مراجعة مكثفة

الرياضيات

الأدبي

2018 صيفي

لؤي أبو لبدة

تطلب من

اربد - المجمع الشمالي - 027402552 -

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة :-

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي
0774025552

١. إذا كان ص = $\int_{1}^{2} هـ^{س^2}$ دس فإن $\frac{ص}{س}$ تساوي :

أ = $\frac{هـ^{س^2}}{2}$ ب = $هـ^{س^2}$ جـ = $2هـ^{س^2}$ د = صفر

٢. إذا كان ق(س) = $\int_{1}^{3} (3س^2 + 2س)$ دس فإن ق'(2) :

أ = صفر ب = 16 جـ = 12 د = 14

٣. إذا كان ق(س) دس = $س^3 + س^2 - 3$ فإن ق(2) :

أ = 12 ب = 16 جـ = 1 د = 4

٤. إذا كان ق(3) = 7 ، ق(5) = -2 ، فإن $\int_{3}^{5} 2$ ق'(س) دس :

أ = 18 ب = 16 جـ = -18 د = صفر

٥. $\int_{1}^{2} (3س^2 + 7س)$ دس تساوي :

أ = 1 ب = 26 جـ = صفر د = 7

٦. إذا كان $\int_{1}^{3}$ ق(س) دس = -2 ، فإن $\int_{1}^{2} (2ق(س) - 3)$ دس :

أ = -10 ب = 10 جـ = -2 د = 3

٧. إذا كان $\int_{1}^{3} هـ(س)$ دس = -2 ، $\int_{2}^{5} هـ(س)$ دس = 5 ، فإن $\int_{1}^{2} 2هـ(س)$ دس :

أ = 14 ب = -14 جـ = 3 د = -3

٨. $\int_{1}^{2} أ س$ دس :

أ = $\frac{1}{2}أ س^2 + جـ$ ب = $أ س^2 + جـ$ جـ = $أ^2 + جـ$ د = صفر

٩. $\int$ ل^{٢} س س :

(أ) ل^{٢}س + جـ ب) ب = $\frac{ل^{٣}}{٣}$ + جـ ج) جـ = صفر د) د = ٢ل

---

١٠. إذا كان $\int_{١}^{٣}$ ٤أ س س = ١٦٠ فإن قيمة أ :

أ = ٤ ب = ٢ جـ = ٨ (د) = ٢٠

---

١١. $\int$ س$^{\frac{١}{٢}}$ − جا س س تساوي :

أ = س$^{\frac{١}{٢}}$ + جتا س + جـ ب = $\frac{٣}{٢}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + جتا س + جـ (ج) = $\frac{٢}{٣}$ س$^{\frac{٣}{٢}}$ + جتا س + جـ د) = س$^{\frac{١}{٢}}$ + جتا س + جـ

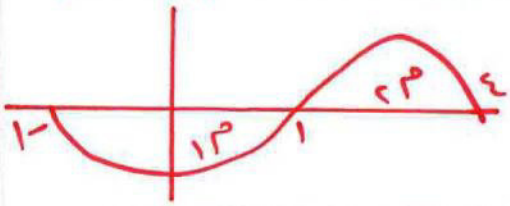
---

١٢. في الشكل المجاور إذا كان م$_{١}$ = ٥ وحدة مربعة ، م$_{٢}$ = ٣ وحدة مربعة فإن $\int_{-٢}^{٣}$ هـ(س) س س :

أ = ٨ ب = −٢ جـ = ١٦ (د) = ٢

---

١٣. في الشكل المجاور إذا كان م$_{١}$ = ٥ وكان $\int_{-١}^{٤}$ هـ(س) س س = ٣ فإن م$_{٢}$ تساوي



أ = ٢ (ب) = ٨ جـ = −٨ د) = ٩

---

١٤. إذا كان ٢ ن ! = ١٢ ، فإن قيمة ن تساوي :

أ = ٦ (ب) = ٣ جـ = ٢ د) = ٤

---

١٥. اشترك أربعة رياضيين في المباراة النهائية للسباحة فما عدد التراتيب المحتملة لنتائج السباق :

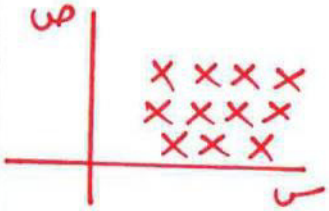
أ = ل(٤، ٢) (ب) = ٤ ! جـ = ٤ ! × ٤ ! د) = $\binom{٤}{٤}$

---

١٦. بكم طريقة يمكن اختيار سؤالين للإجابة عليهم في امتحان يتكون من سبعة أسئلة :

أ = ٧ ! ب = ل(٧، ٢) (ج) = $\frac{ل(٧،٢)}{٢!}$ د) = ٧ ! × ٢ !

١٧. اعتماداً على الشكل المجاور يمثل الانتشار لقيم س ، ص فان معامل الارتباط هو :



أ = طردي تام ب = لا توجد علاقة

جـ = عكسي د = طردي قوي

---

١٨. إذا كان حـ = ٦ + ٣س هي معادلة خط الانحدار وكانت احدى قيم س هي ٥ ، القيمة المناظرة لها ١٩ ، فان الخطأ في التنبؤ هو :

أ = ٣ ب = -٢ جـ = ٢ د = ٦

---

١٩. إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند (س ، ص) يعطى بالعلاقة ٣ جاس فان قاعدة المنحنى ق(س) :

أ = ٣ جتاس + جـ ب = -٣ جتاس + جـ جـ = ٣ د = ٣ جاس + جـ

---

٢٠. إذا كان ق(س) = أ - س اقتراب السعر - الطلب حيث أ ∋ ح وكان هـ(س) = ٥ + ٣س ، اقتراب السعر - العرض وكانت الكمية - التوازن هي ٢٠ فان قيمة أ

أ = ٤٥ ب = ٨٥ جـ = ٢٠ د = ٥

---

٢١. اذا كان (ن - ٢) ! = ٧٢ فان قيمة ن :

أ = ٦ ب = ٦ ! جـ = ٤ د = ٨

---

٢٢. إذا كان $\binom{١٤}{هـ} = \binom{١٤}{س}$ ، فان قيم س هي :

أ = ٩ فقط ب = هـ فقط جـ = {٥ ، ٩} د = ١٤

---

٢٣. إذا مثل الجدول التالي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س فان قيمة ل(س=١) :

س	١	٣	٥
ل(س)	٢ل	٢ن	٤ن

أ = ٠٫٢ ب = ٠٫٤

جـ = ١ د = ٠٫٦

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي
0274025552

٢٤. اذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلاب هو ٦٨ ، وكان الانحراف المعياري لعلاماتهم هو ٣ ، فان علامة طالب والتي تنحرف بمقدار انحرافين معياريين فوقه الوسط الحسابي هو :

أ) ٢ = م ، ب) -٢ = ن ، ج) ٦٢ = ، د) ٧٤ =

٢٥. ما عدد الاحتمالات الواحلة بين رؤوس مضلع خماسي :

أ) ل(٥ ، ٢) ، ب) (٥ ٢) = ن ، ج) ٢ ! = هـ ، د) ٥ ! ٢ =

٢٦. $\sum_{س=٢}^{٤} (٢س + ١)$ دس = صفر ، فان قيمة م :

أ) ٨ = م ، ب) -٨ = ن ، ج) ٤ = هـ ، د) -٤ =

مكتبة رم
اربد - المصلح الشمالي - 0774402552

٢٧. المقدار ١٠ × ١١ × ١٢ × ١٣ هو :

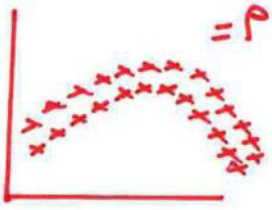
أ) ل(١٢ ، ٩) ، ب) ل(٩ ، ٤) ، ج) ل(١٣ ، ٤) ، د) (١٢ ٤) =

٢٨. عند رمي حجر نرد مرتين كان المتغير العشوائي س يدل على عدم ظهور العدد ٤ ، فان قيم س هي :

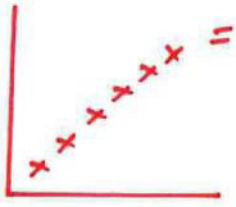
أ) ١ ، ٠ ، ب) ١ ، ٠ ، ٢ ، ج) ١ ، ٠ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، د) ١ ، ٢ =

٢٩. في دراسة اقتصادية اجراها باحث وجدانه في معظم الاحيان تنخفض درجة الحرارة عند زيادة سرعة الرياح فاي الاشكال المجاورة يمثل العلاقة بين درجة الحرارة وسرعة الرياح :

أ) م =

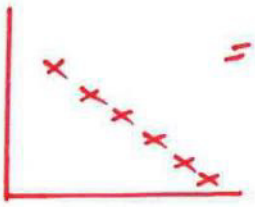


ب) ن =



ج) هـ =

د) ك =



٣٠. عدد طرق اختيار رقمين من بين {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} لتكوين عدد :

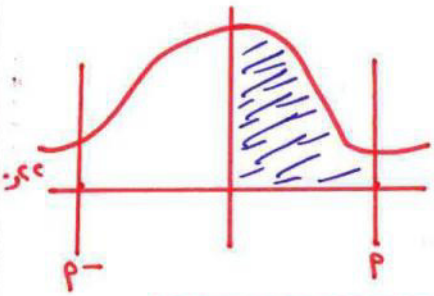
أ) ل(٤ ، ٢) = م ، ب) ٢٤ = ن ، ج) (٤ ٢) = هـ ، د) ٤^٢ =

٣١. إذا كان معامل ارتباط بيرسون بين (س ، ص) هو -٠,٦٧ فإن معامل ارتباط بيرسون بين (٣-٢س ، ٥ص + ١) هو :

أ = -٠,٦٧ ب = ٠,٦٧ جـ = ٠,٣٣ د = -٠,٣٣

---

٣٢. في الشكل المجاور يمثل منحنى التوزيع الطبيعي فإن المساحة المظللة :



أ = ٠,٢٢ ب = ٠,٤٤

جـ = ٠,٢٨ د = ٠,٥٠

---

٣٣. اذا كان س متغير عشوائي منفصل ذو الحدين وكان ن = ٣
ل (س ≥ ٢) = ٠,٥٦ فإن ل (س = ٣) تساوي :

أ = ٠,٥٦ ب = ٠,٤٤ جـ = غير موجودة د = ١

---

٣٤. صندوق به ٤ كرات من نفس اللون والحجم كتب عليها على التوالي ٣، ٦، ١، ٢ سحبت من الصندوق كرتان على التوالي مع الارجاع فإن عدد الطرق هي :

أ = ل (١٦٤) × $\binom{٤}{١}$ ب = ل (٢٦٤) جـ = $\binom{٤}{٢}$ د = ٤ × ٣ × ٢

---

٣٥. عدد طرق تشكيل لجنة رباعية من ادارة شركة مكونة من ٦ نساء و٤ رجال هو:

أ = $\binom{٦}{٢}\binom{٤}{٢}$ ب = ل (٢٦٦) × ل (٢٦٤) جـ = $\binom{١٠}{٤}$ د = ل (١٦٠٤)

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي -0527402552

٣٦. اذا كان ل (ز ≥ أ) = ٠,٢٤٢ فإن رتبة أ :

أ = صفر ب = ٠,٥ جـ = ٩٥ د = -٠,٧

---

٣٧. اذا كانت العلاقة بين س ، ص ممثلة بمعامل ارتباط بيرسون ٠,٩٥- فإن معادلة خط الانحدار الأقرب هي :

أ = ٤ + ٩٥ س ب = س + ٩٥ جـ = س - ٩٥ د = ٩٠ - س

جد كلاً من التكاملات التالية

١. $\int (3 - 2س^{-3}) \, د س$

$= 3س - \frac{2س^{-3+1}}{-3+1} + ج$

$= 3س - \frac{2س^{-2}}{-2} + ج$

$= 3س + \frac{1}{س^2} + ج$

٢. $\int \left(\frac{س^3 + 2س^2 + 1}{س^5}\right) د س$

$= \int \left(\frac{س^3}{س^5} + \frac{2س^2}{س^5} + \frac{1}{س^5}\right) د س$

$= \int (س^{-2} + 2س^{-3} + س^{-5}) \, د س$

$= \frac{س^{-1}}{-1} + \frac{2س^{-2}}{-2} + \frac{س^{-4}}{-4} + ج$

$= -\frac{1}{س} - \frac{1}{2س^2} - \frac{1}{4س^4} + ج$

٣. $\int \left(\frac{3}{س} + \frac{7}{س^2}\right) د س$

$= \int (3س^{-1} + 7س^{-2}) \, د س$

$= 3 \ln|س| + \frac{7س^{-1}}{-1} + ج$

$= 3 \ln|س| - \frac{7}{س} + ج$

٤. $\int 2 جتاس \, ظاس \, د س$

$= \int 2 جتاس \times \frac{جاس}{جتاس} \, د س$

$= \int 2 جاس \, د س$

$= -2 جتاس + ج$

٥. $\int \frac{1 - س}{\sqrt{س}} \, د س$

$= \int \left(\frac{1}{\sqrt{س}} - \frac{س}{\sqrt{س}}\right) د س$

$= \int (س^{-\frac{1}{2}} - س^{\frac{1}{2}}) \, د س$

$= \frac{س^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} - \frac{س^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + ج$

$= 2\sqrt{س} - \frac{2}{3} س\sqrt{س} + ج$

٦. $\int \left(3 جاس + \frac{7}{جتا^2 س}\right) د س$

$= \int (3 جاس + 7 قا^2 س) \, د س$

$= -3 جتاس + 7 ظاس + ج$

٧. $\int (2 - س^2)^2 \, د س$

$= \int (2 - س^2)(2 - س^2) \, د س$

$= \int (4 - 2س^2 - 2س^2 + س^4) \, د س$

$= \int (4 - 4س^2 + س^4) \, د س$

$= 4س - \frac{4س^3}{3} + \frac{س^5}{5} + ج$

٨. $\int (2هـ^{3س} - 7س) \, د س$

$= \frac{2هـ^{3س}}{3} - \frac{7س^2}{2} + ج$

٩. $\int (3هـ^{س} - 7هـ^{2س}) \, د س$

$= 3هـ^{س} - 7هـ^{2س} + ج$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي -027402552

١٠. $\int (س^{٢}-١)(٣-س)\ د س$

$= \int (٣س^{٢}-س^{٣}-٣+س)\ د س$

$= \frac{٣س^{٣}}{٣} - \frac{س^{٤}}{٤} - ٣س + \frac{س^{٢}}{٢} + ج$

$= س^{٣} - \frac{١}{٤}س^{٤} - ٣س + \frac{١}{٢}س^{٢} + ج$

١١. $\int (-٣ - \frac{س^{٥}}{٢} + \frac{س^{٦}}{٣})\ د س$

$= -٣س - \frac{س^{٦}}{٦\times٢} + \frac{س^{-١}}{-١\times٣} + ج$

$= -٣س - \frac{١}{١٢}س^{٦} + \frac{١}{-٣س^{١}} + ج$

$= -٣س - \frac{١}{١٢}س^{٦} + \frac{-١}{٣س} + ج$

١٢. $\int (٤٢هـ^{١+٢س} + ٣ قا^{٢}س)\ د س$

$= \frac{٤٢هـ^{١+٢س}}{٢} + ٣ ظاس + ج$

١٣. $\int (٣ ظاس جتاس + \frac{٥}{جتا^{٢}س})\ د س$

$= ٣\int \frac{جاس}{جتاس} \times جتاس + \frac{٥}{جتا^{٢}س})\ د س$

$= \int (٣جاس + \frac{٥}{جتا^{٢}س})\ د س$

$= -٣ جتاس + ٥ لو|س| + ج$

١٤. $\int \frac{س + س^{٢} قا^{٢}س}{س^{٢}}\ د س$

$= \int (\frac{س}{س^{٢}} + \frac{س^{٢} قا^{٢}س}{س^{٢}})\ د س$

$= \int (س^{-١} + قا^{٢}س)\ د س$

$= لو_{هـ}|س| + ظاس + ج$

١٥. $\int (٢ + ٣س^{٢})(س^{٣}+١)^{٣}\ د س$

$= \int (٢س^{٣} + ٢ + ٣س^{٣} + ٣س^{٢})\ د س$

$= \int (٢س^{٣} + ٥ + ٣س^{٢})\ د س$

$= \frac{٢س^{-١}}{-١} + ٥س + \frac{٣س^{٣}}{٣} + ج$

$= -٢س^{-١} + ٥س + س^{٣} + ج$

$= \frac{-٢}{س} + ٥س + س^{٣} + ج$

١٦. $\int (س^{٤} - \frac{٢}{س} + ٦)\ د س$

$= \int (س^{٤} - ٢س^{-١} + ٦)\ د س$

$= \frac{س^{٥}}{٥} - ٢لو|س| + ٦س + ج$

١٧. $\int ٨ هـ^{٤-جتاس}\ د س$

$= \frac{٨ هـ^{٤-جتاس}}{-جتاس} + ج$

$= -٤ هـ^{٤-جتاس} + ج$

١٨. $\int_{١}^{٤} \frac{٦}{\sqrt{س}}\ د س$

$= \int_{١}^{٤} ٦س^{-\frac{١}{٢}}\ د س$

$= ٦ \times \frac{١}{\frac{١}{٢}} س^{\frac{١}{٢}}]_{١}^{٤} = ١٢ س^{\frac{١}{٢}}]_{١}^{٤}$

$= ١٢\sqrt{س}\ ]_{١}^{٤}$

$= (١٢\sqrt{٤}) - (١٢\sqrt{١})$

$= ٢٤ - ١٢$

$= ١٢-$

مكتبة رم
0274023552- المجمع الشمالي - اربد

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774025552

٠١ $\int س^{٢} هـ^{س^{٣}}$ د س

∴ نفرض ص = $س^{٣}$

نفوض و نختصر

$= \int \frac{هـ^{ص}}{٣ س^{٢}} \times س^{٢}$ د ص

$= \int \frac{هـ^{ص}}{٣}$ د ص

$= \frac{هـ^{ص}}{٣} + ج = \frac{هـ^{س^{٣}}}{٣} + ج$

٠٢ $\int_{-٢}^{-١} ٢ س (س^{٢} - ١)^{٣}$ د س

∴ نفرض ص = $س^{٢} - ١$

نشتق د س = $\frac{د ص}{٢ س}$

نعوض ونختصر

$= \int ٢ س ص^{٣} \times \frac{د ص}{٢ س}$

$= \int ص^{٣}$ د ص

$= \left[\frac{ص^{٤}}{٤} \right]_{٣}^{\therefore} = \frac{\therefore}{٤} - \frac{٣}{٤}$

$= -\frac{٨١}{٤}$

س = ١ ⇐ ص = ∴

س = ٢ ⇐ ص = ٣

نعوض قيمة س داخل ص لتصبح محدود لتكامل بالنسبة إلى ص

٠٣ $\int (٢ - س)$ قا^{٢} $(س^{٢} - ٤ س + ١)$ د س

∴ نفرض ص = $س^{٢} - ٤ س + ١$

نشتق د س = $\frac{د ص}{٢ س - ٤}$

نعوض ونختصر

$= \int (٢ - س)$ قا^{٢} ص $\frac{د ص}{٢ س - ٤}$

$= \int (٢ - س) \times \frac{-١}{٢ (س - ٢)}$ قا^{٢} ص د ص

$= -\frac{١}{٢}$ قا^{٢} ص د ص

$= -\frac{١}{٢}$ ظا ص $\times \frac{١}{٢} + ج$

$= -\frac{١}{٢}$ ظا $(س^{٢} - ٤ س + ١) \times \frac{١}{٢} + ج$

٠١٩ $\int_{-١}^{١} ١٤ س^{\frac{٤}{٣}}$ د س

$= \left[١٤ \times \frac{٣}{٧} س^{\frac{٧}{٣}} \right]_{-١}^{١}$

$= \left[٦ س^{\frac{٧}{٣}} \right]_{-١}^{١} = \left[٦ \sqrt[٣]{س^{٧}} \right]_{-١}^{١}$

$= ٦ \sqrt[٣]{١} - ٦ \sqrt[٣]{٠}$

$= ٦ - ٠ = ٦$

٠٢٠ $\int_{-٢}^{-١} (٣ س^{٢} - ١٢ س + ٥)$ د س

$= \left[س^{٣} - ٦ س^{٢} + ٥ س \right]_{-٢}^{-١}$

$= (-١ - ٦ - ٥) - (-٨ - ٢٤ + ١٠)$

$= -١٢ - ٦ = -٦$

التكامل بالتعويض

١ $\int_{-١}^{\therefore} س^{٣} \sqrt{س^{٢} - ١}$ د س

∴ نفرض ص = $س^{٢} - ١$

نشتق د س = $\frac{د ص}{٢ س}$

نعوض ونختصر

$= \int_{-١}^{\therefore} س^{٣} \sqrt{ص} \times \frac{د ص}{٢ س}$

$= \int \frac{١}{٢} ص^{\frac{١}{٢}}$ د ص

$= ص^{\frac{٣}{٢}} \times \frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

$= \frac{١}{٣} \times (س^{٢} - ١)^{\frac{٣}{٢}} \Big]_{-١}^{\therefore}$

$= \frac{١}{٣} \sqrt{(س^{٢} - ١)^{٣}} \Big]_{-١}^{\therefore} = \left(\frac{١}{٣} \sqrt{٨^{٣}} \right) - (\because) = ٦$

∴ يمكن ايجاد تكامل غير محدود بالنسبة إلى ص

حيث س = ٢ ⇐ ص = ٨

س = -١ ⇐ ص = ∴

$\int_{-١}^{٢} ص^{\frac{١}{٢}} \frac{د ص}{٢} = \int_{\therefore}^{٨} ص^{\frac{١}{٢}} \frac{د ص}{٢} = \frac{١}{٣} \sqrt{ص^{٣}} \Big]_{\therefore}^{٨} = ٦$

٤. $\int \frac{8س}{س^2+4}$ د س

∴ نفرض ص = $س^2+4$

نشتق د س = $\frac{د ص}{2س}$

نعوض ونختصر

$= \int \frac{8س}{ص} \times \frac{د ص}{2س}$

$= \int \frac{4}{ص}$ د ص $= 4 لو|ص| + ج$

$= 4 لو|س^2+4| + ج$

٥. $\int 2س \, هـ^{1-س^2}$ د س

∴ نفرض ص = $1-س^2$

نشتق د س = $\frac{د ص}{-2س}$

نعوض ونختصر

$= \int 2س \, هـ^{ص} \times \frac{د ص}{-2س}$

$= -\int هـ^{ص}$ د ص $= -هـ^{ص} + ج$

$= -هـ^{1-س^2} + ج$

٦. $\int \frac{2س+4}{(3س^2+12س-3)^5}$ د س

∴ نفرض ص = $3س^2+12س-3$

نشتق د س = $\frac{د ص}{6س+12}$

نعوض ونختصر

$= \int \frac{2س+4}{ص^5} \times \frac{د ص}{6س+12}$

$= \int \frac{2(س+2)}{ص^5} \times \frac{د ص}{3(2س+4)}$

$= \int ص^{-5} \frac{د ص}{3}$

$= \frac{ص^{-4}}{-4} \times \frac{1}{3} + ج$

$= -\frac{1}{12ص^4}$

$= -\frac{1}{12(3س^2+12س-3)^4}$

٧. $\int \frac{1+2س}{جتا^2(س^2+س-9)}$ د س

∴ نفرض ص = $س^2+س-9$

نشتق د س = $\frac{د ص}{2س+1}$

نعوض ونختصر

$= \int \frac{(1+2س)}{جتا^2ص} \times \frac{د ص}{(2س+1)}$

$= \int \frac{1}{جتا^2ص}$ د ص

$= \int قا^2ص$ د ص $= ظا ص + ج$

$= ظا(س^2+س-9) + ج$

٨. $\int \frac{2-س}{قا(س^2-4س)}$ د س

∴ نفرض ص = $س^2-4س$

نشتق د س = $\frac{د ص}{2س-4}$

نعوض ونختصر

$= \int \frac{2-س}{قا ص} \times \frac{د ص}{2س-4}$

$= \int \frac{-(2س-4)}{قا ص} \times \frac{د ص}{2(2س-4)}$

$= -\int \frac{1}{2} \times جتا ص$ د ص

$= -\frac{1}{2} جا ص + ج$

$= -\frac{1}{2} جا(س^2-4س) + ج$

٩. إذا كان هـ(2) = 5 ، هـ(5) = 7

جد $\int 3س$ هـ$'(س^2+1)$ د س

∴ نفرض ص = $س^2+1$

نشتق د س = $\frac{د ص}{2س}$

نعوض ونختصر

$= \int 3س$ هـ$'(ص) \frac{د ص}{2س}$

$= \int \frac{3}{2}$ هـ$'(ص)$ د ص $= \frac{3}{2}$ هـ$(ص)]_2^5$

$= \frac{3}{2}$ هـ$(5) - \frac{3}{2}$ هـ$(2) = \frac{3}{2}(7-5) = \frac{3}{2} \times 2 = 3$

مكتبة رم
الزرد - المجمع الشمالي - 027402552

خصائص التكامل المحدود

٠١ إذا كان $\int_{م+٢}^{م^٢-٤} هـ(س)\,دس = صفر$

جد قيمة م ؟

بما أن قيمة التكامل هي صفر

∴ الحد العلوي = الحد السفلي

$م^٢-٤ = م+٢$

$م^٢-٤-م-٢ = ٠$ ∴

$م^٢-م-٦ = ٠$ ∴

$(م-٣)(م+٢) = ٠$ ∴

$م = ٣$ أو $م = -٢$

٠٢ إذا كان $\int_{١}^{ب} (٢س-١)\,دس = صفر$

جد قيمة ب ؟

$= [س^٢-س]_{١}^{ب}$

$= (ب^٢-ب)-(١^٢-١)$

$= (ب^٢-ب)$ ∴

$= ب(ب-١) = ٠$ ∴

$ب = ٠$ ∴ أو $ب = ١$

٠٣ إذا كان $\int_{م}^{١} (٢س-٣)\,دس = صفر$

جد قيمة م ؟

$= [س^٢-٣س]_{م}^{١}$

$= (١^٢-٣\times١)-(م^٢-٣م)$ ∴

$= -٢-م^٢+٣م$ ∴

$= م^٢-٣م+٢$ ∴

$(م-٢)(م-١) = ٠$ ∴

$م = ٢$ أو $م = ١$

٠٤ إذا كان :-

$\int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس = ٦$ وكان $\int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس = -٢$

جد قيمة :

① $\int_{١}^{٣} ٢\,هـ(س)\,دس$

$= ٢\int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس = ٢\times٦ = ١٢$

② $\int_{١}^{٣} (٣هـ(س)-٦هـ(س)+٤)\,دس$

$= ٣\int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس - ٦\int_{١}^{٣} هـ(س)\,دس + ٤\int_{١}^{٣} دس$

$= (٣\times-٢)-(٦\times٦)+(٤(٤-١))$

$= -٦-٣٦+١٢ = -٣٠$

③ $\int_{٣}^{١} هـ(س)\,دس + \int_{٣}^{٢} هـ(س)\,دس$

$= -٦+٢ = -٤$

④ $\int_{٣}^{١} ٥\,هـ(س)\,دس$

$= ٥\int_{٣}^{١} هـ(س)\,دس = ٥\times٢ = ١٠$

⑤ $\int_{٣}^{٣} هـ(س)\,دس$

$= صفر$

٠٥ إذا كان $\int_{-١}^{م+١} ٢\,دس = ١٠$

جد قيمة م ؟

$= [٢س]_{-١}^{م+١} = ١٠$

$= ٢(م+١)-٢(-١) = ١٠$

$٢م+٢+٢ = ١٠$

$٢م = ٦$ $\quad م = ٣$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774025552

٦. إذا كان $\int_{1}^{2} 3\,هـ(س)\,دس = 12$

فما قيمة $\int_{1}^{-1} (3س^2 - هـ(س) + 3)\,دس$ ؟

$\int_{1}^{2} 3\,هـ(س)\,دس = 12 \div 3$

$\int_{1}^{2} هـ(س)\,دس = 4$

$\int_{2}^{-1} (3س^2 - هـ(س) + 3)\,دس$

$= \int_{2}^{-1} 3س^2\,دس - \int_{2}^{-1} هـ(س)\,دس + \int_{2}^{-1} 3\,دس$

$= [س^3]_{2}^{-1} - 4 + [3س]_{2}^{-1}$

$= -1 - 8 - 4 - 3 - 6 = -14$

٧. إذا كان $هـ(س) = \begin{cases} 3س^2 & ، 1 \le س < 2 \\ 4س + 6 & ، 2 \le س \le 4 \end{cases}$

جد قيمة $\int_{1}^{4} هـ(س)\,دس$ ؟

$= \int_{1}^{4} هـ(س)\,دس$

$= \int_{1}^{2} هـ(س)\,دس + \int_{2}^{4} هـ(س)\,دس$

$= \int_{1}^{2} (3س^2 - 2)\,دس + \int_{2}^{4} (4س + 6)\,دس$

$= [س^3 - 2س]_{1}^{2} + [2س^2 + 6س]_{2}^{4}$

$= (8 - 4) - (1 - 2) + (32 + 24) - (8 + 12)$

$= 4 + 1 + 40 - 16$

$= 29$

أبدع في عملك واعمل ما تستطيع

٨. إذا كان $\int_{2}^{5} (3هـ(س) - 4)\,دس = 18$

جد $\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس$ ؟

$\int_{2}^{5} (3هـ(س) - 4)\,دس$

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس - \int_{2}^{5} 4\,دس = 18$

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس - (4 \times (5-2)) = 18$

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس - 12 = 18$

$3\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس = 30 \div 3$

$\int_{2}^{5} هـ(س)\,دس = 10$

٩. إذا كان $\int_{1}^{4} هـ(س)\,دس = 4$ و

$\int_{1}^{4} 2هـ(س)\,دس = 12$ فجد :

① $\int_{1}^{5} هـ(س)\,دس$

$\int_{1}^{5} هـ(س)\,دس = \int_{1}^{4} هـ(س)\,دس + \int_{4}^{5} هـ(س)\,دس$

$\int_{1}^{5} هـ(س)\,دس = 6 + 4$

$\int_{1}^{5} هـ(س)\,دس = 10$

$\therefore \int_{1}^{5} هـ(س)\,دس = -10$

② $\int_{4}^{5} (هـ(س) - 2)\,دس$

$\int_{4}^{5} هـ(س)\,دس - \int_{4}^{5} 2\,دس$

$= 4 - (2(5-4))$

$= 4 - 2 = 2$

$\int_{1}^{4} 2هـ(س)\,دس = 12$

$\int_{1}^{4} هـ(س)\,دس = 6$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774025552

تطبيقات هندسية (ميل المماس)

٠١ إذا كان ميل المماس للاقتران $هـ(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ هو $٦س^{٢}-٢س$ جد قاعدة الاقتران علماً بأن الاقتران يمر بالنقطة $(-١، ٢)$ ؟

$هـ(س) = \int$ ميل المماس $دس = \int(٦س^{٢}-٢س)دس$

$هـ(س) = \frac{٦س^{٣}}{٣} - \frac{٢س^{٢}}{٢} + ج$

$هـ(س) = ٢س^{٣} - س^{٢} + ج$

لكن $(-١، ٢) \Leftarrow هـ(-١) = ٢(-١)^{٣} - (-١)^{٢} + ج$

$٢ = -٢ - ١ + ج$

$\therefore ج = ٥$ إذاً $هـ(س) = ٢س^{٣} - س^{٢} + ٥$

هو قاعدة الاقتران

٠٢ إذا كان ميل المماس للاقتران $هـ(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ هو $هـ^{س} - ٢س$ جد قاعدة الاقتران علماً بأن $هـ(٠) = ٧$ ؟

$هـ(س) = \int$ ميل المماس $دس = \int(هـ^{س} - ٢س)دس$

$= هـ^{س} - \frac{٢س^{٢}}{٢} + ج$

$هـ(س) = هـ^{س} - س^{٢} + ج$

$هـ(٠) = ٧$

$٧ = هـ^{٠} - (٠)^{٢} + ج$

$٧ = ١ + ج \Leftarrow ج = ٦$

إذاً $هـ(س) = هـ^{س} - س^{٢} + ٦$ هو قاعدة الاقتران

٠٣ إذا كان ميل المماس لمنحنى $هـ(س)$ عند النقطة $(س، ص)$ يساوي $١٢(٤س-٣)^{٢}$ جد قاعدة الاقتران علماً بأن المنحنى يمر بالنقطة $(١، ٦)$ ؟

$هـ(س) = \int$ ميل المماس $دس = \int ١٢(٤س-٣)^{٢} دس$

$= \frac{١٢(٤س-٣)^{٣}}{٤ \times ٣} + ج = (٤س-٣)^{٣} + ج$

$هـ(س) = (٤س-٣)^{٣} + ج$

لكن $(١، ٦) \Leftarrow هـ(١) = (٤ \times ١ - ٣)^{٣} + ج$

$٦ = ١ + ج$

$\therefore ج = ٥$ إذاً $هـ(س) = (٤س-٣)^{٣} + ٥$ قاعدة الاقتران

تطبيقات فيزيائية

٠١ تحرك الجسم بسرعة $ع(ن) = ٦ن - ٢$ م/ث جد المسافة المقطوعة بعد ٣ ثواني علماً بأن الموقع الابتدائي ٤ م ؟

المسافة $= \int$ السرعة $دن = \int(٦ن-٢)دن$

المسافة $= \frac{٦ن^{٢}}{٢} - ٢ن + ج$

لكن الموقع الابتدائي $هـ(٠) = ٤$

$٤ = ٠ - ٠ + ج \quad \therefore ج = ٤$

المسافة $= ٣ن^{٢} - ٢ن + ٤$

المسافة بعد ٣ ثواني $= ٣ \times ٣^{٢} - ٢ \times ٣ + ٤$

$= ٢٧ - ٦ + ٤ = ٢٥$ م

٠٢ تحرك جسيم بتسارع قدره $ت(ن) = ١٢$ م/ث^{٢} جد المسافة المقطوعة بعد ثانية واحدة علماً بأن السرعة بعد ثانيتين هي ٣٠ م/ث والموقع الابتدائي ٢ م ؟

السرعة $= \int$ التسارع $دن = \int ١٢ دن$

$= ١٢ن + ج$ لكن $ع(٢) = ٣٠$

$٣٠ = ١٢ \times ٢ + ج \Leftarrow ج = ٦$

السرعة $= ١٢ن + ٦$

المسافة $= \int$ السرعة $دن = \int(١٢ن + ٦)دن$

$= \frac{١٢ن^{٢}}{٢} + ٦ن + ج$ لكن $هـ(٠) = ٢$

$٢ = ٠ + ٠ + ج \Leftarrow ج = ٢$

المسافة $= ٦ن^{٢} + ٦ن + ٢$

بعد ثانية المسافة $= ٦ \times ١^{٢} + ٦ \times ١ + ٢ = ١٤$ م

٠٣ تحرك جسيم بتسارع قدره ١٦ م/ث^{٢} إذا جد المسافة بعد ٣ ثانية علماً بأن سرعته الابتدائية ٤ م/ث والمسافة الابتدائية ٢ م ؟

السرعة $= \int$ التسارع $دن = \int ١٦ دن = ١٦ن + ج$

لكن $ع(٠) = ٤ \Leftarrow ٤ = ٠ + ج$

$\therefore ج = ٤ \Leftarrow$ السرعة $= ١٦ن + ٤$

المسافة $= \int$ السرعة $دن = \int(١٦ن + ٤)دن$

$= \frac{١٦ن^{٢}}{٢} + ٤ن + ج$

لكن $هـ(٠) = ٢ \Leftarrow ٢ = ٨(٠)^{٢} + ٤(٠) + ج$

$٢ = ٠ + ٠ + ج$

$\therefore ج = ٢$ المسافة $= ٨ن^{٢} + ٤ن + ٢$

المساحات

١. جد المساحة و المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ﻫ(س) = ٥ − ٢س و محور السينات و المستقيمين س = −٢ و س = ٢ ؟

٥ − ٢س = ٠ ∴ ٢س = ٥ ⇐ س = ٥/٢ لاتقع بين −٢ و ٢

م = ∫ من −٢ إلى ٥/٢ (٥ − ٢س) دس = [٥س − س²] من −٢ إلى ٥/٢

م = (٥ × ٥/٢ − (٥/٢)²) − (٥ × −٢ − (−٢)²)

م = ٦ − ١٤ = ٨

٢. جد المساحة و المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ﻫ(س) = ٦ − ٢س و محور السينات و المستقيمين س = ١ ، س = ٤ ؟

٦ − ٢س = ٠ ∴

٦ = ٢س ⇐ س = ٣ تقع داخل الفترة

م = ∫ من ١ إلى ٣ (٦ − ٢س) دس + ∫ من ٣ إلى ٤ (٦ − ٢س) دس

م١ = [٦س − س²] من ١ إلى ٣ ، م٢ = [٦س − س²] من ٣ إلى ٤

م١ = (٦ × ٣ − ٣²) − (٦ × ١ − ١)

= ٩ − ٥ = ٤

م٢ = (٦ × ٤ − ٤²) − (٦ × ٣ − ٣²)

= ٨ − ٩ = −١

م٢ = |−١| = ١

م = م١ + م٢ = ٤ + ١ = ٥

٣. جد المساحة و المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ﻫ(س) = ٤س − س³ و محور السينات ؟

٤س − س³ = ٠ ∴

س(٤ − س²) = ٠ ∴ س = ٠ أو س = ٤

م = ∫ من ٠ إلى ٤ (٤س − س³) دس = [٢س² − س⁴/٤] من ٠ إلى ٤ ∴

= (٢ × ٤² − ٤⁴/٤) − (٠)

= ٣٢ − ٦٤/٤ = ١٦

٤. جد المساحة و المنطقة المغلقة بين منحنى الاقتران ﻫ(س) = ٤س² − ١٢س³ و محور السينات ؟

٤س²(س − ٣) = ٠ ∴ س = ٣ أو س = ٠

م = ∫ من ٠ إلى ٣ (٤س² − ١٢س³) دس

= [٤س³/٣ − ٣س⁴] من ٠ إلى ٣ ∴

= (٤/٣ × ٣³ − ٣ × ٣⁴) − (٠)

= ٣٦ − ٢٤٣ = −٢٠٧

م = |−٢٠٧| = ٢٠٧

أولئك الذين لايستخدمون عقولهم كما يفكرون ويجابون

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 027402552

٦ جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(س) = ٦ - ٦س^{٢}$ ومحور السينات على الفترة المغلقة $[-٢، ٠]$ ؟

$٦ - ٦س^{٢} = ٠$

$٦ = ٦س^{٢} \Leftarrow ١ = س^{٢}$

$س = ١$ أو $س = -١$

$س = -١$ تقع في الفترة

$م = م_{١} + م_{٢}$

$م_{١} = \int_{-٢}^{-١} (٦ - ٦س^{٢})\, دس$

$= [٦س - ٢س^{٣}]_{-٢}^{-١}$

$= (٦ \times -١ - ٢ \times -١^{٣}) - (٦ \times -٢ - ٢ \times -٢^{٣})$

$= (-٦ + ٢) - (-١٢ + ١٦)$

$= -٤ - ٤$

$م_{١} = -٨ \Leftarrow م_{١} = |-٨| = ٨$

$\therefore م_{٢} = \int_{-١}^{١} (٦ - ٦س^{٢})\, دس$

$م_{٢} = [٦س - ٢س^{٣}]_{-١}^{١}$

$م_{٢} = (٦ \times ١ - ٢ \times ١^{٣}) - (٦ \times -١ - ٢ \times -١^{٣})$

$\therefore = -(-٤) = ٤$

$م_{٢} = ٤$

$م = م_{١} + م_{٢} = ٨ + ٤ = ١٢$

انظر الى الحياة بتفاؤل تنعم براحة الآخرين واجعلها طريقك للإبداع

٧ جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران $f(س) = س^{٢} - ٤$ ومحور السينات على الفترة المغلقة $[-١، ١]$ ؟

$س^{٢} - ٤ = ٠$

$س^{٢} = ٤$

$س = \pm ٢$ لا تقع

$م = \int_{-١}^{١} (س^{٢} - ٤)\, دس$

$= [\frac{س^{٣}}{٣} - ٤س]_{-١}^{١}$

$= (\frac{١}{٣} - ٤ \times ١) - (\frac{-١}{٣} - ٤ \times -١)$

$= (\frac{١}{٣} - ٤) - (\frac{-١}{٣} + ٤)$

$= \frac{١}{٣} + \frac{-١}{٣} - ٤ - ٤$

$= \frac{٢}{٣} - ٨$

$= \frac{٢}{٣} - \frac{٢٤}{٣}$

$م = |-\frac{٢٢}{٣}| = \frac{٢٢}{٣}$

٨ جد المساحة المحصورة بين $f(س) = ٣س^{٣} - ٦س$ ومحور السينات في $[-٢، ١]$ ؟

$٣س^{٣} - ٦س =$ صفر

$٣س(س^{٢} - ٢) = ٠ \Leftarrow س = ٠، \pm \sqrt{٢}$

$\therefore \int_{-٢}^{٠} (٣س^{٣} - ٦س)\, دس = [س^{٤} - ٣س^{٢}]_{-٢}^{٠}$

$= (٠) - (-٨ - ١٢) = ٢٠$

$\therefore م_{١} = ٢٠$

$\int_{٠}^{١} (٣س^{٣} - ٦س)\, دس = [س^{٤} - ٣س^{٢}]_{٠}^{١}$

$= (١ - ٣) - (٠) = -٢$

$م_{٢} = |-٢| = ٢$

$م = م_{١} + م_{٢} = ٢٠ + ٢ = ٢٢$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0795421335

الاقتران اللوغاريتمي

٠١ جد $\text{قـ}'(س)$ في كل مما يأتي :

١. $\text{قـ}(س) = \text{لو}_{هـ} \text{جتا} س$

$$\text{قـ}'(س) = \frac{-\text{جا} س}{\text{جتا} س} = -\text{ظا} س$$

٢. $\text{قـ}(س) = \text{لو}_{هـ}(س^٣ + ٨)$ ، $س \neq -٢$

$$\text{قـ}'(س) = \frac{٣س^٢}{س^٣ + ٨}$$

٣. $\text{قـ}(س) = \text{لو}_{هـ}(س^٢ + ١٠)$ عندما $س = ٢$

$$\text{قـ}'(س) = \frac{٢س}{س^٢ + ١٠}$$

$$\text{قـ}'(٢) = \frac{٢ \times ٢}{٢^٢ + ١٠} = \frac{٤}{١٤} = \frac{٢}{٧}$$

٠٢ جد قيمة تكامل لكل مما يلي :

١. $\int \frac{-٣}{س} \, د س = -٣ \text{لو}_{هـ} |س| + جـ$

٢. $\int \left(\frac{١}{٣س} + هـ^{س} \right) د س =$

$$\frac{١}{٣} \text{لو}_{هـ} |س| - هـ^{س} + جـ$$

٠٣ اذا علمت ان $\text{قـ}(س) = \text{لو}_{هـ}(س^٢ + ٤)$ جد $\text{قـ}''(١)$:

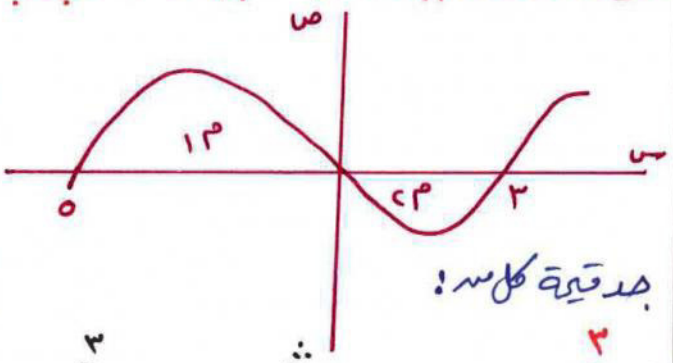
$$\text{قـ}'(س) = \frac{٢س}{س^٢ + ٤}$$

$$\text{قـ}''(س) = \frac{(س^٢ + ٤) \times ٢ - (٢س \times ٢س)}{(س^٢ + ٤)^٢}$$

$$\text{قـ}''(١) = \frac{(١^٢ + ٤) \times ٢ - (٢ \times ١ \times ٢)}{(١^٢ + ٤)^٢}$$

$$= \frac{١٠ - ٤}{٢٥} = \frac{٦}{٢٥}$$

٠٨ يمثل الشكل التالي منحنى الاقتران $\text{هـ}(س)$ حيث كانت $م_١ = ١٣$ ، $م_٢ = ٣$ فجد ؟



جد قيمة كل مما يلي :

① $\int_{٥}^{٣} \text{هـ}(س) \, د س = \int_{٥}^{٣} \text{هـ}(س) \, د س + \int_{٣}^{٣} \text{هـ}(س) \, د س$

$$= ١٣ + -٣$$

$$= ١٠$$

② $\int_{٣}^{٣} \text{هـ}(س) \, د س = -٣$

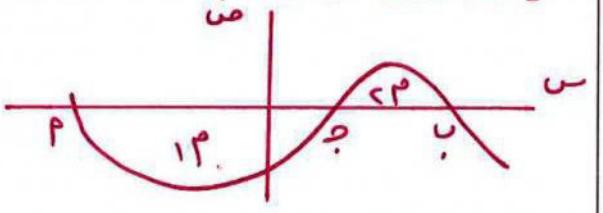
③ المساحة المحصورة بين المنحنى والمستقيمين $س = ٥$ ، $س = ٣$

$$م = م_١ + م_٢$$

$$= ١٣ + ٣$$

$$= ١٦$$

٠٩ يمثل الشكل التالي منحنى الاقتران $\text{هـ}(س)$ حيث كانت المساحات $م_١ = ٨$ ، $م_٢ = ٥$ فجد ؟



اجب :

① $\int_{م}^{ج} \text{هـ}(س) \, د س = \int_{م}^{ج} \text{هـ}(س) \, د س + \int_{ج}^{ب} \text{هـ}(س) \, د س$

$$= -٨ + ٥ = -٣$$

② $\int_{م}^{ج} \text{هـ}(س) \, د س = -٨$

③ المساحة بين م إلى ب $= م_١ + م_٢$

$$= ٨ + ٥ = ١٣$$

النمو والإضمحلال

٠١ إذا كان النمو السكاني في منطقة تخضع لقانون النمو وكان عددهم في عام ٢٠٠٠ هو ٢٧٠٠٠ ويزداد بمعدل ٤٪ فكم كان عددهم عام ١٩٧٥م؟

$$ن = ع_{.} \times هـ^{م ن}$$

$$٢٧٠٠٠ = ع_{.} \times هـ^{\frac{٤}{١٠٠} \times ٢٥}$$

$$٢٧٠٠٠ = ع_{.} \times ١,٧$$

$$ع_{.} = \frac{٢٧٠٠٠}{١,٧} = ١٠٠٠$$

٠٢ تناقص سعر سيارة بمعدل ٤٪ وتخضع المتناقصة لقانون الاضمحلال واشترى أحمد سيارة بسعر ٨٠٠٠ دينار فما سعر السيارة بعد مرور ٢٥ عام؟

$$ع_{.} = ٨٠٠٠ \quad م = \frac{-٤}{١٠٠} \quad ن = ٢٥$$

$$ع_{ن} = ع_{.} \times هـ^{م ن}$$

$$= ٨٠٠٠ \times هـ^{\frac{-٤}{١٠٠} \times ٢٥}$$

$$= ٨٠٠٠ \times ٠,٣٧^{-١}$$

$$= \frac{٨٠٠٠}{١,٧}$$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي -027402552

٠٣ تصب حنفية ماء في خزان وتزيد كمية الماء من ٤٠٠ إلى ١٤٠٠ لتر خلال ٢ ساعة فما كمية الماء بعد ٣ ساعات؟

$$\text{كمية الماء} = ع_{ن} = ع_{.} \times هـ^{م ن^{٢}}$$

$$ع_{م} = ع_{.} \times هـ^{م ن^{٢}}$$

$$١٤٠٠ = ٤٠٠ \times هـ^{م ٢^{٢}}$$

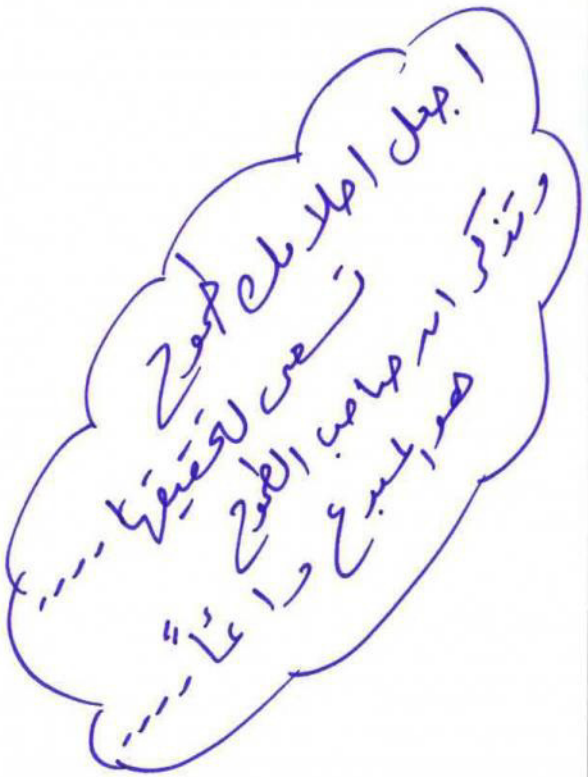
$$هـ^{م ٤} = ٣$$

$$ع_{٦} = ع_{.} \times هـ^{م ن^{٣}}$$

$$ع_{٦} = ٤٠٠ \times (هـ^{م ٤})^{٣}$$

$$= ٤٠٠ \times ٣^{٣}$$

$$= ٤٠٠ \times ٢٧ = ١٠٨٠٠$$



ذو الحدين ، تباديل ، توافيق ، متغير عشوائي ، مبدأ العد

٠١ اذا كان س متغير عشوائي ذو حدين ن = ٣ ، ل(س ≥ ٢) = $\frac{١٩}{٢٧}$ جد قيمة م؟

ل(س = ى) = $(^{ن}_{ى})(م)^{ى}(١-م)^{ن-ى}$

ن = ٣ / س = صفر ، ١ ، ٢ ، ٣

ل(س ≥ ٢) = ل(٢) + ل(١) + ل(٠) = $\frac{١٩}{٢٧}$

∴ ل(٣) = $\frac{١٩-٢٧}{٢٧} = \frac{٨}{٢٧}$

$(^{٣}_{٣})(م^{٣})(١-م)^{٠} = \frac{٨}{٢٧}$

$١ \times م^{٣} \times ١ = \frac{٨}{٢٧} \Leftarrow م^{٣} = \sqrt[٣]{\frac{٨}{٢٧}} \Leftarrow$

$م = \frac{٢}{٣}$

٠٢ عند القاء حجر نرد مرتين فاوجد ل المتغير العشوائي س على عدد مرات ظهور العدد ٤ ، اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ؟

ن = ٢ ، س = صفر ، ١ ، ٢

م = $\frac{١}{٦}$ ظهور الوجه ٤

١ - م = $\frac{٥}{٦}$ عدم ظهور الوجه ٤

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{٢٥}{٣٦}$	$\frac{١٠}{٣٦}$	$\frac{١}{٣٦}$

ل(٠) = $(^{٢}_{٠})(\frac{١}{٦})^{٠}(١-\frac{١}{٦})^{٢} = ١ \times ١ \times (\frac{٥}{٦})^{٢} = \frac{٢٥}{٣٦}$

ل(١) = $(^{٢}_{١})(\frac{١}{٦})^{١}(\frac{٥}{٦})^{١} = ٢ \times \frac{١}{٦} \times \frac{٥}{٦} = \frac{١٠}{٣٦}$

ل(٢) = $(^{٢}_{٢})(\frac{١}{٦})^{٢}(\frac{٥}{٦})^{٠} = ١ \times \frac{١}{٣٦} \times ١ = \frac{١}{٣٦}$

٠٣ مجموعة م مكونة من ٥ طلاب ومجموعة ب مكونة من ٦ معلمين بكم طريقة يمكن اختيار طالبين من المجموعة م ورئيس ومساعد من المجموعة ب للذهاب للعمرة ؟

عدد عمليات	عمليات
توافيق	تباديل
$(^{٥}_{٢})$	× ل(٦ ، ٢)

$\frac{٤ \times ٥}{١ \times ٢} \times ٦ \times ٥ = ١٠ \times ٣٠ = ٣٠٠$

٠٤ عند تجربة اختيار عشوائي لاسرة لديها طفلين فاذا دل المتغير العشوائي (س) على عدد الاطفال الذكور فجد :

١. اكتب قيم س الممكنة ٢. جد جدول التوزيع ٣. اكتب الفضاء العيني للتجربة الاحتمالي

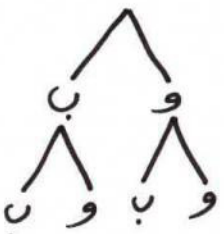
ن = ٢ طفلان ← س = ٠ ، ١ ، ٢

م = $\frac{١}{٢}$ ذكر ← ١ - م = $\frac{١}{٢}$ انثى

ك = {ذ ذ ، ذ ا ، ا ذ ، ا ا}

ل(س = ى) = $(^{ن}_{ى})(م)^{ى}(١-م)^{ن-ى}$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$



ل(٠) = $(^{٢}_{٠})(\frac{١}{٢})^{٠}(١-\frac{١}{٢})^{٢} = ١ \times ١ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}$

ل(١) = $(^{٢}_{١})(\frac{١}{٢})^{١}(\frac{١}{٢})^{١} = ٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$

ل(٢) = $(^{٢}_{٢})(\frac{١}{٢})^{٢}(\frac{١}{٢})^{٠} = ١ \times \frac{١}{٤} \times ١ = \frac{١}{٤}$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 027402552

العلامة المعيارية والتوزيع الطبيعي

٠١ اذا كانت علامتا الطالبين في الصف نفسه في مبحث اللغة العربية ٧٥، ٩٠ والعلامتان المعياريتان المقابلتان لهاتين العلامتين هما ٢، -١ على الترتيب فجد الوسط الحسابي لعلامات الطلبة في مبحث اللغة العربية في هذا الصف؟

٩٠ ← ٢
٧٥ ← -١

$ع = \frac{س - ٩٠}{ع} \leftarrow ٢ = \frac{٩٠ - س}{ع}$

$-١ = \frac{٧٥ - س}{ع} \leftarrow -ع = ٧٥ - س$

نطرح المعادلتين: $٣ع = ١٥ \leftarrow ع = ٥$

$ز = \frac{س - س}{ع} \leftarrow ٢ = \frac{٩٠ - س}{٥}$

$١٠ = ٩٠ - س \leftarrow س = ٩٠ - ١٠ = ٨٠$

٠٢ في توزيع تكراري اذا كانت العلامة الخام (٦٨) تقابل العلامة المعيارية (٠٫٥) و كان الوسط الحسابي (٦٥) جد الانحراف المعياري للتوزيع؟

$ز = \frac{س - س}{ع}$

$٠٫٥ = \frac{٦٨ - ٦٥}{ع}$

$٠٫٥ ع = ٣$

$\therefore ع = \frac{٣}{٠٫٥} = ٦$

٠٥ اذا كانت نسبة التكاليف مستقطع مصنعة تساوي ٢٠٪ أخذت عينة عشوائية مكونة من ٤ قطع:

أ. ما احتمال ان تكون القطع جميعها صالحة

ب. ما احتمال وجود ٣ قطع تالفة على الأقل

$ن = ٤ \leftarrow س = ٠، ١، ٢، ٣، ٤$

$ك = \frac{٢}{١٠}$ تالف $\quad ١ - ك = \frac{٨}{١٠}$ صالحة

أ. $ل(س = ٤)$ صالحة أو $ل(س = ٠)$ تالفة

$= (\frac{٤}{٤})(\frac{٨}{١٠})^{٤}(١ - \frac{٨}{١٠})^{٠}$

$= ١ \times (\frac{٨}{١٠})^{٤} \times ١ = \frac{٤٠٩٦}{١٠٠٠٠}$

ب. $ل(س \geq ٣) = ل(٣) + ل(٤)$ تالفة

$= (\frac{٤}{٣})(\frac{٢}{١٠})^{٣}(\frac{٨}{١٠})^{١} + (\frac{٤}{٤})(\frac{٢}{١٠})^{٤}(\frac{٨}{١٠})^{٠}$

$= \frac{٤ \times ٣ \times ٤}{١٠٠٠٠} \times \frac{٨}{١٠} + \frac{١٦}{١٠٠٠٠} \times ١$

$= \frac{٥٦٤}{١٠٠٠٠} + \frac{١٦}{١٠٠٠٠}$

$= \frac{٥٨٠}{١٠٠٠٠}$

٠٦ اذا كان احتمال ان يصيب شخص ما هدف في كل مرة هو (٠٫٦) فاوجد الطلقات التي احتمال ان يصيب الهدف مرة واحدة على الأقل؟

$ن = ٤ ، ك = ٠٫٦ ، ١ - ك = ١ - ٠٫٦ = ٠٫٤$

$ل$(مرة على الأقل) تعني

$ل(س = ١) + ل(س = ٢) + ل(س = ٣) + ل(س = ٤)$

وتعني ايضاً $١ - ل(س = صفر)$

$= ١ - (\frac{٤}{٠})(٠٫٦)^{٠}(٠٫٤)^{٤}$

$= ١ - ١ \times ١ \times ٠٫٠٢٥٦ = ٠٫٩٧٤٤$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0795421335

٠٣ اذا كانت علامات (١٠٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي (٥٨) وانحراف معياري (١٠) وكان عدد الطلبة الناجحين (٦١٧٩) فجد عدد الناجحين ؟

نسبة النجاح = $\frac{٦١٧٩}{١٠٠٠٠}$ = ٠٫٦١٧٩

∴ ن = ٠٫٣

ن = $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ ← ٠٫٣ = $\frac{س - ٥٨}{١٠}$

٣ = س − ٥٨ ← س = ٥٨ + ٣ = ٥٥

٠٤ اذا كان ٣ × $(٢^{ن+١})$ = ٧ × $(٢^{ن})$ جد قيمة ن ؟

٣ × $\frac{(ن+١)\times ن \times (ن-١)}{١\times ٢\times ٣}$ = ٧ × $\frac{٢^{ن}}{١\times ٢}$

ن + ١ = ٧ ⇐ ن = ٦

٠٥ اذا كان $ن_{ر}$ = ل(٢٫٣) جد ن ؟

$\frac{ن!}{(ن-٢)!\times(ن-(ن-٢))!}$ = ٢ × ٣

$\frac{ن\times ن-١\times(ن-٢)!}{(ن-٢)!\times ٢!}$ = ٢ × ٣

ن × (ن − ١) = ٤ × ٣ ⇐ ن = ٤

٠٦ اذا كان ل (ن ، ٣) = $\frac{١}{٢}$ $(٤^{ن})$ جد قيمة ن ؟

$\frac{ن\times ن-١\times ن-٢\times ن-٣}{١\times ٢\times ٣\times ٤}$ = $\frac{١}{٢}$ × ن × ن − ١ × ٢ ن

$\frac{ن-٣}{١\times ٢\times ٣\times ٤\times ٣^{ن}}$ = ١

ن − ٣ = ٤٨ ⇐ ن = ٥١

٠٧ اذا كان اعضاء مجلس ادارة شركة ن شخص وتم اختيار رئيس ونائب للرئيس بطرق عددها يساوي نصف عدد طرق اختيار ثلاثة منهم للذهاب للعراق، جد قيمة ن ؟

ل(ن ، ٢) = $\frac{١}{٢}$ $(٣^{ن})$

ن × ن − ١ = $\frac{١}{٢}$ × ن × ن − ١ × $\frac{ن-٢}{١\times ٢\times ٣}$

١ = $\frac{ن-٢}{٦}$ × $\frac{١}{٢}$

١٢ = ن − ٢ ⇐ ن = ١٤

٠٨ اذا كان علامات الطلبة تتبع توزيع طبيعي بوسط حسابي ٢٧ وانحراف معياري ٤ وكان عدد الطلبة الكلي ١٠٠٠٠، جد عدد الطلبة الذين تتراوح علاماتهم بين ٣١ و ١٩ مستعيناً بالجدول ؟

ز	١	١٫٥	٢	٣
ل(ز)	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢	٠٫٩٩٨٧

العدد الكلي = ١٠٠٠٠ س = ٢٧ ع = ٤

المطلوب ل(١٩ ≤ س ≤ ٣١)

ز = $\frac{س - \bar{س}}{ع}$

ل($\frac{١٩-٢٧}{٤}$ ≤ ز ≤ $\frac{٣١-٢٧}{٤}$)

ل($-\frac{٨}{٤}$ ≤ ز ≤ $\frac{٤}{٤}$)

ل(−٢ ≤ ز ≤ ١)

ل(ز ≤ ١) − ل(ز ≤ −٢)

ل(ز ≤ ١) − (١ − ل(ز ≤ +٢))

٠٫٨٤١٣ − ١ + ٠٫٩٧٧٢ = ٠٫٨١٨٥

الاحتمال = ٠٫٨١٨٥

العدد المطلوب = العدد الكلي × الاحتمال = ١٠٠٠٠ × ٠٫٨١٨٥ = ٨١٨٥ طالب

بيرسون وخط الانحدار

٠١ اذا س، ص متغيرين، عدد قيم كل منهما ١٠ وكان $\sum_{i=1}^{10}(س_i - ستـ)^2 = ٤٠٠$ ، $\sum_{i=1}^{10}(ص_i - صتـ)^2 = ٢٥٠٠$

$\sum_{i=1}^{10}(س_i - ستـ)(ص_i - صتـ) = ٧٠٠$

جد معامل ارتباط بيرسون وصف نوعه؟

$$ر = \frac{\sum(س - ستـ)(ص - صتـ)}{\sqrt{\sum(س - ستـ)^2 \times \sum(ص - صتـ)^2}}$$

$$= \frac{٧٠٠}{\sqrt{٤٠٠ \times ٢٥٠٠}}$$

$$= \frac{٧٠٠}{٢٠ \times ١٠ \times ٢} = \frac{٧}{١٠} = ٠٫٧$$ طردي قوي

٠٢ اذا كان $\sum(س - ستـ)(ص - صتـ) = -٤٨$

$\sum(س - ستـ)^2 = ٦٤$ ، $ستـ = ٤$

$\sum(ص - صتـ)^2 = ٣٦$ ، $صتـ = ٦$

جد معامل ارتباط بيرسون وما نوعه؟

$$ر = \frac{\sum(س - ستـ)(ص - صتـ)}{\sqrt{\sum(س - ستـ)^2 \times \sum(ص - صتـ)^2}}$$

$$= \frac{-٤٨}{\sqrt{٣٦ \times ٦٤}}$$

$$= \frac{-٤٨}{٦ \times ٨} = \frac{-٤٨}{٤٨} = -١$$ عكسي تام

٠٣ اذا كان $\sum(س - ستـ)(ص - صتـ) = ٦$ ،

$\sum(س - ستـ)^2 = ٥٠$ ، $\sum(ص - صتـ)^2 = ٥$

جد معامل ارتباط بيرسون؟

$$ر = \frac{\sum(س - ستـ)(ص - صتـ)}{\sqrt{\sum(س - ستـ)^2 \times \sum(ص - صتـ)^2}}$$

$$= \frac{٦}{\sqrt{٥٠ \times ٥}}$$

$$= \frac{٦}{٥ \times ٥ \times ٤} = \frac{٦}{٥ \times ٢} = \frac{٦}{١٠}$$ طردي قوي

٠٩ اذا كانت اعمار ١٠٠٠ شخص تتبع توزيع طبيعي بوسط حسابي قدره ٥٠ وانحراف معياري ٤ وكان عدد الاشخاص الذين تقل اعمارهم عن سن ٣٠٨٥ هو ٣٠٨٥ شخصاً فجد قيمة س؟

ز	صفر	٠٫٥	٠٫٨	١	١٫٥	٢
ل(ز)	٠٫٥٠٠٠	٠٫٦٩١٥	٠٫٧٨٨١	٠٫٨٤١٣	٠٫٩٣٣٢	٠٫٩٧٧٢

العدد الكلي = ١٠٠٠ ، ستـ = ٥٠ ، ع = ٤

العدد الجزئي ٣٠٨٥ تقل اعمارهم عن سنة المطلوب =

$$ل(ز \leq ؟) = \frac{\text{عدد جزئي}}{\text{عدد كلي}} = \frac{٣٠٨٥}{١٠٠٠}$$

$= ٠٫٣٠٨٥$

$ز = ١ - ٠٫٣٠٨٥ = ٠٫٦٩١٥$

$ز = -٠٫٥$

لكن $ز = \frac{س - ستـ}{ع} \Leftarrow -٠٫٥ = \frac{س - ٥٠}{٤}$

$-٠٫٥ \times ٤ = س - ٥٠$

$-٢ + ٥٠ = س \Leftarrow س = ٤٨$ شخص

٠١٠ في امتحان تنافسي لوظيفة ما تقدمت ثلاث فتيات لتشغل في هذه الوظيفة وكان علامة سعاد ٣٠ ونيرمين ٠ وأسيل س وكانت العلامات المعيارية لهن بالترتيب هي: ٣، -٢، -١ فجد علامة أسيل؟

$$ع = \frac{س_٢ - س_١}{ز_٢ - ز_١}$$

	س	ز
سعاد	٣٠	٣
نيرمين	٠	-٢
أسيل	س	-١

$$ع = \frac{س - ٠}{-١ - -٢} = \frac{٠ - ٣٠}{-٢ - ٣}$$

$$\frac{س - ٠}{١} = \frac{-٣٠}{-٥}$$

$س - ٠ = ٦ \quad \therefore س = ٢٢$

مكتبة رم
ابيد - المجمع الشمالي - 0774023552

٤) بالاعتماد على الجدول التالي الذي يبين قيم المتغيرين س ، ص احسب معامل ارتباط بيرسون؟

س	٢	٣	٦	٩
ص	٣	٢	٥	٦

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²	(ص − ص̄)²
٢	٣	٢−٥ = −٣	٣−٤ = −١	−٣ × −١ = ٣	(−٣)² = ٩	(−١)² = ١
٣	٢	٣−٥ = −٢	٢−٤ = −٢	−٢ × −٢ = ٤	(−٢)² = ٤	(−٢)² = ٤
٦	٥	٦−٥ = ١	٥−٤ = ١	١ × ١ = ١	(١)² = ١	(١)² = ١
٩	٦	٩−٥ = ٤	٦−٤ = ٢	٤ × ٢ = ٨	(٤)² = ١٦	(٢)² = ٤
٢٠	١٦	صفر	صفر	١٦	٣٠	١٠

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0774023592

$\bar{س} = \frac{\text{مجموع قيم س}}{\text{عدد القيم}} = \frac{٢٠}{٤} = ٥$

$\bar{ص} = \frac{\text{مجموع قيم ص}}{\text{عدد القيم}} = \frac{١٦}{٤} = ٤$

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{١٦}{\sqrt{٣٠ \times ١٠}} = \frac{١٦}{\sqrt{٣٠٠}} = \frac{١٦}{١٠\sqrt{٣}} = \frac{٨}{٥\sqrt{٣}}$

٥) جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بقيم ص؟

س	٤	٨	٥	٨	٧	١٠
ص	٦	٦	٨	١٠	١٢	١٢

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٤	٦	−٣	−٣	٩	٩
٨	٦	١	−٣	−٣	١
٥	٨	−٢	−١	٢	٤
٨	١٠	١	١	١	١
٧	١٢	∴	٣	∴	∴
١٠	١٢	٣	٣	٩	٩
٤٢	٥٤	صفر	صفر	١٨	٢٤

$\bar{س} = \frac{\sum س}{\text{عددها}} = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{\text{عددها}} = \frac{٥٤}{٦} = ٩$

معادلة خط الانحدار:
$\hat{ص} = ب س + أ$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{١٨}{٤} = \frac{٣}{٤}$

$أ = \bar{ص} - ب \bar{س} = ٩ - \frac{٣}{٤} \times ٧ = ٩ - \frac{٢١}{٤} = \frac{٣٦ - ٢١}{٤} = \frac{١٥}{٤}$

∴ المعادلة هي:
$\hat{ص} = \frac{٣}{٤} س + \frac{١٥}{٤}$

٦. يبين الجدول الآتي علامات ٦ طلاب في امتحاني العلوم س و الرياضيات ص
جد معادلة خط الانحدار للتنبؤ بتقيم علامة الرياضيات اذا علمت علامة العلوم ؟

س	٦	٤	٨	٧	٢	٣
ص	٩	٨	١٠	٨	٥	٢

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٦	٩	١	٢	٢	١
٤	٨	−١	١	−١	١
٨	١٠	٣	٣	٩	٩
٧	٨	٢	١	٢	٤
٢	٥	−٣	−٢	٦	٩
٣	٢	−٢	−٥	١٠	٤
٣٠	٤٢	صفر	صفر	٢٨	٢٨

$\bar{س} = \frac{\sum س}{\text{عددها}} = \frac{٣٠}{٦} = ٥$

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{\text{عددها}} = \frac{٤٢}{٦} = ٧$

معادلة خط الانحدار
$\hat{ص} = أ س + ب$

$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٢٨}{٢٨} = ١$

$ب = \bar{ص} - أ \bar{س} = ٧ - ١ \times ٥ = ٢$

∴ المعادلة هي $\hat{ص} = أ س + ب$

$= ١ \times س + ٢ = س + ٢$

٧. اذا كانت الجدول الآتي يمثل عدد ساعات العمل س وكمية الانتاج ص لاحد العاملين بمؤسسة صناعية : جد ١. معادلة خط الانحدار ٢. الخطأ في التنبؤ لساعات العمل

عدد ساعات العمل س	٤	٦	٨	١٠
كمية الانتاج ص	٦	١٠	١٤	١٨

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 0797402552

س	ص	س − س̄	ص − ص̄	(س − س̄)(ص − ص̄)	(س − س̄)²
٤	٦	−٣	−٦	١٨	٩
٦	١٠	−١	−٢	٢	١
٨	١٤	١	٢	٢	١
١٠	١٨	٣	٦	١٨	٩
٢٨	٤٨	صفر	صفر	٤٠	٢٠

$\bar{س} = \frac{\sum س}{\text{عددها}} = \frac{٢٨}{٤} = ٧$

$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{\text{عددها}} = \frac{٤٨}{٤} = ١٢$

معادلة خط الانحدار :
$\hat{ص} = أ س + ب$

$أ = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^2} = \frac{٤٠}{٢٠} = ٢$

$ب = \bar{ص} - أ \bar{س} = ١٢ - ٢ \times ٧ = ١٢ - ١٤ = -٢$

∴ المعادلة هي $\hat{ص} = أ س + ب = ٢ س - ٢$

∴ الخطأ في التنبؤ :
قيمة ص الحقيقية (من السؤال او الجدول) − قيمة ص المتنبأ بها (من المعادلة) عند س = ٨
$١٤ - (٢ \times ٨ - ٢) = ١٤ - (١٦ - ٢) = ١٤ - ١٤ = صفر$

٠٨ اذا كان س̄ = ١٠ ، ص̄ = ١٢ وكان $\sum (س - س̄)^2 = ١٠٠$ و
$\sum (س - س̄)(ص - ص̄) = ٨٠$ جد :
١. معادلة خط الانحدار ٢. قدر قيمة ص اذا كانت س = ١٠٠ ؟

$$ب = \frac{\sum (س - س̄)(ص - ص̄)}{\sum (س - س̄)^2} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٠,٨ = \frac{٤}{٥}$$

$$أ = ص̄ - ب س̄ = ١٢ - \frac{٤}{٥} \times ١٠ = ١٢ - ٨ = ٤$$

معادلة خط الانحدار ـ $\hat{ص} = ص^* = ب س + أ = \frac{٤}{٥} س + ٤$

$$|ص^*|_{س = ١٠٠} = \frac{٤}{٥} \times ١٠٠ + ٤ = ٨٤ .$$

٠٩ في دراسة أُعدها باحث عن عدد ساعات الدراسة ومعدلات الطلاب وجد انه العلاقة تمثل بالعلاقة الخطية التالية : $\hat{ص} = ٧٣ + ٣ س$ ، حيث س عدد ساعات الدراسة ، ص معدل الطالب اجب عما يلي : ١. ماهية كل من ب ، ن ٢. قدر معدل الطالب درس ٨ ساعات
٣. اذا درس طالب ٥ ساعات وحصل على معدل ٩٠ فما قيمة الخطأ في التنبؤ ؟

١. ب = معامل س = ٣
ن = الحد المطلق = الثابت = ٧٣
٢. $|ص^*|_{س = ٨} = ٧٣ + ٣ \times ٨ = ٧٣ + ٢٤ = ٩٧$
٣. الخطأ في التنبؤ = ص الحقيقية − ص المتنبأ بها
$= ٩٠ - (٧٣ + ٣ \times ٥) = ٩٠ - ٨٨ = ٢$

١٠ اذا كانت س̄ = ٨ ، ب = −٢ ، ص̄ = ٤ ، فجد : ١. معادلة خط الانحدار
٢. قدر قيمة ص اذا كانت س = ٤ ٣. جد الخطأ في التنبؤ اذا كانت س = ٨ والقيمة الملاحظة لها ٨ ؟

١. المعادلة هي : $\hat{ص} = ص^* = ب س + ن$
ن = ص̄ − ب س̄
= ٤ − (−٢ × ٨)
= ٤ + ١٦ = ٢٠
$\hat{ص} = ص^* = -٢ س + ٢٠$
٢. $|\hat{ص}|_{س = ٤} = -٢ \times ٤ + ٢٠$
= −٨ + ٢٠ = ١٢

٣. الخطأ في التنبؤ = ص الحقيقية − ص المتنبأ بها
$= ٨ - (-٢ \times ٨ + ٢٠)$
$= ٨ - (-١٦ + ٢٠)$
$= ٨ - ٤ = ٤$

مكتبة رم
اربد - المجمع الشمالي - 27402572

تطبيقات اقتصادية

٠١ اذا كان اقتران السعر - العرض ع = هـ(س) = $س^2 + 2$ وكان السعر الثابت هو ٥٠ دينار - جد فائض المنتج؟

فائض المنتج = $\int_{0}^{س_1} هـ(س)\,د س - ع_1 س_1$

$ع_1 = 50 = س_1^2 + 2 \Leftarrow س_1^2 = \frac{18}{2} = 9$

إذاً $س_1 = 3$

فائض المنتج $= \int_{0}^{3} (س^2 + 2)\,د س - 50 \times 3$

$= \left[\frac{س^3}{3} + 2س\right]_{0}^{3} - 150$

$= \left[\frac{3^3}{3} + 2 \times 3 - \text{صفر}\right] - 150$

$= [9 + 6] - 150 = 36$ دينار

٠٢ اذا كان اقتران السعر - العرض ع = هـ(س) = $س^2$ واقتران السعر - الطلب ع = هـ(س) = $\frac{س + 13}{2}$ جد

١. سعر التوازن $س_1$ ٢. سعر التوازن $ع_1$ ٣. فائض المنتج عند سعر التوازن؟

$ع = هـ(س) = هـ(س)$

$\frac{س_1 + 13}{2} = س_1^2 + 2$

$س_1 + 13 = 4س_1 + 4$

$4س_1 - س_1 = 13 - 4$

$\frac{3س_1}{3} = \frac{9}{3} \Leftarrow س_1 = 3$

$ع_1 = س_1^2 + 2 \Leftarrow ع_1 = 3 \times 3 + 2 = 11$

فائض المنتج $= \int_{0}^{3} هـ(س)\,د س - ع_1 س_1$

$= \int_{0}^{3} (س^2 + 2)\,د س - 11 \times 3$

$= \left[\frac{س^3}{3} + 2س\right]_{0}^{3} - 33$

$= [9 + 6] - 33 = 12$ دينار

٠٣ اذا كان اقتران السعر - العرض ع = هـ(س) = $3س^2 + 4$ وكان السعر الثابت هو ١٦ دينار - جد فائض المنتج؟

فائض المنتج $= \int_{0}^{س_1} هـ(س)\,د س - ع_1 س_1$

كذلك $ع_1 = 16 = 3س_1^2 + 4$

$\frac{3س_1^2}{3} = \frac{12}{3} \Leftarrow س_1^2 = 4$ $\quad س_1 = 2$

فائض المنتج $= \int_{0}^{2} (3س^2 + 4)\,د س - 16 \times 2$

$= \left[\frac{3س^3}{3} + 4س\right]_{0}^{2} - 32$

$= [8 + 8 - \text{صفر}] - 32$

$= 16 - 32 = -16$ دينار

المنهاج القديم فقط

٠٤ اذا كان الايراد الحدي لبيع س قطعة من منتج ما يعطى بالاقتران د(س) = $3س^2 - 4س + 10$ جد الايراد الكلي الناتج عند بيع ٥ وحدات ؟

ك(س) = $\int$ د(س) د س = $\int (3س^2 - 4س + 10)\,د س$

ك(س) = $\frac{3س^3}{3} - \frac{4س^2}{2} + 10س$

ك(س) = $س^3 - 2س^2 + 10س$

ك(٥) = $(5)^3 - 2(5)^2 + 10 \times 5$

$= 125 - 50 + 50 = 125$ دينار

٠٥ اذا كان اقتران الايراد الحدي لبيع س من الأجهزة هو $12س^2 - 6س + 5$ فاجد الايراد الكلي الناتج عند بيع ٣ أجهزة؟

ك(س) = $\int$ د(س) د س

$= \int (12س^2 - 6س + 5)\,د س$

$= \frac{12س^3}{3} - \frac{6س^2}{2} + 5س$

$= 4س^3 - 3س^2 + 5س$

ك(٣) = $4 \times 3^3 - 3 \times 3^2 + 5 \times 3$

$= 108 - 27 + 15 = 96$ دينار

هذه ورقة خاصة بالمنهاج الجديد فقط

٤. جد مساحة المحصورة بين الاقتران $هـ(س) = ٣ - س^٢$ والمستقيم $ص = ٢س$ ؟

نجد أداة التكامل بحل المعادلة

$٣ - س^٢ = ٢س \Leftarrow ٣ - س^٢ - ٢س = صفر$

بالضرب بسالب

$س^٢ + ٢س - ٣ = صفر$

$(س+٣)(س-١) = صفر \Leftarrow$ س = -٣ ، س = ١

$م = \int_{-٣}^{١} (س^٢ + ٢س - ٣)\, دس$

$= \left[\frac{س^٣}{٣} + \frac{٢س^٢}{٢} - ٣س\right]_{-٣}^{١}$

$= (\frac{١}{٣} + ١ - ٣) - (\frac{-٢٧}{٣} + ٩ - ٩)$

$= -\frac{٥}{٣} - (٠) = |-\frac{٣٢}{٣}| = \frac{٣٢}{٣}$ وحدة مربعة

٥. احسب مساحة المحصورة بين منحنى $هـ(س) = ٣س^٢$ والمستقيم $ص = ٣س + ٦$ ؟

منحنى قطع مكافئ حدد العورته

$م = \int_{-١}^{٢} |هـ(س) - هـ(س)|\, دس$

$٣س^٢ = ٣س + ٦ \Leftarrow ٣س^٢ - ٣س - ٦ = صفر$

$٣(س^٢ - س - ٢) = صفر$

$(س-٢)(س+١) = صفر$

س = ٢ ، س = -١

$م = \int_{-١}^{٢} ٣(س - س^٢ - ٢)\, دس$

$= ٣\left[\frac{س^٢}{٢} - \frac{س^٣}{٣} - ٢س\right]_{-١}^{٢}$

$= ٣[(٢ - \frac{٨}{٣} - ٤) - (\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + ٢)]$

$= ٣[-\frac{٨}{٣} - ٦ + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٢} - ٢]$

$= -٨ - ١٨ + ١ + \frac{٣}{٢} - ٦$

$= |-١٥ - \frac{٣}{٢}| = |-\frac{٣٧}{٢}| = \frac{٣٧}{٢}$

وحدة مربعة

٦. احسب مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيين $هـ(س) = س^٢ + ٢$ ، $هـ(س) = ٣س$

$م = \int_{١}^{٢} |هـ(س) - هـ(س)|\, دس$

$س^٢ + ٢ = ٣س$

$س^٢ - ٣س + ٢ = صفر$

$(س-٢)(س-١) = صفر$

س = ٢ ، س = ١

$م = \int_{١}^{٢} (س^٢ - ٣س + ٢)\, دس$

$= \left[\frac{س^٣}{٣} - \frac{٣س^٢}{٢} + ٢س\right]_{١}^{٢}$

$= (\frac{٨}{٣} - ٦ + ٤) - (\frac{١}{٣} - \frac{٣}{٢} + ٢)$

$= \frac{٨}{٣} - ٦ + ٤ + \frac{٣}{٢} - \frac{١}{٣} - ٢$

$= |\frac{٧}{٣} + \frac{٣}{٢} - ٤|$

$= |\frac{١٤ + ٩ - ٢٤}{٦}| = |-\frac{١}{٦}| = \frac{١}{٦}$ وحدة مربعة

أولئك الذين لا يستخدمون عقولهم هم شباب الحاسبون والحاسبون هم شباب

هذه الورقة مناسبة بالنظام القديم فقط