{٢} = ٣٦)] ÷ ٣٦

$\frac{(\text{س}+٣)^{٢}}{٣٦} + \frac{(\text{ص}-١)^{٢}}{٩}$ = ١

قطع ناقص سيني

أ = ٦ ، ب = ٣ ، جـ = $\sqrt{٣٦-٩}$ ⟸ جـ = $\sqrt{٢٧}$

أ) المركز: (-٣ ، ١)

ب) الرأسان : (٣ ، ١) ، (-٩ ، ١)

ج) البؤرتان : (-٣ + $\sqrt{٢٧}$ ، ١) ، (-٣ - $\sqrt{٢٧}$ ، ١)

د) نهايتا المحور الاصغر: (-٣ ، -٢) ، (-٣ ، ٤)

هـ) طول المحور الاكبر: ٢ أ = ٢ × ٦ = ١٢

و) طول المحور الاصغر: ٢ب = ٢ × ٣ = ٦

ز) البعد البؤري : ٢جـ = ٢ × $\sqrt{٢٧}$ = ٢ $\sqrt{٢٧}$

ح) معادلة المحور الاكبر: ص = ١

ط) معادلة المحور الاصغر: س = -٣

ي) الاختلاف المركزي : هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ = $\frac{\sqrt{٢٧}}{٦}$

٢ الحل :

$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}}$ + $\frac{\text{ص}^{٢}}{٣٦}$ = ١

المسافة بين الرأس و المركز ل = $\frac{٦}{\sqrt{\text{أ}^{٢}}}$

ب = ٢

المساحة = ل × ب π = $\frac{٦}{\sqrt{\text{أ}^{٢}}}$ × ٢ × π = ٦π

$\frac{١٢}{\sqrt{\text{أ}^{٢}}}$ = ٦ ⟸ ١٢ = ٦ $\sqrt{\text{أ}^{٢}}$ ⟸ $\sqrt{\text{أ}^{٢}}$ = ٢ ⟸ أ = ٤

(الجواب(ب))

٣ ب) $\frac{٥}{٣}$

٤ ب) ١٠

٥ ب) ٦π

٦ الحل:

المركز (-٢ ، ٦)

∴ $\frac{(\text{ص}-\text{هـ})^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{(\text{س}-\text{ى})^{٢}}{\text{ب}^{٢}}$ = ١

← $\frac{(\text{ص}-٦)^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{(\text{س}+٢)^{٢}}{\text{ب}^{٢}}$ = ١

طول المحور الأكبر = ١٢ ← ٢أ = ١٢ ← أ = ٦

البؤرتان (د ، هـ ± جـ)

← (-٢ ، ٣) = (د ، هـ - جـ) ← هـ – جـ = ٣

← (-٢ ، ٩) = (د ، هـ + جـ) ← هـ + ج = ٩

هـ = ٦ ، جـ = ٣

جـ^{٢} = أ^{٢} – ب^{٢} ← ٩ = ٣٦ – ب^{٢} ← ب^{٢} = ٢٧

∴ $\frac{(\text{ص}-٦)^{٢}}{٣٦} + \frac{(\text{س}+٢)^{٢}}{٢٧}$ = ١

SALEEM ALSATEEB

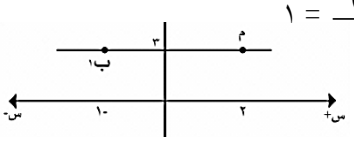
٧ الحل: قطع ناقص سيني .

المركز (٢ ، ٣)

جـ = ٣ ، ٢أ = ٢ $\sqrt{١٠}$ ⟸ أ = $\sqrt{١٠}$

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ⟸ ٩ = ١٠ − ب^{٢} ⟸ ب = ١

$$\frac{(س-٢)^{٢}}{١٠} + \frac{(ص-٣)^{٢}}{١} = ١$$



٨ **الحل:**

$$\frac{(س-٣)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{١٦} = ١$$

٩ الحل: القطع ناقص سيني

المركز: (١ ، ٢)

جـ = ٥ ، جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} ⟸ ٢٥ = أ^{٢} − ب^{٢}

أ^{٢} = ٢٥ + ب^{٢}

$$\frac{(س-د)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

$$\frac{(س-١)^{٢}}{٢٥+ب^{٢}} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

النقطة (٤ ، ٦) تحقق معادلة القطع :

$$\frac{٩}{٢٥+ب^{٢}} + \frac{١٦}{ب^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{٩}{٢٥+ب^{٢}} = \frac{ب^{٢}-١٦}{ب^{٢}}$$

٩ب^{٢} = (ب^{٢} − ١٦) (٢٥ + ب^{٢})

٩ب^{٢} = ب^{٤} + ٩ب^{٢} - ٤٠٠

ب^{٤} − ٤٠٠ = ٠ ⟸ ب = $\sqrt{٢٠}$

$$\frac{(س-١)^{٢}}{٤٥} + \frac{(ص-٢)^{٢}}{٢٠} = ١$$

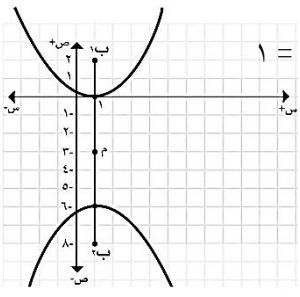
١٠ الحل: قطع زائد صادي

المركز: (١ ، -٣)

أ = ٣ ، جـ = ٥

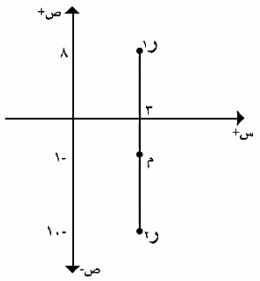
جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ⟸ ٢٥ = ٩ + ب^{٢} ⟸ ب = ٤

$$\frac{(ص+٣)^{٢}}{٩} - \frac{(س-١)^{٢}}{١٦} = ١$$



١١ الحل: قطع ناقص صادي

المركز (٣ ، -١)



أ = ٩ ، هـ = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{جـ}{٩}$ = $\frac{٢}{٣}$ ⟸ جـ = ٦

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ⟸ ٣٦ = ٨١ − ب^{٢} ⟸ ب = $\sqrt{٤٥}$

$$\frac{(ص+١)^{٢}}{٨١} + \frac{(س-٣)^{٢}}{٤٥} = ١$$

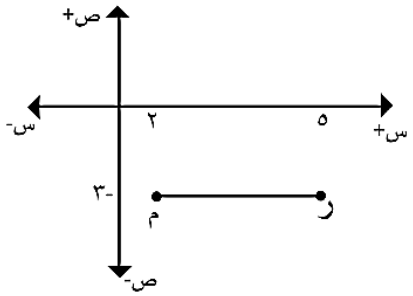
١٢ الحل: القطع زائد سيني

المركز (٢ ، -٣)

أ = ٣ ⟸ هـ = $\frac{جـ}{أ}$ = $\frac{جـ}{٣}$ = ٢ ⟸ جـ = ٦

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ⟸ ٣٦ = ٩ + ب^{٢} ⟸ ب = $\sqrt{٢٧}$

$$\frac{(س-٢)^{٢}}{٩} - \frac{(ص+٣)^{٢}}{٢٧} = ١$$



١٣ **الحل:**

قطع صادي

٢ب = ٢ ← ٢$\sqrt{}$ ← ب = $\sqrt{٢}$

$\frac{جـ}{أ}$ = ٣ ← جـ = ١٣

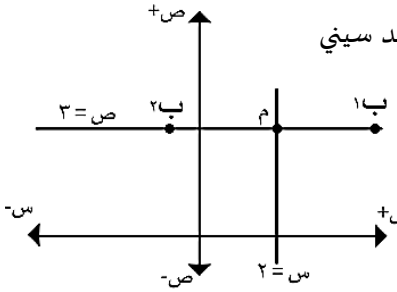
جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ← ١٩ = أ^{٢} + ٢

١٨ = ٢أ^{٢} ← $\frac{٢}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$

$$\frac{ص^{٢}}{\frac{١}{٤}} - \frac{س^{٢}}{٢} = ١$$

SALEEM ALSATEEB

١٤ الحل: القطع زائد سيني



المركز (٢ ، ٣)

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{٢١}}{٣}$

$\Leftarrow جـ = \frac{\sqrt{٢١}}{٣}$ أ

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} \Leftarrow \frac{٢١}{٩} أ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

$ب^{٢} = \frac{١٢}{٩} أ^{٢} \Leftarrow ب^{٢} = \frac{٤}{٣} أ^{٢}$

$\frac{(س - د)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص - هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

$\frac{(س - ٢)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص - ٣)^{٢}}{\frac{٤}{٣} أ^{٢}} = ١$

النقطة (-٤ ، -٣) تحقق المعادلة :

$\frac{٣٦}{أ^{٢}} - \frac{٣٦}{\frac{٤}{٣} أ^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{٣٦}{أ^{٢}} - \frac{٢٧}{أ^{٢}} = ١$

$\frac{٩}{أ^{٢}} = ١ \Leftarrow ٩ = أ^{٢} \Leftarrow أ = ٣$

$\frac{(س - ٢)^{٢}}{٩} - \frac{(ص - ٣)^{٢}}{١٢} = ١$

---

١٥ **الحل:**

$\frac{(س-٢)^{٢}}{١٠٠} + \frac{(ص-٣)^{٢}}{٦٤} = ١$

---

١٦ **الحل:**

$\frac{(س-ى)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

$أ - جـ = ٤ - ٢ = ٢ \quad \therefore أ - جـ = ٢$

$\frac{جـ}{أ} = ٠,٥ \rightarrow أ = ٢ جـ$

$\rightarrow ٢جـ - جـ = ٢ \quad جـ = ٢$ ، $أ = ٤$

$\rightarrow جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢}$

$٤ = ١٦ - ب^{٢} \rightarrow ب^{٢} = ١٢$

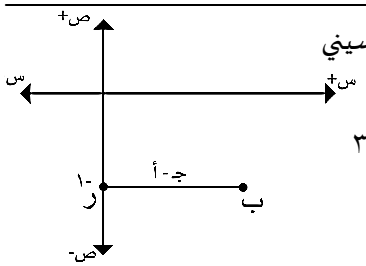
(٤ ، ١) = (د + أ ، هـ)

$\rightarrow هـ = ١ \rightarrow د + أ = ٤ \rightarrow د + ٤ = ٤ \rightarrow د = ٠$

$\therefore \frac{(س)^{٢}}{١٦} + \frac{(ص-١)^{٢}}{١٢} = ١$

---

١٧ الحل: القطع زائد سيني



المركز (د ، -١)

جـ - أ = ٣ $\Leftarrow$ جـ = أ + ٣

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{أ + ٣}{أ} = \frac{٥}{٢} \Leftarrow ٥أ = ٢أ + ٦ \Leftarrow أ = ٢$

$جـ = ٥ \Leftarrow جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} \Leftarrow ٢٥ = ٤ + ب^{٢}$

$\Leftarrow ب = \sqrt{٢١}$

المركز (-٢ ، -١)

$\frac{(س + ٢)^{٢}}{٤} - \frac{(ص + ١)^{٢}}{٢٥} = ١$

---

١٨ الحل:

$\frac{ل}{م} = \frac{١}{٥} \Leftarrow م = ٥ل$

$٢ب = ٤ \sqrt{٥} \Leftarrow ب = ٢ \sqrt{٥}$

$ل + م = ٢ أ \Leftarrow أ = \frac{ل + م}{٢} \Leftarrow أ = \frac{ل + ٥ل}{٢}$

$أ = ٣ل$

$ل = أ - جـ \Leftarrow جـ = أ - ل \Leftarrow جـ = ٣ل - ل \Leftarrow جـ = ٢ل$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow ٤ل^{٢} = ٩ل^{٢} - ٢٠ \Leftarrow ٥ل^{٢} = ٢٠$

$\Leftarrow ل = ٢$

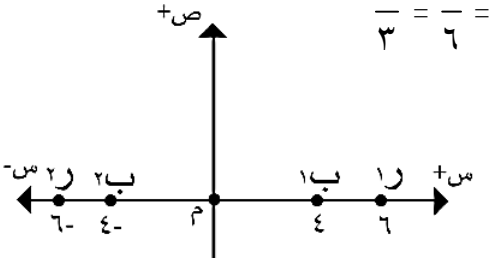
$أ = ٣ \times ٢ = ٦$ ، $جـ = ٢ \times ٢ = ٤$

معادلة القطع = $\frac{س^{٢}}{٣٦} + \frac{ص^{٢}}{٢٠} = ١$

البؤرتان : (± ٤ ، ٠)

الرأسان : (± ٦ ، ٠)

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$

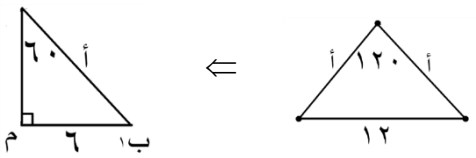


SALEEM ALSATEEB

١٩ الحل:

المطلوب هـ = $\frac{جـ}{أ}$

لدينا مثلث متساوي الساقين



$\Leftarrow$

٢جـ = ١٢ $\Leftarrow$ جـ = ٦ $\Leftarrow$ جا ٦٠ = $\frac{٦}{أ}$

$\frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{٦}{أ} \Leftarrow$ أ = $\frac{١٢}{\sqrt{٣}}$

$\frac{جـ}{أ} = \frac{٦}{\frac{١٢}{\sqrt{٣}}} = \frac{\sqrt{٣}\ \cancel{٦}^{١}}{\cancel{١٢}^{٢}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

المركز (٠ ، ٠) ، النوع سيني

نجد ب حيث جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢}

٣٦ = ٤٨ − ب^{٢} $\Leftarrow$ ب^{٢} = ١٢

المعادلة :

$\frac{س^{٢}}{٤٨} + \frac{ص^{٢}}{١٢} = ١$

---

٢٠ الحل: المطلوب هـ = $\frac{جـ}{أ}$

لدينا $\sqrt{أ^{٢} + ب^{٢}}$ = ٥

أ^{٢} + ب^{٢} = ٢٥ ..... (١)

لدينا $\sqrt{جـ^{٢} + ب^{٢}}$ = ٧

جـ^{٢} + ب^{٢} = ٤٩ ..... (٢)

- أ^{٢} − ~~ب^{٢}~~ = -٢٥

جـ^{٢} + ~~ب^{٢}~~ = ٤٩

جـ^{٢} − أ^{٢} = ٢٤ ..... (٣) لكن جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}

$\Leftarrow$ ب^{٢} = ٢٥ − أ^{٢}

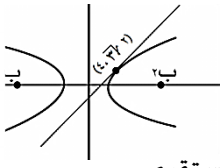
جـ^{٢} = ~~أ^{٢}~~ + ٢٥ - ~~أ^{٢}~~ $\Leftarrow$ جـ = ٥

∴ ٢٥ − أ^{٢} = ٢٤

١ = أ^{٢} $\Leftarrow$ أ = ١

$\Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \frac{٥}{١}$

٢١ الحل:



ميل القطع عند (٢ $\sqrt{٣}$ ، ٤) = ميل المستقيم

ميل القطع :

$\frac{٢س}{أ^{٢}} - \frac{٢ص ص'}{ب^{٢}} = ٠$

$\frac{٤\sqrt{٣}}{أ^{٢}} - \frac{٨ص'}{ب^{٢}} = ٠$

$\frac{٤\sqrt{٣}}{أ^{٢}} = \frac{٨ص'}{ب^{٢}}$

ص$'$ = $\frac{\sqrt{٣}ب^{٢}}{٢أ^{٢}}$

ميل المستقيم :

ص$'$ = $\sqrt{٣}$

ميل القطع = ميل المستقيم

$\sqrt{٣} = \frac{\sqrt{٣}ب^{٢}}{٢أ^{٢}}$

ب^{٢} = ٢أ^{٢}

بالتعويض بالمعادلة :

$\frac{١٢}{أ^{٢}} - \frac{١٦}{٢أ^{٢}} = \frac{١٢}{أ^{٢}} - \frac{٨}{أ^{٢}} = \frac{٤}{أ^{٢}} = ١$

أ^{٢} = ٤ $\Leftarrow$ ب^{٢} = ٨

∴ المعادلة :

$\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{ص^{٢}}{٨} = ١$

٢٢ الحل:

لاحظ م هي (جـ ، ص)

(جـ ، ص) تحقق معادلة القطع

$\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

أي أن $\frac{جـ^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١ \Leftarrow$ ص^{٢} = (١ - $\frac{جـ^{٢}}{أ^{٢}}$)ب^{٢}

$\Leftarrow$ ص^{٢} = $\frac{أ^{٢} - جـ^{٢}}{أ^{٢}} \times ب^{٢} = \frac{ب^{٢} \times ب^{٢}}{أ^{٢}}$

$\Leftarrow$ ص = $\frac{ب^{٢}}{أ}$

∴ م ن = $\frac{٢ب^{٢}}{أ}$

SALEEM ALSATEEB

٢٣ الحل:

١) م = أ + جـ ، ن = أ − جـ

م ن = (أ+جـ)(أ−جـ)

⇐ م ن = أ^{٢} − جـ^{٢} = ب^{٢}

⇐ $\sqrt{\text{م ن}}$ = ب

٢) م = أ + جـ = أ + هـ أ = أ (١ + هـ)

ن = أ − جـ = أ − هـ أ = أ (١ − هـ)

$\therefore \frac{\text{م}}{\text{ن}} = \frac{\text{أ}(١+\text{هـ})}{\text{أ}(١-\text{هـ})} = \frac{١+\text{هـ}}{١-\text{هـ}}$

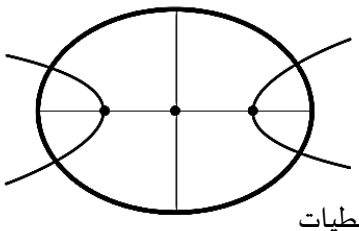
٢٤ **الحل:**

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ← جـ = أهـ

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ← ب^{٢} = أ^{٢} − جـ^{٢}

= أ^{٢} − (أهـ)^{٢} = أ^{٢} (١ − هـ^{٢}) وهو المطلوب

٢٥ الحل:



جـ$_{١}^{٢}$ = أ$_{١}^{٢}$ + ب$_{١}^{٢}$

جـ$_{٢}^{٢}$ = أ$_{٢}^{٢}$ − ب$_{٢}^{٢}$

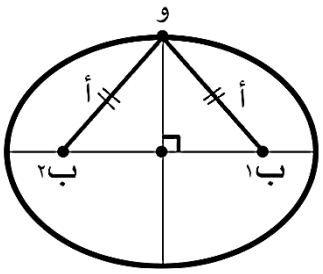
جـ$_{١}^{٢}$ + جـ$_{٢}^{٢}$ = أ$_{١}^{٢}$ + أ$_{٢}^{٢}$

لان : جـ$_{١}$ = أ$_{٢}$ من المعطيات

∴ جـ$_{٢}$ = أ$_{١}$

هـ$_{١}$ × هـ$_{٢}$ = $\frac{\text{جـ}_{١}}{\text{أ}_{١}} \times \frac{\text{جـ}_{٢}}{\text{أ}_{٢}}$ = ١

٢٦ الحل:



وب$_{١}$ + وب$_{٢}$ = ٢أ

⇐ وب$_{١}$ = وب$_{٢}$ = أ

من نظرية فيثاغورس :

أ^{٢} = ب^{٢} + جـ^{٢}

∴ جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢}

٢٧ الحل:

طول القاعدة = ٢٠ = ٢أ ⇐ أ = ١٠

أقصى ارتفاع = ٨ = ل

نوع القطع ناقص

المركز (٠ ، ٠)

$\frac{\text{س}^{٢}}{\text{أ}^{٢}} + \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{\text{س}^{٢}}{١٠٠} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٦٤} = ١$

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ⇐ جـ^{٢} = ١٠٠ − ٦٤ ⇐ جـ^{٢} = ٣٦

جـ = ٦

البؤرتان هما (٦ ، ٠) ، (-٦ ، ٠)

المطلوب الاحداثي الصادي للنقطتان اللتان تقعان على الجسر فوق البؤرتان

$\frac{٣٦}{١٠٠} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٦٤} = ١ \Leftarrow \frac{\text{ص}^{٢}}{٦٤} = \frac{١٠٠-٣٦}{١٠٠}$

ص^{٢} = $\frac{٦٤ \times ٦٤}{١٠٠}$ ⇐ ص = $\frac{٨ \times ٨}{١٠}$ = ٦.٤

٢٨ الحل:

القطع ناقص سيني

مركزه (٠ ، ٠)

محيط المثلث ن م ع = ن م + ن ع + م ع

= ٢أ + ٢جـ = ٢٨

= ٢أ + ٨ = ٢٨ ⇐ أ = ١٠

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ⇐ ١٦ = ١٠٠ − ب^{٢}

ب^{٢} = ٨٤ ⇐ ب = $\sqrt{٨٤}$

$\frac{\text{س}^{٢}}{١٠٠} + \frac{\text{ص}^{٢}}{٨٤} = ١$

٢٩ الحل:

الرأس (-جـ ، م) لكن من تعريف القطع المكافئ

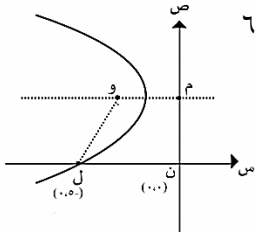
و ل = ل ن = ٥ ⇐ المحيط = ١٦

م ن + م و + و ل + ل ن = ١٦ ⇐ م ن + م و = ٦

لكن م و = ٢ جـ ⇐ م ن + ٢ جـ = ٦

⇐ م ن = ٦ − ٢جـ

∴ الرأس (-جـ ، ٦ − ٢جـ)



المعادلة : (ص − ٦ + ٢جـ)^{٢} = - ٤جـ (س + جـ)

(- ٥ ، ٠) تحقق المعادلة ⇐ (-٦ + ٢جـ)^{٢} = -٤ جـ (-٥ + جـ)

بفك و حل المعادلة جـ = $\frac{٩}{٢}$ مستحيل ، جـ = ١

لانه يصبح في الربع الثالث لان الرأس (- ١ ، ٤)

المعادلة : (ص − ٤)^{٢} = -٤ (س + ١)

SALEEM ALKATEEB

دمج القطوع :

[١] أ)س = ١

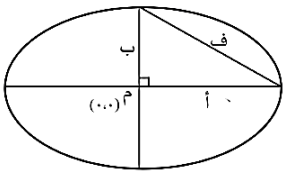
---

[٢] الحل: ناقص سيني

أ (٠ ، ٠)

هـ = $\frac{\text{جـ}}{\text{أ}} = \frac{١}{٣} \Leftarrow$ أ = ٣ جـ ..... (١)

ف = $\sqrt{١٥٣}$ = $\sqrt{\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢}$



أ^٢ + ب^٢ = ١٥٣ ..... (٢)

جـ^٢ = أ^٢ − ب^٢ ..... (٣) من القانون الأعظم

بالحذف ٢أ^٢ = جـ^٢ + ١٥٣

٢(٣جـ)^٢ = جـ^٢ + ١٥٣

١٨جـ^٢ = جـ^٢ + ١٥٣

١٧جـ^٢ = ١٥٣ $\Leftarrow$ جـ = ٣ $\Leftarrow$ أ = ٩

∴ المعادلة : $\frac{\text{س}^٢}{٨١} + \frac{\text{ص}^٢}{٧٢} = ١$

---

[٣] **الحل:**

$$\frac{(\text{س}-١)^٢}{٢٩} + \frac{(\text{ص}-١)^٢}{٢٥} = ١$$

---

[٤] **الحل:**

٤(س − ٤)^٢ + ٤(ص − ٣)^٢ = ١٦

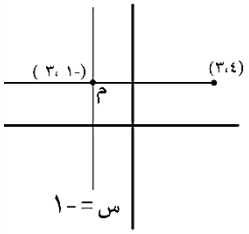
(س − ٤)^٢ + (ص − ٣)^٢ = ١٤

المركز (٤ ، ٣) ، $\sqrt{\text{ب}} = \sqrt{٤} = ٢$

رأس القطع الزائد (٤ ، ٣)

طول المحور المرافق = ٢ب = ٤ : ب = ٢

المركز يقع على المستقيم س = -١



المركز (-١ ، ٣)

أ = ٤ − ١$^-$ = ٥

جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ = ٢٥ + ٤ = ٢٩

المعادلة $\frac{(\text{س}+١)^٢}{٢٥} - \frac{(\text{ص}-٣)^٢}{٤} = ١$

[٥] الحل:القطع المساعد ناقص

$\frac{\text{س}^٢}{٤} + \frac{\text{ص}^٢}{٢٠} = ١$

ناقص صادي

م(٠ ، ٠)

أ = $\sqrt{٢٠}$

ب = ٢

جـ^٢ = أ^٢ − ب^٢

جـ^٢ = ٢٠ − ٤ = ١٦

جـ = ٤

البؤرتان (٠ ، ± ٤)

الرأسان : (٠ ، ± $\sqrt{٢٠}$)

القطع المطلوب الزائد :

زائد صادي م(٠ ، ٠)

أ = ٤

جـ = $\sqrt{٢٠}$

جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢

٢٠ = ١٦ + ب^٢ $\Leftarrow$ ب = ٢

المعادلة :

∴ $\frac{(\text{ص}-\text{هـ})^٢}{\text{أ}^٢} + \frac{(\text{س}-\text{د})^٢}{\text{ب}^٢} = ١$

$\frac{(\text{ص}-٠)^٢}{١٦} - \frac{(\text{س}-٠)^٢}{٤} = ١$

---

[٦] الحل: نجد البؤرة :

٣(ص^٢ + ٤ص + ٤) − ٢(س^٢ − ٢س + ١) =١٣ + ١٢ + ٢ -

٣(ص + ٢)^٢ − ٢(س − ١)^٢ = ٢٣

المركز: (١ ، - ٢) هو البؤرة للمكافئ المطلوب

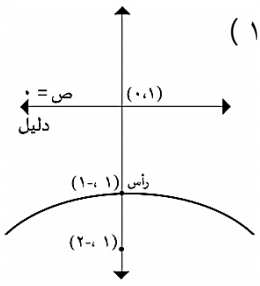
دليله ص = ٠ ، بؤرته (١ ، - ٢)

ص متغير ← ص خطي ، س تربيعي

الرأس (١ ، -١)

جـ = ١ ، الاتجاه (-)

المعادلة : (س − ١)^٢ = - ٤ (ص + ١)



SALEEM ALSATEEB

٧ الحل:

١) $\frac{س^{٢}}{\frac{٩٠}{ل}} - \frac{ص^{٢}}{\frac{٩٠}{ك}} = ١$

$أ = \frac{٩٠}{ل}$ ، $ب = \frac{٩٠}{ك}$

$١٢ = ٦ \leftarrow \sqrt{٢} \leftarrow أ = ٣ \sqrt{٢} \leftarrow أ^{٢} = ٩ \times ٢ = ١٨$

$\leftarrow ١٨ = \frac{٩٠}{ل} \leftarrow ل = \frac{٩٠}{١٨} = ٥$

٢) القطع الناقص ، بالقسمة على ٥٧٦

$\frac{س^{٢}}{٦٤} + \frac{ص^{٢}}{٣٦} = ١$

$أ^{٢} = ٦٤$ ، $ب^{٢} = ٣٦$

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} = ٦٤ + ٣٦ = ٢٨$

$\leftarrow جـ^{٢}$ للقطع الزائد = ٢٨

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

$٢٨ = ١٨ + ب^{٢} \leftarrow ب^{٢} = ١٠$

$\leftarrow ب^{٢} = \frac{٩٠}{ل} \leftarrow ١٠ = \frac{٩٠}{ك} \leftarrow ك = \frac{٩٠}{١٠} = ٩$

---

٨ د) زائد

---

٩ أ) ن = ٠

ب) ن = ٢

جـ) ن ∈ (٠ ، ∞) – {٢}

د) ن ∈ (- ∞ ، ٠)

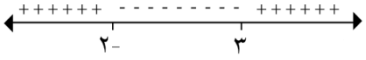
---

١٠ ناقص :

(ل – ٣) (ل + ٢) < صفر

ل ∈ (- ∞ ، - ٢) ∪ (٣ ، ∞)

زائد :



(ل – ٣) (ل + ٢) < صفر

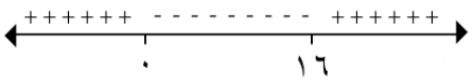
ل ∈ (-٢ ، ٣)

---

١١ ب) زائد

الحل:

نفحص خط الاعداد للمقدار: ل (ل – ١٦)



∴ لان الفترة سالبة نوع القطع زائد (الجواب (ب))

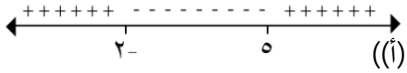
---

١٢ الحل:

ليكن القطع زائد

يجب ان يكون الاشارات مختلفة

∴ (ل – ٢)(ل – ٥) < ٠



٢ < ل < ٥ (الجواب (أ))

---

١٣ الحل:

$\frac{ك س^{٢}}{١٧} + \frac{٥ ص^{٢}}{١٧} = ١$

$\frac{س^{٢}}{\frac{١٧}{ك}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{١٧}{٥}} = ١$

القطع ناقص سيني $\Leftarrow أ^{٢} = \frac{١٧}{ك}$

$جـ^{٢} = أ^{٢} - ب^{٢} \Leftarrow أ^{٢} = جـ^{٢} + ب^{٢}$

$\frac{١٧}{ك} = جـ^{٢} + ب^{٢}$

$\therefore ك = \frac{١٧}{ب^{٢} + جـ^{٢}}$

المحل الهندسي :

١ الحل:

تعريف دائرة

المركز (٣ ، ٥)

نصف القطر ٧ وحدات

$(س - د)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = ر^{٢}$

$(س - ٣)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ٤٩$

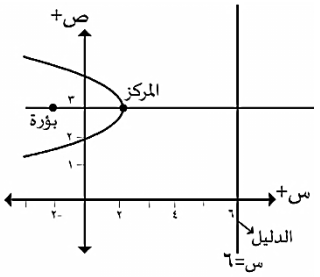
---

٢ الحل:

تعريف القطع المكافئ :

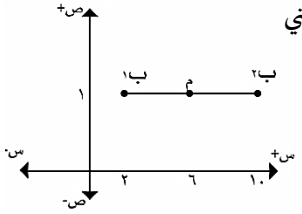
$(ص - هـ)^{٢} = -٤ جـ (س - د)$

$(ص - ٣)^{٢} = -١٦ (س - ٢)$



SALEEM ALSATEEB

٣ الحل: القطع ناقص سيني



م = (٦ ، ١)

جـ = ٤

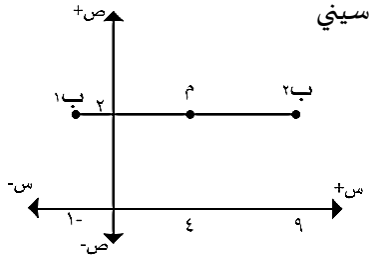
$\frac{2أ}{2} = \frac{١٠}{٢} \Leftarrow$ أ = ٥

جـ^{٢} = أ^{٢} − ب^{٢} ⟸ ١٦ = ٢٥ − ب^{٢} ⟸ ب = ٣

$\frac{(س-د)^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

$\frac{(س-٦)^{٢}}{٢٥} + \frac{(ص-١)^{٢}}{٩} = ١$

٤ الحل: القطع زائد سيني



مركزه (٤ ، ٢)

جـ = ٥

$\frac{2أ}{2} = \frac{٨}{٢}$

⟸ أ = ٤

جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} ⟸ ٢٥ = ١٦ + ب^{٢} ⟸ ب = ٣

$\frac{(س-د)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص-هـ)^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

$\frac{(س-٤)^{٢}}{١٦} - \frac{(ص-٢)^{٢}}{٩} = ١$

٥ د) ص = س

٦ معادلة المحل الهندسي هي:

$\sqrt{(س-٥)^{٢}+(ص-٣)^{٢}} = ٢ \left|\frac{ص-٤}{\sqrt{(١)^{٢}+(٠)^{٢}}}\right|$

تربيع الطرفين

$(س-٥)^{٢}+(ص-٣)^{٢} = ٤(ص-٤)^{٢}$

س^{٢} − ١٠س + ٢٥ + ص^{٢} − ٦ص + ٩ = ٤ص^{٢} − ٣٢ص + ٦٤

س^{٢} − ٣ص^{٢} − ١٠س + ٢٦ص − ٣٠ = ٠

٧ الحل:

ف = ٣ف

(س ، ص) ↔ (٠ ، ٢) ، (س ، ص) ↔ ص − ٥ = ٠

$٣\sqrt{(س-٠)^{٢}+(ص-٢)^{٢}} = |ص-٥|$

٩(س^{٢} + (ص − ٢)^{٢}) = (ص − ٥)^{٢}

٩س^{٢} + ٩ص^{٢} − ١٨ص + ٣٦ = ص^{٢} − ١٠ ص + ٢٥

٩س^{٢} + ٨ص^{٢} − ٨ص + ١١ = ٠ نوع القطع ناقص

٨ الحل:

ف = ر

(س ، ص) ↔ (د ، هـ)

$ر = \sqrt{(س-د)^{٢}+(ص-هـ)^{٢}}$

(س − د)^{٢} + (ص − هـ)^{٢} = ر^{٢}

٩ الحل: من تعريف القطع المكافئ

ف = ف

(س ، ص) ↔ (جـ ، ٠) = (س ، ص) ↔ س + جـ = ٠

$\sqrt{(س-جـ)^{٢}+ص^{٢}} = \frac{|س+جـ|}{١}$

(س − جـ)^{٢} + ص^{٢} = (س + جـ)^{٢}

س^{٢} - ٢ جـ س + جـ^{٢} + ص^{٢} = س^{٢} + ٢جـ س + جـ^{٢}

ص^{٢} = ٤ جـ س

١٠ الحل: من تعريف القطع الناقص

ف + ف = ٢ أ

(س، ص) ↔ (جـ ، ٠) + (س ، ص) ↔ (- جـ ، ٠)

$\sqrt{(س-جـ)^{٢}+ص^{٢}} + \sqrt{(س+جـ)^{٢}+ص^{٢}} = ٢أ$

$\sqrt{(س-جـ)^{٢}+ص^{٢}} = (-\sqrt{(س+جـ)^{٢}+ص^{٢}} + ٢أ)^{٢}$

س^{٢} −٢س جـ +جـ^{٢} +ص^{٢}=٤أ^{٢}−٤أ $\sqrt{(س+جـ)^{٢}+ص^{٢}}$ +(س+جـ)^{٢}+ ص^{٢}

س^{٢} -٢س جـ +جـ^{٢} + ص^{٢} =٤أ^{٢} − ٤أ $\sqrt{(س+جـ)^{٢}+ص^{٢}}$ ⟸

⟸ + س^{٢} + ٢ س جـ +جـ^{٢} + ص^{٢}

(أ $\sqrt{(س-جـ)^{٢}+ص^{٢}}$)^{٢} = (أ^{٢} − جـ س)^{٢}

أ^{٢}(س^{٢} -٢جـ س + جـ^{٢} +ص^{٢})= أ^{٤} -٢أ^{٢} جـ س + جـ^{٢}س^{٢}

أ^{٢}س^{٢} -٢أ^{٢} جـ س +أ^{٢}جـ^{٢} + ص^{٢}أ^{٢} = أ^{٤} -٢أ^{٢}جـ س+جـ^{٢}س^{٢}

(أ^{٢} − جـ^{٢}) س^{٢} + أ^{٢}ص^{٢} = أ^{٤} − جـ^{٢} أ^{٢} = أ^{٢} (أ^{٢} − جـ^{٢})

$\frac{ب^{٢}س^{٢}}{أ^{٢}\times ب^{٢}} + \frac{أ^{٢}ص^{٢}}{أ^{٢}\times ب^{٢}} = \frac{أ^{٢}\times ب^{٢}}{أ^{٢}\times ب^{٢}}$

$\frac{س^{٢}}{أ^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$

SALEEM ALSATEEB

١١ أ) الحل:

جتا هـ = $\frac{س-٥}{٣}$ / جا هـ = $\frac{ص-٢}{٢}$

جا^{٢}هـ + جتا^{٢}هـ = ١

$\frac{(ص-٢)^{٢}}{٤} + \frac{(س-٣)^{٢}}{٩} = ١$ قطع ناقص

ب) الحل:

س – ٥ = جان + جتان

(س – ٥)^{٢} = (جان + جتان)^{٢}

= جا^{٢}ن + ٢جان جتان + جتا^{٢}ن

= ١ + جا٢ن = ١ + ص

(س – ٥)^{٢} = ١ + ص قطع مكافئ

ج) (س – ١)^{٢} = (جا هـ – جتا هـ)^{٢}

(س – ١)^{٢} = جا^{٢}هـ – ٢جا هـ جتا هـ +جتا^{٢}هـ

(س – ١)^{٢} = ١ – جا٢هـ

ص+٢ = ٢ $\sqrt{\text{جاهـ جتاهـ}}$

(ص + ٢)^{٢} = ٤جا هـ جتا هـ = ٢ جا٢هـ

∴ (س – ١)^{٢} = ١ - $\frac{(ص+٢)^{٢}}{٤}$

(س – ١)^{٢} + $\frac{(ص+٢)^{٢}}{٤}$ = ١ نوع القطع ناقص

د) **الحل:**

س = ١ – ٢جا^{٢}ه

لكن $\frac{ص}{٣}$ = جاه بتعويضها

س = ١ – ٢$\frac{ص}{٣}$

٢$\frac{ص}{٣}$ = ١ – س ← ٢ص^{٢} = ٩ – ٩س

٢ص^{٢} = ٩(١ – س) قطع مكافئ

هـ) الحل:

س^{٢} = (ن + $\frac{١}{ن}$)^{٢} = ن^{٢} + ٢ + $\frac{١}{ن^{٢}}$

ص^{٢} = (ن - $\frac{١}{ن}$)^{٢} = ن^{٢} – ٢ + $\frac{١}{ن^{٢}}$

بالطرح : س^{٢} – ص^{٢} = ٤ قطع زائد

و) الحل:

ص^{٢} = ١ – هـ^{ن} ⟸ ١ – ص^{٢} = هـ^{ن}

$\frac{ن}{٢}$ = ٢ لـو س ⟸ هـ$^{\frac{ن}{٢}}$ = س

هـ^{ن} = س^{٢}

١ – ص^{٢} = س^{٢}

س^{٢} + ص^{٢} = ١ معادلة دائرة

SALEEM ALSATEEB