عامر جرابعه

رياضيات ٤

نسخة ٢٠١٧ شتوي

كن من الأوائل

Like Us On facebook Teacher Amer Jarabaa

حول المكثف

- ☒ **طريقة الحل كما في الكتاب بدون اختصار**
- ☒ **تذكر أن إجابتك خاطئه ما لم ترد في الكتاب (لا تختصر)**
- ☒ **يحتوي المكثف على تدريبات مهمه حول كيفية ايجاد قيم (س)**
- ☒ **يحتوي المكثف على اسئلة دليل المعلم واسئلة الوزاره السابقه**
- ☒ **نتمنى لك النجاح والتوفيق بالتوجيهي وبحياتك**
- ☒ **سيتم شرح الماده على شكل فيديو مجاني على صفحتي**
- ☒ **يحتوي على مراجعة لقواعد الاشتقاق واهم الاسئلة**
- ☒ موعد **حصص المكثف النهائي** في **مركز الاذكياء بالجاردنز**

الموعد ٣٠ الشهر المدة ٤ ايام والحصه الاخير المتوقع

الحصه الاخيره ستكون امتحان لتقييم نفسك (**٠٧٩٥٦٥٥٩٠٠**)

اكاديمية عامر جرابعه ماركا الشماليه (**٠٧٩٦١٨٥٠١٩**)

الوحدة الأولى

Mathio 2016

* مراجعه سريعه حول التكامل *

* * * ∫ عدد ثابت × دس = عدد ثابت × س + ﺟ

امثله ∫ ٣ دس = ٣س + ﺟ / ∫ دس = س + ﺟ / ∫ π دس = π س + ﺟ

* * * ∫ س^ن دس = س^(ن+١) / (ن+١) + ﺟ

اذا كان الاس موجب يزيد ١ مثلاً ∫ س^٢ دس = س^٣ / ٣ + ﺟ

اذا كان الاس سالب ينقص ١ مثلاً ∫ س^-٢ دس = س^-١ / -١ + ﺟ

* * * ∫ الجذر دس ما بعرف اكامله نحولها لاس كسري

مثلاً ∫ √(س^٤) دس

نخلي ∫ س^(٤/٣) دس = ٣ س^(٧/٣) / ٧ + ﺟ

مثلاً ∫ √(٣س) دس = ∫ س^(١/٢) دس

∫ √س دس = ∫ س^(١/٢) دس

∫ ٣√س دس = ∫ س^(١/٣) دس

لاحظ المثالين التاليين * ∫ √(-٣س) دس

نطرح ٢ من ٣ = ∫ س^(-٣/٢) دس

في المقام نفسه = -٢ س^(-١/٢) / -١ + ﺟ

٣ - ٢ = ١ / ٢

بعد التكامل اذا كان الاس سالب ينزل تحت واذا كان كسر يحول للجذر = -٢ / √س + ﺟ

* ∫ ٢ / (٣√(س^٤)) دس نخلي

∫ ٢ س^(-٤/٣) دس نرفع لفوق لانه اذا كان بالمقام س فيها اس

∫ ٢ س^(-٤/٣) دس بالمقام س فيها اس

٢ × س^(-٣/٣) / -١ + ﺟ نرفع لفوق وتغير الاشارة

-٦ / √(س^٣) + ﺟ

Mathio 2016

* * * عندما تزيد س بالمقام لها أس ترفع لفوق

مثلاً $\int \frac{5}{س^4}\,دس = \int 5 س^{-4}\,دس = 5 \times \frac{س^{-3}}{-3} + ج$ نصبح

* * * عندما تزيد س بالمقام ليس لها أس

الجواب لوغاريتم

مثلاً $\int \frac{1}{س}\,دس = لو_{ه} |س| + ج$

مثلاً $\int \frac{4}{5س}\,دس = \frac{4}{5} لو_{ه} |س| + ج$

مثلاً $\int س^{-1}\,دس = \int \frac{1}{س}\,دس = لو_{ه} |س| + ج$

لو$_{ه}$ ا = صفر

لو$_{ه}$ ه = ١

لكن يا طالب شوف مملنر من العجله تغلط ركز

$\int \frac{1}{س-1}\,دس$ لاحظ هنا $س^{-1}$ جاءت بالمقام لسيت لوغاريتم ترفع لفوق

[اذا رأيت س لها اس بالمقام ترفع لفوق]

$\int س\,دس$

$= \frac{س^2}{2} + ج$

* $\int \left(\frac{ه^س}{4} + \frac{2س}{3س^2}\right) دس = \frac{ه^س}{4} + \frac{2}{3} لو_{ه} |س| + ج$

لانه بعد الاختصار

$\frac{2س}{3س^2} = \frac{2}{3س}$ ← س ليس لها اس بالمقام لوغاريتم

* $\int 2س^{-1}\,دس = \int \frac{2}{س}\,دس = 2 لو_{ه} |س| + ج$

* * * تكامل الزوايا

مثلاً

$\int 2\,جا 3س\,دس$

$= \frac{2 \times -جتا\,3س}{3} + ج$

مثلاً

$\int 2\,جا(4س-1)\,دس$

$= \frac{2 \times -جتا(4س-1)}{4} + ج$

معلومة

$3س$ مقابل $\frac{3}{3}$

$\frac{س}{3}$ مقابل $\frac{1}{3}$

وسنة

$\int جا 3س\,دس$

$= \frac{-جتا 3س}{3} + ج$

وسنة

$\int جا \frac{س}{3}\,دس$

$= \frac{-جتا \frac{س}{3}}{\frac{1}{3}} + ج$

$= -3\,جتا \frac{س}{3} + ج$

* $\int \frac{3}{(قاس)^2}\,دس$ نرفع لفوق

$\int 3\,قا^2س\,دس = 3\,ظاس + ج$

* $قاس = \frac{1}{جتاس}$ / $قا^2س = \frac{1}{جتا^2س}$

* $\int \frac{5}{جتا^2(2س+3)}\,دس$

$= \int 5\,قا^2(2س+3)\,دس = \frac{5\,ظا(2س+3)}{2} + ج$

في حالة الزاوية اقتران خطي $م س + ب$

اي س ليست لوحدها اس

* $\int جا(م س+ب)\,دس = \frac{-جتا(م س+ب)}{م} + ج$

* $\int جتا(م س+ب)\,دس = \frac{جا(م س+ب)}{م} + ج$

* $\int قا^2(م س+ب)\,دس = \frac{ظا(م س+ب)}{م} + ج$

حيث $م$ معامل $س$ لكي ليست لوحدها اس

لان $س$ الزاوية لو كان لوحدها اس (تعويض)

في حالة الزاوية $س$

* $\int جاس\,دس = -جتاس + ج$

* $\int جتاس\,دس = جاس + ج$

* $\int قا^2س\,دس = ظاس + ج$

دون مثلاً $\frac{1}{م}$ مقابل $م$ اس

تصبح $\frac{م}{ب}$ مقابل $م$ اس

بعض

$\frac{ب}{ج} = \frac{م}{ب} \times \frac{ج}{ج}$

كسر ١ على كسر ٢ مقلوب كسر ٢

ورقة ٤

* * * $\int هـ^{س}\, د س = هـ^{س} + ج$

لكن اذا كان فوق هـ اقتران خطي $\int هـ^{م س + ب}\, د س = \frac{هـ^{م س + ب}}{م} + ج$

أكتب (نفسها / معامل س)

$\int ٤ هـ^{٤-س}\, د س = \frac{٤ هـ^{٤-س}}{-١} + ج$ | $\int ٣ هـ^{٣-٤س}\, د س = \frac{٣ هـ^{٣-٤س}}{-٤} + ج$

سؤال مهم بالمساحة

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران $ق(س) = ٣س^{٢}$ والمستقيم $ص = ٣$ والواقعة في الربع الأول.

الحل نفرض ان $ص = هـ(س)$ ومنه $هـ(س) = ٣$

في مسألة لدي اقترانين $ق(س) = هـ(س)$ لايجاد تقاطعهم مع بعضهم

$٣س^{٢} = ٣$

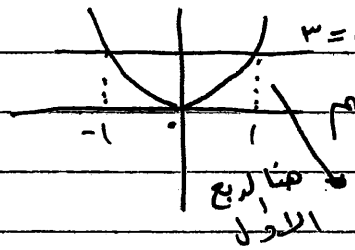
$\frac{٣س^{٢}}{٣} = \frac{٣}{٣}$

$س^{٢} = ١$

$س = \pm \sqrt{١}$

$س = \pm ١$

نبدأ للطرفين



معنا خلال الرسم

مساحة $= \int_{١}^{١} (ق(س) - هـ(س))\, د س$

$= \int_{١}^{١} (٣س^{٢} - ٣)\, د س$

$= \left| س^{٣} - ٣س \right|_{١}^{١}$

$= \left| س^{٣} - ٣س \right|_{١}^{١}$

$(١)^{٣} - ٣(١) - (\text{عكس})$

$١ - ٣ = |-٢| = ٢$ وحدات مربعة

وزارة

Mathio 2016

السؤال الأول

م) احسب مساحة المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران
$هـ(س) = س^2 - 4س$ ومحور السينات .

الحل $هـ(س) = 0$ اولاً نساوي الاقتران بالصفر

$س^2 - 4س = 0$ عندما $س^2$ و $س$ نخرج $س$ عامل مشترك

$س(س - 4) = 0$ اما $س = 0$ او $س - 4 = 0$ ومنه $س = 4$

اذاً مساحة $= \left| \int_{0}^{4} هـ(س)\, دس \right|$

مساحة $= \left| \int_{0}^{4} (س^2 - 4س)\, دس \right|$ تعويض 4 - تعويض 0 .

$= \left| \frac{س^3}{3} - \frac{4س^2}{2} \right|_{0}^{4} = \left| \left(\frac{(4)^3}{3} - \frac{4 \times (4)^2}{2}\right) - (\text{صفر}) \right|$

$= \frac{64}{3} - 32 = \frac{64}{3} - \frac{3 \times 32}{3 \times 1} = \frac{64}{3} - \frac{96}{3} = \left|\frac{-32}{3}\right|$

نوحد المقام

$= \boxed{\frac{32}{3}}$ وحدات مربعة

ب) احسب قيمة الثابت ك، اذا كان $\int_{-1}^{ك} هـ^{-س}\, دس = \frac{1}{هـ} + 1$

الحل $\int_{-1}^{ك} هـ^{-س} = \frac{1}{هـ} + 1$

$-هـ^{-ك} + هـ^{1} = \frac{1}{هـ} + 1$

$-هـ^{-ك} = \frac{1}{هـ} + 1 - هـ$

$هـ^{-ك} = هـ - 1 - \frac{1}{هـ}$

للعلم $هـ^{-1} = \frac{1}{هـ}$

$هـ = 1$

$هـ^{-ك} = هـ$ ومنه $\boxed{ك = 1}$

Mathio 2016

واقعة ٦

جـ) اذا كان $\int_{٤}^{٤} (٥ا(س) دس = ٦جـ - ٢$ فجد قيمة الثابت جـ

الحل نحن نعلم ان $\int_{٢}^{٢} (٥ا(س) دس = صفر$

$\int_{٢}^{٢} (٥ا(س) دس = ٦جـ - ٢$

$صفر = ٦جـ - ٢$

$٦جـ = ٢$

$جـ = \frac{١}{٣}$

د) اذا كان $\int_{-٣}^{٣} (٣ - ٥ا(س)) دس = -٦$ ، $\int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دك = ٨$

فجد $\int_{٣}^{٣} ٤ ٥ا(س) دس$

الحل في هذا السؤال ركّز على الخطوط فجد ادخان

$$٤ \int_{٣}^{٣} ٥ا(س) دس = ٤ \left[\int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس + \int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس \right]$$

$$= ٤ \left[-٢٤ + ٨ \right]$$

$$= ٤ \left[-١٦ \right]$$

$$= \boxed{-٦٤}$$

صنا يجب تصفية المعطى بالسؤال

$$\int_{-٣}^{٣} (٣ - ٥ا(س)) دس = -٦$$

تموس واقتران متوزع ركّز

$$\int_{-٣}^{٣} ٣ دس - \int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس = -٦$$

$$٣ \times ٣ - \int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس = -٦$$

$$\int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس = -٦ - ١٨$$

$$\int_{-٣}^{٣} ٥ا(س) دس = -٢٤$$

$$\int_{٣}^{-٣} ٥ا(س) دس = ٢٤$$

لاحظ عكس المعطى فنعكس الاشارة

ورقة ٧

Mathio 2016

السؤال الثاني

أ) اذا علمت أن $م(س) = \begin{cases} هـ^{س} & 1 \leq س \leq 3 \\ س & 3 < س \leq 5 \end{cases}$

فجد $\int_{1}^{5} م(س)\, د س$

الحل

$$\int_{1}^{5} م(س)\, د س = \int_{1}^{3} م(س)\, د س + \int_{3}^{5} م(س)\, د س$$

$$= \int_{1}^{3} هـ^{س}\, د س + \int_{3}^{5} س\, د س$$

$$= \left| هـ^{س} \right|_{1}^{3} + \left| \frac{س^2}{2} \right|_{3}^{5}$$

$$= (هـ^{3}) - (هـ^{1}) + \left(\frac{(5)^2}{2}\right) - \left(\frac{(3)^2}{2}\right)$$

$$= هـ^{3} - هـ^{1} + \frac{25}{2} - \frac{9}{2} = \boxed{هـ^{3} - هـ^{1} + 8}$$

ب) جد تكامل ما يلي $\int ٤س\, جتا(س^2 + 5)\, د س$

الحل نفرض ان $ص = س^2 + 5$ تعويض لان الزاوية اسيتي س والباقي أس

نشتق $\frac{د ص}{د س} = 2س$

نستبدل $د س = \frac{د ص}{2س}$ الآن نرجع للسؤال الاصلي

$$\int ٤س\, جتا ص \cdot \frac{د ص}{2س}$$

$$٢ جا ص + ج$$

نعيد قيمة ص

$$٢ جا (س^2 + 5) + ج$$

Mathio 2016

جـ) يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث ان تسارعه بعد ن ثانية تـ(ن) = ٣ م/ث٢ ، جد السرعة والمسافة بعد (٤) ثوان من بدء الحركة علماً بأن موقعه الابتدائي ف(٠) = ٢ م وسرعته الابتدائية ع(٠) = ١ م/ث

الحل

ع(ن) = ∫ تـ(ن) دن

ع(ن) = ∫ ٣ دن

ع(ن) = ٣ن + ح

٣×٠ + ح = ١

اذاً ح = ١

ومنه ع(ن) = ٣ن + ١

ع(٤) = ٣×٤ + ١ = ١٣

ف(ن) = ∫ ع(ن) دن

ف(ن) = ∫ (٣ن + ١) دن

ف(ن) = ٣ن٢/٢ + ن + د

٣/٢ × (٠)٢ + ٠ + د = ٢

ومنه د = ٢

ف(ن) = ٣ن٢/٢ + ن + ٢

ف(٤) = ٣×(٤)٢/٢ + ٤ + ٢

= ٢٤ + ٦ = ٣٠

د) اذا كان هـ اقترانا "قابلاً" للاشتقاق وكانت

هـ(س) = ٣س٣ - ٤س + ١ فجد هـ(١-١) علماً بان هـ(٣) = ٢

الحل

هـ(س) = ∫ هـَ(س) دس

هـ(س) = ∫ (٣س٢ - ٤س + ١) دس

هـ(س) = ٣س٣/٣ - ٤س٢/٢ + س + د

هـ(س) = س٣ - ٢س٢ + س + د

هـ(٣) = ٢

(٣)٣ - ٢×(٣)٢ + ٣ + د = ٢

٢٧ - ١٨ + ٣ + د = ٢

١٢ + د = ٢

د = -١٠

هـ(س) = س٣ - ٢س٢ + س - ١٠

هـ(-١) = (-١)٣ - ٢(-١)٢ - ١ - ١٠

= -١ - ٢ - ١ - ١٠ = -١٤

وزارة

Mathio 2016

السؤال الثالث.

أ) جد تكامل ما يلي

$$\int \frac{س^3 + 5}{\sqrt{س^3}}\, دس = \int س^{\frac{3}{2}}\, دس + \int 5 س^{-\frac{3}{2}}\, دس$$

$$= \frac{2}{5} س^{\frac{5}{2}} + 5 \times -2 \, س^{-\frac{1}{2}} + ج$$

اذا كان التكامل بالصورة التالية نوزعه

$$\int \frac{أ \pm ب}{ج}\, دس = \int \frac{أ}{ج}\, دس \pm \int \frac{ب}{ج}\, دس$$

$$\int س^{م} دس \text{ معلومة} \quad \text{تصبح} \quad \int س^{م-ن} دس$$

ب) $\int_{-1}^{1} \left(\frac{1}{س^2 + 6س + 9} \right) دس$

$$= \int_{-1}^{1} \frac{1}{(س+3)(س+3)}\, دس$$

لكل

$$= \int_{-1}^{1} \frac{1}{(س+3)^2}\, دس$$

لان المقام موجود بالمقام نرفع المقام تتغير اشارة الاس

$$= \int_{-1}^{1} (س+3)^{-2}\, دس$$

نفرض ان $ص = س + 3$

نشتق $\frac{دص}{دس} = 1$

$\therefore دس = دص$

عندما $س = -1$ فان $ص = 2$

عندما $س = 1$ فان $ص = 4$

$$= \int_{2}^{4} ص^{-2}\, دص = \frac{ص^{-1}}{-1} \Big|_{2}^{4}$$

$$= -\frac{1}{ص} \Big|_{2}^{4} = \left(-\frac{1}{4}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$$

توحيد المقام $\frac{1}{2 \times 2}$

$$= \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

طريقة كريمة للحل

معلومة سريعة

$$\int (أس + ب)^{ن}\, دس$$

$$= \frac{(أس + ب)^{ن+1}}{(ن+1) \times أ}$$

حيث أ معامل س

ويحل ايضا بالتعويض

ويفضل الحل بالتعويض

Mathio 2016

ورقة ١٠

ج) اذا كان اقتران (السعر-الطلب) لمنتج معين هو
ع = ه(س) = ٨ - س وكان اقتران (السعر-العرض) لهذا
المنتج هو ع = ه(س) = س² + ٢

الحل لانه لدي الاقترانين نساويهم ببعضهم لايجاد قيمة س١
كمية التوازن

ه(س) = ه(س)

٨ - س = س² + ٢ نحاول نقل كل شئ لجهة س²

س² + س + ٢ - ٨ = ٠

س² + س - ٦ = ٠ ما لصدان للذان ناتج

(س + ٣)(س - ٢) = ٠ ضربهم ٦ وطرحهم ١ ، ٢×٣

اما س + ٣ = ٠ ومنه س = -٣

اما س - ٢ = ٠ ومنه س = ٢

س = -٣ تهمل لان ٦ سالبه الاشارات
يستكون مختلفه
ونضع اشارة الاوسط للاكبر

س١ = ٢ كمية التوازن

لايجاد قيمة ع نعوض س باي اقتران

ع = ه(٢) = ٨ - ٢ = ٦ ومنه ع = ٦

سعر التوازن

فائض المستهلك

ف م = ∫ ه(س) د س - ع١ × س١

= ∫ (٨ - س) د س - ٦ × ٢

= ٨س - س²/٢ | - ١٢

(٨×٢ - ٤/٢) - (صفر) - ١٢

١٦ - ٢ - ١٢

١٤ - ١٢ = ٢

فائض المنتج

ف ج = ع١ × س١ - ∫ ه(س) د س

ف ج = ٦×٢ - [∫ (س² + ٢) د س]

= ١٢ - [س³/٣ + ٢س |٠²]

١٢ - [(٢)³/٣ + ٢) - (صفر)]

١٢ - [٨/٣ + ٢] = ١٢ - ١٤/٣ توحيد المقام

٣٦/٣ - ١٤/٣ = ٢٢/٣

ورقة ١١

Mathio
2016

د) جد التكاملات التالية.

* $\int \frac{س^3 - ٤س^2 + س}{س} \, دس = \int \frac{\cancel{س}(س^2 - ٤س + ١)}{\cancel{س}} \, دس$

نخرج س من البسط
عامل مشترك

$= \frac{س^3}{3} - ٤\frac{س^2}{2} + س + ج$

* $\int \frac{٧س^5 - ٩س^3}{س^3} \, دس = \int \frac{\cancel{س^3}(٧س^2 - ٩)}{\cancel{س^3}} \, دس$

نخرج $س^3$ عامل مشترك

$= ٧\frac{س^3}{3} - ٩س + ج$

* $\int \frac{٧س^2 - س}{١ - ٧س} \, دس = \int \frac{س(٧س - ١)}{-(٧س - ١)} \, دس$

نخرج س من البسط
عامل مشترك

$= \int -س \, دس = -\frac{س^2}{2} + ج$

* $\int_{-١}^{٢} ٢س \, هـ^{س^2} \, دس$ لان فوق هـ س لها اس لكونها تفاضلية

نفرض ان $ص = س^2$ ومنه $\frac{دص}{دس} = ٢س$ ومنه $دس = \frac{دص}{٢س}$

نجعل ونقيم بدلالة ص

عندما $س = -١$ فان $ص = (-١)^2 = ١$

عندما $س = ٢$ فان $ص = (٢)^2 = ٤$

$\int_{١}^{٤} \cancel{٢س} \, هـ^{ص} \cdot \frac{دص}{\cancel{٢س}}$

$= هـ^{ص} \Big|_{١}^{٤} = هـ^{٤} - هـ^{١}$

ورقة ١٢

Mathio 2016

منوعات وأفكار للوحدة التكامل

① تذكره احسب قيمة الثابت ك في كل مما يلي

$\int_1^{ك} \frac{1}{\sqrt{س}}\, دس = ٢$ في البداية نحول $\sqrt{س}$ لـ $س^{\frac{1}{2}}$ ليسهل لها أمس كري

الحل $\int_1^{ك} \frac{1}{س^{\frac{1}{2}}}\, دس = ٢$ $\leftarrow$ $\int_1^{ك} س^{-\frac{1}{2}}\, دس = ٢$

اذا كانت س لها اس بالمقام كوضع فوق

$\left| \frac{س^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \right|_1^{ك} = ٢$

$\left| ٢\sqrt{س} \right|_1^{ك} = ٢$

$٢(\sqrt{ك} - \sqrt{١}) = ٢$

$\sqrt{ك} - ١ = \frac{٢}{٢}$

$\sqrt{ك} = ١ + ١$ وعند $\sqrt{ك} = ٢$ نربع الطرفين

$ك = ٤$

② تذكره جد قيمة جـ $\int_{جـ}^{٢} (٤س - ١)\, دس = -٣جـ + ٢$

الحل $\left| \frac{٤س^{٢}}{٢} - س \right|_{جـ}^{٢} = -٣جـ$

$\left| ٢س^{٢} - س \right|_{جـ}^{٢} = -٣جـ$

$(٢(٢)^{٢} - ٢) - (٢(جـ)^{٢} - جـ) = -٣جـ$

$(٨ - ٢) - (٢جـ^{٢} - جـ) = -٣جـ$

$٦ - ٢جـ^{٢} + جـ = -٣جـ$

$-٢جـ^{٢} + جـ + ٣جـ + ٦ = ٠$

$-٢جـ^{٢} + ٤جـ + ٦ = ٠$

$جـ^{٢} - ٢جـ - ٣ = ٠$

نحلل

$(جـ - ٣)(جـ + ١) = ٠$

اما $جـ - ٣ = ٠$ $\leftarrow$ $جـ = ٣$

او $جـ + ١ = ٠$ $جـ = -١$

ورقة ١٢

Mathio 2016

(٣) فكرة : اذا كان الايراد الكلي لبيع س علبة من السكويت الذي ينتجها مصنع ما هو د(س) = ٢س - ١ دينار، فجد الايراد الكلي الناتج عن بيع هذه العلب.

الحل: الايراد الكلي = ∫ الايراد الحدي دس

د(س) = ∫ د'(س) دس

د(س) = ∫ (٢س - ١) دس

د(س) = س² - س + جـ

بدون + جـ

د(س) = س² - س

(٤) فكرة : جد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين هـ(س) = س + ١ ، هـ(س) = ١ - ٢س في الفترة [٠ ، ٢]

الحل: نساوي المعادلتين ببعضهما

هـ(س) = هـ(س) ومنه س + ١ = ١ - ٢س ونصبح س + ٢س = ١ - ١

٣س = ٠ ، س = ٠/٣ ، س = ٠

المساحة = ∫₀² (س + ١) - (١ - ٢س) دس

= ∫₀² (س + ١ - ١ + ٢س) دس = ∫₀² ٣س دس = ٣س²/٢ |₀²

ومنه (٣ × (٢)²)/٢ - (صفر) = ٦ وحدات مربعة

(٥) فكرة * ∫ جتاس ظاس دس ، للعلم ظاس = جاس/جتاس

∫ جتاس . جاس/جتاس دس = ∫ جاس دس

= - جتاس + جـ

ورقة ١٤

Mathio 2016

(٦) فكرة اذا طلب في السؤال المشتقه اي $\frac{دص}{دس}$ او $ص = هـ(س)$ او $ص$

- تكامل غير محدود $\int$ ← الجواب (ما داخل التكامل)
- تكامل محدود $\int_{أ}^{ب}$ ← الجواب (صفر)

مثلاً: اذا كان $\int هـ(س)\,دس = ٤س^{٣} - ٦س^{٢} + ٢$ فجد $هـ'(١)$

الحل اولاً نجد $هـ(س)$ للطرفين $هـ(س) = ١٢س^{٢} - ١٢س$

$هـ'(س) = ٢٤س - ١٢$

$هـ'(١) = ٢٤ \times ١ - ١٢ = \boxed{١٢}$

مثلاً: اذا كان $\int هـ(س)\,دس = س^{٤}$ فجد $هـ(س)$ ، $هـ(س)$ ؟

الحل لاحظ المطلوب $هـ(س)$ وهو داخل التكامل غير محدود

نشتق الطرفين $\frac{د}{دس} \int هـ(س)\,دس = ٤س^{٣}$

$هـ(س) = ٤س^{٣}$ وبما $هـ(س) = ١٢س^{٢}$

* اذا كان $\int ل(س)\,دس = س^{٣} + ب$ على فكرة ناتج التكامل جاهز بسبب عوض

فجد $\int_{-١}^{٨} ل(س)\,دس$ ؟

الحل $\sqrt[٣]{س^{٢} + ب}\Big|_{-١}^{٨}$

$(\sqrt[٣]{٨^{٢}} + ب) - (\sqrt[٣]{(-١)^{٢}} + ب)$

$(٤ + ب) - (١ + ب)$

$٤ + ب - ١ - ب = \boxed{٣}$

* اذا علمت ان $هـ(٤) = ١٢$ ، $هـ(١) = -٨$

احسب قيمة $\int_{١}^{٢} س\,هـ'(س^{٢})\,دس$

الحل نفرض ان $ص = س^{٢}$

$\frac{دص}{دس} = ٢س \Rightarrow دس = \frac{دص}{٢س}$

عندما $س = ١$ فان $ص = (١)^{٢} = ١$

عندما $س = ٢$ فان $ص = (٢)^{٢} = ٤$

$\int_{١}^{٤} س\,هـ'(ص) \cdot \frac{دص}{٢س}$

$\frac{١}{٢} \int_{١}^{٤} هـ'(ص)\,دص = \frac{١}{٢}[هـ(٤) - هـ(١)]$

$= \frac{١}{٢}[١٢ - (-٨)] = \boxed{١٠}$

* اذا رأيت داخل القوس س لها اس تعويضه

ورقة ١٥

Mathio 2016

* الكلي الافضل لسؤال المساحة *

* اغلب الطلاب عندهم مشكلة ايجاد حدود س

فكر ١٥ $ع(س) = س - س^{٣}$ تساوي بالصفر

$س - س^{٣} = ٠$

نخرج س عامل مشترك

$س(١ - س^{٢}) = ٠$

اما $س = ٠$ او $١ - س^{٢} = ٠$

$س^{٢} = ١$ $س = \pm ١$

	صفر	
−	١	+

مثال ٣ صفحة

اذا

مساحة كلية $= ١٣ + ٣٢$

* فكر ٢٥ $ص - س = ٦$

نرتب هذه المسألة

ونجعلها بدلالة ص

$ص = س + ٦$

$ص = س^{٢}$

ننادي الاقترانات ببعضها

$س^{٢} = س + ٦$

$س^{٢} - س - ٦ = ٠$

$(س - ٣)(س + ٢) = ٠$

اما $س - ٣ = ٠$ $س = ٣$

او $س + ٢ = ٠$ $س = -٢$

ومنه المساحة

$\int_{-٢}^{٣} ((س + ٦) - (س^{٢}))\, دس$

ونكمل الحل

* فكر ٣٥ اذا كان لدينا

اقتران ومستقيم

$ص = س^{٣}$ و $س = -١$

ننادي الاقتران ص بالصفر

$س^{٣} = ٠$ جذر تكعيبي

$س = ٠$

مساحة $= \int س^{٣}\, دس$

-١

ونكمل

* فكره ٤ اذا كان لدينا اقتران

ومحور السينات بالفترة

$[٠, ٤]$ ، $ق(س) = ٦ - ٢س$

$٦ - ٢س = ٠$

$٦ = ٢س$ $س = ٣$

	٣	
+	٤	−

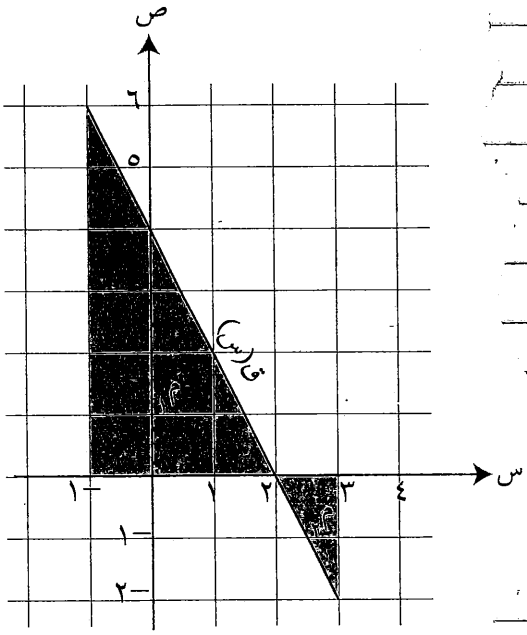
مساحة كلية $= ١٣ + ٣٢$

ونكمل

Mathio 2016

وراق ١٦

* كيف تجد المساحة من خلال الرسم *



* جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات في الفترة [-١، ٣]

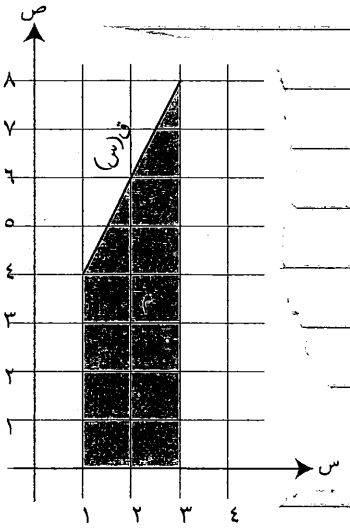
الحل المساحة الكلية = م١ + م٢

$م_1 = \frac{1}{2} \times (3) \times (6) = \frac{18}{2} = 9$ (القاعدة × الارتفاع)

$م_2 = \frac{1}{2} \times (1) \times 2 = \frac{2}{2} = 1$

المساحة الكلية = ٩ + ١ = ١٠ وحدات مربعة

* احسب المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق(س) ومحور السينات والمستقيمين س = ١ ، س = ٣



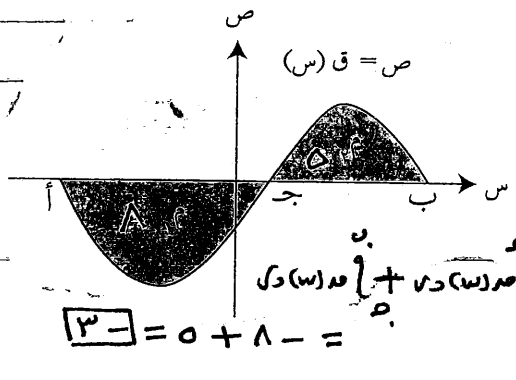
الحل مساحة شبه المنحرف

$= \frac{1}{2} \times$ (مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين) × البعد بينهم

$= \frac{1}{2} \times (8+4) \times (2)$

= ١٢ وحدات مربعة

يمثل الشكل (٤-١٠) المنطقة المغلقة المحصورة بين منحنى الاقتران ق، ومحور السينات في الفترة [أ ، ب]، فإذا علمت أن مساحة ($م_1$) تساوي (٨) وحدات مربعة، ومساحة ($م_2$) تساوي (٥) وحدات مربعة، فأوجد $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,د(س)$



لأنه طلب تكامل $\int_{أ}^{ب} ق(س)\,د(س) = \int_{أ}^{جـ} ق(س)\,د(س) + \int_{جـ}^{ب} ق(س)\,د(س)$

= -٨ + ٥ = -٣

الوحدة الثانية

ورقة ١٧

* مراجعة سريعة حول الاحصاء والاحتمالات *

* المضروب مثلاً مضروب العدد ٥! = ٥ × ٤ × ٣ × ٢ × ١

حفظ

٠! = ١	١! = ١	٢! = ٢	٣! = ٦
٤! = ٢٤	٥! = ١٢٠	٦! = ٧٢٠	٧! = ٥٠٤٠

* معلومة هامة في حال جد قيمة ن ؟

خارج القوس

٣(ن!) = ٧٢

هنا نقسم ٣ على ٣ / ٣(ن!) = ٧٢ / ٣

ن! = ٢٤

ما هي العدد الذي نضرب مضروبها ٢٤

ن = ٤

داخل القوس

(٣ن!) = ٧٢٠

اذا كان العدد داخل القوس نبدأ بتحليل الطرف الثاني

(٣ن!) = ٦ × ١٠

٣ن / ٣ = ٦ / ٣ ، ن = ٢

* مثال آخر * (ن-١)! = ٢٤ ؟ نحلل الطرف الايسر

(ن-١)! = ٤ × ٣ × ٢ × ١

ومنه ن-١ = ٤ ، ن = ٥

* جد قيمة كل مما يلي

① ٧! / (٧-٢)! = ٧! / ٥! = ٧ × ٦ × ٥! / ٥! = ٤٢

② ن! - ٤! = ٩٦ ← ن! - ٢٤ = ٩٦ ← ن! = ٢٤ + ٩٦

ن! = ١٢٠ ومنه ن = ٥

ورقة ١٨

* التباديل والتوافيق

*** في حال ذكر المسمّى الوظيفي وكان الترتيب مهم (تباديل)

*** في حال لم يلتزم الترتيب مهم او اذا كان السؤال حول اجراء التحقيب النهائية (التوافيق)

* التباديل يحل بطريقتين اما بالفرم مثلاً

ل(٥ ٤ ٣) = ٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

تعني انزل عطر دب الـ ٥ ٣ خطوات

ل(ن ، ر) بالقانون ل(ن ، ر) = $\frac{ن!}{(ن-ر)!}$ مثلاً

ل(٥ ، ٣) = $\frac{٥!}{٢!}$ = $\frac{١٢٠}{٢}$ = ٦٠

حفظ للحل السريع

* ل(ن ، ٠) = ١ * ل(ن ، ١) = ن * ل(ن ، ن) = ن!

* التوافيق يحل بطريقتين اما بالقانون ١ $\binom{ن}{ر}$ = $\frac{ل(ن ، ر)}{ر!}$

$\binom{ن}{ر}$

بالقانون ٢ $\binom{ن}{ر}$ = $\frac{ن!}{(ن-ر)! \times ر!}$

* بالتوافيق اذا كان المجهول تحت $\binom{٨}{٢س}$ = $\binom{٨}{٦}$ نجد قيم س؟

اما ٢س = ٦ ومنه س = ٣

او ٢س = ٨ - ٦ ⇐ ٢س = ٢ ⇐ س = ١

موقع $\binom{س}{٥}$ = $\binom{٨}{س}$

عندها س = مجموعهم س = ٥ + ٨

س = ١٣

** $\binom{ن}{٠}$ = ١ / $\binom{ن}{ن}$ = ١

$\binom{ن}{١}$ = ن

حفظ للحل السريع

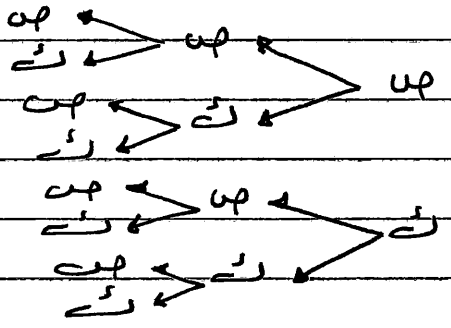
ورقة ١٩

** المتغير العشوائي المنفصل * هنا يمكنك حصر قيم لفضاء العينة

مثال توضيحي: اذا دل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات فاكتب الفضاء العينة للتجربة، ثم جد قيم س الممكنة؟

الحل بتوضيح مفصل ← استخدم طريقة الشجرة

رمية ١ رمية ٢ رمية ٣



اكتب عناصر الفضاء العينة ك

ك = { (ص, ص, ص)، (ص, ص, ك)، (ص, ك, ص)، (ص, ك, ك)، (ك, ص, ص)، (ك, ص, ك)، (ك, ك, ص)، (ك, ك, ك) }

(٣) (٢) (١)

لاحظ ان المتغير العشوائي يدل على عدد مرات ظهور الصورة

قيم المتغير العشوائي س = { ٠، ١، ... ن } ← عدد الرميات

س = { ٠، ١، ٢، ٣ }

عدد الاشخار / الاولاد

جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١/٨	٣/٨	٣/٨	١/٨

*** قانون توزيع ذي الحدين ل(س = ر) = $\binom{ن}{ر}$ (م)^{ر} (١ − م)$^{ن-ر}$

حيث م: نسبة الاحتمال

ن: العدد الكلي

ر: المطلوب من ن

* يستخدم عندما لا تستطيع حصر قيم الفضاء العينة

فمثلاً عدد العمليات الناجحة / عدد الجوان... الخ

Mathio 2016

Mathio 2016

واقف ..

*** العلامة المعيارية ← القانون $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$

حيث : ز العلامة المعيارية

حيث : س العلامة / العلامة المعلمية / العلامة الخام

حيث : $\bar{س}$ الوسط الحسابي و ع الانحراف المعياري

ملاحظة : اذا كان السؤال عن العلامة التي تنحرف $\begin{cases} فوق \text{ الوسط} \leftarrow ز = + \\ تحت \text{ الوسط} \leftarrow ز = - \end{cases}$

** بالنسبة للانحراف المعياري له قانونان حسب المعطى

$ع = \frac{س - \bar{س}}{ز}$ او $ع = \frac{\text{مربع العلامات}}{\text{مربع العلامات المعيارية}}$

* التوزيع الطبيعي * اذا كان معياري $\begin{cases} \bar{س} = \text{صفر} \\ ع = 1 \\ \text{العلامة المعيارية} = ز \end{cases}$

قوانين

① * $ل(ز < ب) =$ نجدها من الجدول مباشرة لانها اقل من عدد موجب

② * $ل(ز < -ب) = 1 - ل(ز < ب)$ بتصير واحد ناقص لانها اكبر من عدد موجب

③ * $ل(ز > -ب) = ل(ز < ب)$ نعكس الاشارة وتصبح اقل من عدد موجب نجدها مباشرة

④ * $ل(ز > -ب) = ل(ز < ب)$ لانه نعكس الاشارة ثم نتبع القاعدة رقم ②

* معادلة خط الانحدار

$\hat{هـ} = ب س + أ$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(هـ - \bar{هـ})}{\sum (س - \bar{س})^2}$

نجد قيمة ب من الجدول ثم نجد قيمة

$أ = \bar{هـ} - ب \times \bar{س}$

* اذا كان السؤال تنبأ / قدر ؟ عندها نعوض قيمة س بالمعادلة

* الخطأ في التنبؤ = قيمة الحقيقة − قيمة التنبأ

$هـ - \hat{هـ}$

* معامل ارتباط بيرسون

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(هـ - \bar{هـ})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^2 \times \sum (هـ - \bar{هـ})^2}}$

ورقة (١)

Mathio 2016

السؤال الأول

أ) يبين الجدول المقابل عدد سنوات الخبرة (س) والأجر اليومي (ص) بالدينار لخمسة عمال في إحدى الشركات الصناعية.

* جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

عدد سنوات الخبرة (س)	٥	٦	٩	٧	٣
الاجر اليومي بالدينار (ص)	١٦	١٨	٢٢	١٣	١١

الحل

س	ص	س - س̄	ص - ص̄	(س - س̄)(ص - ص̄)	(س - س̄)²
٥	١٦	-١	٠	٠	١
٦	١٨	٠	٢	٠	٠
٩	٢٢	٣	٦	١٨	٩
٧	١٣	١	-٣	-٣	١
٣	١١	-٣	-٥	١٥	٩
٣٠	٨٠			٣٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{\sum س}{ن}$ $\quad \bar{س} = \frac{٣٠}{٥}$ $\quad \bar{س} = ٦$ $\quad \bar{ص} = \frac{\sum ص}{ن}$ $\quad \bar{ص} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$

نجد قيمة $أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2}$ ومنه $أ = \frac{٣٠}{٢٠}$ إذا $أ = \frac{٣}{٢}$

ثم نجد قيمة $ب = \bar{ص} - أ \times \bar{س}$ ، ومنه $ب = ١٦ - \frac{٣}{٢} \times ٦$

$ب = ١٦ - ٩$

$ب = ٧$

المعادلة هي $\hat{ص} = \frac{٣}{٢} س + ٧$

قدّر أوشنا بالأجر اليومي عندما تكون س = ٤ سنوات الخبرة

$\hat{ص} = \frac{٣}{٢} \times ٤ + ٧$

$= ٦ + ٧ = (١٣)$ دينار

عندها يعوض قيمة س بالمعادلة

لو كان السؤال ← جد الخطأ في التنبؤ عندما س = ٦ ؟

الخطأ في التنبؤ = القيمة الحقيقية - القيمة المتنبأ بها

$= ص - \hat{ص}$

$= ١٨ - (\frac{٣}{٢} \times ٦ + ٧)$

$= ١٨ - (٩ + ٧)$

$= ١٨ - ١٦ = ٢$

ورقة ٢

Mathio 2016

ب) اذا كان س متغيراً "عشوائياً" يخضع لتوزيع ذي الحدين حيث ن = ٣
ل(س ≥ ١) = $\frac{19}{27}$ ، فجد كلاً مما يأتي:

م) قيمة م ب) ل(س = ٢)

الحل معلومه ل(س ≥ ١) اول ما حولها ⇐ ١ - ل(س = ٠)

١ - ل(س = ٠) = $\frac{19}{27}$ ⇐ ل(س = ٠) = ١ - $\frac{19}{27}$ نوحد المقام

$\binom{3}{0}$ (م)^0 (١-م)^3 = $\frac{8}{27}$ ⇐ ١ × ١ × (١-م)^3 = $\frac{8}{27}$

عرفت بالقانون

ومنه $\sqrt[3]{(1-م)^3} = \sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ جذر تكعيبي للطرفين

١ - م = $\frac{2}{3}$ ومنه م = ١ - $\frac{2}{3}$ ⇐ م = $\frac{1}{3}$

ب) ل(س = ٢) = $\binom{3}{2}$ $(\frac{1}{3})^2$ $(\frac{2}{3})^1$ = $\frac{\text{ل}(3\,6\,2)}{12}$ = $\frac{2}{3} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{3}$

= $\frac{2 \times 3 \times 2}{27}$ = $\boxed{\frac{12}{54}}$

ج) اذا كان س متغيراً "عشوائياً" ذا الحدين معاملاه ن = ٢ ، م = ٠.٣ ، فجد
١) ثم س الحل س = {٠ ، ١ ، ٢} داعماً "من حذف متتاليتين"

٢) جدول التوزيع الاحتمالي

س	٠	١	٢
ل(س)	٠.٤٩	٠.٤٢	٠.٠٩

ل(٠) = $\binom{2}{0}$ (٠.٣)^0 (٠.٧)^2 = ٠.٤٩ على فكره م = $\frac{3}{10}$

ل(١) = $\binom{2}{1}$ (٠.٣)^1 (٠.٧)^1 = ٠.٤٢ ١ - م = كم ناقص للـ ١ حتى

ل(٢) = $\binom{2}{2}$ (٠.٣)^2 (٠.٧)^0 = ٠.٠٩ تصير ١ اذا ١ - م = ٠.٧

مسلم

ورقة ٢٣

Mathio 2016

السؤال الثاني

أ) اذا كان $٢ \, ل(ن، ٢) = \binom{ن}{٣}$ فما قيمة ن ؟

الحل $\frac{٢ \times ن \times (ن-١)}{٢} = \frac{ل(ن، ٣)}{١٣}$

$\frac{٢ \times ن \times (ن-١)}{٢} = \frac{ن \times (ن-١) \times (ن-٢)}{٦}$

$ن - ٢ = ١٢$ ومنه $\boxed{ن = ١٤}$

ب) مجموعة مكونة من (٨) معلمين و (٤) إداريين، جد عدد طرق يمكن بها تكوين لجنة ثلاثية بحيث تتكون من معلم واحد على الأقل.

الحل : على الأقل معناها

اما معلم + معلمين + ثلاثة معلمين

$\binom{٨}{١}\binom{٤}{٢} + \binom{٨}{٢}\binom{٤}{١} + \binom{٨}{٣}\binom{٤}{٠}$

$\frac{٨!}{٧!} \times \frac{٤!}{٢! \times ٢!} + \frac{٨!}{٦! \times ٢!} \times ٤ + \frac{٨!}{٥! \times ٣!} \times ١$

$٤٨ + ١١٢ + ٥٦ = ٢١٦$

ج) اذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٠) والانحراف المعياري لها (٤) وكانت علامة الطالب احمد سامي (-٣) تحت العلامة المعيارية لعلامة الطالب احمد سامي الذي حصل عليها.

الحل $ز = \frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← $-٣ = \frac{س - ٦٠}{٤}$ ← $-١٢ = س - ٦٠$ ← $س = ٦٠ + ٦$

(عكس التباديل)

$\boxed{س = ٤٨}$

ورقة ٤

Mathio 2016

د) المجموعة (أ) مكونة من خمسة طلاب ، والمجموعة (ب) مكونة من ستة معلمين ، بكم طريقة يمكن من خلالها اختيار طالبين من المجموعة (أ) لجنة ، ورئيسه ومساعد رئيسه لمرافقة بعثة من المجموعة (ب)

الحل $(^{٥}_{٢}) \times ل(٦،٢) \leftarrow \frac{ل(٦،٥)}{١٢} \times ٥ \times ٦ \leftarrow \frac{٤ \times ٥}{١} \times ٥ \times ٦$

$= \boxed{٣٠٠}$

هـ) قررت احدى الشركات رفض اي شحنه من المواد التي تشتريها من مورد ما ، اذا تبين وجود وحدتين معيبتين او اكثر في عينة عشوائية مكونة من (١٠) وحدات ، فاذا كانت نسبة المعيب في شحنه من ذلك المورد (١٠٪) ، فجد احتمال ؟

① احتمال قبول الشحنه $= ل(س \leq ٢) = ل(س=١) + ل(س=٠)$

حيث $ن = ١٠$

$م = ١٠٪$

ومنه $١ - م = ٩٠٪$

$\left[(^{١٠}_{١})(١٠٪)^{١}(٩٠٪)^{٩} + (^{١٠}_{٠})(١٠٪)^{٠}(٩٠٪)^{١٠} \right]$

② احتمال رفض الشحنه $= ل(س \geq ٢) = ١ - [ل(س=١) + ل(س=٠)]$

$١ -$ (ناتج الفرع ①)

و) اذا كان $ع ل(٦،ر) = ٤٨٠$ فجد قيمة ر

الحل نقسم الطرفين على $ل(٦،ر) = ١٢٠$

انزل بفردين $٦ \leftarrow ٦ \times ٥ \times ٤$

$٣٠ \times ٤ = ١٢٠$ يعني نزلنا ٣ خطوات

$\boxed{ر = ٣}$

ورقة ٥

Mathio 2016

السؤال الثالث

أ) ثلاثة طلاب أ ، ب ، جـ في أحد الصفوف ، علاماتهم المعيارية ٢ ، ١ ، ٠٫٧٥ على الترتيب والوسط الحسابي لعلامات طلبة الصف جميعهم (٦٨) ، والفرق بين علامتي أ ، جـ هو (١٠) ، فجد

* الانحراف المعياري لعلامات طلبة الصف ؟

ع = فرق العلامات / فرق العلامات المعيارية

ع = ١٠ / (٢ - ٠٫٧٥)

ع = ١٠ / ١٫٢٥ ⟵ ع = ٨

	أ	ب	جـ
ز :	٢	١	٠٫٧٥
س :	؟	؟	؟

فرق = ١٠

* العلامات المقابلة للطلبة أ ، ب ، جـ ؟

ز_أ = (س - س̄) / ع ⟵ ٢ = (س - ٦٨) / ٨ ⟵ ١٦ = س - ٦٨ ⟵ س = ٦٨ + ١٦ ⟵ س = ٨٤

ز_ب = (س - س̄) / ع ⟵ ١ = (س - ٦٨) / ٨ ⟵ ٨ = س - ٦٨ ⟵ س = ٦٨ + ٨ ⟵ س = ٧٦

ز_جـ = (س - س̄) / ع ⟵ ٠٫٧٥ = (س - ٦٨) / ٨ ⟵ ٦ = س - ٦٨ ⟵ س = ٦٨ + ٦ ⟵ س = ٧٤

* علامة الطالب ؟ التي تنحرف الحرافيتة معيارية تحت المتوسط الحسابي ؟

الحل هنا يريد قيمة س ولديك ز = -٢ (سالب)

ز = (س - س̄) / ع ⟵ -٢ = (س - ٦٨) / ٨ ⟵ -١٦ = س - ٦٨ ⟵ س = ٦٨ + ١٦

س = ٨٤

Mathio
2016

ب) أكمل الجدول المجاور لحساب معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين س ، ص

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
٨	٦	١	١	١	١	١
٧	٥	٠	-١	٠	٠	١
٦	٧	-١	١	-١	١	١
٩	٨	٢	٢	٤	٤	٤
٥	٤	-٢	-٢	٤	٤	٤
٣٥	٢٥			٧	١٠	١٠

$\bar{س} = \frac{\Sigma س}{ن}$ $\quad \bar{س} = \frac{٣٥}{٥}$ $\quad \bar{س} = ٧$

$\bar{ص} = \frac{\Sigma ص}{ن}$ $\quad \bar{ص} = \frac{٢٥}{٥}$ $\quad \bar{ص} = ٥$

علماً بأن $ر = \frac{\sum_{ي=١}^{ن} (س_ي - \bar{س})(ص_ي - \bar{ص})}{\sqrt{\sum_{ي=١}^{ن} (س_ي - \bar{س})^٢ \sum_{ي=١}^{ن} (ص_ي - \bar{ص})^٢}}$

ومنه $ر = \frac{٧}{\sqrt{١٠ \times ١٠}}$ $\quad$ $\boxed{ر = \frac{٧}{١٠}}$

ج) إذا كانت رواتب (١٠٠٠٠) موظفٍ في إحدى الوزارات تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٣٠٠) دينار شهرياً، وانحراف معياري (١٠) دنانير، فما عدد الموظفين الذين تنحصر رواتبهم بين ٢٨٠ ديناراً و٣٢٠ ديناراً ؟

ملاحظة: يمكن الاستعانة بالجدول المجاور.

ز	٣.٠	٢,٥	٢	١,٥	٠,٢
ل (ز)	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٣٨	٠,٩٧٧٢	٠,٩٣٣٢	٠,٥٧٩٣

الحل

تنحصر بين

ل (٢٨٠ ≤ س ≤ ٣٢٠)

* $ز = \frac{٢٨٠ - ٣٠٠}{١٠}$ $\quad ز = \frac{-٢٠}{١٠}$ $\quad \boxed{ز = -٢}$

* $ز = \frac{٣٢٠ - ٣٠٠}{١٠}$ $\quad ز = \frac{٢٠}{١٠}$ $\quad \boxed{ز = ٢}$

ل (-٢ ≤ ز ≤ ٢)

= ل (ز ≤ ٢) − ل (ز ≤ -٢)

= ٠,٩٧٧٢ − ل (ز ≤ ٢)

= ٠,٩٧٧٢ − [١ − ل (ز ≤ ٢)] ⇐ ٠,٩٧٧٢ − [١ − ٠,٩٧٧٢]

= ٠,٩٧٧٢ − ٠,٠٢٢٨

= ٠,٩٥٤٤

* عدد الموظفين = ٠,٩٥٤٤ × ١٠٠٠٠

= ٩٥٤٤ موظفاً

ورقة ٢٧

Mathio 2016

ج) إذا كانت أوزان ١٠٠٠٠ طالب تتبع التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٤٥) كغ وانحراف معياري (٤) كغ ،
ما عدد الطلبة الذين تزيد أوزانهم عن (٥٠) كغ ؟

ملاحظة: يمكنك الاستفادة من الجدول الآتي :

ز	٠,٢٥	٢,٥	١,٢	١,٢٥	١,٥٢	٠,٨
ل(ز)	٠,٥٩٨٧	٠,٩٩٣٨	٠,٨٨٤٩	٠,٨٩٤٤	٠,٩٣٥٧	٠,٧٨٨١

الحل

ل (س > ٥٠)

$ز = \frac{س - \mu}{\sigma}$ $ز = \frac{٥٠ - ٤٥}{٤}$

$ز = \frac{٥}{٤}$ $ز = ١,٢٥$

ل (ز > ١,٢٥)

يصبح ١ - ل (ز ≤ ١,٢٥)

١ - ٠,٨٩٤٤

= ٠,١٠٥٦

∴ عدد الطلبة = ٠,١٠٥٦ × ١٠٠٠٠ = ١٠٥٦ طالب

ه) (٨) الشكل الممثل للارتباط بين المتغيرين س ، ص

أ) طردي تام = ١

ب) طردي

ج) عكسي تام = -١

د) لا يوجد ارتباط
ر = ٠

و) أجب عن السؤالين الآتيين :

١) بكم طريقة يمكن أن تجلس أربع طالبات على أربعة مقاعد موضوعة في صف واحد ؟

ل (٤٦٤) = ١٤

= ٤ × ٣ × ٢ × ١ = ٢٤

٢) إذا مثلت العلاقة بين المتغيرين س ، ص في شكل الانتشار المجاور حيث وقعت جميع النقاط على خط مستقيم.

طردي تام

ر = ١

اكتب قيمة معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص .