

# السيدة مهند شامة

## التفوق والنجاح ملك لمن يجده

الرياضيات

المستوى الثالث الادارة والادبي

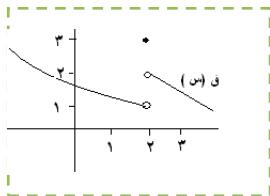
2018  
بعد التعديل

إعداد الاستاذ ناصر الدينات

للاستفسارات (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)  
اكاديمية نobel ..... مركز الخوارزمي البوابة الشمالية لجامعة اليرموك  
لمزيد من الاسئلة المقترحة على كل وحدة ومتابعة كل ما هو جديد تابعونا على صفحتي وعلى نفس الموقع  
الاستاذ ناصر الدينات

## السؤال الأول:

يتكون هذا السؤال من (٥٠) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح. ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لها.



$$s - 3 = \frac{3}{s^3}$$

٩ (د)

$$s - 2 = \frac{s(s-2)}{6}$$

٩ (د) غير موجودة

ج) صفر

اوی

٤) إذا كانت  $\frac{1}{s+2} = 6$  فان قيمة  $s$  تساوى

$$6 = \frac{1 + 3 \times 2}{s}$$

ومنها  $s = 0$

٩ (د)

ج) صفر

٦ (ب)

٣ (ب)

٣ (أ)

$$7 = \frac{3 + l}{4}$$

ومنها  $l = 4$

١٠ (د)

ج) ١٠-

٤ (أ)

$$9 = \frac{2 - 3(1 - l)}{2}$$

٧ (د)

سلب  
سلب (التعويض)

المقام لا يحل  
لا يوجد نقط  
انفصال

ج) ١

٣- (ب)

٦- (أ)

٢٥ (د)

ج) صفر

٣- (ب)

٨ (أ)

$$\frac{1}{s^3 - s^5} = \frac{1}{s^2(s-1)(s+1)}$$

٧ (د)

ج) ٣

٣- (ب)

٣ ± (أ)

٣ - س

$$9) \text{ إذا كان } \operatorname{ق}(س) = \frac{\text{فإن قيمة س التي تجعل ق غير متصل هي}}{س^2 - 4s + 4}$$

أ - ٤

ب) ٣

ج) ٢ -

د) ٥٧

= ١٠) إذا كانت نهاية(س) = ٤، أوجد نهاية(س) = ٣، نهاية(٣ق(س) + ه(s))

$$15 = 3 + 4 \times 3$$

$$س \leftarrow 6$$

د) ١٥ ✓

ج) ٧

ب) ١٨

أ - ٢٤

= ١١) إذا كانت نهاية(س) = ٥، أوجد نهاية(٣ق(س) - ٦س + ١)

$$70 = 1 + 6 - 25 \times 3$$

د) ٧٤ ✓

ج) ٧٠ ✓

ب) ٤٣

أ - ٢٥

$$\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}} = \text{غير موجودة}$$

$$\frac{\text{نهاية}}{\text{س} \leftarrow 3 - س}$$

د) غير موجودة ✓

ج) صفر

$$\frac{7}{س^2 - 9}$$

أ - ٧

= ١٣) إذا كان ق(س) = فإن مجموعة نقط عدم الاتصال للاقتران ق هي

اصفار المقام س = -٥

$$\{ -5, 3, 3- \}$$

$$\{ 5- \}$$

$$\{ 5 \}$$

$$\{ 3, 3- \}$$

س

= ١٤) إذا كان ق(س) = فإن مجموعة نقط عدم الاتصال للاقتران ق هي

اصفار المقام س = -١، ٢

$$(س + ١)(س - ٢)$$

$$\{ 2, 1-, 0 \}$$

$$\{ 2-, 1 \}$$

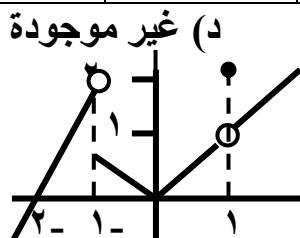
$$\{ 0 \}$$

$$\{ 2, 1- \}$$

✓

= ١٥) بالاعتماد على الجدول الآتي الذي يبين ق(س) عندما س  $\rightarrow$  ٣ فإن نهاية(س)

٢.٩٨	٢.٩٩	٣.٠٠	٣.٠١	س
٥.٩٨	٥.٩٩	٤.٠٠	٤.٠١	ص



د) غير موجودة ✓

ج) ٦

ب) ٥

أ - ٤

= ١٦) في الشكل المجاور يمثل الاقتران ق(س) أوجد نهاية(س)

$$\text{س} \leftarrow -1-$$

د) غير موجودة

ج) ٢ ✓

ب) ١

أ - ١

$$17) \text{ إذا كان } q(s) = \begin{cases} s^2 + 7 & s \leq 3 \\ 5 & s > 3 \end{cases}$$

$$\text{نهاق}(s) \neq \text{نهاق}(s)$$

أ) ٥ ب) ٣٢ ج) ٣ د) غير موجودة

١٨) إذا كان متوسط التغير للاقتران  $q(s) = s^2 - 1$  يساوي ٥ عندما  $s = 1$  ،  $\Delta s = 2$  ، فان قيمة  $s$  ، تساوي

$$1.5 \quad \text{ب) } -\frac{2}{3} \quad \text{ج) } -4 \quad \text{د) } \frac{1}{5}$$

١٩) إذا كان  $s = q(s) = 3s^2$  فان ميل القطع المار بالنقطتين  $(-1, 2)$  ،  $(3, 2)$  يساوي

$$3 = \frac{3-12}{1--2} = \frac{-9}{3} = -3$$

$$\text{أ) } \frac{3}{1} \quad \text{ب) } -\frac{3}{1} \quad \text{ج) } 3 \quad \text{د) } \frac{1}{3}$$

٢٠) إذا كان  $s = q(s) = s^2$  وتحيرت  $s$  من (٤) إلى (٦) فان مقدار التغير في  $s$

$$12 = 4 - s^2$$

$$\text{أ) } 12 \quad \text{ب) } 2 \quad \text{ج) } 12 \quad \text{د) } 6$$

٢١) إذا كان  $q(s) = 3s - s^2$  وتحيرت  $s$  من (٤) إلى (٦) فان مقدار التغير في  $s$

$$6 = 4 - s^2$$

$$\text{أ) } 2 \quad \text{ب) } -3 \quad \text{ج) } 12 \quad \text{د) } 6$$

٢٢) متوسط التغير للاقتران  $q(s) = 3 - 4s$  عندما تغير  $s$  من (-١) إلى (٤) يساوي

$$\frac{5}{6} \quad \text{ب) } -\frac{5}{24} \quad \text{ج) } -4 \quad \text{د) } 10 \quad \text{أ) } 3$$

٢٣) إذا كان  $q(s) = \underline{\hspace{2cm}}$  ،  $s \neq 0$  ، فان ميل المماس لمنحنى  $q(s)$  عند  $s = 3$  هو

$$m = \frac{s}{3-s}$$

$$\text{أ) } 1 \quad \text{ب) } \frac{3}{1} \quad \text{ج) } 9/1 \quad \text{د) } \frac{1}{3}$$

٢٤) إذا كان  $q(s) = 2s$  ،  $s \neq 0$  ، فان ميل المماس لمنحنى  $q(s)$  عند  $s = 6$  هو

$$m = q'(6) = 2$$

$$\text{أ) } 0 \quad \text{ب) } 2 \quad \text{ج) } 6 \quad \text{د) } 12$$

٢٥) إذا كان  $q(s) = \underline{\hspace{2cm}}$  فان  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$q(s) = 3s + 3$$

$$h \leftarrow 0$$

$$\text{أ) } 3 \quad \text{ب) } -3 \quad \text{ج) } 3 \quad \text{د) } -3$$

ق (س + ه) - ق (س)

$$ق(س) = -4\text{ جاء س}$$

فان نه

ه

٢٦ ) إذا كان ق(س) = جتا ٤ س

ه ← ٠

$$\sqrt{d} - 4 \text{ جا ٤ س}$$

$$ج) ٤ \text{ جا ٤ س}$$

$$أ) ٤ \text{ جتا ٤ س ب) - جتا ٤ س}$$

ق (س + Δس) - ق (س)

$$ق(س) = 6 - 3s$$

Δس

فان نه

Δس ← ٠

$$d ٣$$

$$ج) ٣ -$$

$$ب) ٦ \text{ س}$$

$$أ) ٦ \text{ س}$$

ق (٩ + ه) - ق (٩)

$$\begin{aligned} ق(س) &= 3s \\ ق(٩) &= 9 \end{aligned}$$

ه

ه ← ٠

$$d ٩$$

$$ج) ١$$

$$ب) ٦$$

$$أ) ٦$$

٢٩ ) إذا كان ق(س) = كٌ س ، وكان ك ثابت فان ق(س) يساوي  
أ) ك س ب) ك٢ ج) ٢ ك د) ٢ س

$$\begin{aligned} ق(س) &= -4\text{ جاء س} \\ ق(س) &= -16 \text{ جتا ٤ س} \end{aligned}$$

$$د) 16 \text{ جا ٤ س}$$

$$ج) 16 \text{ جا ٤ س}$$

$$أ) 16 \text{ جتا ٤ س ب) - 16 \text{ جتا ٤ س}}$$

ق (١ + ه) - ق (١)

$$\begin{aligned} ق(س) &= 7s \\ ق(١) &= 7 \end{aligned}$$

$$d ٧$$

$$ج) ١$$

$$ب) صفر$$

$$أ) ٥$$

$$\begin{aligned} \text{تعريف} \\ \text{المشتقة عند} \\ س = 1 \\ ق(١) \end{aligned}$$

ق (١ + ه) - ق (١)

ه

ه ← ٠

ج) ق (١)

ب) ق (٠)

أ) ق (٠)

$$\begin{aligned} ق(٢) &= 2s^2 + 1s \\ ٣٦ &= 1 + 24 \end{aligned}$$

$$د) ٤$$

$$ج) ٣$$

$$ب) - ٤$$

$$أ) ٣$$

$$\begin{aligned} ق(س) &= 1/s \\ ق(٢) &= 2/1 \end{aligned}$$

لوس

وكان ق (٢) تساوي

$$د) ه$$

$$ج) ٢/١$$

$$ب) ٢$$

$$أ) ١$$

$$\begin{aligned} ق(س) &= 2/s \\ ق(٢) &= 1/(2s) \end{aligned}$$

٣٥) إذا كان  $q(s) = \ln(2s - 2)$  وكان  $q'(2)$  تساوي

د) هـ

ج) ٢/١

ب) ٢

أ) ✓

$$q(s) = \frac{1}{s^2} \text{ ومنها } q'(0) = 1$$

د) هـ

ج) ٢/١

ب) ٢

أ) ✓

$$q(s) = \frac{2}{s^2} \text{ ومنها } q'(0) = 2$$

د) هـ

ج) ٢/١

ب) ٢

أ) ✓

$$q(s) = 2 \times \frac{1}{\sqrt{s}} \text{ ومنها } q'(1) = 1$$

د) ٥

إذا كان  $q(s) = 2 + s^3$  فإن  $q'(1)$  تساوي

ج) ٢/٧

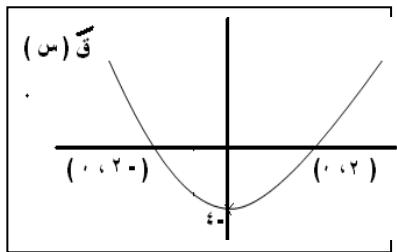
ب) ✓

أ) ٢/٥

إذا كان  $q(1) = 2$  ،  $q'(1) = 1$  ،  $q''(1) = -1$  ،  $q'''(1) = 3$  ،  $q''''(1) = -5$  ، فإن  $(q \times h)'(1) =$

$$= 2 \times 3 + 1 \times 2 + (-1) \times 1 = 4$$

٤) معمداً على الشكل المجاور والذي يمثل المشقة الأولى للاقتران  $q(s)$  فإن  $q'(s)$  نقطة حرجة عندما  $s =$



النقطة الحرجة من رسم مشقة أولى : هي نقطة تقاطعة مع محور السينات

- أ) ٠  
ب) { ٢ ، ٢ - ٤ }  
ج) { ٢ ، ٠ ، ٢ - ٤ }  
د) { ٢ ، ٢ - ٤ }

١٤) إذا كان  $q(2) = 7$  ،  $q'(2) = 4$  فإن القيمة العظمى للاقتران  $q(s) =$

عندما تكون  $q'$  سالب عند  $s = 2$  يكون

لاقتران قيمة عظمى  $q(2) = 7$

د) -٤

ج) صفر

ب) ✓

أ) ٢

٤٢) إذا كان  $q(1) = 5$  ،  $q'(1) = 0$  ،  $q''(1) = 3$  فإن للاقتران  $q(s)$  قيمة صغرى عندما  $s =$

عندما تكون  $q'$  موجبة يكون للاقتران

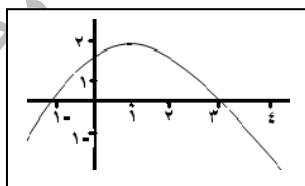
قيمة صغرى عند  $s = 1$

د) ٥

ج) صفر

ب) ✓

أ) ٣



٤٣) معمداً على الشكل المجاور والذي يمثل المشقة الأولى للاقتران

$q(s)$  فإن للاقتران  $q(s)$  قيمة عظمى عندما  $s =$

د) ٣

ج) ٢

ب) ١

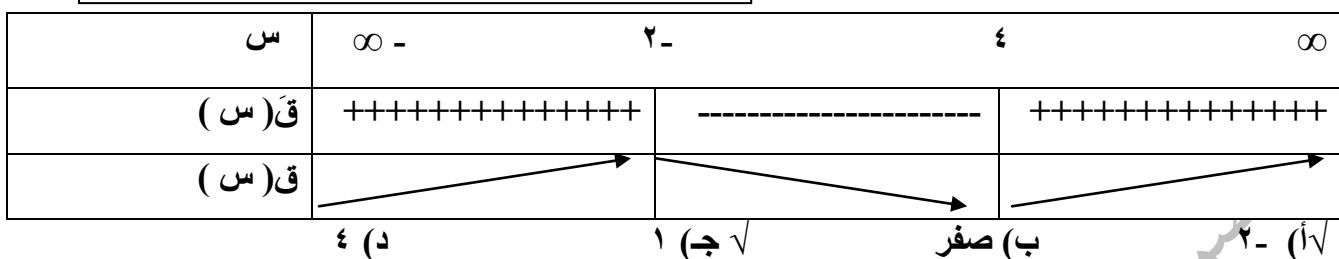
أ) -١

من رسم اقتران قيمة عظمى تكون على الواقع واضح عندما  $s = 1$

٤٤) معمداً على جدول الإشارات والذي يمثل منحنى  $Q(s)$  فان للاقتران  $Q(s)$  قيمة عظمى

إذا تحول اشارة  $Q$  من + الى - يكون للاقتران قيمة عظمى

عندما  $s =$



٤٥) إذا كان  $Q(s) = 1 - s^2$  فان الاقتران  $Q$  يكون متزايداً في الفترة

- (أ)  $[1, \infty)$  (ب)  $(-\infty, 1]$  (ج)  $(0, 1)$  (د)  $(0, \infty)$

$Q(s) = -s^2$  و منها  $s = 0$  على يمينها - وعلى يسارها + فيكون متزايد  $(0, \infty)$

٤٦) إذا كان  $K(s)$  هو اقتران التكلفة الكلية لانتاج  $s$  قطعة من منتج معين ،  $D(s)$  هو اقتران الإيراد الكلي فان اقتران الربح الكلي  $R(s)$  يساوي

- (أ)  $K(s) - D(s)$  (ب)  $K(s) + D(s)$  (ج)  $K(s) \times D(s)$  (د)  $D(s) - K(s)$

٤٧) إذا كان  $K(s) = 300 - 5s + s^2$  هو اقتران التكلفة الكلية لانتاج  $s$  قطعة من منتج

معين ، فان التكلفة الحدية عندما  $s = 10$  تساوي :

$$K'(s) = 20 + 5s \quad \text{عند } s = 10 \Rightarrow K'(10) = 20 + 5 \cdot 10 = 70$$

٤٨) إذا كان  $K(s) = 40 + 3s^2$  هو اقتران التكلفة الكلية لانتاج  $s$  قطعة من منتج معين ، فان

التكلفة الحدية  $= K'(s) = 6s$   $\Rightarrow$   $6s = 20 \Rightarrow s = 20/6 = 10$  قطعة من السلعة نفسها

$$K'(s) = 6s \quad \text{عند } s = 10 \Rightarrow K'(10) = 6 \cdot 10 = 60$$

٤٩) إذا كان  $D(s) = 60 - 2s$  هو اقتران الإيراد الكلي لبيع  $s$  قطعة من منتج معين ،

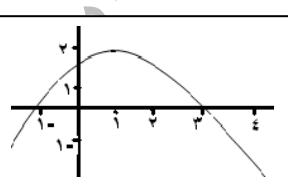
فان الإيراد الحدي عندما  $s = 10$  تساوي :

$$D'(s) = -2 \quad \text{عند } s = 10 \Rightarrow D'(10) = -2$$

٥٠) معمداً على الشكل المجاور والذي يمثل المشتقه الاولى للاقتران  $Q(s)$

فان عدد النقط الحرجة للاقتران  $Q(s)$

- (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٦



النقط الحرجة من رسم مشتقه اولى : هي نقط تقاطعة مع محور السينات { ٢ ، ٢ }

السؤال الثاني:

$$1. \frac{6 + 5s}{s^3 - s} \quad \text{نهـ}$$

$$\frac{s - 2}{s - 2} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

الحل

$$1 = \frac{(s-2)(s-3)}{s-2} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

$$\frac{2 - 2s}{s^2 + s - 2} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

الحل

$$\frac{2 - s}{(s+1)(s-1)} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

$$\frac{s}{s + 1 - \sqrt{1 + s}} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

الحل :

$$2 = \frac{1 - 1 + s}{s^2} = \frac{1 + \sqrt{1 + s}}{\sqrt{1 + s}} \times \frac{\sqrt{1 + s}}{\sqrt{s}} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

$$3. \frac{1}{s^3 + 1 + s + 5} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

الحل :

$$\frac{1}{s^3 + 1 + \sqrt{s + 5}} \quad \text{نهـ}\leftarrow s$$

$$4. 10 = 7 + 3 = 5 + 2 + \sqrt{1 + 8}$$

٥.

$$\frac{s - 4}{\cancel{s - 2}} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 4$$

الحل

$$4 = \frac{4(s - 4)}{(s - 4)} = \frac{4s + 16}{2 + \cancel{s - 2}} \times \frac{s - 4}{\cancel{s - 2}} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 4$$

٦.

$$\frac{s - 8}{\cancel{s - 3}} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 8$$

$$6 = \frac{6(s - 8)}{(s - 8)} = \frac{3 + \cancel{1 + s}}{\cancel{3 + 1 + s}} \times \frac{s - 8}{\cancel{s - 3}} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 8$$

٧.

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{s + 2} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 0$$

الحل :

$$\frac{1 - 2 - s}{4} = \frac{1 - 2 - s}{(s + 2)(s + 2)(s)} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 0$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{s - 5} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 5$$

الحل

$$\frac{1 - 5 - s}{25} = \frac{5 - s}{5s(s - 5)} \quad \text{نهاية} \\ s \leftarrow 5$$

$$9. \text{ إذا كانت } \frac{13}{s - 4} \text{ أوج } \frac{3s^2 + s^3 - 3}{s - 4} \quad \text{نهاية}$$

الحل :

$$(3 \times 4) + (13)^2 = (13 - 3)^3$$

١٠ . إذا كانت  $\lim_{s \rightarrow 0^-} Q(s) = 7$  ،  $\lim_{s \rightarrow 0^+} Q(s) = -3$

$$\text{أوج } \lim_{s \rightarrow 0^+} Q(s) + \lim_{s \rightarrow 0^-} Q(s) = 7 - 3 = 4$$

الحل :

$$25 = ((2-) - ^3) + 7 \times 2 =$$

١١ . إذا كان  $Q(s) = \frac{\text{فان}}{s-3}$  ،  $\lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s)$  ان وجدت

الحل :

$$\lim_{s \rightarrow 3^+} Q(s) = \infty$$

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s) = \infty$$

$\lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s) = \text{غير موجودة}$

١٢ . إذا كان

$$Q(s) = \begin{cases} 2s-1 & s > 3 \\ 5 & s = 3 \\ 5s+1 & s < 3 \end{cases}$$

ابحث في اتصال  $Q(s)$  عند  $s=3$

الحل :

$$\xrightarrow[s=3]{\text{---}} \lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s) = 5 \quad \lim_{s \rightarrow 3^+} Q(s) = 1$$

$$Q(3) = 5$$

$$2 \lim_{s \rightarrow 3^+} Q(s) = \lim_{s \rightarrow 3^+} 5s - 1 = 15 - 1 = 14$$

$$\lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s) = \lim_{s \rightarrow 3^-} 5s + 1 = 16$$

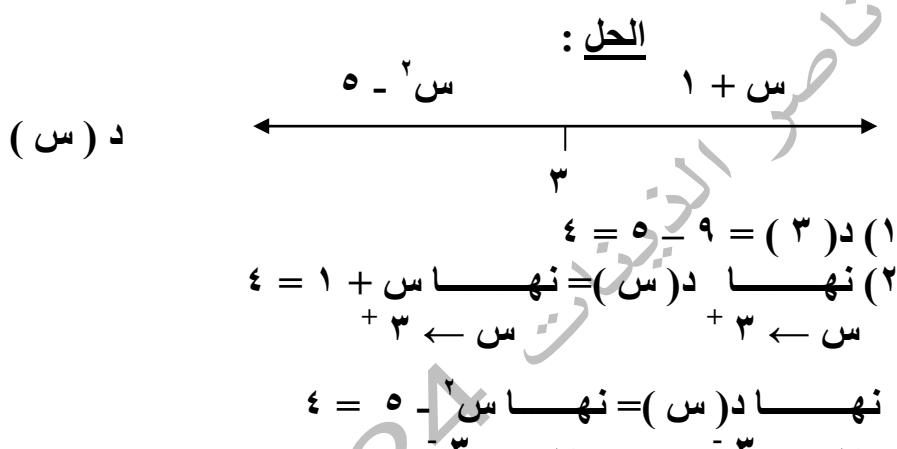
بما ان  $\lim_{s \rightarrow 3^+} Q(s) \neq \lim_{s \rightarrow 3^-} Q(s)$  ،  $Q(s)$  غير متصل عندما  $s=3$

١٣. إذا كان  $Q(s) = L(s) + D(s)$  حيث  $L(s) = 2s + 5$

$$\left. \begin{array}{l} s^2 - 5 \\ s + 1 \end{array} \right\} = D(s)$$

$s \geq 3$ ,  $s < 3$

ابحث في اتصال  $Q(s)$  عند  $s=3$



بما ان  $\lim_{s \rightarrow 3^+} D(s) = \lim_{s \rightarrow 3^-} D(s) = D(3) = 4$

اذن  $D(s)$  متصل عندما  $s=3$

$L(s)$  متصل كثير حدود

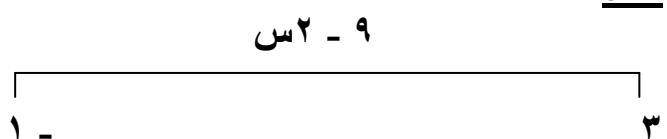
اذن  $Q(s)$  متصل لانه حاصل جمع متصلين

٤. إذا كان  $Q(s) = \begin{cases} 9 - 2s & s > 3 \\ 1 & s \leq 3 \end{cases}$

$$Q(s) = \begin{cases} 9 - 2s & s > 3 \\ 1 & s \leq 3 \end{cases}$$

ابحث في اتصال  $Q(s)$  في الفترة  $[1, 3]$

الحل:



\*\*  $(1, 3)$  متصل لانه كثير حدود

\*\* عندما  $s=1$

$$Q(1) = 1 - 9 = -8$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} Q(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} 9 - 2s = 7$$

بما ان  $\lim_{s \rightarrow 1^+} Q(s) = Q(1) = 7$

اذن  $Q(s)$  متصل عندما  $s=1$

\*\* عندما  $s = 3$

$$1) Q(3) = 3$$

$$2) \text{نها} \rightarrow Q(s) = \frac{9}{s} - 2s = 3$$

$s \leftarrow \frac{3}{s}$

بما ان  $Q(s) = \frac{3}{s} - 2s = 3$  متصل عندما  $s = 3$

$$\left. \begin{array}{l} 1) \text{إذا كان } Q(s) = \frac{3}{s} + s \\ 2) \text{، } s \leq 2 \end{array} \right\} = 3$$

وكان  $Q(s)$  متصلةً اوجد قيمة  $L$

الحل:

بما ان  $Q(s)$  متصل عندما  $s = 2$

$$\text{اذن } \text{نها} \rightarrow Q(s) = \frac{3}{s} + s = Q(2)$$

$$\text{نها} \rightarrow s = \frac{3}{s} + s$$

$$s = \frac{3}{s} + s$$

$$2s = 3 \Rightarrow s = \frac{3}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 1) \text{إذا كان } Q(s) = L + s \\ 2) \text{، } s \neq 2 \end{array} \right\} = L$$

وكان  $Q(s)$  متصلةً اوجد قيمة  $L$

الحل:

بما ان  $Q(s)$  متصل عندما  $s = 2$

$$\text{اذن } \text{نها} \rightarrow Q(s) = Q(2)$$

$$s = 2$$

ملاحظة:

تحسب النهاية من الامساواة والصورة من المساواة

$$\text{نها} \rightarrow s = 2$$

$$L + 1 = 2$$

$$L = 1$$

$$\text{ومنها } L = 3$$

### السؤال الثالث:

$$Q(s) = \begin{cases} s^2 - 2, & 1 \leq s \leq 3 \\ 2s + 1, & 3 < s \leq 5 \end{cases}$$

فجد متوسط التغير في الاقتران  $Q$  عندما تتغير  $s$  من 2 إلى 5

الحل:

$$\frac{Q(5) - Q(2)}{5 - 2} = \frac{(2^2 - 2) - (1 + 5)}{3} = \frac{(-2) - 6}{3} = -\frac{8}{3}$$

2. إذا كان متوسط التغير للاقتران  $Q$  في الفترة  $[1, 3]$  يساوي 4، وكان الاقتران  $H(s) = Q(s) - s$ ، فجد متوسط التغير للاقتران  $H$  في الفترة  $[1, 3]$ .

الحل:

$$\frac{H(3) - H(1)}{3 - 1} = \frac{(Q(3) - 3) - (Q(1) - 1)}{2} = \frac{Q(3) - Q(1)}{2} = 4$$

لكن

$$4 = \frac{Q(3) - Q(1)}{2} = \frac{Q(3) - (Q(1) - 1)}{2} = \frac{Q(3) - Q(1) + 1}{2}$$

$$q(3) - q(1) = \frac{2 - 8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

٣. إذا كان متوسط التغير للاقتران  $q$  في الفترة  $[1, 2]$  يساوي ٣ وكان الاقتران  $h(s) = q(s) - s^3$ ، فجد متوسط التغير للاقتران  $h$  في الفترة  $[1, 2]$

الحل:

$$\frac{h(s_2) - h(s_1)}{\Delta s} = \frac{s_2 - s_1}{\Delta s} = \frac{2 - 1}{1} = 1$$

$$\frac{(q(1) - q(2)) - (q(1) - q(2))}{3} = \frac{q(1) - q(2)}{3}$$

لكن

$$h = \frac{q(1) - q(2)}{3} \text{ ومنها } q(1) - q(2) = \frac{3h}{3} = \frac{3h}{3} = h$$

$$4 = \frac{q(1) - q(2)}{3} = \frac{3h}{3} = h$$

(ب)

١) اوجد المشتقة الاولى للاقتران  $q(s) = 1 - 3s$  باستخدام التعريف العام

$$\begin{aligned} \text{الحل: } & \frac{q(s+h) - q(s)}{h} \\ &= \frac{1 - 3(s+h) - (1 - 3s)}{h} \\ &= \frac{-3h}{h} \\ &= -3 \end{aligned}$$

٢) اوجد المشقة الاولى للاقتران  $Q(s) = s^3$  باستخدام التعريف العام عند  $s = 3$   
الحل :

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \\ &= \frac{Q(3+h) - Q(3)}{h} \end{aligned}$$

٣) اوجد المشقة الاولى للاقتران  $Q(s) = 6 + 2s$  باستخدام التعريف العام  
الحل :

$$\begin{aligned} Q(s) &= \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} \\ &= \frac{Q(2+s+h) - Q(2+s)}{h} \end{aligned}$$

### تدريب مهم جداً

٣) اوجد المشتقة الاولى للاقتران  $Q(s) = s^3 + 1$  باستخدام التعريف العام

٤)  $Q(s) = \frac{s^3 - 1}{s - 3}$  : اوجد المشتقة  $Q'(2)$  باستخدام التعريف العام

الحل:

$$\frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h}$$

$$Q(2) = \frac{Q(2+h) - Q(2)}{h}$$

$$\frac{2^3 - 2^2}{3-2} - \frac{2^3 - h^2}{3-h+2}$$

$$Q(2) = \frac{2^3 - h^2}{h} = \frac{2^3 - h^2}{h}$$

$$\frac{1}{1} + \frac{2}{1-h}$$

$$Q(2) = \frac{h}{2-h} = \frac{h}{2-h}$$

$$Q(2) = \frac{h}{(h-1)(h-2)}$$

$$2 = \frac{h}{h-1}$$

٥) اوجد المشتقة  $Q'(4)$  للاقتران  $Q(s) = s^3$  باستخدام التعريف العام

الحل:

$$\frac{Q(s+h) - Q(s)}{h} = \frac{Q(s+h) - Q(s)}{h}$$

$$Q(4) = \frac{Q(4+h) - Q(4)}{h}$$

$$= \frac{\frac{h}{4+h+4} - \frac{h}{4}}{h}$$

$$= \frac{\frac{h}{4+h+4} - \frac{h}{4}}{h} \times \frac{4}{4}$$

$$= \frac{(4) - (h+4)}{h}$$

$$= \frac{h}{h}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{h}{h(4h+4)} = \frac{1}{4} \\
 & h^2 + 4h - 1 = 0
 \end{aligned}$$

جـ) جـد المشتقـة الأولى لـكل مـا يـلي

١) إـذا كان  $q(s) = s^3 - 3s^2$

الـحل :

$$q(s) = s^3 - 3s^2 + 3s$$

٢) إـذا كان  $q(s) = s^3 + s^2$

الـحل :

$$q(s) = s^3 + s^2$$

٣) إـذا كان  $q(s) = s^3 + 2s^2 + 3s$

الـحل :

$$q(s) = s^3 + 2s^2 + 3s$$

$$q(s) = s^3 + 2s^2 + 3s$$

٤) إـذا كان  $q(s) = s^5 + 2s^4 - 4s^3$

الـحل :

$$q(s) = s^5 + s^4 - 4s^3$$

$$5) \text{ إذا كان } Q(s) = \frac{s^3 + 2}{s - 2} : s \neq 2$$

$$\frac{(s-2)(s^3+2) - (s^3+2)(s-2)}{(s-2)^2} = Q(s)$$

٦) إذا كان  $Q(s) = جتس + ظاً ٤ س$   
الحل:

$$Q(s) = -جاس + ٢ ظاً ٤ س قاً ٤ س \times ٤$$

$$7) \text{ إذا كان } Q(s) = (٤س + ١)٣ + هـ٣ + لو(s^3 + 1) \frac{هـ٣ + لو(s^3 + 1)}{س}$$

$$Q(s) = ١٢(٤س + ١)٥ + هـ٥ + س٣ + ١$$

د) ١. إذا كان ص = ع٣ + ع٢ ، ع = ٣ - ٢س٣ اوجد ، دص/دس

الحل:

$$\frac{دص}{د ع} = \frac{د ع}{د ع - ٢س} , \frac{د ع}{د ع} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= (٢ع٢ + ع٣) \times (٣ - ٢س٣) = (٢(٣ + س٣) \times (٣ - س٣) = ٦(٣س٣ + ٥)$$

الحل:

$$\frac{دص}{د ع} = \frac{د ع}{د ع - ٣س} , \frac{د ع}{د ع} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$= (١ - ٢ع) \times (-٣س) = ((١ - ٢س) \times (-٣س)) \times (٦ + ١س) = ٣س \times ٦س - ١٨س^٣$$

٣. إذا كان ص =  $\frac{1}{4s + 1}$  ، ع =  $4s^3 - 9$  ، اوجد ، دص/دس

$$\begin{aligned} \text{دص} &= \frac{1}{4s + 1} , \quad \text{دع} \\ \text{دع} &= \frac{1}{4s^3 - 9} , \quad \text{دص} \\ \text{دص} &\times \frac{\text{دع}}{\text{دع}} = \frac{\text{دع}}{\text{دص}} \\ \text{دص} &\times \frac{1}{4s^3 - 9} = \frac{1}{4s^3 - 9} \times 12s^2 \\ \text{دص} &= \frac{12s^2}{4s^3 - 9} \end{aligned}$$

٤. إذا كان ص =  $(4s^4 + s^2)^{-1}$  ، اوجد دص/دس

الحل :

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = 8(4s^4 + s^2)^{-1} \times \frac{s}{s}$$

٥. إذا كان ق(s) =  $(2s - 1)^{-1}$  وكان ق(s<sub>1</sub>) = ٤ ، اوجد قيمة s<sub>1</sub>

الحل :

$$Q(s) = 4(2s - 1)$$

$$Q(s_1) = 4(2s_1 - 1) = 4 \quad \text{ومنها } 2s_1 - 1 = 1 \quad \text{ومنها } s_1 = 1$$

٦. إذا كان ق(s) =  $s^3 + 2s + 1$  ، جد ق(٠)

الحل :

$$Q(s) = \frac{s^3 + 2s + 1}{4s^2 + 2s + 1}$$

$$Q(s) = 4s^3 - \frac{1}{4s^2 + 2s + 1} \quad \text{ومنها } Q(0)$$

$$Q(s) = 4s^3 - \frac{1}{(1 + 0 \times 2)^2} \quad \text{ومنها } Q(0) = 4 - 4 = 0$$

## السؤال الرابع:

١ ) اوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $Q(s) = 2s + \frac{1}{s}$  عندما  $s = 1$

الحل :

$$Q(1) = 3 = s_0$$

$$Q(s) = 2 + \frac{2}{s} \quad \text{و منها } Q(1) = 2.5 = m$$

$$s_0 - s_0 = m(s - s_0)$$

$$s_0 - 3 = 2.5(s - 1) \quad \text{و منها } s_0 = 2.5s + 0.5$$

٢ ) اوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $Q(s) = 3s^2 + 2s - 3$  عندما  $s = 1$

الحل :

$$Q(1) = 2 = s_0$$

$$Q(s) = 6s + 2 \quad \text{و منها } Q(1) = 8 = m$$

$$s_0 - s_0 = m(s - s_0)$$

$$s_0 - 2 = 8(s - 1) \quad \text{و منها } s_0 = 8s - \frac{6}{3}$$

٣ ) اوجد معادلة المماس لمنحنى الاقتران  $Q(s) = \frac{2s+1}{s^2+1}$  عند النقطة  $(3, 0)$

الحل :

$$2 \times 3 -$$

$$Q(s) = \frac{2}{(s^2+1)^2} \quad \text{و منها } Q(0) = -6 = \text{ميل المماس}$$

$$s_0 - s_0 = m(s - s_0)$$

$$s_0 - 3 = -6(s - 0) \quad \text{و منها } s_0 = 6s + 3$$

٤ ) يتحرك جسيم وفق الاقتران  $F(n) = n^3 - 27n - 12$  :  
ف المسافة التي يقطعها الجسم بالأمتار ،  $n$  الزمن بالثواني اوجد تسارع الجسيم  
عندما تنعدم سرعته

الحل :

$$U(n) = 3n^2 - 27, \quad \text{عندما ينعدم سرعته}$$

$$3n^2 - 27 = 0 \quad \text{و منها } 3n^2 = 27$$

$$\text{و منها } n^2 = 9 \quad \text{و منها } n = 3, -3 \quad \text{مرفوض}$$

$$T(n) = U(n) = 6n$$

$$T(2) = 6 = 3 \times 6 = 18 \text{ م/ث}$$

٥) يتحرك جسم وفق الاقتران ف :  $F(n) = n^3 - n^2 + 5$  :  
ف المسافة التي يقطعها الجسم بالأمتار ،  $n$  الزمن بالثواني اوجد سرعة الجسم  
عندما يكون تسارعه  $10 \text{ m/s}^2$

الحل :

$$\begin{aligned} U(n) &= 3n^2 - 2n , \\ T(n) &= U(n) = 6n - 2 \\ \text{عندما يكون تسارعه } &10 \text{ m/s}^2 \\ 6n - 2 &= 10 \text{ ومنها } n = 2 \text{ ث} \\ U(2) &= 6(2)^2 - 2 \times 2 = 20 \text{ m} \end{aligned}$$

٦) يتحرك جسم وفق الاقتران ف :  $F(n) = n^3 - 3n^2 + 15$  : ف المسافة التي يقطعها الجسم  
بالأمتار ،  $n$  الزمن بالثواني اوجد تسارع الجسم عندما تكون سرعته  $9 \text{ m/s}$

الحل :

$$\begin{aligned} U(n) &= 3n^3 - 3n^2 \\ \text{عندما تكون سرعته } &9 \text{ m/s} \\ 3n^3 - 3n^2 &= 9 \text{ ومنها } 3n^2 = 12 \\ \text{و منها } n^2 &= 4 \text{ ومنها } n = 2 \text{ - مرفوضه} \\ T(n) &= U(n) = 6n - 2 \\ T(2) &= 6 \times 2 = 12 \text{ m/s} \end{aligned}$$

٧) يتحرك جسم وفق الاقتران ف :  $F(n) = 2n^3 - 6n$  : ف المسافة التي يقطعها الجسم  
بالأمتار ،  $n$  الزمن بالثواني اوجد تسارع الجسم عندما تكون سرعته  $8 \text{ m/s}$

الحل :

$$\begin{aligned} U(n) &= 6n^3 - 6n , \text{ عندما تكون سرعته } 8 \text{ m/s} \\ 6n^3 - 6n &= 48 \text{ ومنها } 6n^2 = 54 \\ \text{و منها } n^2 &= 9 \text{ ومنها } n = 3 \text{ - مرفوضه} \\ T(n) &= U(n) = 12n \\ T(3) &= 12 \times 3 = 36 \text{ m/s} \end{aligned}$$

٨) يتحرك جسم وفق الاقتران ف :  $F(n) = n^3 - 2n^2 + 7$  : ف المسافة التي يقطعها الجسم  
بالأمتار ،  $n$  الزمن بالثواني اوجد سرعة الجسم عندما يصبح تسارعه  $12 \text{ m/s}^2$

الحل :

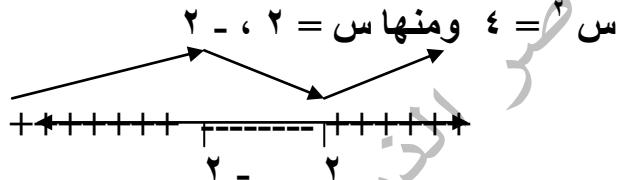
$$\begin{aligned} U(n) &= 3n^3 - 2n^2 \\ T(n) &= U(n) = 6n \\ \text{عندما يصبح تسارعه } &12 \text{ m/s}^2 \\ 6n &= 12 \text{ ومنها } n = 2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

## السؤال الخامس:

١) إذا كان  $q(s) = \frac{2}{3}s^3 - 8s^2 + 2$  اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران  $q$

الحل :

$$q(s) = 2s^2 - 8s + 2$$



اذن متزايد  $(-\infty, 2)$  ، متناقص  $[2, \infty)$  ،

٢) إذا كان  $q(s) = s(8 - s^2)$  اوجد

١ - فترات التزايد والتناقص للاقتران  $q$

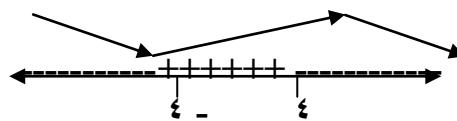
٢ - القيم العظمى والصغرى ان وجدت

الحل :

$$q(s) = 8s - s^3$$

$$q(s) = 8 - 3s^2$$

$$s^2 = 16 \text{ ومنها } s = 4, -4$$



١) اذن متناقص  $(-\infty, -4)$  ، متزايد  $[4, \infty)$  ،

٢)  $(-4, 4)$  صغرى

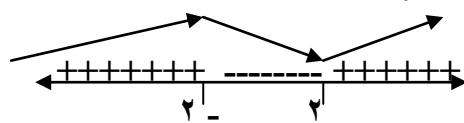
$(4, \infty)$  عظمى

٣) إذا كان  $q(s) = 2s^3 - 24s^2 + 2$  اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران  $q$

الحل :

$$q(s) = 6s^2 - 24$$

$$s^2 = 4 \text{ ومنها } s = 2, -2$$

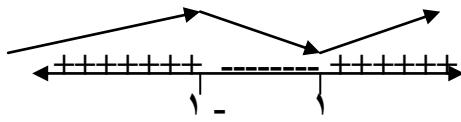


اذن متزايد  $(-\infty, -2)$  ، متناقص  $(-2, 2)$  ،

متناقص  $[2, \infty)$

٤) إذا كان  $Q(s) = s^3 - 3s + 1$  اوجد القيم العظمى والصغرى للاقتران  $Q$   
الحل :

$$Q(s) = s^3 - 3s \quad \text{و منها } 3s^2 - 3 = 0 \\ s^2 = 1 \quad \text{و منها } s = 1, -1$$



اذن متزايد  $(-\infty, 1]$  ،  $[1, \infty)$   
متناقص  $[1, -1]$

٥) إذا كان  $Q(s) = 12s - s^3$  اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران  $Q$

الحل :

$$Q(s) = 12 - 3s^2 \quad \text{و منها } 3s^2 = 12 \\ s^2 = 4 \quad \text{و منها } s = 2, -2$$

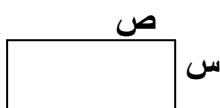


اذن متناقص  $(-\infty, -2]$  ،  $[2, \infty)$   
متزايد  $[-2, 2]$

## السؤال السادس:

أ) قطعة ارض مستطيلة الشكل مساحتها  $3750$  م<sup>٢</sup> ، يراد احاطتها بسياج ، إذا كانت تكلفة المتر الواحد من جانبيين متوازيين  $(3)$  دينار ومن الجانبيين الآخرين دينارين ، جد أبعاد الأرض لتحقيق اقل تكلفة .

الحل :



$$\text{المحيط} = ح = 2s + 2ص \\ ك = 2 \times 3s + 2 \times 2ص \\ \text{لكن } م = s \times ص = 3750$$

$$\text{و منها } ص = \frac{s}{3750 \times 4}$$

$$ك = 6s + \frac{s}{3750 \times 4}$$

$$ك = 6s - \frac{s}{3750 \times 4 \times 2}$$

$$ك = \frac{s}{3750 \times 4 \times 2}$$

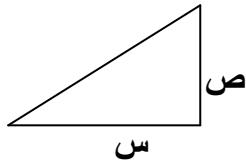
عندما  $s = 25$  ،  $ك = 0$  له قيمة صغيرة

عندما  $s = -25$  ،  $ك = 0$  له قيمة كبيرة

يكون له اقل تكلفة عندما  $s = 0$  و منها  $ص = 150$

ب ) إذا كان مجموع طول ضلعي القائمة في مثلث قائم الزاوية يساوي ٤٠ سم فجد أكبر مساحة ممكنة للمثلث.

الحل :



$$\text{نفرض ان القاعدة} = س$$

$$\text{الارتفاع} = ص$$

$$س + ص = ٤٠$$

$$م = \frac{٢}{١} س \times ص \quad \text{لكن} \quad ص = ٤٠ - س$$

$$م = \frac{٢}{١} س \times (٤٠ - س) = ٢٠ س - \frac{٢}{١} س^٢$$

$$م = ٢٠ - س$$

$$٢٠ - س = ٠ \quad \text{ومنها} \quad س = ٢٠$$

$$م = - \quad \text{اذن له قيمة عظمى عندما} \quad س = ٢٠ \quad \text{ومنها} \quad ص = ٢٠$$

$$\text{اكبر مساحة} \quad م = ٢٠ \times ٢٠ = ٤٠$$

ج ) لدى مزارع ( ٥٠٠ ) متر من الأسلاك الشانكة ، إذا أراد المزارع تسييج قطعة ارض مستطيلة الشكل ، ما بعدها قطعة الأرض المستطيلة اللذان يجعلان مساحتها اكبر ما يمكن

الحل :



$$\text{المحيط} = ح = ٢ س + ٢ ص$$

$$٢ س + ٢ ص = ٥٠٠$$

$$\text{لكن} \quad م = س \times ص$$

$$\text{لكن} \quad ص = ٢٥٠ - س$$

$$م = س \times (٢٥٠ - س) = ٢٥٠ س - س^٢$$

$$م = ٢٥٠ - ٢ س$$

$$٢ س = ٠ \quad \text{ومنها} \quad س = ١٢٥$$

$$م = - \quad \text{اذن يكون له اكبر مساحة عندما} \quad س = ١٢٥ \quad \text{وقيمة} \quad ص = ١٢٥$$

د ) جد العدددين اللذين مجموعهما ٩٠ وحاصل ضرب أحدهما في مربع الآخر اكبر ما يمكن

الحل :

نفرض ان العدد الاول س

الثاني ص

$$س + ص = ٩٠ \quad \text{ومنها} \quad ص = ٩٠ - س$$

$$ق(س) = س^٢ \times ص$$

$$ق(س) = س^٢ (س - ٩٠) = س^٣ - س^٢$$

$$ق(س) = ١٨٠ س - ٣ س^٢$$

$$١٨٠ س - ٣ س^٢ = ٠ \quad \text{ومنها} \quad س(١٨٠ - ٣ س) = ٠$$

$$\text{ومنها} \quad س = ٦٠ , ٠ = ٠$$

$$ق(س) = ١٨٠ - ٦ س$$

$$ق(٠) = ٦ - ١٨٠ = ٦ - ١٨٠ = ٦ - ١٨٠ + \text{له قيمة صغرى}$$

$$ق(٦٠) = ٦ - ١٨٠ = ٦ - ٦٠ = - ٦٠ + \text{له قيمة عظمى}$$

$$\text{اكبر ما يمكن عندما} \quad س = ٦٠$$

$$\text{اذن} \quad ص = ٣٠$$

هـ ) يراد صنع صندوق مفتوح من الاعلى من قطعة مربعة الشكل طول ضلعها ١٢ سم و ذلك بقطع اربع مربعات متساوية من اطوال اضلاعها الاربعة ثم ثي الأجزاء البارزة للأعلى او جد اكبر حجم يمكن صنعه بهذه الطريقة

الحل :

$$\begin{aligned}
 H &= \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع} \\
 H &= (12 - 2s)(12 - 2s)(s) \\
 H &= 114s - 4s^3 \\
 H &= 144s - 144s + 12s^2 \\
 H &= 12s^2 + 12s^2 = 24s^2 \\
 24s^2 &= 0 \quad \text{و منها } s = 6 \\
 H &= 6 - 96 + 96s \\
 \text{عندما } s = 2 &= H - \text{له قيمة عظمى} \\
 \text{عندما } s = 6 &= H + \text{له قيمة صغرى} \\
 \text{اذن يكون اكبر حجم عندما } s = 2 &= 2 \times 8 \times 8 = 128 \text{ سم} \\
 H &= 128 \text{ سم}
 \end{aligned}$$

و ) اذا كان لديك سلك طوله ٨٠ م اوجد مساحة اكبر قطعة ارض مستطيلة يمكن سياجها

الحل :

$$\begin{aligned}
 2s + 2s &= 80 \text{ ص} \\
 \text{و منها } s &= 40 - s \\
 m &= s \times s \\
 s(40 - s) &= 40s - s^2 \\
 m &= 40 - 2s \quad \text{و منها } 40 - 2s = 0 \\
 20 &= 2s \quad \text{و منها } s = 20 \\
 m &= 20 \times 20 = 400 \text{ م}^2
 \end{aligned}$$

## السؤال السابع:

أ ) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو  $D(s) = 60 - s^2$  و اقتران التكلفة الكلية  $K(s) = 20 + 8s$ ، حيث  $s$  عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما ، فجد الربح الحدي .

الحل :

$$\begin{aligned}
 \text{الربح الكلي} &= \text{الإيراد الكلي} - \text{التكلفة الكلية} \\
 R(s) &= 60 - s^2 - 8s - 20 \\
 &= -s^2 + 52s - 20 \\
 R(s) &= -2s + 52 \quad \text{الربح الحدي}
 \end{aligned}$$

ب ) ينتج مصنع للحواسيب س جهازاً أسبوعيا ، فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي تعطى بالعلاقة :  $\text{ك}(س) = ٣٠٠ + ٥٠س + س^٢$  وكان المصنع يبيع الجهاز الواحد بمبلغ ( ٢٥٠ ) دينار ، فجد ما يأتي

١ ) اقتران الإيراد الكلي

٢ ) اقتران الربح الكلي

٣ ) عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيا ليحقق أكب ربح

الحل :

١ ) الإيراد الكلي = عدد الأجهزة  $\times$  ثمن الجهاز الواحد

$$\text{د}(س) = ٢٥٠س$$

٢ ) الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

$$\text{ر}(س) = ٢٥٠س - ٣٠٠ - ٥٠س - س^٢$$

$$= س^٢ + ٢٠٠س - ٣٠٠$$

٣ ) عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيا ليحقق أكب ربح

$$\text{ر}(س) = ٢س + ٢٠٠$$

$$٢س + ٢٠٠ = ٠ \text{ ومنها } س = ١٠٠$$

$$\text{ر}(س) = ٢ - \text{ يكون له أكب ربح عندما يكون } س = ١٠٠$$

ج ) ينتج مصنع لانتاج اجهزة الكترونية ان التكلفة الإنتاج الكلية لانتاج س من الاجهزه اسبوعيا

تعطى بالعلاقة :  $\text{ك}(س) = ٥٠س + ٣٠٠$  وكان المصنع يبيع الجهاز الواحد

بمبلغ ( ٢٠٠ - س ) دينار ، فجد عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيا ليحقق أكب ربح

الحل : الإيراد الكلي = عدد الأجهزة  $\times$  ثمن الجهاز الواحد

$$\text{د}(س) = س(٢٠٠ - س) = ٢٠٠س - س^٢$$

الربح الكلي = الإيراد الكلي - التكلفة الكلية

$$\text{ر}(س) = ٢٠٠س - س^٢ - ٣٠٠$$

$$= س^٢ + ١٥٠س - ٣٠٠$$

عدد الأجهزة التي يجب أن يبيعها المصنع أسبوعيا ليحقق أكب ربح

$$\text{ر}(س) = ٢س + ١٥٠$$

$$٢س + ١٥٠ = ٠ \text{ ومنها } س = ٧٥$$

$$\text{ر}(س) = ٢ - \text{ يكون له أكب ربح عندما يكون } س = ٧٥$$

انتهت الأسئلة مع تمنياتي لكم بالنجاح ناصر ذينات