الأستاذ ناصر البنات

نسخة
.....

التفوق والنجاح هدفنا ورؤيتنا

مراجعة مكثفة

2018

الرياضيات - العلمي

المستوى الرابع

(التكامل)

الاقتران البدائي

مثـــــــــال:

اذا كان $\int$ ق (س) . د س = جتاس – جاس-١

اوجد قَ (π/٤)

أ)- $\sqrt{2}$ ب)-١ ج) صفر د) $\sqrt{2}$

ج : ق (س) = - جاس – جتاس

قَ (س) = - جتاس + جاس

قَ (π/٤) = صفر

مثـــــــــال:

اذا كان $\int$ ق (س) . د س = جتا^{٢}س – ٢س + جـ

فان قَ (π/٢)

أ)٢ ب) صفر ج)-٢ د) ٣- π

ج : ق (س) = ٢جتاس جاس - ٢ = جا٢س - ٢

قَ (س) = - ٢جتا٢س

قَ (π/٢) = - ٢جتا π = ٢

مثـــــــــال:

اذا كان ق اقتراناً متصلاً على ح ، وكان

$\int$ ق (س) . د س = س ^{٢} – جتا س + ٢ فان قَ (٠)

أ)٣ ب)٢ ج) ١ د) صفر

ج : ق (س) = ٢س + جا س

قَ (س) = ٢ + جتا س

قَ (٠) = ٢ + جتا ٠ = ٣

مثـــــــــال:

اذا كان $\int$(ظا^{٢}س – قا^{٢}س) ق (س).د س= ٣ - س^{٢}

اوجد ق (س)

أ)-٢س ب) ٣- س^{٢} ج)٢ س د) س^{٢} - ٣

ج : ق (س) = ٢ س

مثـــــــــال:

١.اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على ح وكان

$\int$ (ق(س) + ٢) . د س= س^{٣} + أ س^{٢}+ ٩، وكان

ق(١)=٧ ، فانلا قيمة الثابت أ تساوي :

أ)-١ ب)٢ ج) ٦ د) ٣

ج : باخذ المشتقة للطرفين

ق (س) + ٢ = ٣س^{٢} + ٢ أ س

لكن ق(١)=٧

٧ + ٢ = ٣ + ٢ أ ومنها أ = ٣

مثـــــــــال:

اذا كان م(س) ، هـ(س) اقترانين بدائيان للاقتران المتصل ق(س) فان (٢م – هـ)َ(س) يساوي

أ) ق(س) ب) قَ(س) ج) صفر د) ٢

مثـــــــــال:

اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على ح وكان

$\int$ (ق(س) + ٢) . د س= س^{٣} + أ س^{٢}+ ٩، وكان

ق(١)=٧ ، فانلا قيمة الثابت أ تساوي :

أ)-١ ب)٢ ج) ٦ د) ٣

ج : باخذ المشتقة للطرفين

ق (س) + ٢ = ٣س^{٢} + ٢ أ س

لكن ق(١)=٧

٧ + ٢ = ٣ + ٢ أ ومنها أ = ٣

مثـــــــــال:

) اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً ، م(س) اقترانا بدائيا للاقتران ق(س) ، وكان أ ، جـ ثابتين أ ≠ ٠ فان $\int$ ق (أس) . د س =

أ) م(أس)+جـ ب) ١/أ م(أس)+جـ

ج) م(س)+جـ د) ١/أ م(س)+جـ

مثـــــــــال:

اذا كان م(س)اقتران بدائي للاقتران المتصل ق(س) وكان م(س) = ظتاس + ١ فان ق(π/٤) يساوي

أ) -٤ ب)-٢ ج) ٢ د) ٤

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال:

اذا كان أ ق(س). دس = س^{٢} + ٤ س – ٤

فان قيمة قَ(٢) =

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ٣/٥٦

ش٢٠١٥) اذا كان

أ (ق(س)+ س^{٢}) . د س = ٢س^{٣} + جـ س^{٢} + ٢

وكان قَ (١) = ٤ ، ق (٢) = ٦ اوجد ق(-١)

الحل

نشتق الطرفين

قَ(س) + س^{٢} = ٦س^{٢} + ٢ جـ س

قَ(١) + ١ = ٦ + ٢ جـ

٤ + ١ = ٦ + ٢جـ ومنها جـ = -٢/١

أ (قَ(س) + س^{٢}) . د س = ٢س^{٣} -٢/١س^{٢} + ٢

ق(س) + ٣/١س^{٣} + جـ = ٢س^{٣} -٢/١س^{٢} + ٢

ق(٢) + ٣/٨ + جـ = ١٦ -٢ + ٢

٦ + ٣/٨ + جـ = ١٦ -٢ + ٢ ومنها جـ = ٣/٢٢

ق(-١) - ٣/١ + ٣/٢٢ = -٢ -٢/١ + ٢

ق(-١) + ٧ = -٢/١

ق(-١) = -٢/١٥

مثـــــــــــال:

اذا كان أ٢قَ (س).دس=٢س+جاس-أجتاس قَ(س).دس

جد قَ (٠)

ج : نشتق الطرفين

٢قَ (س)=٢+ جتاس- جتاس قَ(س)

٢قَ (٠)=٢+ جتا(٠)- جتا(٠) قَ(٠)

٣قَ (٠) = ٢+ ١ ومنها قَ(٠) =١

مثـــــــــــال:

اذا كان س ق(س)- أ٣س ق(س).دس=أقَ(س).دس ،

وكان ق(٢)=٤ ، جد قَ (٢)

ج : نشتق الطرفين

س قَ (س) + ق(س)- ٣ س ق(س)= قَ(س)

٢ قَ (٢) + ق(٢)- ٣×٢ ق(٢)= قَ(٢)

قَ (٢)= ٥ق(٢)

قَ (٢)= ٢٠

قواعد التكامل غير المحدود

مثـــــــــــال:

$$\int \frac{٢}{١ + \text{جتا}٢\text{س}} \, \text{د س} =$$

أ)قاس+جـ ب)ظاس+جـ

ج)- قتاس+جـ د)- ظتاس+جـ

ج:

$$= \int \frac{٢}{١ + ٢\text{جتا}^{٢}\text{س} - ١} \, \text{د س}$$

$$= \int \frac{١}{\text{جتا}^{٢}\text{س}} \, \text{د س}$$

= أ قا^{٢} س . د س = ظاس + جـ

مثـــــــــــال:

$$\int \frac{\text{د س}}{\text{جتا}^{٢}\text{س} - ١} =$$

أ) - ظتاس+ جـ ب)ظاس+ جـ

ج) ظتاس+ جـ د) - ظاس+ جـ

ج:

$$\int \frac{\text{د س}}{-\text{جا}^{٢}\text{س}} =$$

- أ قتا^{٢} س . د س = ظتا س + جـ

مثـــــــــــال:

$$\int \frac{\text{ظا س}}{\text{جتا س}} \, \text{د س} =$$

أ) - قاس + جـ ب) قاس + جـ

ج) - قتاس + جـ د) قتاس + جـ

ج: = أ ظاس قاس.د س = قا س + جـ

مثـــــــــــال:

اذا كان ل ، ق ، هـ ثلاث اقترانات متصلة بحيث

لَ(س)= ق(س)، قَ(س)= هـ (س) ،فاي العبارات التالية صحيحة

أ)أل(س).دس= هـ(س) + جـ

ب) أهـ(س).دس= لَ(س) + جـ

جـ)أل(س).دس= ق(س) + جـ

د) ل(س)- هـ(س)= جـ

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

٢) ∫(ظاس+ قاس)^{٢} .د س=

الحل :

= ∫ (ظا^{٢}س+٢ظاس قاس + قا^{٢}س).د س

= ∫ (قا^{٢}س -١ +٢ظاس قاس + قا^{٢}س).د س

= ∫ (٢قا^{٢}س +٢ظاس قاس-١).د س

= ٢ظاس + ٢قاس – س + جـ

مثـــــــــــال:

$$\int \frac{٥جا^{٢}س+٥جتا^{٢}س}{٣+ ٣جتا^{٢}س} .دس=$$

الحل:

$$\int \frac{٥(جا^{٢}س+جتا^{٢}س)}{٣(١+ جتا^{٢}س)} .دس=$$

$$= \frac{٥}{٣} \int \frac{١}{١ + ٢جتا^{٢}س - ١} د س$$

$$= \frac{٥}{٣} \int \frac{١}{٢جتا^{٢}س} د س$$

$$= \frac{٥}{٦} \int قا^{٢} س .د س = \frac{٥}{٦} ظاس + جـ$$

مثـــــــــــال:

$$جد \int \frac{جتا ٣ س}{جتا س} د س$$

ج:

$$= \int \frac{جتا (س+٢س)}{جتا س} د س$$

$$= \int \frac{جتا س جتا٢س – جاس جا٢س}{جتا س} د س$$

$$= \int \frac{جتا س جتا٢س – جاس×٢جا س جتا س}{جتا س} د س$$

= ∫ (جتا٢س – ٢جا^{٢}س) . د س

= ∫ (جتا٢س – ٢(١/٢) (١ - جتا٢س) . د س

= ∫ (جتا٢س – ١ + جتا٢س) . د س

= ∫ (٢جتا٢س – ١) . د س

= ∫ (٢جتا٢س–١).د س= جا٢س– س + جـ

التكامل المحدود

مثـــــــــــال:

$$\int_{١}^{٨} هـ(س) . د س= ١٤ ، \int_{٥}^{٨} هـ(س) . د س= ٥$$

فما قيمة $\int_{٥}^{٨} ٢هـ(س) . د س$ ؟

أ)١٨ ب)٣٨ ج) -١٨ د) -٣٨

ج:

$$\int_{٥}^{٨} ٢هـ(س).دس=٢(\int_{٥}^{١} هـ(س).د س +\int_{١}^{٨} هـ(س).د س)$$

$$= ٢(-١٤ + ٥) = -١٨$$

مثـــــــــــال: .اذا كان

$$ع = \int_{٤/\pi}^{٣ \pi/٤} قتا^{٢}س. د س ، ل= \int_{٤/\pi}^{٣ \pi/٤} ظتا^{٢}س. دس$$

فان قيمة (ع + ل) تساوي

أ)-١ ب) ١ ج) $-٢/\pi$ د) $٢/\pi$

ج :

$$ع+ل = \int_{٤/\pi}^{٣ \pi/٤} (قتا^{٢}س - ظتا^{٢}س). دس$$

$$= \int_{٤/\pi}^{٣ \pi/٤} (١). دس= ١(٣ \pi/٤ - ٤/\pi) = ٢/\pi$$

مثـــــــــــال: ق اقترات قابل للتكامل على فترة تنتمي اليها الاعداد أ ، ب ، جـ ، اذا كان

$$\int_{أ}^{ب} ق(س) . د س= ٩ ، \int_{أ}^{جـ} ق(س) . د س= ٥$$

فما قيمة $\int_{جـ}^{ب} ق(س) . د س$

أ)-٤ ب)١٤ ج) -١٤ د) ٤

ج:

$$\int_{جـ}^{ب} ق(س).دس=\int_{جـ}^{أ} ق(س).د س +\int_{أ}^{ب} ق(س).د س$$

$$= -٥ + ٩ = ٤$$

ناصر الذينات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال:

$$\int_{1}^{4} [\, 3/1\, س + 2\,] \; . \; د\, س$$

أ) ٧٢ ب) ٦ ج) ٩ د) ٨.٥

ج:

$$= \int_{1}^{3} 2 \; . \; د\, س + \int_{3}^{4} 3 \; . \; د\, س = 2\times 2 + 3\times 1 = 7$$

مثـــــــــال:

$$\int_{1}^{3} [\, 4 - 1/2 س\,] \; . \; د\, س$$

أ) ١٠ ب) ٦ ج) ٧ د) ٥

ج:

$$= \int_{1}^{2} 3 \; . \; د\, س + \int_{2}^{3} 2 \; . \; د\, س = 3\times 1 + 2\times 1 = 5$$

مثـــــــــال:

اذا كان ق(س) اقتراناً متصلاً على مجاله وكان

$\int ق(س) \; . \; د\, س = ق^{2} س - ظا^{2} س + س^{2}$

$$\text{فان } \int_{-1}^{2} ق(س) \; . \; د\, س =$$

أ) ٢ ب) ٣ ج) ٧ د) ٦

ج : باخذ المشتقة للطرفين

$$ق(س) = 2س \; | = 4 - - 2 = 6$$

مثـــــــــال:

$$\int_{1}^{3} 2/1 \; ق(س) . د س = 2 \; ، \; \int_{5}^{3} ق(س) . د س = -5$$

$$\text{فان قيمة } \int_{1}^{5} ق(س) \; . \; د\, س \; ؟$$

أ) ٧ ب) ٩ ج) -٣ د) -١

ج:

$$\int_{1}^{5} ق(س) . د س = \int_{1}^{3} ق(س) . د س + \int_{3}^{5} ق(س) . د س$$

$$= 4 + 5 = 9$$

مثـــــــــال:

إذا كان $\int_{أ}^{ب} ق(س) . د\, س = 3$

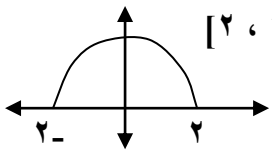
$$\text{فان } \int_{أ}^{ب} ق(س) . د س - \int_{ب}^{أ} ق(س) . د س$$

أ) -٦ ب) صفر ج) -٣ د) ٦

ص ٢٠١٠)

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران

ق(س) = $\sqrt{4 - س^{2}}$ ً على [-٢ ، ٢]



، وكان م ≥ $\int_{-2}^{2}$ ق(س) ≥ ن ،

فان قيمة م ، ن

أ) ٠،٨ ب) ٠،٢ ج) -٢،٢ د) -٠،٨

مثـــــــــال:

٢) إذا كان $\int_{1}^{أ} \frac{2س}{\sqrt{س}} . د\, س = 1$ حيث أ ثابت فان

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

$$= \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\text{د س}}{\text{١ - جتا س}}$$

ج:

$$= \int \frac{\text{١}}{\text{١ - جتاس}} \times \frac{\text{١ + جتاس}}{\text{١ + جتاس}} \text{ .د س}$$

$$= \int \frac{\text{١ + جتاس}}{\text{جا}^{٢}\text{س}} \text{د س}$$

$$= \int \text{قتا}^{٢}\text{ س + قتا س ظتا س . د س}$$

$$= -\text{ ظتا س - قتا س}|_{\pi/4}^{\pi/3} = -(\sqrt{٣} + ٢) + \sqrt{٢}$$

ش٢٠١١) اقل قيمة ممكنة للمقدار

$$\int_{-٤}^{-١} (\text{س}^{٢} + ١) \text{ . د س}$$

أ) ٥٤ ب) ٦ ج) ١٠ د) ٢

مثـــــــــــال:

اذا كان $\text{ق(س)} = \int_{٠}^{-٢} (٤ \text{.دس} - ٣\text{س}^{٢}) \text{. د س}$

فان $\text{قَ}(-١) =$

أ) -١١ ب) صفر ج) ١ د) -٣

مثـــــــــــال:

١) اذا كان $\int_{١}^{٣} (٢\text{ق(س)} - ٤) \text{. دس} = ٦$ ، $\int_{١}^{٣} \text{ق(س).دس} = -١$

فما قيمة $\int_{١}^{٤} \text{ق(س).د س}$ ؟

أ) ٧ ب) ٨ ج) ٥ د) ١٥

مثـــــــــــال:

$$\int_{-\pi/3}^{٠} \text{جا}^{٢}\text{س جتا}^{٢}\text{س .دس}$$

الحل :

$$\int_{-\pi/3}^{٠} (\text{١/٢جا٢س})^{٢} \text{ .دس}$$

$$= \frac{١}{٤} \int_{٢}^{١} (١ - \text{جتا٤س}) \text{ . د س}$$

$$= \frac{١}{٨} \int (١ - \text{جتا٤س}) \text{. دس}$$

$$= \frac{١}{٨} (\text{س} - \frac{١}{٤} \text{جا ٤ س})|_{-\pi/3}^{٠}$$

$$= \frac{١}{٨} ((٠) - (-\frac{\pi}{٣})) - (\frac{\sqrt{٣}}{٨})$$

$$= (\frac{\pi}{٨} + \frac{\sqrt{٣}}{٨})$$

مثـــــــــــال:

اذا كان

$$\int_{١}^{٣} \text{ق(س).دس} = ٢ \text{ ، } \int_{٥}^{٣} \text{ق(س).دس} = -٥$$

فان قيمة $\int_{١}^{٥} \text{ق(س) . د س}$ ؟

أ) ٧ ب) ٩ ج) -٣ د) -١

ج:

$$\int_{١}^{٥} \text{ق(س).دس} = \int_{١}^{٣} \text{ق(س).د س} + \int_{٣}^{٥} \text{ق(س).د س}$$

$$= ٤ + ٥ = ٩$$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

.اذا كان ق(س)≥ ٦ لجميع قيم س في الفترة [١ ، ٣] ، فان اكبر قيمة ممكنة للمقدار

$\int_{1}^{2} (٢ق (س) + ١) . د س =$

أ) ١٢ ب)١٣

ج) ٢٤ د) ٢٦

مثـــــــــــال:

١) اذا كان $\int_{٥}^{٢}$(٣ق(س). دس=٦ ، $\int_{٥}^{٢}$ق(س).دس= ٨

فما قيمة $\int_{-١}^{٥}$|ق(س)|.د س ؟

أ)-٦ ب)٦ ج) ١٠ د) ١٤

مثـــــــــــال:

فما قيمة $\int_{٢ س}^{٢ هـ}$ ـــــ .د س ؟ ١

أ)صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ

مثـــــــــــال:

$\int_{٤}^{٦}$ [٢/١س +١] . د س

أ)٦ ب) ٤ ج) ٢ د) ١

مثـــــــــــال:

اذا كان ق(س) اقتراناً قابلا للتكامل في الفترة [٠ ، ٢] وكان ق(س) ≤ ٢ لكل س ضمن [٠ ، ٢] فان

اصغر قيمة ممكنة للمقدار $\int_{٠}^{٢}$(٣ق(س)- ١) . د س=

أ) ٤ ب)٥ ج) ٦ د) ١٠

مثـــــــــــال:

١) اذا كان $\int_{-٢}^{٣}$(ق(س) + ١). دس=٩ ، $\int_{٣}^{١}$ ق(س).دس=-٤

فما قيمة $\int_{-٢}^{٣}$ ق(س). د س ؟

أ)٥ ب)٦ ج) ١٠ د) ١٣

مثـــــــــــال:

قيمة $\int_{٠}^{٢}$ [٣ -٢/١س] . د س

أ)-٢ ب) -١ ج) ٢ د) ٤

مثـــــــــــال:

١) اذا كان $\int_{٧}^{٥}$ق(س) . دس=٢ ، $\int_{٥}^{٧}$ق(س).دس=- ٦

فما قيمة $\int_{١}^{٥}$ ٢/١ق(س). د س ؟

أ)-٤ ب) ٤ ج) ٢ د) -٢

مثـــــــــــال:

١) اذا كان $\int_{٣}^{١}$ق(س) . دس=٦ ، $\int_{٣}^{١}$ ل ق(س).دس=- ٣

فما قيمة الثابت ل ؟

أ)-٢/١ ب) ٢/١ ج) -٦ د) ٦

مثـــــــــــال:

قيمة $\int_{٠}^{٣}$ [٢/١س +٤] . د س

أ)٩ ب) ١٤ ج) ١٣ د) ١٨

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال:

١) قيمة $\int_{٢}^{٣} \pi ٣ س^{٢} .$ دس تساوي

أ) $\pi \int_{٢}^{٣}$ ب) $\pi ٦$ ج) $\pi ٣^{-٢}$ د) صفر

مثـــــــــال:

٢) اذا كان $\int_{-١}^{٠} (٣س^{٢} - ٢ \int_{٠}^{جـ} ٣م.دم) .$ د س= -٢٠

فما قيم الثابت جـ ؟

الحل :

$\int_{-١}^{٠} (٣س^{٢} - (٣م^{٢} |) .$ د س= -٢٠

$\int_{-١}^{٠} (٣س^{٢} - ٣جـ^{٢}) .$ د س= -٢٠

$س^{٣} | - ٣جـ^{٢} (٣--١) = -٢٠$

$(٢٧- -١) - ١٢جـ^{٢} = -٢٠$

$-١٢ جـ^{٢} = -٤٨$

$جـ^{٢} = ٤$ ومنها جـ = ٢

مثـــــــــال:

$\int_{٠}^{٢} س^{٢} - | س - ١ | .$ د س

الحل :

$= \int_{٠}^{١} (س^{٢} + س - ١) .$ د س $+ \int_{١}^{٢} (س^{٢} - س + ١) .$ د س

$= |(١/٣س^{٣} + ٢/١س^{٢} - س)|_{٠}^{١} + |(١/٣س^{٣} - ٢/١س^{٢} + س)|_{١}^{٢}$

$= (١/٣ + ٢/١ - ١) + (٣/٨ - ٢ + ٢) - (١/٣ - ٢/١ + ١)$

$= (-١ ٢) + (٣/٨) = -١ + ٣/٨ = ٣/٥$

مثـــــــــال:

اذا كان $\int_{١}^{ب} [٢/١س + ٣] .$ دس= ٢٤ ،اوجد قيمة جـ:ب> ٢

الحل

$\int_{٢}^{٤} ٤ .$ د س $+ \int_{٤}^{٦} ٥ .$ د س $+ \int_{٦}^{جـ} ٦ .$ د س =

٨ + ١٠ + ٦ (ب - ٦) = ٢٤

٦ ب = ٢٤ – ١٨ + ٣٦ ومنها ب = ٧

مثـــــــــال:

اذا كان $\int_{٢}^{٣} (٢ق(س) + ٣) دس = -١٧ ،$ $\int_{٢}^{٩} \frac{٥ ق(س)}{٣}$ دس= -٢

فما قيمة $\int_{٥}^{٩} (٤ق(س) - ١) .$ د س ؟

الحل:

** $٢\int_{٩}^{٢} ق(س) .دس + ٣(٢-٩) = -١٧$

$٢\int_{٩}^{٢} ق(س) .دس = -١٧ + ٢١$

$\int_{٩}^{٢} ق(س) .دس = ٢$

** $\int_{٢}^{٥} ق(س) .دس = -٦$

** $٤ \int_{٥}^{٩} ق(س) .دس - ١(٩ - ٥)$

$٤ (\int_{٥}^{٢} ق(س) .دس + \int_{٢}^{٩} ق(س) .دس) - ١(٩ - ٥)$

$٤ (٦-٢) - ١(٤) = ١٦ - ٤ = ١٢$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال:

بدون حساب قيمة التكامل $\int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^{2}س+2}$ د س

بين ان $\frac{\pi}{5} \geq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^{2}س+2}$ د س $\geq \frac{\pi}{2}$

ج:

$0 \geq جتا^{2}س \geq 1$

$0 \geq 3جتا^{2}س \geq 3$

$2 \geq 3جتا^{2}س+2 \geq 5$

$\frac{1}{5} \geq \frac{1}{3جتا^{2}س+2} \geq \frac{1}{2}$

$\int_{0}^{\pi} \frac{1}{5} د س \geq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^{2}س+2}$ د س $\geq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{2}$ د س

$\frac{\pi}{5} \geq \int_{0}^{\pi} \frac{1}{3جتا^{2}س+2}$ د س $\geq \frac{\pi}{2}$

مثـــــــــال:

اذا كان م(س) ، هـ(س)اقترانيين بدائيين لنفس الاقتران ق(س)

$\int_{-1}^{3} (م(س) - هـ(س))$. د س = ١٢

جد $\int_{0}^{4} ٢س م(س)$.دس+$\int_{0}^{4} ٢س هـ(س)$. د س

ج: م(س) – هـ(س)= جـ

$\int_{-1}^{3} جـ$.د س = ١٢ومنها جـ (٣ - - ١)= ١٢

ومنها جـ = ٣

م(س) – هـ(س)= ٤ ومنها م(س)= ٤+هـ(س)

$\int_{0}^{4} ٢س(٣+هـ(س))$ دس+$\int_{0}^{4} ٢س هـ(س)$. د س

$\int_{0}^{4} ٦س$.دس+$\int_{0}^{4} ٢س هـ(س)$دس- $\int_{0}^{4} ٢س هـ(س)$.د س

$= \int_{0}^{4} ٦س$.دس $= ٣س^{2}|_{0}^{4}$ = ٤٨

مثـــــــــال:

بدون حساب قيمة التكامل $\int_{1}^{3} \frac{1}{\sqrt{٢س^{2}+7}}$ د س

اذا علمت ان م $\leq \int_{1}^{3} \frac{1}{\sqrt{٢س^{2}+7}}$ د س $\leq$ ك

اوجد قيمة م ، ك

ج: ق(س) = $(٢س^{2}+7)^{-1/2}$

قَ(س) = $-1/2 (٢س^{2}+7)^{1/2} (٤س)$ = ٠

س = ٠ لكن ليست ضمن الفترة

ق(١)=$3/1$ ، ق(٣) = $5/1$

$\frac{1}{5} \geq \frac{1}{\sqrt{٢س^{2}+7}} \geq \frac{1}{3}$

$\int_{1}^{3} \frac{1}{5}$.دس$\leq \int_{1}^{3} \frac{1}{\sqrt{٢س^{2}+7}}$ دس$\leq \int_{1}^{3} \frac{1}{3}$.دس

$\frac{2}{5} \leq \int_{1}^{3} \frac{1}{\sqrt{٢س^{2}+7}}$ دس$\leq \frac{2}{3}$

اذن م = $5/2$ ، ن = $3/2$

مثـــــــــال:

اذا علمت ان م $\leq \int_{0}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ د س $\leq$ ك

اوجد قيمة م ، ك دون حساب قيمة التكامل

$\int_{0}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ د س

ج: ق(س) = $س^{4}$

قَ(س) = $٤س^{3}$ = ٠ ومنها س = ٠

ق (٠)=٠، ق(٢) = ١٦

$٩ \leq س^{4}+9 \leq ٢٥$

$٣ \leq \sqrt{س^{4}+9} \leq ٥$

$\int_{0}^{2} ٣$.دس$\leq \int_{0}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ دس$\leq \int_{0}^{2} ٥$.دس

$٦ \leq \int_{0}^{2} \sqrt{س^{4}+9}$ دس≤ ١٠

م = ٦ ، ن = ١٠

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

المعادلات التفاضلية

مثـــــــــال:

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص) يساوي $\frac{٢ ص^{٣}}{(٣ س + ٥)^{٣/٢}}$

فجد قاعدة العلاقة علماً بان محناه يمر بالنقطة (١ ، ٥).

الحل:

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ ص^{٣}}{(٣ س + ٥)^{٣/٢}}$$

$$\frac{د ص}{٢ ص^{٣}} = \frac{د س}{(٣ س + ٥)^{٣/٢}}$$

$$\int ٢/١ ص^{-٣} . د ص = \int (٣ س + ٥)^{-٣/٢} . د س$$

$$-٤/١ ص^{-٢} = (٣س + ٥)^{٣/١} + جـ$$

$$\frac{-١}{٤ ص^{٢}} = \sqrt[٣]{٣س + ٥} + جـ$$

عند (١ ، ٥)

$$\frac{-١}{١٠٠} = ٢ + جـ$$

$$\frac{-١}{٤ ص^{٢}} = \sqrt[٣]{٣س + ٥} - \frac{٢٠١}{١٠٠}$$

مثـــــــــال:

يسير جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة

ت = ٢ ع$^{٢/١}$ ، حيث ع > ٠

اذا كانت سرعة الجسيم عند بدء حركته ٩ م / ث فجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد ٣ ث من بدء حركته علماً بانه قطع مسافة قدرها ٣/٦٤ م في اول ثانية من حركته .

الحل:

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = ٢ ع^{٢/١} \leftarrow \int ٢/١ ع^{-٢/١} \, د ع = \int ١ . د ن$$

$$ع^{٢/١} = ن + جـ$$

لكن ع(٠) = ٩ ومنها جـ = ٣

ع = د ف / د ن = (ن + ٣)^{٢}

أد ف = أ(ن+ ٣)^{٢} . د ن

ف = ٣/١(ن+ ٣)^{٣} + جـ

لكن ف(١) = ٣/٦٤

ومنها ٣/٦٤=٣/١(١+ ٣)^{٣} + جـ ومنها جـ=٠

ف(ن) = ٣/١(ن+ ٣)^{٣}

ف(٣) = ٣/١(٣+ ٣)^{٣} = ٧٢

مثـــــــــال:

اذا ق(س) كثير حدود وكان ق(٠) = ٥ ،قً(س)=٤ ،

$\int_{٠}^{١}$ قَ(س).دس = ٣ فجد قاعدة الاقتران ق(س).

الحل :

أ قً(س) = أ ٤ . دس

قَ(س)= ٤س + جـ

$\int_{٠}^{١}$ قَ(س)= $\int_{٠}^{١}$ ٤س + جـ = ٣

$|٢ س^{٢} + جـ|_{٠}^{١}$ = ٣

٢ + جـ = ٣ ومنها جـ = ١

أ قَ(س)= أ(٤س + ١).دس

ق(س) = ٢س^{٢} + س + جـ لكن ق(٠) = ٥

٥ = ٠ + ٠ + جـ ومنها جـ = ٥

ق(س) = ٢س^{٢} + س + ٥

ناصر الذينات (0798241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

يسير جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ت = أ ع$^{٣/١}$، حيث ع > ٠
اذا تحرك الجسيم من السكون ، فجد قيمة الثابت أ ، التي تجعل سرعته ٨سم/ ث بعد ٣ ث من بدء حركته .

الحل :

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = أ ع^{٣/١} \quad \text{ومنها} \quad ع^{-٣/١} . د ع = أ د ن$$

$$\leftarrow \int ع^{-٣/١} . د ع = \int أ . د ن$$

$$٣/٢ ع^{٣/٢} = أ ن + جـ$$

لكن ن= ٠ ، ع(٠) = ٠ ومنها جـ = ٠

$$٣/٢ ع^{٣/٢} = أ ن$$

سرعته ٨سم/ ث بعد ٣ ث

$$٣/٢ (٨)^{٣/٢} = أ (٣) \text{ ومنها } أ = ٢$$

مثـــــــــــال:

قذفت كرة من قمة برج ارتفاعه (٤٥) متراً عن سطح الارض الى اعلى بسرعة ابتدائية مقدارها (٤٠)م/ث وبتسارع مقداره (-١٠)م/ث^{٢} . جد الزمن الذي استغرقته الكرة لتعود الى سطح الارض .

الحل :

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = -١٠$$

$$\int د ع = \int (-١٠) . د ن$$

ع(ن) = -١٠ ن + جـ

لكن ع(٠)= ٤٠

٤٠ = -١٠ × ٠ + جـ ومنها جـ = ٤٠

$$ع = \frac{د ف}{د ن} = -١٠ ن + ٤٠$$

$$\int د ف = \int (-١٠ ن + ٤٠) . د ن$$

ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٤٠ ن + جـ

لكن ف(٠) = ٤٥ ومنها

٤٥ = -٥(٠)^{٢} + ٤٠ (٠) + جـ ومنها جـ = ٤٥

ف(ن) = -٥ن^{٢} + ٤٠ ن + ٤٥

حتى تعود الكرة الى سطح الارض ف(ن)= ٠

-٥ن^{٢} + ٤٠ ن + ٤٥ = ٠

ن^{٢} - ٨ ن - ٩ = ٠

(ن – ٩)(ن+ ١) = ٠ ومنها ن = ٩ ث

مثـــــــــــال:

اذا كان ق كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكان
ق(٠)= ق(١) = صفر

$$\int_{٠}^{١} ق(س) . د س = ١$$ ، فجد قاعدة الاقتران ق .

الحل :

ق(س)= أ س^{٢} + ب س + جـ

ق(٠) = ٠ ومنها جـ = ٠

ق(١) = ٠ ومنها أ + ب = ٠.....(١)

$$\int_{٠}^{١} (أ س^{٢} + ب س) . د س = ١ .$$

$$| ٣/أ س^{٣} + ٢/ب س^{٢} |_{٠}^{١} = ١$$

٣/أ + ٢/ب = ١

٢أ + ٣ب = ٦ .....(٢)

من (١) ،(٢)

-٢(أ + ب = ٠)

٢ أ + ٣ب = ٦

ب = ٦

بالتعويض في (١) قيمة أ = -٦

قاعدة الاقتران

ق(س)= -٦ س^{٢} + ٦ س

مثـــــــــــال:

اذا ق(س) كثير حدود وكان قَ(π) = -١ ، قً(س)= جا س ، ق(π)= صفر فجد قاعدة الاقتران ق(س).

الحل :

$$\int ق'(س) = \int جا س . د س$$

قَ(س)= - جتا س + جـ

لكن قَ(π)= - ١

-١ = - جتا π + جـ ومنها جـ = -٢

$$\int ق'(س) . د س = \int (- جتا س - ٢) . د س$$

ق(س)= - جا س - ٢س + جـ

ق(π)= صفر

صفر= - جا π - ٢ π + جـ ومنها جـ = ٢ π

ق(س)= - جا س - ٢س + ٢ π

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

تحركت كرة من السكون على خط مستقيم بتسارع مقداره ($\frac{٢}{\sqrt{ن}}$ + ن) م /ث^{٢} ، حيث ن الزمن بالثواني فاذا علمت ان سرعة الكرة (٥٠)م/ ث عندما ن = ٩ ثانية ، وان الكرة قطعت مسافة مقدارها (٢٢) متراً بعد (٤)ثواني من بدء الحركة . جد المسافة التي قطعتها الكرة بعد (٩)ثواني من بدء حركتها .

الحل :

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = \frac{٢}{\sqrt{ن}} + ن$$

$$د ع = (\frac{٢}{\sqrt{ن}} + ن).د ن$$

$$\leftarrow \int د ع = \int (٢ ن^{-٢/١} + ن) . د ن$$

$$ع(ن) = ٤ ن^{٢/١} + ٢/١ ن^{٢} + جـ$$

لكن ن= ٩ ، ع(٩) = ٥٠

$$٥٠ = ٤(٩)^{٢/١} + ٢/١(٩)^{٢} + جـ ، ومنها \ جـ = -٢/٥$$

$$ع(ن) = ٤ ن^{٢/١} + ٢/١ ن^{٢} - ٢/٥$$

$$دف = (٤ ن^{٢/١} + ٢/١ ن^{٢} - ٢/٥).د ن$$

$$\int دف = \int (٤ ن^{٢/١} + ٢/١ ن^{٢} - ٢/٥).د ن$$

$$ف(ن) = ٣/٨ ن^{٢/٣} + ٦/١ ن^{٣} - ٢/٥ ن + جـ$$

لكن ف(٤)= ٢٢

$$٢٢ = ٣/٨ (٤)^{٢/٣} + ٦/١ (٤)^{٣} - ٢/٥(٤) + جـ$$

$$٢٢ = ٣/٦٤ + ٣/٣٢ - ١٠ + جـ \ ومنها \ جـ = صفر$$

$$ف(ن) = ٣/٨ ن^{٢/٣} + ٦/١ ن^{٣} - ٢/٥ ن$$

$$ف(٩) = ٣/٨ (٩)^{٢/٣} + ٦/١ (٩)^{٣} - ٢/٥(٩) = ١٧١$$

مثـــــــــــال:

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة ت = $\sqrt{ع}$ حيث ع > ٠ ، اذا علمت ان السرعة الابتدائية للجسيم (٩) م / ث وقطع مسافة (٨٠) م في (٤)ثوان، فجد المسافة التي قطعها الجسيم بعد ثانيتين من بدء حركته

الحل:

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = ع^{٢/١} \leftarrow \int ع^{-٢/١} \ د ع = \int ١ . د ن$$

$$٢ ع^{٢/١} = ن + جـ \ لكن \ ع(٠) = ٩ \ ومنها \ جـ = ٦$$

$$ع = د ف / د ن = (٢/١ن + ٣)^{٢}$$

$$\int د ف = \int (٢/١ن + ٣)^{٢} . د ن$$

$$ف = ٣/٢ (٢/١ن+ ٣)^{٣} + جـ$$

لكن ف(٤) = ٨٠

ومنها ٨٠=٣/٢(٢+ ٣)^{٣} + جـ ومنها جـ=-٣/١٠

ف(ن) = ٣/٢ (٢/١ن+ ٣)^{٣} -٣/١٠

ف(٢) = ٣/٢ (١+ ٣)^{٣} -٣/١٠= ٣/١١٨

مثـــــــــــال:

حل المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{د ص}{د س} = \sqrt[٣]{\frac{ص}{س}}$$

الحل :

$$\int ص^{-٣/١} . د ص = \int س^{-٣/١} . د س$$

$$٢/٣ ص^{٣/٢} = ٢/٣ س^{٣/٢} + جـ_{١}$$

$$ص^{٣/٢} = س^{٣/٢} + جـ \ : \ جـ = ٣/٢ جـ_{١}$$

$$ص^{٢} = (س^{٣/٢} + جـ)^{٣}$$

$$ص = \sqrt{(س^{٣/٢} + جـ)^{٣}}$$

مثـــــــــــال:

اذا كان تسارع جسيم يعطى بالعلاقة ت(ن)=٣ن +٢ ، وعلمت ان سرعته الابتدائية (٦)م/ث ، والمسافة التي يقطعها بعد ثانية واحدة من بدء الحركة (١٢)م ، فما المسافة التي يقطعها بعد (٣) ثوان من بدء الحركة ؟

الحل :

$$ت = \frac{د ع}{د ن} = ٣ن + ٢$$

$$د ع = (٣ن + ٢).د ن$$

$$\leftarrow \int د ع = \int (٣ن + ٢).د ن$$

$$ع(ن) = \frac{٣ ن^{٢}}{٢} + ٢ ن + جـ$$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

لكن ع(٠) = ٦ ومنها جـ = ٦

$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٣ ن^{٢}}{٢} + ٢ ن + ٦$

دف = ∫ ($\frac{٣ ن^{٢}}{٢} + ٢ ن + ٦$).دن

ف(ن) = $\frac{١}{٢}$ ن^{٣} + ن^{٢} + ٦ ن + جـ

لكن ف(١) = ١٢

١٢ = $\frac{١}{٢}$ + ١ + ٦ + جـ ومنها جـ = ٣/٩

ف(٣) = $\frac{١}{٢}$ × ٢٧ + ٩ + ١٨ + $\frac{٩}{٢}$ = ٤٥

مثـــــــــال:

ابتدأ جسيم الحركة من نقطة الاصل على محور السينات وفق العلاقة ؛ ت = -٤ع$^{٢/٣}$ ، ع > ٠ حيث ت: تسارع الجسيم ، ، ع: سرعة الجسيم ، فاذا كانت سرعته عند بدء الحركة (٤)سم/ث اثبت ان ف = ٢ ن $\overline{ع}$

الحل:

ت = $\frac{د ع}{د ن}$ = -٤ع$^{٢/٣}$ ← ∫ ع$^{-٢/٣}$ د ع = ∫ -٤. د ن

-٢ع$^{-٢/١}$ = -٤ن + جـ

لكن ع(٠) = ٤ ومنها جـ = -١

ع(ن) = $\frac{٤}{(٤ن + ١)^{٢}}$

ع = د ف / د ن = ٤(٤ن + ١)$^{-٢}$

∫ د ف = ∫ ٤(٤ن + ١)$^{-٢}$. د ن

ف(ن) = - (٤ن + ١)$^{-١}$ + جـ

لكن ف(٠) = ٠

ومنها ٠ = (٠ + ١)$^{-١}$ + جـ ومنها جـ = ١

ف(ن) = $\frac{-١}{(٤ن + ١)}$ + ١ توحيد مقامات

ف(ن) = $\frac{٤ن}{(٤ن + ١)}$ لكن (٤ ن +١) = $\frac{٢}{\overline{ع}}$

اذن ف = ٢ ن $\overline{ع}$

مثـــــــــال:

$\frac{د ص}{د س} = \frac{٣س ص - ص - ١٢س + ٤}{ص^{٢} - ١٦}$

الحل :

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص(٣س - ١) - ٤(٣س - ١)}{ص^{٢} - ١٦}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(٣س - ١)(ص - ٤)}{(ص - ٤)(ص + ٤)}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{(٣س - ١)}{(ص + ٤)}$

∫(ص+٤).دص=∫(٣ س-١) . د س

١/٢ ص^{٢} +٤ص = ٣/٢س^{٢} - س + جـ

ص^{٢} +٨ص = ٣س^{٢} - ٢س + ٢جـ

ص^{٢} +٨ص+١٦ = ٣س^{٢} - ٢س + ٢جـ+١٦

(ص+٤)^{٢} = ٣س^{٢} - ٢س + ٢جـ+١٦

ص=-٤± $\sqrt{٣س^{٢} - ٢س + ٢جـ+١٦}$

ص=-٤± $\sqrt{٣س^{٢} - ٢س + جـ}$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

التكامل بالتعويض

مثـــــــــال:

١. $\int$ س جتا $\sqrt{١+س^{٢}}$. دس

ج:

ص^{٢} = س^{٢} + ١

٢ص .دص = ٢ س . دس

$\int$ ص جتا ص . د ص

ق = ص دهـ = جتا ص . د ص

دق = دص هـ = جا ص

= ص جا ص - $\int$ جا ص . د ص

= ص جا ص + جتا ص + جـ

= $\sqrt{١+س^{٢}}$ جا $\sqrt{١+س^{٢}}$ + جتا $\sqrt{١+س^{٢}}$ + جـ

مثـــــــــال:

$$\int_{٠}^{\pi} (١ + جا ٢ س) جتا^{٢} س \ . د س$$

ج:

$$\int (جتا^{٢} س + ٢ جا س جتا^{٣} س) \ . د س$$

ص = جتا س

$$دس = \frac{د ص}{- جا س}$$

$$\int جتا^{٢} س . دس + ٢ \int جا س ص^{٣} . \frac{د ص}{- جا س}$$

$$= ٢/١ \int (١ + جتا ٢ س) . دس - ٢ \int ص^{٣} . د ص$$

$$= ٢/١ س + ١/٤ جا ٢س - ٢/١ ص^{٤}$$

$$= ٢/١ س + ١/٤ جا ٢س - ٢/١ جتا^{٤} س \Big|_{٠}^{\pi}$$

$$= ٢/١ (\pi) - ٢/١ - (-٢/١) = \frac{\pi}{٢}$$

مثـــــــــال:

$$\int \frac{د س}{س (١ + \sqrt{س})^{٤}} =$$

ج:

س = ص^{٢}

د س = ٢ص دص

$$= \int \frac{٢ ص \ . د ص}{ص (١ + ص)^{٤}}$$

$$= \int ٢ (١ + ص)^{-٤} \ . د ص$$

$$= -٢/٣ (١ + ص)^{-٣} + جـ$$

$$= -٢/٣ (١ + \sqrt{س})^{-٣} + جـ$$

$$= \frac{-٢}{٣ (١+\sqrt{س})^{٣}}$$

مثـــــــــال:

اذا كان ق(س) اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة [١ ، ٢] ، وكان ق(١)= ١ ، ق(٢) = ٤

فان قيمة $\int_{١}^{٢}$ ٣ قَ(س) $\sqrt{ق(س)}$. دس

أ) ١٤ ب) ٢/٦٣ ج) ٧ د) ٣/١٤

الحل :

فان قيمة $\int_{١}^{٢}$ ٣ قَ(س) $\sqrt{ق(س)}$. دس = ٢ ق$^{٢/٣}$ $\Big|_{١}^{٢}$

= ٢ $\sqrt{ق^{٣}(٢)}$ - ٢ $\sqrt{ق^{٣}(١)}$ = ٢×٨ - ٢×١

= ١٦ – ٢ = ١٤

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)

مثـــــــــال:

أ) $\int \frac{(1+س)^{٥}}{س^{٧}}$. دس

$\int \frac{(1+س)^{٥}}{س^{٢} س^{٥}}$. دس

$\int \frac{1}{س^{٢}} (\frac{1}{س}+1)^{٥}$. دس

ص = $\frac{1}{س}+1$

دص = $\frac{-1}{س^{٢}}$. دس

$-س^{٢}$. د ص = د س

$\int \frac{1}{س^{٢}} (ص)^{٥} \times -س^{٢}$. د ص

$\int -ص^{٥}$. د ص = $\frac{-ص^{٦}}{٦}$

$= -\frac{1}{٦} (٢^{٦}+٣^{٦}) = \frac{٦٦٥}{٦}$

مثـــــــــال:

$\frac{\pi}{٢}$

١. $\int$ جا ٢ س جتاس . د س

$\frac{\pi}{٤}$

ج:

$\frac{\pi}{٢}$

$\int ٢$جا س جتا^{٢}س . د س

$\frac{\pi}{٤}$

ص = جتا س

دس = $\frac{د ص}{-جا س}$

$٢\int$ جا س ص^{٢} . $\frac{د ص}{-جا س} = -٢\int ص^{٢}$.دص

$= -٣/٢ ص^{٣} = \frac{-٢ جتا^{٣}س}{٣} \Big|_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}}$ ١ ٣ ٢

مثـــــــــال:

$\int$ قا^{٤} (٣س) ظا^{٣}(٣س). دس

الحل :

$\int$ قا^{٢} (٣س) قا^{٢} (٣س) ظا^{٣}(٣س). دس

$\int$ قا^{٢} (٣س) (ظا^{٢}(٣س) +١) ظا^{٣}(٣س). دس

$\int$ قا^{٢} (٣س) (ظا^{٥}(٣س) + ظا^{٣}(٣س)). دس

نفرض ص = ظا٣س

د س = $\frac{د ص}{٣قا^{٢} ٣س}$

$= \int$ قا^{٢} (٣س) (ص^{٥}+ ص^{٣}). $\frac{د ص}{٣قا^{٢} ٣س}$

$= \frac{1}{٣} \int$ (ص^{٥}+ ص^{٣}).د ص $= \frac{1}{٣} (\frac{ص^{٦}}{٦} + \frac{ص^{٤}}{٤})$ + جـ

$= \frac{1}{٣} (\frac{(ظا٣س)^{٦}}{٦} + \frac{(ظا٣س)^{٤}}{٤})$ + جـ

مثـــــــــال:

$\int \frac{س^{٣}}{(س^{٢}+٩)^{\frac{1}{٢}}}$. د س =

ج:

ص = س^{٢} + ٩

دس = $\frac{د ص}{٢س}$

$= \int_{٩}^{٢٥} س^{٣}$ ص$^{-٣/٢}$. $\frac{دص}{٢س}$

$= \int_{٩}^{٢٥} س^{٢}$ ص$^{-٣/٢}$. $\frac{دص}{٢}$

$= \int_{٩}^{٢٥} (ص-٩)$ ص$^{-٣/٢}$. $\frac{دص}{٢}$

$= \int_{٩}^{٢٥} ص^{\frac{1}{٢}} - ٩$ ص$^{-٣/٢}$. $\frac{دص}{٢}$

$= \frac{1}{٢} (\frac{٢ ص^{\frac{3}{٢}}}{٣} + ٢ \times ٩ ص^{-\frac{1}{٢}}) \Big|_{٩}^{٢٥}$

$= ص^{\frac{3}{٢}} + ٩ ص^{-\frac{1}{٢}} \Big|_{٩}^{٢٥} = \frac{٤}{٥}$

ناصر ذيبات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\text{جتا}^2 س + \frac{1}{2} \text{جا } 2س \text{ جتاس}} \; د س =$$

ج:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\text{جتا}^2 س + \text{جا س جتا}^2 س} \; د س =$$

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\text{جتا}^2 س(1 + \text{جا س})} \; د س =$$

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} |\text{جتاس}| \sqrt{(1 + \text{جا س})} \; د س =$$

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \text{جتاس} \sqrt{1+\text{جاس}}\, دس + \int_{\pi/2}^{\pi/4} -\text{جتاس} \sqrt{1+\text{جا س}}\, د س$$

ص = ١ + جاس

$$دس = \frac{د ص}{\text{جتاس}}$$

$$\int_{1}^{2} \text{جتاس} \sqrt{ص} \frac{دص}{\text{جتا س}} + \int_{1}^{2} -\text{جتاس} \sqrt{ص} \frac{دص}{\text{جتا س}}$$

$$= \left[\frac{2}{3} ص^{3/2}\right]_{1}^{2} + \left[\frac{2}{3} ص^{3/2}\right]_{2}^{1}$$

نعوض

مثـــــــــال:

اذا كان $\int_{-1}^{2}$(٣ق(س)+٢س- ٤)دس= ٣

$\int_{-1}^{1}$(ق(س+١) - ٣س^2)دس= ٢٧ ، $\int_{3}^{4}$

فجد قيمة $\int_{-1}^{1}$ ق(س). د س ؟

الحل:

** $٣\int_{-1}^{2}$(ق(س).دس + س^2 $]_{-1}^{2}$ = ٣(٤ - (١+٢) = ٣

** $٣\int_{-1}^{2}$(ق(س).دس + (٤-١) - ١٢ = ٣

** $٣\int_{-1}^{2}$(ق(س).دس = ٣ + ٩

$\int_{-1}^{2}$ ق(س).دس = ٤

** $\int_{3}^{4}$(ق(س+١) - ٣س^2)دس= ٢٧

ص = س+١ ومنها دس = دص

عندما س=١ فان ص = ٢

عندما س=٣ فان ص = ٤

$\int_{1}^{2}$(ق(ص).دص - س^3 $]_{3}^{4}$ = ٢٧

$\int_{2}^{2}$(ق(ص).دص - (١-٢٧) = ٢٧

$\int_{2}^{2}$(ق(ص).دص = ٢٧ - ٢٦ =١

$\int_{-1}^{4}$ ق(س).دس= $\int_{-1}^{2}$ق(س).دس+ $\int_{2}^{4}$ ق(س).دس)

= ٤- ١ = ٣

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

اذا كان $\int_{0}^{3}$ ق(س).دس=٤،

$\int_{0}^{3}$(م ق(٣- س)+٦س+١)دس=٤٢ ، جد قيمة م

الحل:

$\int_{0}^{3}$(م ق(٣- س).دس+٣س^{٢}]$_{0}^{3}$ +١(٣-٠) دس=٤٢

$\int_{0}^{3}$(م ق(٣- س).دس+٣٠ = ٤٢

$\int_{0}^{3}$(م ق(٣- س).دس= ١٢

ص = ٣- س ومنها دص = - دس

عندما س=٠ فان ص = ٣

عندما س=٣ فان ص = ٠

- $\int_{3}^{0}$ م ق(ص).دص= ١٢

$\int_{0}^{3}$ م ق(ص).دص= ١٢

م (٤) = ١٢ ← م = ٣

مثـــــــــــال:

اذا كان ق(س) = { [س-٥] / $\sqrt{\text{س}+١}$ ، ٢≥ س ≥ ٤ ، | س- ١ | ، ٠≤ س <٢

اوجد $\int_{0}^{4}$ ق(س) . د س

الحل

$= \int_{0}^{1}$(٥س-٥). دس+$\int_{1}^{2}$(٤-٤س). دس+$\int_{2}^{4}$٣(س+١)$^{-٢/١}$. د س

$= \left|\frac{٥}{٢}\text{س}^{٢}-٥\right|_{0}^{1}$(١-٠)+٤(٢-١)-٢س^{٢} $|_{1}^{2}$+٦(س+١)$^{٢/١}$ $|_{2}^{4}$

= ٢/٥ – ٥ + ٤ – (٨ - ٢)+ ٦$\sqrt{٥}$ – ٦$\sqrt{٣}$=

التكامل بالاجزاء

مثـــــــــــال:

$\int$ س(جا س + جتا س)^{٢} .د س

ق = س د هـ = ١ + جا٢س .د س

× ↘ - $\int$

د ق = د س هـ = س - ٢/١ جتا٢ س

= س^{٢} - ٢/١ س جتا٢س- $\int$ س-٢/١جتا٢س. د س

= س^{٢} - ٢/١ س جتا٢س- ٢/١س^{٢}-٤/١جا٢س+جـ

مثـــــــــــال:

٣. $\int$ $\frac{\text{س}}{\text{قا}^{٢}\text{ س}}$.دس

الحل:

= $\int$ س جتا^{٢}س. د س

ق = س د هـ =٢/١(١ + جتا٢س) .د س

× ↘ - $\int$

د ق = د س هـ = ٢/١س + ٤/١ جا٢ س

=٢/١س^{٢}+٤/١س جا٢س- $\int$ ٢/١س+٤/١جا٢س. د س

=٢/١س^{٢}+٤/١س جا٢س- $\int$ ٢/١س+٤/١جا٢س. د س

=٢/١س^{٢}+٤/١س جا٢س-٤/١س^{٢}+٨/١جتا٢س+ جـ

=٤/١س^{٢}+٤/١س جا٢س+٨/١جتا٢س+ جـ

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

اذا كان ق قابل للاشتقاق على ح وكان

$\int_{1}^{2}$ ق(س). د س = ١٠ وكان ق(٢)= ٣ ، ق(١)= -١

فجد $\int_{0}^{1}$ س^{٥} قَ(س^{٣} + ١). د س =

الحل :

نفرض ان ص = س^{٣} + ١

$$\text{د س} = \frac{\text{دص}}{\text{٣ س}^{٢}}$$

$$\int_{0}^{1} \text{س}^{٥}\ \text{قَ}(\text{ص}).\ \frac{\text{دص}}{\text{٣ س}^{٢}} =$$

$$= \frac{١}{٣} \int_{1}^{2} \text{س}^{٣}\text{قَ}(\text{ص}).\ \text{دص} \quad \text{لكن س}^{٣} = \text{ص} - ١$$

$$= \frac{١}{٣} \int_{1}^{2} (\text{ص}-١)\text{قَ}(\text{ص}).\ \text{دص}$$

ق = $\frac{١}{٣}$(ص-١) د هـ = قَ(ص)د ص

× ∫ -

د ق = $\frac{١}{٣}$د ص هـ = ق(ص)

$$= \frac{١}{٣}(\text{ص}-١)\text{ق}(\text{ص})\ \Big|_{1}^{2} - \int_{1}^{2} \frac{١}{٣}\ \text{ق}(\text{ص}).\ \text{د ص}$$

$$= \frac{١}{٣}\times١\times٣ - \frac{١}{٣} \times ١٠ = -٣/٧$$

مثـــــــــــال:

$\int$ س(١ + جتا٢س). د س

ق = س د هـ = ١ + جتا٢س .د س

× ∫ -

د ق = د س هـ = س + $\frac{١}{٢}$ جا ٢ س

= س^{٢} + $\frac{١}{٢}$ س جا٢س- $\int$ س+$\frac{١}{٢}$جا٢س. د س

= س^{٢} - $\frac{١}{٤}$ س جتا٢س- $\frac{١}{٢}$س^{٢}+$\frac{١}{٤}$جتا٢س+جـ

مثـــــــــــال:

$\int$(٢ س – ١) جا ٢س .دس

ق = ٢س-١ د هـ = جا٢س .د س

× ∫ -

د ق = ٢د س هـ = - $\frac{١}{٢}$ جتا ٢ س

= ($\frac{١}{٢}$ – س) جتا٢س+ $\int$ جتا٢س. د س

= ($\frac{١}{٢}$ – س) جتا٢س+ $\frac{١}{٢}$ جا٢س+ جـ

مثـــــــــــال:

د) $\int \frac{\text{س جتا س}}{\text{جا}^{٣}\ \text{س}}$.دس

الحل :

$\int$ س ظتا س قتا^{٢} س . دس

ق = س د هـ = ظتا س قتا^{٢} س. دس

× ∫ -

د ق = د س هـ = -$\frac{١}{٢}$ظتا^{٢} س

= - $\frac{١}{٢}$س ظتا^{٢} س + $\frac{١}{٢}\int$ ظتا^{٢} س. د س

= - $\frac{١}{٢}$س ظتا^{٢} س +$\frac{١}{٢}\int$(قتا^{٢} س -١). د س

= - $\frac{١}{٢}$س ظتا^{٢} س - $\frac{١}{٢}$ظتا س - $\frac{١}{٢}$س + جـ

مثـــــــــــال:

$$\int_{1}^{2} \frac{\text{س}^{٤}}{\sqrt{\text{س} + ٥}}\ .\text{دس}$$

ج:

ق = س د هـ = (س+ ٥)$^{\frac{١}{٢}}$ د س

× ∫ -

د ق = د س هـ = $\frac{٢}{٣}$(س+ ٥)$^{\frac{٣}{٢}}$

= ٢س (س+ ٥)$^{\frac{١}{٢}}$ - $\frac{٤}{٣}\int$(س+٥)$^{\frac{٣}{٢}}$.دس

= ٢س (س+ ٥)$^{\frac{١}{٢}}$ - $\frac{٣}{٢}$(س+٥)$^{\frac{٥}{٢}}$ $\Big|_{1}^{2}$

= ٢٤ + ٤ - ٣/٥٤ + ٣/١٦ = ٢٨ – ٣/٣٨

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال:

$\int$ س جتا$\sqrt{س^{٢}+١}$. دس

الحل :

ملاحظة : الزاوية ليست خطية

ص = $\sqrt{س^{٢}+١}$

ص^{٢} = س^{٢} +١ . ← ٢ص. دص = ٢س . دس

دس = $\frac{ص\ د\ ص}{س}$

$\int$ س جتا ص . $\frac{ص\ د\ ص}{س}$

= $\int$ ص جتا ص. د ص

ق = ص د هـ = جتا ص . د ص

× ↙ ↘ - $\int$

د ق = د ص هـ = جا ص

= ص جا ص - $\int$ جا ص . د ص

= ص جا ص + جتا ص + جـ

= $\sqrt{س^{٢}+١}$ جا $\sqrt{س^{٢}+١}$ + جتا $\sqrt{س^{٢}+١}$ + جـ

مثـــــــــــال:

$\int_{١}^{٢}$ س^{٤} $\sqrt{(\frac{٢-س}{س^{٢}})^{٣}}$. دس

ج:

$\int_{١}^{٢}$ $\frac{س^{٤}}{س^{٣}}$ $\sqrt{(٢-س)^{٣}}$. دس

$\int_{١}^{٢}$ س (٢ - س)$^{٢/٣}$. دس

ق = س د هـ = (٢- س)$^{٢/٣}$ د س

× ↙ ↘ - $\int$

د ق = د س هـ =-٢/٥(٢- س)$^{٢/٥}$

= -٢/٥س(٢- س)$^{٢/٥}$ $|_{١}^{٢}$ - $\int_{١}^{٢}$ -٢/٥(٢- س)$^{٢/٥}$

= -٢/٥س(٢- س)$^{٢/٥}$ $|_{١}^{٢}$ -٣٥/٤-(٢- س)$^{٢/٧}$ $|_{١}^{٢}$

= -٢/٥(صفر-١) -٣٥/٤ (صفر -١) = ٣٥/١٨

حساب المساحة باستخدام التكامل

مثـــــــــــال:

احسب المساحة المحصورة بين

هـ (س) = ٥س ، ق(س)= ٤س^{٢} – ٣س

الحل :

نجد الفترة وذلك بمساوات الاقترانيين ببعض

٤ س^{٢} – ٣ س = ٥س ومنها ٤ س^{٢} – ٨ س = ٠

٤س(س - ٢) = ٠ ومنها س = ٠ ، ٢

لتحديد الاكبر نختار رقم مثل ١ ضمن الفترة ثم نعوض

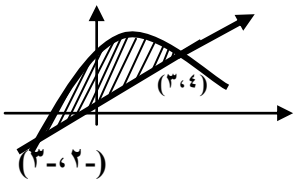
ق(١) = ١ ، هـ (١) = ٥ نلاحظ ان هـ > ق ضمن هذه الفترة

م= $\int_{٠}^{٢}$ ٥س – (٤س^{٢} – ٣س) .د س =

م= $\int_{٠}^{٢}$ (٨س – ٤س^{٢}) .د س =٤س^{٢} - $\frac{٤}{٣}$ س^{٣} $|_{٠}^{٢}$

= ١٦ - $\frac{٣٢}{٣}$ = $\frac{١٦}{٣}$

ل ق(س)



مثـــــــــــال:

احسب مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور

المحصورة بين منحنى

ق (س) = ٧ + ٣ س – س^{٢} والمستقيم ل المار بالنقطتين (-٢ ، -٣) ، (٤ ، ٣) ،

الحل :

ميل المماس = $\frac{ص_{٢}-ص_{١}}{س_{٢}-س_{١}}$ = $\frac{٦}{٦}$ = ١

ص–ص$_{١}$=م(س– س$_{١}$)ومنهاص+٣=س+٢

ومنها ص= س- ١

م = $\int_{-٢}^{٤}$ (٧ + ٣ س – س^{٢}) – (س – ١) .د س

م = $\int_{-٢}^{٤}$ (٨ + ٢ س – س^{٢}) .د س

=٨(٤- -٢) + س^{٢} $|_{-٢}^{٤}$ - ١/٣ س^{٣} $|_{-٢}^{٤}$

= ٤٨+ (١٦ -٤) – (٦٤/٣ + ٨/٣) = ٤٤

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال:

احسب مساحة المنطقة الواقعةفي الربع الاول والمحصورة بين محور الصادات ومنحنيات الاقترانات التالية

ق(س)= س^{٢} - ١ ، هـ (س) = ٥ - س ، ل(س)= ١ - س

الحل :

نجد نقاط التقاطع ، لاحظ ان هـ(س) ، ل(س) متوازين

ق = هـ

س^{٢} - ١ = ٥ - س

س^{٢} + س - ٦ = ٠

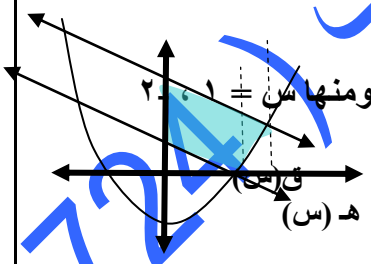
(س - ٢)(س+٣)= ٠ ومنها س = ٢ ، -٣

ق = ل

س^{٢} - ١ = ١ - س

س^{٢} + س - ٢ = ٠

(س - ١)(س+٢)= ٠ ومنها س = ١ ، -٢



$$م = \int_{-٢}^{١} (هـ(س) - ل(س))\,دس + \int_{١}^{٢} (هـ(س) - ق(س))\,دس$$

$$م = \int_{-٢}^{١} (٥ - س) - (١ - س)\,دس + \int_{١}^{٢} (٥ - س) - (س^{٢} - ١)\,دس$$

$$م = \int_{-٢}^{١} (٤)\,د س + \int_{١}^{٢} (٦ - س - س^{٢})\,د س$$

$$= ٤س \Big|_{-٢}^{١} + (٦س - ٢/١ س^{٢} - ٣/١ س^{٣}) \Big|_{١}^{٢}$$

$$= ٤ + (١٢ - ٢ - ٣/٨) - (٦ - ٢/١ - ٣/١)$$

$$= ٦/٣٧$$

مثـــــــــــال:

اذا كان ق (س) = - س^{٣} ، د (س) = ٨
ل(س) = س فجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثه.

الحل :

نجد نقاط التقاطع

ق = ل

- س^{٣} = س

- س^{٣} - س = ٠

- س(س^{٢} + ١)= ٠ ومنها س = ٠

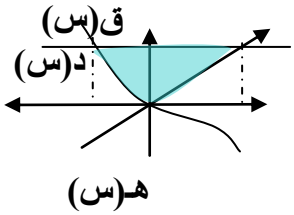
ق = د

- س^{٣} - ٨ = ٠

- (س+٢)(س^{٢} -٢س+ ٤)= ٠

ومنها س = -٢

ل = د ومنها س = ٨



$$م = \int_{-٢}^{٠} (د(س) - ق(س))\,دس + \int_{٠}^{٨} (د(س) - هـ(س))\,دس$$

$$م = \int_{-٢}^{٠} (٨ + س^{٣})\,دس + \int_{٠}^{٨} (٨ - س)\,دس$$

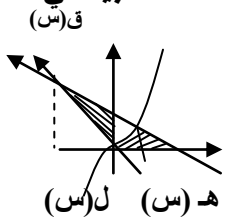
$$= ٨(٠ - (-٢)) + \frac{س^{٤}}{٤} \Big|_{-٢}^{٠} + ٨(٨ - ٠) - \frac{س^{٢}}{٢} \Big|_{٠}^{٨}$$

$$= ١٦ - ٤ + ٦٤ - ٣٢ = ٤٤ \text{ وحدة مربعة}$$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال

احسب مساحة المنطقة المظلله المبيه في الشكل المجاور ق (س)=٢س^{٣} ، هـ (س)=٣- س ، ل(س) = - ٢س



الحل:

هـ(س) = ل(س)

٣- س=-٢س ومنها٣=-٢س+ س ومنها س= -٣

ناتجة من تقاطع هـ(س)= ق(س)

٣- س=٢س^{٣} ومنها ٢س^{٣}+ س -٣= ٠

ومنها س = ١

نقاط تقاطع هـ(س) ومحور السينات

هـ(س)= ٠ ومنها ٣ – س = ٠ ومنها س = ٣

$$م = \int_{-٣}^{٠} (هـ(س)- ل(س)) + \int_{٠}^{١} (ق(س)- صفر) + \int_{١}^{٣} (هـ(س) - صفر)$$

اصفار لان الاسفل هو محور السينات ومحور السينات معادلته ص = ٠

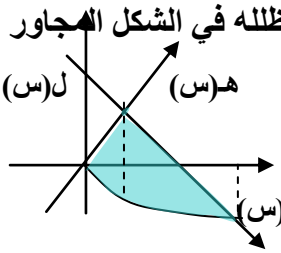
$$م = \int_{-٣}^{٠} (٣- س) - (-٢س) .د س + \int_{٠}^{١} ٢س^{٣}.د س + \int_{١}^{٣} (٣- س).د س$$

$$= |(٣س+ ٢/١س^{٢})|_{-٣}^{٠} + |٢/١س^{٤}|_{٠}^{١} + |(٣س- ٢/١س^{٢})|_{١}^{٣}$$

= ٧ وحدات

مثـــــــــــال

جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل المجاور



ق(س)= - $\sqrt{س}$ ،

هـ (س) = س ،

ل(س) = ٦ - ٢س

الحل :

نجد نقاط التقاطع

ق = ل

- $\sqrt{س}$ = ٦ - ٢س

س = ٣٦ - ٢٤س + ٤س^{٢}

٤س^{٢} - ٢٥س + ٣٦ = ٠

(٤س -٩)(س - ٤)= ٠ ومنها س = ٤ ، ٤/٩

ق = هـ

- $\sqrt{س}$ = س

س = س^{٢}

س^{٢} - س =٠

س(س -١)= ٠ ومنها س = ١ ، ٠

هـ = ل

٦ - ٢س= س

ومنها س = ٢

$$م = \int_{٠}^{٢} (هـ(س)- ق(س)) .دس + \int_{٢}^{٤} (ل(س)- ق(س)) .دس$$

$$م = \int_{٠}^{٢} (س + س^{٢/١}) .دس + \int_{٢}^{٤} (٦- ٢س + س^{٢/١}) .دس$$

$$= |\frac{}{٢} + \frac{}{٣} س^{٢/٣}|_{٠}^{٢} + ٦(٤-٢)- |س^{٢} + \frac{}{٣} س^{٢/٣}|_{٢}^{٤}$$

$$= ٢ + \frac{\sqrt{٨}\times\sqrt{٢}}{٣} + ١٢ - ١٢ - \frac{٨ \times ٢}{٣} + \frac{\sqrt{٨}\times\sqrt{٢}}{٣}$$

= $\frac{١}{٣}$ ٧ وحدة مربعة

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

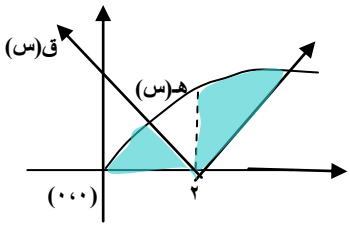
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال

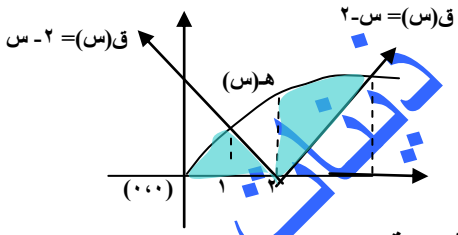
جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل المجاور

ق(س)= | س - ٢|

هـ (س)= $\sqrt{س}$



الحل :



هـ = ق

$\sqrt{س}$ = ٢ - س

س = ٤ - ٤س + س^{٢}

س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠

(س - ١)(س - ٤)= ٠ ومنها س = ١ ، ~~٤~~

هـ = ق

$\sqrt{س}$ = س - ٢

س = س^{٢} - ٤س + ٤

س^{٢} - ٥س + ٤ = ٠

(س - ١)(س - ٤)= ٠ ومنها س = ٤ ، ~~١~~

$$م = \int_{٠}^{١} \sqrt{س}\,دس + \int_{١}^{٢} (٢ - س)\,دس + \int_{٢}^{٤} \sqrt{س} - (س - ٢)\,دس$$

$$م = \int_{٠}^{١} \sqrt{س}\,دس + \int_{١}^{٢} (٢ - س)\,دس + \int_{٢}^{٤} (\sqrt{س} - س + ٢)\,دس$$

$$= \left| \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} + ٢س - \frac{س^{٢}}{٢} \right|_{٠}^{١} + \left| ٢س - \frac{١}{٢}س^{٢} \right|_{١}^{٢} + \left| \frac{٢}{٣}\sqrt{س^{٣}} - \frac{س^{٢}}{٢} + ٢س \right|_{٢}^{٤}$$

$$= \frac{٧}{٦} + \frac{١٦ - ٤\sqrt{٤}}{٣}$$

$$= \frac{٢٧ - ٨\sqrt{٢}}{٦}$$

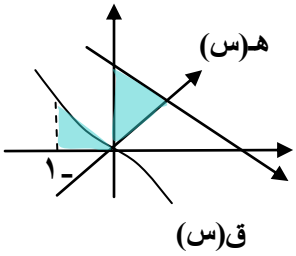
مثـــــــــال)

١. جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل المجاور

ق(س)= - س^{٣} ،

هـ (س) = س ،

ل(س) = ٣ - ٢س



الحل :

نجد نقاط التقاطع

هـ = ل

س = ٣ - ٢س

٣س = ٣ ومنها س = ١

ومنها س = ٢

$$م = \int_{-١}^{٠} (ق(س) - ٠)\,دس + \int_{٠}^{١} (ل(س) - هـ(س))\,دس$$

$$م = \int_{-١}^{٠} -س^{٣}\,دس + \int_{٠}^{١} (٣ - ٢س - س)\,دس$$

$$م = \int_{-١}^{٠} -س^{٣}\,دس + \int_{٠}^{١} (٣ - ٣س)\,دس$$

$$= \left| -\frac{س^{٤}}{٤} \right|_{-١}^{٠} + \left| ٣س^{٢} - \frac{٣}{٢}س^{٢} \right|_{٠}^{١}$$

$$= -\frac{١}{٤} + ٣ - \frac{٣}{٢} = \frac{٤ + ١٢ - ٦}{٤}$$

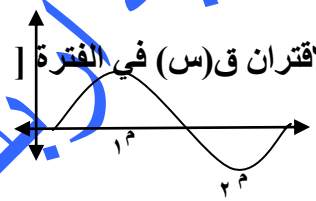
$$= \frac{٧}{٤} \text{ وحدة مربعة}$$

مثـــــــــال

في الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [هـ ، و] ،وكانت

م$_{١}$ = ٤ وحدات مربعة

م$_{٢}$ = ٣ وحدات مربعة فان



هـ

$\int$ ق (س) . د س يساوي

و

أ) ٧ ب) -٧ ج) ١ د) - ١

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

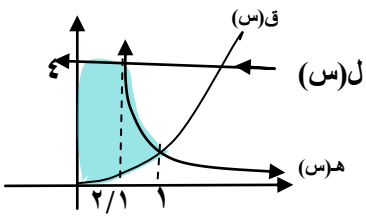
مثـــــــــــال

جد مساحة المنطقة المظلله في الشكل المجاور

ق(س)= س^{٢} ،

هـ (س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ،

ل(س) = ٤



الحل :

نجد نقاط التقاطع

هـ = ل

$\frac{١}{س^{٢}}$ = ٤ ومنها س = ±٢/١ يهمل السالب

هـ = ق

$\frac{١}{س^{٢}}$ = س^{٢} ومنها س = ±١ يهمل السالب

م=$\int_{٢/١}^{١}$(ل(س)- ق(س)).دس + $\int_{٢/١}^{١}$ (هـ(س)- ق(س)) .دس

م=$\int_{٢/١}^{١}$(٤- س^{٢}).دس + $\int_{٢/١}^{١}$ (س$^{-٢}$- س^{٢}) .دس

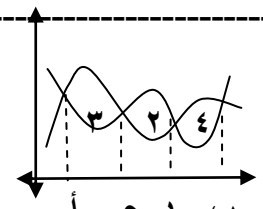
م= ٤س - ٣/١ س^{٣} $|_{٢/١}^{١}$ + ($\frac{١}{س}$ - ٣/١س^{٣})$|_{٢/١}^{١}$

= -٢ - $\frac{١}{٢٤}$ + (-١ - $\frac{١}{٣}$) – (-٢ - $\frac{١}{٢٤}$)

= $\frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة

مثـــــــــــال

اذا كان ق، هـ اقترانين متصلين في الفترة [أ ، ب] وكانت مساحات المناطق بين الاقترانيين كما هو مبين في الشكل المجاور فان



ب

أ (ق(س)– هـ(س)).د س يساوي

جـ

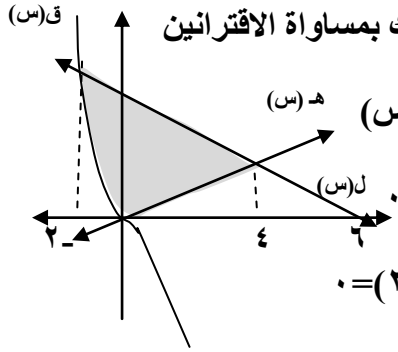
أ) ٦ ب) -٢ ج) ٢ د) - ٥

مثـــــــــــال

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانات التالية

ق(س)=- س^{٣} ،هـ(س)=٢/١س ، ل(س)=٦- س

الحل :



نجد نقط التقاطع وذلك بمساواة الاقترانين المتقاطعين في بعض

*** ق(س) = هـ(س)

- س^{٣}=٢/١س

ومنها س^{٣} + ٢/١س=٠

ومنها س(س^{٢} + ٢/١)=٠

ومنها س=٠

*** ل(س)= ق(س)

٦- س=٢/١ س ومنها٢/٣س=٦ ومنها س =٤

*** ل(س)= هـ(س)

٦- س=- س^{٣} ومنها س^{٣} - س +٦=٠

ومنها(س-٢)(س^{٢}-٢س +٣)=٠ ومنها س=- ٢

م=$\int_{٠}^{٤}$(ل(س)- ق(س)).دس + $\int_{-٢}^{٠}$ (ل(س)- هـ (س)) .دس

م=$\int_{٠}^{٤}$(٦- س+ س^{٣}). دس+$\int_{-٢}^{٠}$(٦- س)-٢/١س.د س

م=$\int_{٠}^{٤}$(٦- س+ س^{٣}).دس+$\int_{-٢}^{٠}$(٦- ٣/٢س)·د س

م= ٦ س- ٢/١س^{٢} + ٤/١س^{٤} $|_{-٢}^{٠}$ + ٦س- ٤/٣س^{٢} $|_{٠}^{٤}$

= (٠) - (-١٢-٢+٤)+ (٢٤ – ١٢) – (٠)

= ١٠ + ١٢ = ٢٢

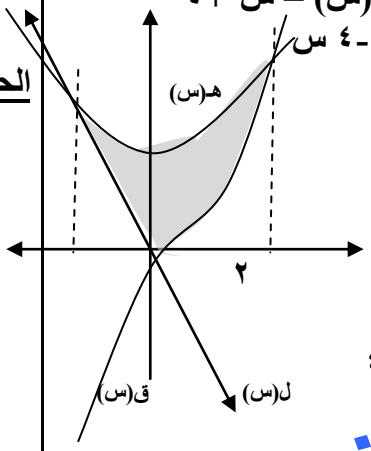
ناصر زينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــال

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانات التالية

ق (س) = س^{٣} ، هـ (س) = س^{٢}+٤

ل(س) = -٤ س



الحل :

نجد نقط التقاطع وذلك بمساواة الاقترانين المتقاطعين في بعض

***** ق(س) = هـ(س)**

س^{٣} = س^{٢}+٤

ومنها س^{٣} - س^{٢}-٤=٠

ومنها س=٢

***** ل(س)= ق(س)**

-٤س= س^{٣}

س(س^{٢}+٤)=٠ ومنها س=٠

***** ل(س)= هـ(س)**

-٤س= س^{٢}+٤ ومنها س^{٢}+٤ س +٤=٠

ومنها(س+٢)(س +٢)=٠ ومنها س=-٢

$$م=\int_{-٢}^{٠}(هـ(س)-ل(س))\,دس+\int_{٠}^{٢}(هـ(س)-ق(س))\,دس$$

$$م=\int_{-٢}^{٠}(س^{٢}+٤س+٤)\,دس+\int_{٠}^{٢}(س^{٢}+٤-س^{٣})\,د\,س$$

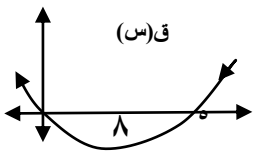
$$م=|١/٣س^{٣}+٢س^{٢}+٤س|_{-٢}^{٠}+|٣/١س^{٣}-١/٤س^{٤}+٤س|_{٠}^{٢}$$

$$=-(-٨/٣+٨-٨)+(٨+٤-٣/٨)$$

$$=٣/٨+١٦=٣/٢٨\ \text{وحدة مربعة}$$

مثـــــــــال

في الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) اذا كانت المساحة (م) المحصورة بين منحنى ق ومحور السينات تساوي (٨) وحدات مربعة فان



$$\int_{٠}^{٥}(١-ق(س))\,.\,د\,س \text{ يساوي}$$

أ) -٣ ب) ٣ ج) ٢ د) ٤

مثـــــــــال

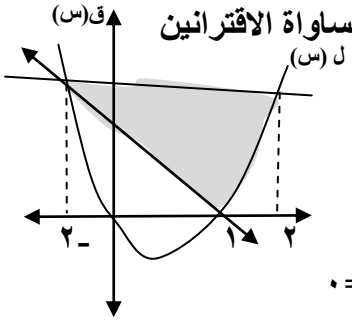
احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانات التالية

ق (س) = س^{٢} - ١ ، هـ (س) = ١ - س

ل(س) = ٣

الحل :

نجد نقط التقاطع وذلك بمساواة الاقترانين المتقاطعين في بعض



***** ق(س) = هـ(س)**

س^{٢} - ١ =١ - س

ومنها س^{٢}+ س-٢ =٠

ومنها (س-١)(س+ ٢)=٠

ومنها س=١ ، س = -٢

***** ل(س)= ق(س)**

٣= س^{٢} - ١ ومنها س= ± ٢

***** ل(س)= هـ(س)**

٣ = ١- س ومنها س=-٢

$$م=\int_{-٢}^{١}(ل(س)-هـ(س))\,دس+\int_{١}^{٢}(ل(س)-ق(س))\,.دس$$

$$م=\int_{-٢}^{١}(٣+س-١)\,.دس+\int_{١}^{٢}(٣-س^{٢}+١)\,.دس$$

$$م=\int_{-٢}^{١}(٢+س)\,.دس+\int_{١}^{٢}(٤-س^{٢})\,.دس$$

$$م=|٢س+١/٢س^{٢}|_{-٢}^{١}+|٤س-١/٢س^{٢}|_{١}^{٢}$$

$$=(٢+٢/٣+٦)+(٦-٢/٧)$$

$$=١٢-٢=١٠\ \text{وحدات مربعة}$$

ناصر ذيانات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذيانات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال

جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران
ق = جتا(πس) ومحور السينات بالفترة [٠ ، ٢]

الحل :

$$م = \int_{٠}^{٢} |\ جتا(\pi س)\ |\ .\ دس$$

جتا(πس) = ٠ ومنها πس = π/٢ ، ٣π/٢
ومنها س = ٢/١ ، ٢/٣

$$م = \int_{٠}^{٢/١} جتا(\pi س).دس - \int_{٢/١}^{٢/٣} جتا(\pi س).دس + \int_{٢/٣}^{٢} جتا(\pi س).دس$$

$$م = \frac{جا(\pi س)}{\pi}\Big|_{٠}^{٢/١} - \frac{جا(\pi س)}{\pi}\Big|_{٢/١}^{٢/٣} + \frac{جا(\pi س)}{\pi}\Big|_{٢/٣}^{٢}$$

م = ١/π + (١/π + ١/π) + ١/π = ٤/π

مثـــــــــال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات التالية : ق(س)= س^{٢} ، هـ (س)=٤س ، ل(س)=١٦

الحل :

نجد نقاط التقاطع

**** ق = هـ

س^{٢} = ٤س

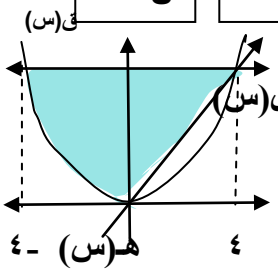
س(س-٤)=٠ ومنها س = ٠ ، س = ٤

*** ق = ل

س^{٢} = ١٦ ومنها س=±٤

** هـ = ل

٤س = ١٦ ومنها س=٤



$$م = \int_{٠}^{٤} (ل(س) - ق(س)).دس + \int_{٤}^{٤} (ل(س) - هـ(س))\ .\ دس$$

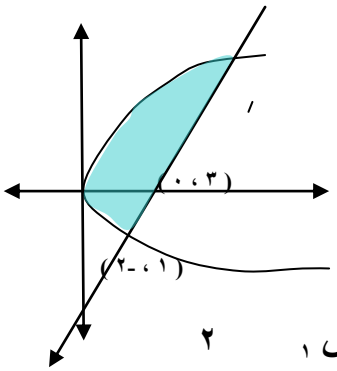
$$م = \int_{٠}^{٤} (١٦ - س^{٢}).دس + \int_{٤}^{٤} (١٦ - ٤س)\ .\ دس$$

$$م = |\ (١٦س - ١/٣س^{٣})\ |_{٠}^{٤} + |\ (١٦س - ٢س^{٢})\ |_{٤}^{٤}$$

م=(٠) - (-٦٤+٦٤/٣)+(٦٤- ٣٢) = ٣/٢٢٤ وحدة مربعة

مثـــــــــال

احسب مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور
المحصورة بين منحنى
ص^{٢} = ٤ س والمستقيم ل
انظر الشكل.



الحل :

$$\text{ميل المماس} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{٢}{٢} = ١$$

ص – ص$_{١}$ = م (س – س$_{١}$)
ص = س – ٣

نجد نقاط التقاطع

(س – ٣)^{٢} = ٤ س
س^{٢} – ٦س + ٩ = ٤ س
س^{٢} – ١٠س +٩= ٠
(س -٩)(س-١)= ٠ ومنها س= ١ ، ٩

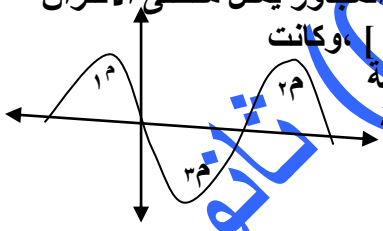
$$م = \int_{١}^{٩} ٤(س)^{١/٢}.دس + \int_{١}^{٩} ٢(س)^{١/٢} - (س-٣)\ .\ د\ س$$

$$م = |\ ٨/٣(س)^{٣/٢}\ |_{١}^{٩} + |\ (٤/٣)(س)^{٣/٢} - ١/٢س^{٢} + ٣س\ |_{١}^{٩}$$

م =(٨/٣)(٢٧+ ٨١/٢ – ٣٦)-(٤/٣ -١/٢ +٣)
=٦٤/٣ وحدة مربعة

مثـــــــــال

في الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق(س) في الفترة [-٤ ، ٥] ،وكانت
م$_{١}$ = ٧ وحدات مربعة
م$_{٢}$ = ٤ وحدات مربعة
م$_{٣}$= ٥ وحدات مربعة



جد ما يلي

١) $\int_{-٤}^{٢} ق(س)\ .\ د\ س = \int_{-٤}^{-١} ق(س).د\ س + \int_{-١}^{٢} ق(س).د\ س$

= -١/٢ (٧ - ٤) = -١.٥

٢) جد المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران
ق ومحور السينات بالفترة [-٤ ، ٥]

$$م = \int_{-٤}^{٥} |\ ق(س)\ |\ .\ دس = ٧ + ٤ + ٥ = ١٦$$

ناصر ذيبات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

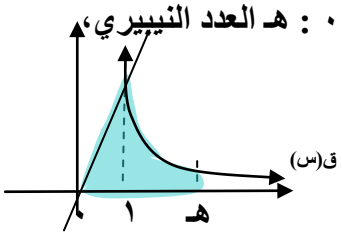
مثـــــــــــال

جد مساحة المنطقة المحصورة بين الاقتران

$$ق(س) = \frac{٢}{س}$$ ، والمستقيم ٢س- ص=٠

، والمستقيم س – هـ = ٠ : هـ العدد النيبيري،

ومحور السينات



الحل :

نجد نقاط التقاطع

ص = ق

$$\frac{٢}{س} = ٢س$$ ومنها س = ±١ يهمل السالب

$$م = \int_{٠}^{١} (٢س).دس + \int_{١}^{هـ} \frac{٢}{س}.دس$$

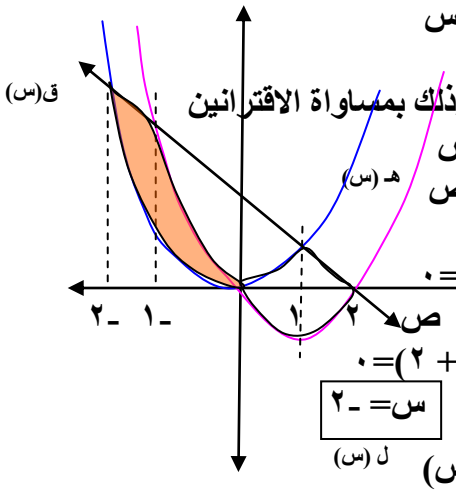
$$م = |س^{٢}|_{٠}^{١} + |٢لو س|_{١}^{هـ}$$

$$= (١ - ٠) + (٢ - ٠) = ٣$$

مثـــــــــــالاحسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانات التالية في الربع الثاني

ق (س) = $س^{٢}$ ، هـ (س) = $س^{٢}$ - ٢س

ص= ٢- س



الحل :

نجد نقط التقاطع وذلك بمساواة الاقترانين المتقاطعين في بعض

*** ق(س) = ص

$س^{٢}$ = ٢ - س

ومنها $س^{٢}$ + س-٢ = ٠

ومنها (س-١)(س+ ٢)=٠

س= ١ ، س= -٢

*** ق(س) = هـ(س)

$س^{٢}$ = $س^{٢}$ - ٢س

ومنها ٢س=٠

ومنها س=٠

*** ص = هـ(س)

٢- س = $س^{٢}$ - ٢س

ومنها $س^{٢}$ - س-٢ = ٠

ومنها (س+١)(س- ٢)=٠

س=-١ ، س=٢

$$م = \int_{-١}^{٠} (ص - ق(س)).دس + \int_{-٢}^{-١} (هـ(س) - ق(س)).دس$$

$$م = \int_{-١}^{٠} (٢ - س - س^{٢}).دس + \int_{-٢}^{-١} (س^{٢} - ٢س - س^{٢}).دس$$

$$م = |(٢س - ١/٢س^{٢} - ١/٣س^{٣})|_{-١}^{٠} + |(- س^{٢})|_{-٢}^{-١}$$

= ٦/١٣ وحدة مربعة

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال

احسب مساحة المنطقة المحصورة بين الاقترانين

ق(س)= ١ +جاس، هـ(س)= ١ + جتا س

في الفترة [$\pi/2$ ، $\pi/2$ ٣]

الحل : لا يحتاج الى رسم

نجد نقط التقاطع وذلك بمساواة

*** ق(س) = هـ (س)

١ +جاس = ١ + جتا س

ومنها جاس= جتا س

ومنها س= $\pi/4$ خارج الفترة ، $\pi/4$ ٥

$\pi/4$ ٥ $\pi/2$ ٣

م=∫(جا س - جتاس).دس + ∫ (جتاس – جا س) .دس

$\pi/2$ $\pi/4$ ٥

$\pi/2$ ٣ $\pi/4$ ٥ $\pi/4$ ٥ $\pi/2$

م=- جتاس- جاس |+ جاس+ جتاس|

$\pi/2$ $\pi/4$ ٥

$= (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}) - (-1-0) + (1+0) - (\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}})$

$= \frac{4}{\sqrt{2}}$

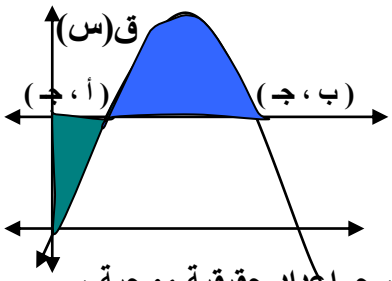
مثـــــــــــال

رسم المستقيم ص= جـ

فقطع منحنى الاقتران

ق(س) = ٢س -٣س^{٣}

في النقطتين (أ ، جـ) ،



(ب ، جـ)، حيث أ ، ب ، جـ اعداد حقيقية موجبة ، مكوناً المنطقتين م١ ، م٢ كما في الشكل الاتي ، جد قيمة جـ التي تجعل مساحتي المنطقتين م١ ، م٢ متساويتين .

الحل :

أ ب

∫ (جـ - ق(س)).دس = ∫ (ق(س)- جـ) .دس

٠ أ

أ ب

- ∫ (ق(س) – جـ).دس = ∫ (ق(س)- جـ) .دس

٠ أ

ب أ

∫ (ق(س) – جـ).دس +∫ (ق(س)- جـ) .دس = ٠

أ ٠

ب

∫ (ق(س) – جـ).دس = ٠

٠

ب

∫ (ق(س) – جـ).دس = ٠

٠

ب

∫ (٢س -٣س^{٣} – جـ).دس= ٠

٠

ب

س^{٢} – ٤/٣ س^{٤} | - جـ ب = ٠

٠

ب^{٢} – ٤/٣ ب^{٤}- جـ ب = ٠ لكن النقطة (ب ، جـ) تقع على منحنى ق ← ق(ب)= جـ

← ٢ب – ٣ب^{٣} = جـ

ب^{٢} – ٤/٣ ب^{٤}- (٢ب – ٣ب^{٣}) ب = ٠

ومنها ٤/٩ب^{٤} – ب^{٢} =٠

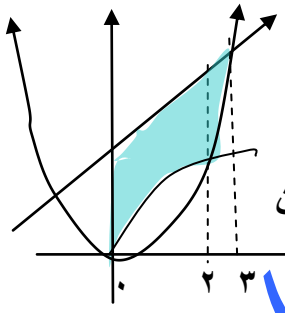
ومنها ب^{٢} (٤/٩ب^{٢} – ١)=٠ لكن ب^{٢} ≠ ٠

اذن ٤/٩ب^{٢} – ١ =٠ ومنها ب = ٣/٢ ، ب=-٣/٢تهمل

لكن جـ= ٢ب – ٣ب^{٣}=٢(٣/٢)-٣(٣/٢)^{٣} = ٩/٤

مثـــــــــــالجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانات :

ق(س)= س^{٢} ، هـ (س)= $\sqrt{٨س}$ ، ل(س)= س+ ٦



الحل :

نجد نقاط التقاطع

** ق = هـ

س^{٢}= $\sqrt{٨س}$ بتربع الطرفين

س^{٤} - ٨س=٠

س(س^{٣}-٨)=٠ ومنها س=٠ ، س=٢

** ق = ل

س^{٢} = س+ ٦ ومنها س^{٢} – س- ٦ =٠

(س-٣)(س+٢)= ٠ ومنها س = ٣ ، -٢

هـ = ل

$\sqrt{٨س}$ = س+٦ بتربع الطرفين

٨س = س^{٢}+١٢س + ٣٦

س^{٢}+٤س + ٣٦ =٠ لا تحلل لا يوجد نقاط تقاطع

٢ ٣

م=∫(ل(س)- هـ(س)).دس + ∫ (ل(س)- ق(س)) .دس

٠ ٢

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

م = ∫ (س + ٦) - (٨س)^{٢/١}) . دس + ∫ (س + ٦) - س^٢ . دس

= [س^٢ / ٢ + ٦(٢-٠) - ٢/٣ × ١/٨ (٨س)^{٣/٢}]

= [س^٢ / ٢ + ٦(٣-٢) - س^٣ / ٣] = ٦٥ / ١٠ وحدة مربعة

اقتران اللوغاريتم الطبيعي (مشتقته وتكامله)

مثـــــــــال

ليكن ق(س) = س لو_هـ س فما قيمة ∫_١^هـ ق(س) . د س

أ) ١ ب) ٢ ج) (هـ^٢ - هـ - ١) / ٢ د) (١ - هـ + هـ) / هـ

ج : قَ (س) = س × ١/س + لوس × ١

= ١ + لوس

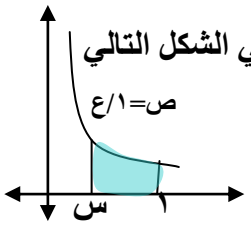
قً(س) = ١/س

∫_١^هـ ١/س . د س = لو |س|_١^هـ = لو هـ - لو ١ = ١

مثـــــــــال

مساحة المنطقة المظللة المبينة في الشكل التالي

أ) - لوس ب) لو س

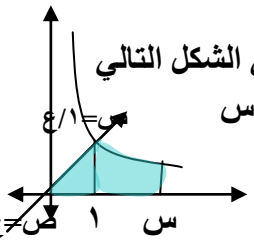


ج) هـ^س د) - هـ^س

مثـــــــــال

مساحة المنطقة المظللة المبينة في الشكل التالي

أ) ٢/١ - لوس ب) ٢/١ + لوس



ج) ١ + لوس د) - ١ + لوس

مثـــــــــال

اذا كان ق(س) = هـ^٢ + لو جاس ، فان قَ(س) =

أ) ظتاس ب) - ظتاس

ج) ٢ هـ + ظتا س د) هـ^٢ + ظتا س

ج:

قَ(س) = جتا س / جاس = ظتا س

مثـــــــــال

اذا كان جـ > ١ ، وكان ∫_١^جـ ١/س . د س = ٣

فما قيمة الثابت جـ .

أ) هـ^٤ ب) هـ^٣ ج) ٤ د) ٣

الحل:

لو |س|_١^جـ = ٣

لو جـ - لو ١ = ٣

لو جـ = ٣ ومنها جـ = هـ^٣

مثـــــــــال

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص) يساوي (ص (س^٢ - ١)) / س^٢ فجد قاعدة العلاقة علماً بان النقطة (١ ، -١) تقع على منحناه .

ج:

د ص / د س = - ص (س^٢ - ١) / س^٢

د ص / ص = - (س^٢ - ١) / س^٢ . د س

∫ د ص / ص = - ∫ ١ + س^{-٢} . د س

لو |ص| = - س - ١/س + جـ

يمر بالنقطة (١ ، -١)

لو |-١| = - ١ - ١ + جـ ومنها جـ = ٢

لو |ص| = - س - ١/س + ٢

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال)

حل المعادلة التفاضلية التالية

جا^{2}س دص + ص دس = د ص

الحل :

جا^{2}س دص ـ دص =ـ ص دس

دص(جا^{2}س – ١) =ـ ص دس

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \frac{\text{ـ د س}}{\text{جا}^{2}\text{س} - ١}$$

$$\int \frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \int \frac{\text{دس}}{\text{جتا}^{2}\text{س}}$$

لو |ص| = ∫ قا^{2}س د س

لو |ص| = ظاس+ جـ

مثـــــــــــال)

ظتا (لوس)

اثبت ان $\int \frac{\text{س}}{\text{ــــــــ}}$. دس = لو |جا لوس | + جـ

الحل :

ص = لو س ومنها د س = س دص

$$\int \frac{\text{ظتا ص}}{\text{س}} \times \text{س دص} = \int \text{ظتا ص .د ص}$$

$$\int \frac{\text{جتا ص}}{\text{جا ص}} \text{ دص}$$

= لو |جا ص | + جـ

= لو |جا لوس | + جـ

مثـــــــــــال)

$\int$ قا^{2} $\overline{\text{س}}$

الحل :

س = ص^{2} ومنها دس = ٢ص دص

∫ ٢ص قا^{2}ص . د ص

ق = ٢ص د هـ = قا^{2}ص د ص

$$\int - \times$$

د ق = ٢د ص هـ = ظا ص

= ٢ص ظاص ـ ∫ ٢ظاص. د ص

= ٢ص ظاص+ ٢ لو|جتا ص| + جـ

= ٢ $\overline{\text{س}}$ ظا $\overline{\text{س}}$+ ٢ لو|جتا $\overline{\text{س}}$ | + جـ

مثـــــــــــال)

١. اذا كان ق(س)= هـ^{٢} + لو جاس ، فان قَ(س)=

أ)ظتاس ب) ـ ظتاس

ج) ٢هـ + ظتا س د)هـ^{٢} + ظتا س

ج:

$$\text{قَ(س)} = \frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}} = \text{ظتا س}$$

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{\text{س}}{١ + \text{جتا}^{2}\text{ س}} \text{ .د س} =$$

ج:

$$= \int \frac{\text{س}}{٢\ \text{جتا}^{2}\text{ س}} \text{ د س}$$

= ٢/١ ∫ س قا^{2} س. د س

ق = ٢/١س د هـ = قا^{2}س د س

$$\int - \times$$

د ق = ٢/١د س هـ = ظا س

= ٢/١س ظاس- ٢/١ ∫ ظا س. د س

= ٢/١س ظاس+ ٢/١ لو|جتا س| + جـ

مثـــــــــــال)

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص) يساوي ٢ س ص فجد (قيم) ص عند س = ٣ ، علماً بان منحنى العلاقة يمر ب النقطة (٢ ، ١) .

ج:

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = ٢\text{ س ص}$$

$$\frac{\text{دص}}{\text{ص}} = ٢\text{ س .دس}$$

$$\int \frac{\text{دص}}{\text{ص}} = \int ٢\text{ س .دس}$$

لو$_{هـ}$| ص| = س^{٢} + جـ

لكن يمر بالنقطة (٢ ، ١) .

لو$_{هـ}$ ١ = ٤ + جـ ومنها جـ = ـ٤

عندما س =٣ فان لو$_{هـ}$| ص| = ٥

| ص | = هـ ^{٥} ومنها ص= ± هـ ^{٥}

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

مثـــــــــــال)

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص) يساوي $\frac{١}{س\sqrt{٣+لوس}}$: س> ٠

فجد قاعدة العلاقة علماً بان محناه يمر بالنقطة (هـ ، ٤) ، هـ العدد النيبيري.

الحل :

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{١}{س(٣+لوس)^{٢/١}}$$

$$\int د ص = \int \frac{١}{س}(٣+لوس)^{-٢/١} . د س$$

م = ٣ + لوهـ س

$$\frac{د م}{د س} = \frac{١}{س}$$ ومنها دس = س .دم

$$\int د ص = \int \frac{١}{س} م^{-٢/١} \times س . د م$$

$$\int د ص = \int م^{-٢/١} . د م$$

$$ص = ٢م^{٢/١} + جـ$$

$$ص = ٢(٣ + لوهـ س)^{٢/١} + جـ$$

عند (هـ ، ٤)

$$٤ = ٢(٣ + لوهـ هـ)^{٢/١} + جـ$$

$$٤ = ٢\times٢ + جـ$$ ومنها جـ = ٠

قاعدة الاقتران $ص = ٢\sqrt{٣ + لوهـ س}$

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{هـ^{٢} \quad ١}{هـ س - ١} . دس$$

أ) لو(هـ - ١) ب) لو(هـ^{٢} + هـ + ١)

ج) لو(هـ^{٢} + هـ) د) لو(هـ^{٣} - ١)

ص٢٠١٣) $\int س^{٢} لوس . د س$

الحل :

ق = لو س د هـ = س^{٢} . د س

$$د ق = ١/س \, د س \quad \xrightarrow{\times \int -} \quad هـ = \frac{س^{٣}}{٣}$$

$$= \frac{١}{٣} س^{٣} لو س - \frac{١}{٣} \int س^{٢} . د س$$

$$= \frac{١}{٣} س^{٣} لو س - \frac{١}{٩} س^{٣} + جـ$$

مثـــــــــــال)

$\int ظتا س لو(جا س) . د س$

الحل :

نفرض ص = لو(جا س)

$$د س = \frac{د ص}{ظتا س / جاس}$$

$$\int ظتا س ص \frac{د ص}{ظتا س}$$

$$\int ص . د ص = ٢/١ ص^{٢} + جـ$$

$$= ٢/١ (لو(جاس))^{٢} + جـ$$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

١) $\int \frac{س + جا\ س}{١ + جتا\ س}$. دس

$\int \frac{س}{١ + جتا\ س}$.دس + $\int \frac{جا\ س}{١ + جتا\ س}$. دس

$\int \frac{س}{٢جتا^{٢}(٢/١\ س)}$.دس + $\int \frac{جا\ س}{١ + جتا\ س}$. دس

$\int \frac{١}{٢}$ س قا^{٢} (٢/١ س).دس + $\int \frac{جا\ س}{١ + جتا\ س}$. دس

ق = ٢/١س د هـ = قا^{٢} (٢/١ س). دس

× ↙ ↘ $\int$ -

د ق = ٢/١ د س هـ = ٢ظا(٢/١س)

= س ظا(٢/١س) - $\int$ ظا(٢/١س) .دس

= س ظا(٢/١س)+ لوجتا(٢/١س)-

لو(١+جتاس)+جـ

مثـــــــــــال).

اذا كان $\int$(قَ(س)- س). دس= لو|قتاس+ظتاس|-٢

اثبت قَ(س) = س - قتاس

الحل :

نشتق الطرفين

قَ(س) – س = $\frac{\text{- قتاس ظتاس – قتا}^{٢}\text{ س}}{\text{قتاس+ ظتاس}}$

قَ(س) – س = $\frac{\text{- قتاس(ظتاس + قتا س)}}{\text{قتاس+ ظتاس}}$

قَ(س) – س = - قتا س

اذن قَ(س) = س- قتا س

مثـــــــــــال)

$\int \frac{(٢ - س)^{٣}}{٢\ س}$ د س =

الحل :

$\int \frac{٨ - ١٢\ س + ٨\ س^{٢} - س^{٣}}{٢س}$.د س =

$\int (\frac{٤}{س} - ٦ + ٣س - \frac{١}{٢} س^{٢})$.د س =

= ٤لو|س| -٦س +٣/٢س^{٢} - $\frac{١}{٤}$ س^{٣} + جـ

مثـــــــــــال)

١) $\int \frac{٢س + ٣ظا\ س}{جتا^{٢}\ س}$. دس

$\int \frac{٢س}{جتا^{٢}\ س}$.دس + $\int \frac{٣ظا\ س}{جتا^{٢}\ س}$. دس

$\int$ ٢ س قا^{٢} س.دس + $\int$ ٣ظاس قا^{٢} س.دس

$\int$ ٢ س قا^{٢} س.دس

ق = ٢س د هـ = قا^{٢}س. دس

× ↙ ↘ $\int$ -

د ق = ٢ د س هـ = ظاس

= ٢س ظاس - $\int$ ٢ظاس .دس

= ٢س ظاس+ ٢لوجتاس

$\int$ ٣ظاس قا^{٢} س.دس

نفرض ص= ظاس

د س = $\frac{دص}{قا^{٢}\ س}$

$\int$ ٣ص قا^{٢} س. $\frac{دص}{قا^{٢}\ س}$

$\int$ ٣ ص .دص = $\frac{٣}{٢}$ ص^{٢}

= $\frac{٣}{٢}$ ظا^{٢} س

$\int$ ٢ س قا^{٢} س.دس + $\int$ ٣ظاس قا^{٢} س.دس

= ٢س ظاس+ ٢لوجتاس + $\frac{٣}{٢}$ ظا^{٢} س + جـ

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} 3\,قا^4 س\ لو ظاس\ .\ د س$$

ص = ظاس

$$د س = \frac{د ص}{قا^2 س}$$

$$\int 3\,قا^4 س\ لو ص.\ \frac{د ص}{قا^2 س}$$

$$\int 3\,قا^2 س\ لو ص.د ص \quad تذكر\ قا^2 س = ظا^2 س + 1$$

$$\int 3\,(ص^2+1)\ لو ص.د ص$$

ق = لو ص د هـ = $(3ص^2+3)$. د ص

× ∫ -

د ق = $\frac{1}{ص}$ د ص ← هـ = $ص^3 + 3ص$

$$= (ص^3 + 3ص)لوص - \int (ص^2 + 3).\ د ص$$

$$= ((ص^3 + 3ص)لوص - 3/1\ ص^3 - 3ص)\Big|_1$$

$$= (\sqrt{27}+3\sqrt{3})لو\sqrt{3} - 3/1\sqrt{27} - 3\sqrt{3}) - (٤لو1 - 3/1 - 3)$$

$$= 3\sqrt{3}\ لو\ 3 - 4\sqrt{3} + 3/10$$

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}}\ .\ دس$$

$$\int \frac{\sqrt{1+س} - \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}} \times \frac{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}}{\sqrt{1+س} + \sqrt{1-س}}\ .\ دس$$

$$\int \frac{1+س - 1+س}{1+س+2\sqrt{1-س^2}+1-س}\ .\ دس$$

$$\int \frac{س}{2\sqrt{2-2س^2}}\ .\ دس$$

$ص = \sqrt{1-س^2}$

$ص^2 = 1 - س^2$

$2ص\ .د ص = -2س.دس$

$$د س = \frac{ص\ د ص}{-س}$$

$$\int \frac{س}{1+ص}\ .\ \frac{ص\ د ص}{-س}$$

قسمة طويلة

$$-\int \frac{ص}{ص+1}\ .\ د ص$$

$$-(\int 1\ .\ د ص + \int \frac{1}{ص+1}\ .\ د ص)$$

$$= -ص - لو_هـ |ص + 1| + جـ$$

$$= -\sqrt{1-س^2} - لو_هـ |\sqrt{1-س^2} + 1| + جـ$$

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{لو_هـ ظاس}{جا2س}\ .\ د س$$

الحل :

$$= \int \frac{لو_هـ ظاس}{2جاس\ جتا س}\ .\ د س$$

ص = ظاس

$$د س = \frac{د ص}{قا^2 س}$$

$$= \int \frac{لو_هـ ص}{2جاس\ جتا س\ قا^2 س}\ .\ د ص$$

$$= \int \frac{لو_هـ ص}{2ظاس}\ .\ د ص$$

$$= \int \frac{لو_هـ ص}{2ص}\ .\ د ص$$

$$= \frac{(لو_هـ ص)^2}{4} + جـ$$

$$= \frac{(لو_هـ ظاس)^2}{4} + جـ$$

ناصر ديبات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال)

$\int$ جا^{3} س لو$_{هـ}$(١+ جتا س) . د س

الحل :

نفرض ص =١+ جتا س

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\quad}{-\text{ جا س}}$$

$$\int \text{جا}^{2}\text{س لو}_{هـ}\text{ص}.\frac{\text{د ص}}{-\text{ جاس}}$$

$$\int -\text{ جا}^{2}\text{س لو}_{هـ}\text{ص.د ص}$$

$$\int(\text{جتا}^{2}\text{س} - ١)\text{ لو}_{هـ}\text{ص.د ص}$$

$$\int((\text{ص}-١)^{2} - ١)\text{ لو}_{هـ}\text{ص.د ص}$$

$$\int(\text{ص}^{2} - ٢\text{ص})\text{ لو}_{هـ}\text{ص.د ص}$$

ق = لو ص د هـ = (ص^{2} - ٢ص). د ص

$$\text{د ق} = \frac{\text{د ص}}{\text{ص}}$$

$$\text{هـ} = \int ٣/١\text{ص}^{2} - ٢\text{ص} = ٣/١\text{ص}^{3} - \text{ص}^{2}$$

$$= (٣/١\text{ص}^{3} - \text{ص}^{2})\text{لوص} - \int(٣/١\text{ص}^{2} - \text{ص}).\text{د ص}$$

$$= ٣/١(١+ \text{جتا س})^{3} - (١+ \text{جتا س})\text{لو}(١+ \text{جتا س}) - ٩/١(١+ \text{جتا س})^{3} + \text{جـ}$$

الاقتران الاسي الطبيعي (مشتقته وتكامله)

مثـــــــــال)

$\int$ هـ$^{(\text{س} + ٣\text{ هـ س})}$.د س

الحل

$\int$ هـ$^{\text{س}} \times$ هـ$^{٣\text{ هـ س}}$.د س

ص = ٣هـ$^{\text{س}}$

$$\text{د س} = \frac{\text{دص}}{٣\text{هـ}^{\text{س}}}$$

$$\int \text{هـ}^{\text{س}} \times \text{هـ}^{\text{ص}}.\frac{\text{دص}}{٣\text{هـ}^{\text{س}}}$$

$$\frac{١}{٣}\int \text{هـ}^{\text{ص}}.\text{دص} = \frac{١}{٣}\text{هـ}^{\text{ص}} + \text{جـ}$$

$$= \frac{١}{٣}\text{هـ}^{٣\text{س}} + \text{جـ}$$

مثـــــــــال)

$$\int_{٠}^{\text{لو}٢} \text{هـ}^{\text{س}}(٩ - ٤\text{ هـ}^{\text{س}}).\text{د س}$$

ج:

$$\int_{٠}^{\text{لو}٢} ٩\text{هـ}^{\text{س}} - ٤\text{ هـ}^{٢\text{س}}.\text{د س}$$

$$= ٩\text{هـ}^{\text{س}} - ٢\text{ هـ}^{٢\text{س}}\Big|_{٠}^{\text{لو}٢} = ٩\times٢ - ٢\times٤ = ١٨ - ٨ = ١٠$$

ص٢٠٠٨)

اذا كان ص = أ هـ$^{٢\text{ س}}$ + جا (لو$_{هـ}$س) : أ ثابت وكان

$$\frac{\text{دص}}{\text{د س}}\Big|_{\text{س}=١} = \text{هـ}^{٣} + ١$$ اوجد قيمة أ .

الحل :

$$\frac{\text{دص}}{\text{د س}} = ٢\text{أ هـ}^{٢\text{ س}} + \text{جتا (لو}_{هـ}\text{س)} \times \frac{١}{\text{س}}$$

$$\text{هـ}^{٣} + ١ = ٢\text{أ هـ}^{٢} + \text{جتا (لو}_{هـ}١\text{)} \times ١/١$$

$$\text{هـ}^{٣} + ١ = ٢\text{أ هـ}^{٢} + \text{جتا (٠)}$$

$$\text{هـ}^{٣} = ٢\text{أ هـ}^{٢}\quad \text{ومنها}\quad \text{أ} = \frac{\text{هـ}}{٢}$$

مثـــــــــال)

حل المعادلة التفاضلية التالية

$$\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ١}\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \text{هـ}^{-\text{ ص}}(\text{س} + ٢)$$

ج:

$$\text{هـ}^{\text{ص}}\text{ د ص} = \frac{(\text{س} + ٢)(\text{س}^{٢} - ١)}{\text{س}}\text{ د س}$$

$$\text{هـ}^{\text{ص}}\text{ د ص} = \frac{\text{س}^{٣} - \text{س} + ٢\text{ س}^{٢} - ٢}{\text{س}}\text{ د س}$$

$$\text{هـ}^{\text{ص}}\text{ د ص} = \text{س}^{٢} - ١ + ٢\text{ س} - \frac{٢}{\text{س}}.\text{ د س}$$

$$\int \text{هـ}^{\text{ص}}\text{ د ص} = \int \text{س}^{٢} - ١ + ٢\text{ س} - \frac{٢}{\text{س}}.\text{ د س}$$

$$\text{هـ}^{\text{ص}} = \frac{\text{س}^{٣}}{٣} - \text{س} + \text{س}^{٢} - ٢\text{ لو}|\text{ س }| + \text{جـ}$$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{هـ^{س}}{قتا\ س}\ د\ س$$

ج:

$$= \int هـ^{س}\ جا\ س\ .\ د\ س$$

ق = $هـ^{س}$ د هـ = جا س . د س

× ∫ −

د ق = $هـ^{س}$ د س ⟵ هـ = − جتا س

$$= - هـ^{س}\ جتا\ س + \int هـ^{س}\ جتا\ س\ .\ د\ س$$

ق = $هـ^{س}$ د هـ = جتا س . د س

× ∫ −

د ق = $هـ^{س}$ د س ⟵ هـ = جا س

$$= - هـ^{س}\ جتا\ س + هـ^{س}\ جا\ س - \int هـ^{س}\ جا\ س\ .\ د\ س$$

$$٢ \int هـ^{س}\ جا\ س\ .\ د\ س = - هـ^{س}\ جتا\ س + هـ^{س}\ جا\ س$$

$$= ١/٢\ هـ^{س}(جا\ س - جتا\ س) + جـ$$

مثـــــــــــال)

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص) = $\frac{هـ^{-ص}\ (س+٤)(س-٣)}{س^{٢} - ٣\ س}$

فجد قاعدة العلاقة علماً بان النقطة (١ ، ٠) تقع على منحناه

ج:

$$هـ^{ص}\ د\ ص = \frac{(س+٤)(س-٣)}{س(س-٣)}\ د\ س$$

$$\int هـ^{ص}\ د\ ص = \int \left(١ + \frac{٤}{س}\right) د\ س$$

$$هـ^{ص} = س + ٤\ لو\ |\ س\ | + جـ$$

يمر بالنقطة (١ ، ٠)

$$١ = ١ + ٤\ لو\ ١ + جـ \text{ ومنها } جـ = ٠$$

$$ص = لو(س + ٤\ لو\ |\ س\ |)$$

مثـــــــــــال)

$$١.\ \int \frac{قا\ س}{جتا\ س}\ د\ س + \int \frac{١}{هـ^{س}}\ د\ س =$$

أ) ظاس- $هـ^{-س}$+ جـ ب) – ظاس+ $هـ^{-س}$+ جـ

ج) ظاس+ $هـ^{-س}$+جـ د) س- $هـ^{-س}$+جـ

ج:

$$\int قا^{٢}س + هـ^{-س}\ د\ س = ظا\ س - هـ^{-س} + جـ$$

مثـــــــــــال)

اذا كان ص= $هـ^{أجتا\ س}$ + لو$_{هـ}$ جا س+ $\int_{٠}^{\pi} \frac{د\ س}{٢ + جا\ س}$

وكان $\frac{د ص}{د س}$ = −٢ عندما س= $\frac{\pi}{٢}$ فما قيمة أ .

ج : صَ = − أ جا س $هـ^{أجتا\ س}$ + $\frac{جتا\ س}{جا\ س}$ + صفر

صَ = − أ جا $\frac{\pi}{٢}$ $هـ^{أجتا\ \frac{\pi}{٢}}$ + ظتا $\frac{\pi}{٢}$ = − ٢

− أ = − ٢ ومنها أ = ٢

مثـــــــــــال)

$$\int هـ^{س}\ (٢\ جتا\ ٣\ س\ جتا\ س - جتا\ ٢\ س\ )\ .\ د\ س$$

الحل :

$$\int هـ^{س}(٢ \times ١/٢)(جتا٤س + جتا٢س) - جتا٢س).\ د\ س$$

$$\int هـ^{س}(جتا٤س).\ د\ س$$

ج:

ق = $هـ^{س}$ د هـ = جتا٤س . د س

× ∫ −

د ق = $هـ^{س}$ د س ⟵ هـ = ١/٤ جا٤س

$$= - ١/٤\ هـ^{س}\ جا٤س - \int ١/٤\ هـ^{س}\ جا٤س.\ د س$$

ق = ١/٤ $هـ^{س}$ د هـ = جا٤س. د س

× ∫ −

د ق = ١/٤ $هـ^{س}$ د س ⟵ هـ = − ١/٤ جتا٤س

$$= - ١/٤\ هـ^{س}\ جا٤س - ١/١٦\ هـ^{س}\ جتا٤س + \int ١/١٦\ هـ^{س}\ جتا٤س.\ د س$$

$$١٥/١٦ \int هـ^{س}(جتا٤س).\ د\ س$$

$$= - ١/٤\ هـ^{س}\ جا٤س - ١/١٦\ هـ^{س}\ جتا٤س$$

$$= - ١٥/١٦\ (١/٤\ هـ^{س}\ جا٤س - ١/١٦\ هـ^{س}\ جتا٤س) + جـ$$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

اذا كان ق(س) = هـ $^{أ/س}$ + أ لو س وكان قَ(١)= هـ

فما قيمة الثابت أ .

الحل :

$$ق(س) = \frac{-١}{س^{٢}} هـ^{أ/س} + \frac{أ/٢}{\sqrt{س}}$$

$$قَ(١) = -هـ + أ/٢ = هـ$$

$$\frac{أ}{٢} = ٢ هـ \text{ ومنها } أ = ٤ هـ$$

مثـــــــــــال)

$$٢) \int_{٠}^{٢} (٣ س^{٢} - ٢) هـ^{س^{٣}} . د س$$

أ) ٢٧- هـ^{٣} ب) ٢٨- هـ^{٣} ج) ٢٧ د) ٢٤

مثـــــــــــال)

اذا كان ميل المماس لمنحنى علاقة عندالنقطة (س،ص)

يساوي $\frac{\sqrt{هـ^{ص}}}{١- جتا^{٢}س}$ فجد قاعدة العلاقة

علماً بان النقطة (٤/π ، ٠) تقع على منحناه .

ج:

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{\sqrt{هـ^{ص}}}{جا^{٢}س}$$

$$\frac{د ص}{\sqrt{هـ^{ص}}} = \frac{١}{جا^{٢}س} . د س$$

$$\int هـ^{-٢/١ ص} . د ص = \int قتا^{٢}س . د س$$

$$-٢ هـ^{-٢/١ ص} = - ظتاس + جـ$$

$$هـ^{-٢/١ ص} = ٢/١ظتاس + ٢/١جـ : ٢/١جـ = جـ$$

$$هـ^{-٢/١ ص} = ٢/١ظتاس + جـ$$

هـ^{٠} = ٢/١ظتاπ/٤ + جـ

١ = ٢/١ + جـ ومنها جـ = ٢/١

هـ$^{-٢/١ ص}$ = ٢/١ظتاس + ٢/١

-٢/١ ص = لوهـ ٢/١(ظتاس + ١)

ص = -٢لوهـ ٢/١(ظتاس + ١)

مثـــــــــــال)

١) اذا كان ق(س)= $\frac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س}}$ ، فما قيمة قَ(٠) = ؟

أ)صفر ب) ١ ج) -١ د) غير موجودة

مثـــــــــــال)

فما قيمة $\int_{١}^{٢هـ} \frac{١}{س^{٢}} .د س$ ؟

أ)صفر ب) ١ ج) ٢ د) هـ

مثـــــــــــال)

١. اذا كان ق(س)= هـ^{٢س}+ لو(٣س+١) ، فان قَ(٠)=

أ)٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

مثـــــــــــال)

١) اذا كان $\int_{٠}^{١} \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + ١} .دس$؟

أ) ١ ب) لوهـ(هـ+١)

ج) لوهـ(٢/١(هـ+١)) د) لوهـ(٢هـ+٢)

مثـــــــــــال)

اذا كان ق(س)= هـ جا^{٢} π/٢ + لو(١-جتا^{٢}س)

فان قَ(٤/π) =

أ) $\sqrt{٢}$ ب) ٢ ج) $\sqrt{هـ}$ د) $\sqrt{هـ+٢}$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

$\int س^{٥}\ هـ^{س^{٢}}\ د س$

الحل :

$ص = س^{٢} \leftarrow$

$د س = \frac{د ص}{٢ س}$

$= \int س^{٥}\ هـ^{ص} . \frac{د ص}{٢ س}$

$= \frac{١}{٢} \int س^{٤}\ هـ^{ص}\ د ص = \frac{١}{٢} \int ص^{٢} . هـ^{ص} . د ص$

ق = ١/٢ ص^{٢} ، د هـ = هـ^{ص} . د ص

د ق = ص د ص ، هـ = هـ^{ص}

$= \frac{١}{٢} ص^{٢} . هـ^{ص} - \int ص\ هـ^{ص} . د ص$

ق = ص ، د هـ = هـ^{ص} . د ص

د ق = د ص ، هـ = هـ^{ص}

$= \frac{١}{٢} ص^{٢} . هـ^{ص} - (ص\ هـ^{ص} - \int هـ^{ص} . د ص)$

$= \frac{١}{٢} ص^{٢} . هـ^{ص} - ص\ هـ^{ص} + هـ^{ص} + جـ$

$= \frac{١}{٢} س^{٤} . هـ^{س^{٢}} - س^{٢} هـ^{س^{٢}} + هـ^{س^{٢}} + جـ$

مثـــــــــــال)

اذا كان ص = ٤ $^{ق(س)}$ ، وكان ق(س) قابل للاشتقاق

اثبت ان $\frac{د ص}{د س} = ٤^{ق(س)} لو_{هـ} ٤ \times ق'(س)$

الاثبات:

ناخذ اللو للطرفين

لو$_{هـ}$ ص = لو$_{هـ}$ ٤ $^{ق(س)}$

لو$_{هـ}$ ص = ق(س) لو$_{هـ}$ ٤ نشتق الطرفين

$\frac{١}{ص} \times \frac{د ص}{د س} = ق'(س)\ لو_{هـ}\ ٤$

$\frac{د ص}{د س} = ص\ ق'(س)\ لو_{هـ} ٤$ لكن ص = ٤ $^{ق(س)}$

$\frac{د ص}{د س} = ٤^{ق(س)} لو_{هـ} ٤ \times ق'(س)$

مثـــــــــــال)

اذا كان ق(س) = لو هـ $^{س^{٢}+١}$ فان ق'(٢) تساوي

أ) ٤ ب)صفر ج) ٥ د) ١

مثـــــــــــال)

اذا كان ص = $\sqrt{١ + هـ^{س}}$ ، فجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٠

الحل :

$\frac{د ص}{د س} = \frac{هـ^{س}}{٢\sqrt{١ + هـ^{س}}}$ ، $س = ٠ \Rightarrow \frac{هـ^{٠}}{٢\sqrt{١ + هـ^{٠}}} = \frac{١}{٢ \times ٢} = \frac{١}{٤}$

مثـــــــــــال)

اذا كان قً (س)= جا س + هـ ^{٢س} ، وكان ق(٠)= ٤/١ ، ق'(٠)= ٢/١ فجد قاعدة الاقتران ق(س).

الحل :

$\int ق''(س) = \int (جا\ س + هـ^{٢س})\ . د س$

ق'(س)= - جتاس +١/٢ هـ ^{٢س} + جـ

لكن ق'(٠)=٢/١

٢/١=- جتا٠ +١/٢ هـ ^{٠} + جـ

٢/١=- ١ +٢/١ + جـ ومنها جـ = ١

$\int ق''(س) . د س = \int (-جتاس + ١/٢ هـ^{٢س} + ١) . د س$

ق(س)= - جاس - ٤/١ هـ ^{٢س} + س + جـ

ق(٠)= ٤/١

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

٤/١ = - جا(٠) - ١/٤ هـ^٠ + ٠ + جـ ومنها جـ = ٢/١
ق(س) = - جاس - ١/٤ هـ^٢س + س + ٢/١

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{هـ^{س}}{هـ^{س} + هـ^{-س}} \, د س$$

الحل : ص = هـ^س

$$د س = \frac{د ص}{هـ^{س}}$$

$$= \int \frac{ص}{ص + ص^{١}} \cdot \frac{د ص}{ص}$$

$$= \int \frac{د ص}{ص^{٢} + ١}$$

= ١/٢ لو | ص^٢ + ١ | + جـ
= ١/٢ لو | هـ^٢س + ١ | + جـ

مثـــــــــــال)

$$\int هـ^{(١ + \sqrt{س - ١})} \, د س$$

الحل :

ص = (١ + √(س - ١)) ←

د س = ٢√(س - ١) د ص

د س = ٢(ص - ١) د ص

$$\int (٢ص - ٢) \, هـ^{ص} \, د ص$$

ق = ٢ص - ٢ ، د هـ = هـ^ص د ص

د ق = ٢ د ص ، هـ = هـ^ص

= (٢ص - ٢) هـ^ص - ∫ ٢ هـ^ص د ص

= (٢ص - ٢) هـ^ص - ٢ هـ^ص + جـ

= ٤ هـ^٣ - ٢ هـ^٣ - (٢ هـ^٢ - ٢ هـ^٢) = ٢ هـ^٣

مثـــــــــــال)

اذا كان هـ^(س ص) = س - ص اثبت ان

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^{٢} - س ص + ١}{س^{٢} - س ص + ١}$$

الحل

(ص + س صَ) هـ^(س ص) = ١ - صَ

ص هـ^(س ص) + س صَ هـ^(س ص) = ١ - صَ

صَ(س هـ^(س ص) + ١) = ١ - ص هـ^(س ص)

$$صَ = \frac{١ - ص هـ^{س ص}}{س هـ^{س ص} + ١}$$

$$صَ = \frac{١ - ص (س - ص)}{س (س - ص) - ١}$$

$$صَ = \frac{١ - س ص + ص^{٢}}{س^{٢} - س ص + ١}$$

مثـــــــــــال)

يزداد عدد سكان مدينة حسب العلاقة $\frac{د ع}{د ن}$ = (٠.٠٢٥)ع

حيث ع عدد السكان ، ن الزمن بالسنوات ، اذا علمت ان عدد سكان المدينة عام (٢٠١٥) بلغ (٢٠٠٠٠٠) نسمة ، فجد عدد سكانها بعد (٤٠) عاماً

الحل:

$$\frac{د ع}{د ن} = (٠.٠٢٥) ع$$

$$\frac{د ع}{ع} = (٠.٠٢٥) د ن$$

$$\int \frac{١}{ع} د ع = \int (٠.٠٢٥) د ن$$

لوهـ ع = (٠.٠٢٥) ن + جـ

لكن ع(٠) = ٢٠٠٠٠٠

لوهـ (٢٠٠٠٠٠) = (٠.٠٢٥) × ٠ + جـ

جـ = لوهـ (٢٠٠٠٠٠)

ع(ن) = هـ^((٠.٠٢٥) ن + لوهـ (٢٠٠٠٠٠))

ع(٤٠) = هـ^((٠.٠٢٥) × ٤٠ + لوهـ (٢٠٠٠٠٠))

ع(٤٠) = هـ^(١٠ + لوهـ (٢٠٠٠٠٠))

ع(٤٠) = هـ^١٠ × هـ^لوهـ (٢٠٠٠٠٠)

ع(٤٠) = ٢٠٠٠٠٠ × هـ^١

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال)

اذا كان ق(س)=$\int \frac{هـ^{س}}{\sqrt{لو_{هـ}(س+٢)}}$ د س جد قَ(٠)

ج:

ق(س)= $\frac{هـ^{س}}{\sqrt{لو_{هـ}(س+٢)}}$

قَ(٠)= $\frac{هـ^{٠}}{\sqrt{لو_{هـ}(٠+٢)}}$

قَ(٠)= $\frac{١}{\sqrt{لو_{هـ}٢}}$

مثـــــــــال)

اذا كان ق(س)=$\int$ (هـ^{جتا٢س} + جا ٢ س) د س

، هـ : العدد النيبيري فجد قً($\frac{٤}{\pi}$)

ج:

قَ(س)= هـ^{جتا٢س} + جا ٢ س)

قً(س)= -٢جا٢س هـ^{جتا٢س} + ٢جتا ٢ س

قً($\frac{٤}{\pi}$) = -٢(١) هـ^{٠} + ٢(٠) = -٢

مثـــــــــال)

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} |هـ^{س} - ١| & ، -١ < س \leq ١ \\ [٣ - س]_{٢} & ، ١ < س \geq ٢ \end{cases}$

اوجـــد $\int_{-١}^{٢}$ ق(س) . د س

الحل

= $\int_{-١}^{٠}$ (١ - هـ^{س}).دس+ $\int_{٠}^{١}$ (هـ^{س} - ١).دس+ $\int_{١}^{٢}$. د س=

= ١(٠ - - ١) - هـ^{س} $|_{-١}^{٠}$ + هـ^{س} $|_{٠}^{١}$ - ١(١ - ٠)+١(٢-١)

= ١ - هـ^{٠} + هـ$^{-١}$ + هـ^{١} - هـ^{٠} - ١ + ١ = هـ + $\frac{١}{هـ}$ - ١

مثـــــــــال)

اذا كان ص= $\sqrt{هـ^{٢س} + لو_{هـ}(س+١)}$ جد $\frac{دص}{دس}$ | س=٠

الحل:

$\frac{دص}{دس}$ = $\frac{٢هـ^{٢س} + ١/(س+١)}{٢\sqrt{هـ^{٢س} + لو_{هـ}(س+١)}}$

$\frac{دص}{دس}$ = $\frac{٢×١+١}{٢\sqrt{١ + لو_{هـ}(١)}}$ = $\frac{٣}{٢}$

مثـــــــــال)

اذا كان $\int_{١}^{هـ}$ س^{٤} لو$_{هـ}^{س}$. د س= $\frac{٤ هـ^{٥} + ١}{٢٥}$ ، اوجد

$\int_{١}^{هـ}$ س^{٤} (لو$_{هـ}^{س}$)^{٢} . د س

الحل :

ق =(لو$_{هـ}^{س}$)^{٢} ، د هـ = س^{٤} . د د

لو$_{هـ}$ س ، هـ = ١/٥ س^{٥}

د ق = ٢ $\frac{دس}{س}$

= ١/٥ س^{٥} .(لو$_{هـ}$س)^{٢} - $\int$ ١/٥ س^{٥} ×٢ $\frac{لو_{هـ}س}{س}$ دس

= ١/٥ س^{٥} .(لو$_{هـ}$س)^{٢} - ٢/٥$\int$ س^{٤} × لو$_{هـ}$س . دس

= ١/٥ س^{٥} .(لو$_{هـ}$س)^{٢} $|_{١}^{هـ}$ - ٢/٥$\int_{١}^{هـ}$ س^{٤} × لو$_{هـ}$س . دس

= ١/٥ هـ^{٥} .(لو$_{هـ}$هـ)^{٢} - ١/٥(لو$_{هـ}$١)^{٢} - ٢/٥($\frac{٤ هـ^{٥} + ١}{٢٥}$)

= $\frac{هـ^{٥}}{٥}$ - $\frac{٨ هـ^{٥} + ١}{١٢٥}$ = $\frac{١٧ هـ^{٥} - ٢}{١٢٥}$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

اذا كان م(س)= س هـ^{س} – هـ^{س} ، اقتران بدائي للاقتران

ق(س) = س هـ^{س}

وكان $\int_{0}^{٢}$ (٤ق(س)+ هـ^{٢}).دس+ $\int_{٤}^{أ}$ ـــــــ . دس=٢٨

هـ^{٢} ـ ٢

الحل :

$\int_{0}^{٢}$ (٤ق(س)+ هـ^{٢}).دس+ $\int_{٤}^{أ}$ ـــــــ . د س =٢٨

هـ^{٢} ـ ٢

٤م(س)|$_{0}^{٢}$+ هـ^{٢}|$_{٤}^{أ}$ ـــــــ =٢٨

هـ^{٢} ـ٢

٤م(٢)- م(٠))+ هـ^{٢}(٢)+ أ (هـ+٢) = ٢٨

٤(هـ^{٢})- (١))+ هـ^{٢}(٢)+ أ (هـ+٢) = ٢٨

٤هـ^{٢}ـ٤+٢ هـ^{٢}+ أ (هـ+٢)= ٢٨

٦هـ^{٢}ـ٤+ أ (هـ+٢)= ٢٨

٣٢ – ٦هـ^{٢}

أ = ـــــــــــ

هـ + ٢

التكامل بالكسور الجزئية

مثـــــــــــال)

$$\int \frac{١٢}{س^{٢}-٤} \, دس$$

ج:

$$\int \frac{١٢}{(س-٢)(س+٢)} \, د س = \int \frac{أ}{س-٢} + \frac{ب}{س+٢} \, د س$$

= أ لو | س-٢| + ب لو | س+ ٢ | + جـ

١٢= أ (س + ٢) + ب(س- ٢)

عندما س = -٢ ومنها ب = -٣

عندما س = ٢ ومنها أ = ٣

= ٣ لو | س-٢| -٣ لو | س+ ٢ | + جـ

مثـــــــــــال)

$$٧. \int \frac{٣}{س^{٢}-٥س} \, دس$$

ج:

$$\int \frac{٣}{س(س-٥)} \, د س = \int \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س-٥} \, د س$$

= أ لو | س| + ب لو | س-٥| + جـ

٣= أ (س - ٥) + ب(س)

عندما س = ٥ ومنها ب = ٥/٣

عندما س = ٠ ومنها أ = -٥/٣

= -٥/٣ لو | س| + ٥/٣ لو | س-٥| + جـ

مثـــــــــــال)

$$\int_{١}^{هـ} \frac{٢}{س (لو س - ٢) (لو س - ٣)} \, دس$$

الحل:

ص= لوس

د س = س . د ص

$$\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{٢}{س (ص - ٢) (ص - ٣)} \, س . د ص$$

$$\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{٢}{(ص - ٢) (ص - ٣)} \, . د ص$$

$$\int_{١}^{هـ} \frac{أ}{(ص - ٢)} + \frac{ب}{(ص - ٣)} \, . د ص$$

أ (ص – ٣)+ ب (ص - ٢)= ٢

عندما ص = ٣ فان ب = ٢

عندما ص = ٢ فان أ = -٢

$$\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{-٢}{(ص - ٢)} + \frac{٢}{(ص - ٣)} \, . د ص$$

$$= -٢ لو |ص - ٢|^{٢}_{١} + ٢ لو |ص - ٣ |^{١}_{٠}$$

=(-٢لو(١)+٢لو(٢)) – (-٢لو(٢)+٢لو(٣))

= ٤ لو ٢- ٢ لو ٣ = لو ٩/١٦

ناصر ديبات 0788241724 ثانوية اربد

مثـــــــــــال)

$$\int_{0}^{4} \frac{2}{\sqrt{س - ٤ س + ٣}} \, د س$$

ج:

ص^{٢} = س

٢ ص د ص = د س

$$= \int \frac{٤ ص}{ص^{٢} - ٤ ص + ٣} \, د ص$$

$$= \int \frac{٤ ص}{(ص-١)(ص-٣)} \, د ص$$

$$\int_{0}^{2} \frac{٤ ص}{(ص-١)(ص-٣)} \, د ص = \int \frac{أ}{ص-١} + \frac{ب}{ص-٣} \, د ص$$

= أ لو | ص-١ | + ب لو | ص-٣ | $\Big|_{0}^{2}$

لكن ٤ص= أ (ص- ٣) + ب(ص- ١)

عندما ص = ٣ فإن ب = ٦

عندما ص = ١ فإن أ = -٢

= -٢ لو | ص-١ | + ٦ لو | ص-٣ | $\Big|_{0}^{2}$

= -٦ لو ٣

مثـــــــــــال)

$$\int_{1}^{8} \frac{2}{\sqrt[3]{س^{٤} + ٤ س + ٣ س^{٣}}} \, د س$$

ج:

ص^{٣} = س ومنها ٣ص^{٢} د ص = د س

$$= \int \frac{٦ ص^{٢}}{ص^{٤} + ٤ ص^{٣} + ٣ص^{٢}} \, د ص$$

$$= \int \frac{٦}{ص^{٢} + ٤ ص + ٣} \, د ص$$

$$\int_{1}^{2} \frac{٦}{(ص+١)(ص+٣)} \, د ص = \int \frac{أ}{ص+٣} + \frac{ب}{ص+١} \, د ص$$

= أ لو | ص+٣ | + ب لو | ص+ ١ | + جـ

٦ = أ (ص + ١) + ب (ص+ ٣)

عندما ص = -١ ومنها ب = ٣

عندما ص = -٣ ومنها أ = -٣

= -٣ لو | ص+٣ | + ٣ لو | ص+ ١ | $\Big|_{1}^{2}$

=(-٣لو٥+٣لو٣) – (-٣لو٤ +٣لو٢)

= - لو١٢٥ + لو٢٧ + لو٦٤ + لو ٨

مثـــــــــــال)

$$\int \text{لو}(س^{٢} - ١) \, د س$$

الحل:

ق = لو(س^{٢} – ١) د هـ = د س

$$د ق = \frac{٢ س}{س^{٢} - ١} \, د س \qquad هـ = س$$

قسمة طويلة

$$= س \text{ لو}(س^{٢} - ١) - \int \frac{٢ س^{٢}}{س^{٢} - ١} \, د س$$

$$= س \text{ لو}(س^{٢} - ١) - \int ٢ . د س - \int \frac{٢}{س^{٢} - ١} \, د س$$

$$= س \text{ لو}(س^{٢} - ١) - ٢س - \int \frac{أ}{س-١} + \frac{ب}{س + ١} \, د س$$

= س لو(س^{٢}–١)–٢س– ألو|س-١|- ب لو|س+١|+جـ

لكن ب (س - ١) + أ (س + ١) = ٢

عندما س = ١ ← أ = ١

عندما س = -١ ← ب = -١

= س لو(س^{٢} –١)–٢س– لو|س-١|+لو|س+١|+ جـ

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــــال)

$$\int_{1}^{4} \frac{|1-س|}{س^2-5س+6}\,.\,دس$$

الحل :

على الفترة [١ ، ٤] قيمة | ١ – س | هي س -١

$$\frac{س-1}{(س-2)(س-3)} = \frac{أ}{س-2} + \frac{ب}{س-3}$$

س - ١ = أ (س - ٣) + ب(س - ٢)

عندما س = ٣ ومنها أ = ٢

عندما س = ٢ ومنها ب = -١

$$\int_{1}^{4} \frac{س-1}{س^2-5س+6}\,.\,دس = \int_{1}^{4} \frac{2}{س-2} - \frac{1}{س-3}\,.\,د س$$

$$= 2لو|س-2| - لو|س-3|\ \Big|_{1}^{4}$$

=(٢لو ٢ - لو ١) - (٢لو ٢ - لو ١)

= - لو ٢ - ٢لو ٢ = -٣لو٢

مثـــــــــــال)

$$\int_{4}^{} \frac{د س}{س^3+س}$$

ج:

$$\int_{4}^{} \frac{1}{س(س^2+1)}\,.\,دس$$

$$ص = س^2+1 \text{ ومنها } دس = \frac{دص}{2س}$$

$$\int_{4}^{} \frac{1}{س \times ص \times 2س}\,.\,دص$$

$$\int_{2}^{} \frac{1}{ص(ص-1)}\,.\,دص$$

$$\int_{2}^{} \frac{1}{ص(ص-1)}\,.\,د ص = \int_{أ}^{} \frac{}{ص-2} + \frac{ب}{ص-1}\,.\,د ص$$

= أ لو |ص| + ب لو | ص -١ | + جـ

٢= أ (ص - ١) + ب(ص)

عندما ص = ١ ومنها ب = ٢

عندما ص = ٠ ومنها أ = -٢

= -٢ لو | ص| + ٢ لو | ص-١| + جـ

= ٢ لو | س^2 | -٢ لو | س^2 + ١ | + جـ

مثـــــــــــال)

$$\int_{1}^{} \frac{س^3-1}{س^2+2س}\,.\,د س$$

الحل :

$$= \int_{1}^{} (س+2).د س + \int_{4}^{} \frac{4س-1}{س(س+2)}\,.\,د س$$

$$= \int_{1}^{} 1/2س^2 - 2س + \int_{أ}^{} \frac{}{س} + \frac{ب}{س+2}\,.\,د س$$

=١/٢س^2 -٢س +أ لو |س|+ ب لو|س+٢|+ جـ

٤ س - ١ = أ (س + ٢) + ب(س)

عندما س = -٢ ومنها ب =٢/٩

عندما س = ٠ ومنها أ = -٢/١

=١/٢س^2 -٢س -٢/١ لو |س|+ ٢/٩لو|س+٢|+ جـ

مثـــــــــــال)

$$\int_{1}^{هـ^{س}} \frac{}{هـ^{2س}-4}\,.دس ،$$

ص= هـ^{س}

$$د س = \frac{د ص}{هـ^{س}}$$

$$= \int_{1}^{} \frac{1}{ص^2-4}\,.\,د ص$$

$$\int_{أ}^{} \frac{}{ص-2} + \frac{ب}{ص+2}\,.\,د ص$$

= أ لو | ص-٢| + ب لو | ص+ ٢ |+ جـ

١ = أ (ص+ ٢) + ب(ص-٢)

عندما ص = - ٢ ومنها ب =-١/٤

عندما ص = ٢ ومنها أ = ١/٤

= ١/٤ لو | ص-٢| - ١/٤ لو | ص+ ٢ | + جـ

= ١/٤ لو | هـ^{س} -٢| - ١/٤ لو | هـ^{س} + ٢ | + جـ

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال)

$$\int \frac{س^{2}}{س^{2}-٤}\ .\ دس$$

ج:

$$\int ١ + \frac{٤}{(س-٢)(س+٢)}\ .\ د س$$

$$\int \frac{٤}{(س-٢)(س+٢)}\ .\ د س = \int \frac{أ}{(س-٢)}\ +\ \frac{ب}{(س+٢)}\ .\ د س$$

$$= أ\ لو\ |\ س-٢\ |\ +\ ب\ لو\ |\ س+٢\ |\ +\ جـ$$

$$٤ = أ\ (س+٢)\ +\ ب(س-٢)$$

عندما س = ـ٢ ومنها ب = ـ١

عندما س = ٢ ومنها أ = ١

$$= س + لو\ |\ س-٢\ |\ -\ لو\ |\ س-٢\ |\ +\ جـ$$

مثـــــــــال)

$$\int \frac{س^{٥}+٢}{س^{٢}-١}\ .\ دس$$

الحل :

$$\int (س^{٣}+س)\ .\ دس + \int \frac{س+٢}{س^{٢}-١}\ .\ دس$$

$$\frac{س+٢}{س^{٢}-١}\ .\ دس = \frac{أ}{س-١} + \frac{ب}{س+١}$$

$$س+٢ = أ(س+١)+ ب(س-١)$$

عندما س = ١ فان أ = ٣/٢

عندما س = ـ١ فان ب = ـ١/٢

$$= \int (س^{٣}+س)\ .\ دس + \int \frac{٣}{٢}\ \frac{١}{س-١} - \frac{١}{٢}\ \frac{١}{س+١}\ .\ دس$$

$$= ١/٤ س^{٤} + ١/٢ س^{٢} + \frac{٣}{٢}\ لو(س-١) - \frac{١}{٢}\ لو(س-١)$$

مثـــــــــال).

$$\int \frac{دس}{س^{٢}-٥س+٦}$$

ج:

$$\int \frac{١}{(س-٣)(س-٢)}\ .\ د س = \int \frac{أ}{س-٣} + \frac{ب}{س-٢}\ .\ د س$$

$$= أ\ لو\ |\ س-٣\ |\ +\ ب\ لو\ |\ س-٢\ |\ +\ جـ$$

$$١ = أ\ (س-٢)\ +\ ب(س-٣)$$

عندما س = ٢ ومنها ب = ـ ١

عندما س = ٣ ومنها أ = ١

$$= لو\ |\ س-٣\ |\ -\ لو\ |\ س-٢\ |\ +\ جـ$$

مثـــــــــال)

$$\int \frac{١}{(س+١)\sqrt{س+١}}\ .\ دس$$

$$س+١ = ص^{٢}$$

$$دس = ٢ ص\ .دص$$

$$\int \frac{١}{ص^{٢}\ ص}\ .\ ٢ص\ دص$$

$$\int \frac{٢}{ص^{٢}}\ .\ دص$$

$$\int \frac{٢}{(ص-١)(ص+١)}\ .\ دص$$

$$\int (\frac{١}{ص-١} - \frac{١}{ص+١})\ .\ دص$$

$$= ٢ لو\ |\ ص-١\ | - ٢ لو\ |\ ص+١\ | = ٢ لو\ |\ \frac{ص-١}{ص+١}\ | = ٢ لو\ |\ \frac{\sqrt{س+١}-١}{\sqrt{س+١}+١}\ |$$

ناصر الذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

مثـــــــــال)

$$\int \frac{س - ١٣}{٢س^{٢} - ٧س + ٣} \, .دس$$

$$\frac{س - ١٣}{(٢س - ١)(س - ٣)} = \frac{أ}{٢س - ١} + \frac{ب}{س - ٣}$$

$$س - ١٣ = أ(س - ٣) + ب(٢س - ١)$$

عندما س = ٣ ومنها ب = - ٢

عندما س = ١/٢ ومنها أ = ٥

$$= ٥ \, /٢ \, لو |٢س - ١| - ٢ \, لو |س - ٣| + جـ$$

مثـــــــــال)

$$\int \frac{٢ - \sqrt[٣]{س}}{٩ - \sqrt[٣]{س^{٢}}} \, .دس$$

ج:

$ص^{٣} = س$ ومنها $٣ص^{٢} \, د ص = د س$

$$= \int \frac{٢ - ص}{٩ - ص^{٢}} \times ٣ ص^{٢} \, .د ص$$

$$= \int \frac{٣ ص^{٣} - ٦ص^{٢}}{ص^{٢} - ٩} \, د ص$$

$$\int \frac{٢٧ ص - ٥٤}{ص^{٢} - ٩} \, .دص + \int (٣ص - ٦).دص$$

$$\frac{٢٧ص - ٥٤}{ص^{٢} - ٩} = \frac{أ}{ص - ٣} + \frac{ب}{ص - ٣}$$

$$٢٧ص - ٥٤ = أ(ص + ٣) + ب(ص - ٣)$$

عندما ص = - ٣ فان أ = ٦/٢٧

عندما س = ٣ فان ب = ٦/١٣٥

$$= \int (٣ص - ٦) \, .دص + \int \frac{٦/١٣٥}{ص + ٣} - \frac{٦/٢٧}{ص - ٣} .دس$$

$$= \frac{٣}{٢} ص^{٢} + ٦ص + \frac{١٣٥}{٦} لو|ص - ٣| - \frac{١٣٥}{٦} لو|ص + ٣| + جـ$$

نعوض ص = $\sqrt[٣]{س}$

مثـــــــــال)

$$\int \frac{هـ^{س}}{٢ هـ^{٢س} - ٥ هـ^{س} + ٢} \, .دس$$

$ص = هـ^{س}$

$$د س = \frac{د ص}{هـ^{س}}$$

$$= \int \frac{ص}{٢ص^{٢} - ٥ص + ٢} \times \frac{د ص}{ص}$$

$$= \int \frac{١}{٢ص^{٢} - ٥ص + ٢} \, .د ص$$

$$\int \frac{١}{٢ص + ١} \, .د ص + \int \frac{ب}{ص - ٢}$$

$$١ = أ/٢ \, (٢ص + ١) + ب(ص - ٢)$$

عندما ص = ٢ ومنها أ = ٣/٢

عندما ص = - ١/٢ ومنها ب = - ٥/٢

$$= ٣/١ \, لو |٢ص + ١| - ٥/٢ \, لو |ص - ٢| + جـ$$

$$= ٣/١ \, لو |٢ هـ^{س} + ١| - ٥/٢ \, لو |هـ^{س} - ٢| + جـ$$

مثـــــــــال)

$$\int \frac{١}{١ + هـ^{س}} \, .د س$$

الحل :

$ص = ١ + هـ^{س}$

$$د س = \frac{د ص}{هـ^{س}}$$

$$= \int \frac{١}{ص} \cdot \frac{د ص}{ص - ١}$$

$$= \int \frac{١}{ص (ص - ١)} \, د ص$$

$$\int \frac{١}{ص(ص - ١)} \, .د ص = \int \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص - ١} \, .د ص$$

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد

لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat

= أ لو هـ| ص | + ب لو هـ| ص-١| + جـ

١ = أ (ص-١) + ب(ص)

عندما ص = ١ ومنها ب = ١

عندما ص = ٠ ومنها أ = -١

= لو هـ|١+ هـ^س | - لو هـ| هـ^س | + جـ

= لو هـ|١+ هـ^س | - س + جـ

مثـــــــــال)

$$\int \frac{د\,س}{س - \sqrt{س + ٢}}$$

س + ٢ = ص^٢

دس = ٢ ص .دص

$$= \int \frac{٢ص\ د ص}{ص^{٢} - ٢ - ص}$$

$$\int \frac{٢ص\ د ص}{(ص - ٢)(ص+١)}$$

$$\int \frac{٢ص}{(ص - ٢)(ص+١)} د ص = \int \frac{أ}{ص-٢} + \frac{ب}{ص+١}$$

= أ لو هـ| ص-٢| + ب لو هـ| ص+١| + جـ

لكن

٢ص = أ (ص+١) + ب(ص-٢)

عندما ص = ٢ ومنها أ = ٣/٤

عندما ص = -١ ومنها ب= ٣/٢

=٣/٤ لو هـ|√س+٢-٢| + ٣/٢ لو هـ |√س+٢+١|+ جـ

مثـــــــــال)

$$\int \frac{قا\ س\ ظا\ س}{٨ - ظا^{٢}س}\ د س$$

الحل:

$$\int \frac{قا\ س\ ظا\ س}{٨ - (قا^{٢}س-١)}\ د س$$

$$\int \frac{قا\ س\ ظا\ س}{٩ - قا^{٢}س}\ د س$$

ص = قاس

$$دس = \frac{د ص}{قا\ س\ ظا\ س}$$

$$\int \frac{قاس\ ظاس}{٩ - ص^{٢}} . \frac{د ص}{قا\ س\ ظا\ س}$$

$$\int \frac{١}{(٣ - ص)(٣ + ص)} . د ص$$

$$\int \frac{١}{(٣-ص)(٣+ص)} د ص = \int \frac{أ}{٣-ص} + \frac{ب}{٣+ص}$$

= -أ لو هـ| ٣-ص | + ب لو هـ| ٣+ ص | + جـ

لكن

١ = أ (٣+ص) + ب(٣-ص)

عندما ص = ٣ ومنها أ = ٦/١

عندما ص = -٣ ومنها ب= ٦/١

=-٦/١ لو هـ|٣ - قا^٢س| + ٦/١ لو هـ| ٣+ قا^٢س|+ جـ

انتهت مع تمنياتي لكم بالنجاح

لا تنسونا من الدعاء

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

ناصر ذينات (0788241724) ثانوية اربد

للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على
صفحة الاستاذ ناصر الذينات وعلى نفس الموقع بالاضافة http://www.facebook.com/nasser.theynat