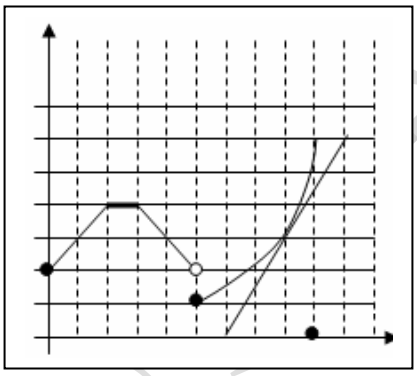
السـؤال الأول:

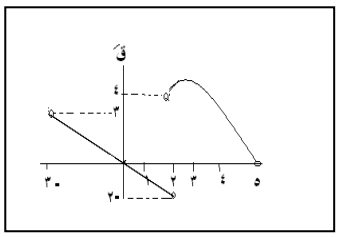
١) في الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على [٠ ، ٩] اجب عما يلي



١. مجموعة قيم أ حيث نهـــا ق(س)=٤
س ← أ-
٢ . مجموعة قيم أ حيث نهـــا ق(س) = ٢
س ←أ+
٣ . قيم س التي تجعل ق(س) غير متصل هي
٤. للاقتران نقاط حرجة عندما س تساوي هي
٥ . للاقتران قيم صغرى محلية وهي
٦ . الفترات التي يكون الاقتران ق(س) فيها متزايد
٧. للاقتران قيم عظمى محلية ومطلقة وهي
٨. للاقتران قيم صغرى مطلقة وهي
٩. اذا كان ق(س) كثير حدود على الفترة [٥ ، ٩) من الدرجة الثانية ، جد قاعدة الاقتران علماً بان (٨ ، ٣) نقطة تماس.
١٠. جد قَ(٨) ، قَ (٢.٥) ، قَ(٤) ،
١١. قيم س التي يكون قَ(س) غير موجودة
١٢. اوجد متوسط التغير في الفترة [٠، ٤]
١٣. اوجد متوسط التغير في الفترة [٥، ٩]
١٤. جد فترات التقعر للاقتران ق(س) ان وجدت

السـؤال الثاني:

) الرسم التالي يمثل المشتقة الاولى للاقتران المعرف على الفترة [-٣ ، ٥] اجب عما يلي



١ . النقاط التي يكون عندها نقطة حرجة هي

س = {-٣ ، ٠ ، ٢ ،٥}

٢ . اوجد للاقتران القيم القصوى ان وجدت وبين نوعها

ج:

(٢ ، ق(٢))صغرى محلية، (٠ ، ق(٠))عظمى محلية،

٣ . فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س) ان وجدت
← متزايد [-٣ ، ٠] ،[٢ ، ٥]
← متناقص [٠ ، ٢]

٤ . اذا ان ق(س) المعرف على الفترة [-٣ ، ٢] هو كثير حدود من الدرجة الثانية اكتب قاعدة الاقتران علماً بان (٠ ، ٥) عظمى محلية ، ق(-٣) = ٦

ج:

ق(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ على الفترة [-٣ ، ٢] اكمل الحل

٥ . فترات التزايد والتناقص للاقتران قَ(س) ان وجدت
٦ . فترات التقعر للاقتران ق(س) ان وجدت ، وبين نوعه
٧ . نقاط الانعطاف للاقتران ق(س) ان وجدت

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

0788241724

السـؤال الثالث:

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لها .

١. إذا كانت نهـــا ق(س)=٥ وكان ق(٣) =-٥
س ← ٣
فان نهـــا (٧+ ق(٣س))=
س ← ١
أ) ٤ ب) ٣ جـ) ٢ √د) ١٢

٢. إذا كانت نهـــا ق(س)=٨
س ← ٢
فان نهـــا ([٠.٣ س + ٢]+ ق(س +١))=
س ← ١
√أ) ١٠ ب) ٧ جـ) ٧٢ د)غير موجودة

٣. إذا كانت نهـــا ق(س)=٢،
س ← ١
وكان نهـــا هـ(س) =-٤
س ← ١
فان نهـــا (ق^{٣}(س)- هـ(س)/٢ -١١)=
س ← ١
أ) -٣ ب) -١١ √جـ)-١ د) – ٧

٤. إذا كانت نهـــا ق(س)=٢ وكان ،
س ← ١
نهـــا (ق^{٢}(س) + هـ(س)– س) = ٢ فان
س ← ١
نهـــا هـ^{٢}(س)
س ← ١
أ) ١٠ ب) ٤ جـ) -١ √د) ١

٥. إذا كان ق(س) متصلا عندما س= ١
وكانت نهـــا ق(س) = ٥ فان
س ← ١ ◌
نهـــا (ق^{٢}(س) – [س- ٢/١])
س ← ١
أ) ٢٤.٧٥ ب) ٥ √جـ)٢٥ د)٢٤

٦. إذا كانت نهـــا ق(٢س - ١)= ٥
س ← ١
وكان ق(٣) =٤
فان نهـــا (٣ق^{٢}(س)- ٦س + ١)=
س ← ١
أ) ٢٥ ب) ٤٣ √جـ) ٧٠ د) ٧٤

٧. قيمة نهـــا $\frac{\sqrt{س^{٣}-١}}{\sqrt{س-١}}$: س ≠ ١
س← ١
أ) صفر ب) (٢)٢/١ جـ) (٣)$^{٢/١}$ √د) غير موجودة

٨. قيمة نهـــا $\frac{|٣-٢س|-٩}{س+٣}$: س ≠ ٣
س← -٣
أ) صفر ب) -١ √جـ) -٢ د) ٢

٩. إذا كان نهـــا $\frac{(س+١)^{٢}-١}{س}$
س← ٠
أ) -٣ ب) صفر √جـ) ٢ د) ١

١٠. نهـــا $(\frac{٤-س}{س})(\frac{٤}{س^{٢}-١٦})$
س← ٤
أ) ٨/١ ب) صفر √جـ) -٨/١ د) غير موجودة

١١. نهـــا $(\frac{٣}{س-٢}-\frac{١٢}{س^{٢}-٤})$
س← ٢
أ) ٤/١ √ب) ٤/٣ جـ) صفر د) غير موجودة

١٢. نهـــا $(\frac{١}{س-٢})(\frac{١}{س}-\frac{١}{٢})$
س← ٢
أ) صفر ب) ٤/١ √جـ) – ٤/١ د) غير موجودة

١٣. قيمة نهـــا $\frac{س^{٢}+س-٢}{س^{٢}-١}$
س← ١
أ) ١ ب) ٢ √جـ) ١.٥ د) صفر

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

١٥. قيمة نهـــا $\frac{\text{جتا ٣ س}}{\text{س} - \frac{\pi}{٢}}$ ، س ← $\frac{\pi}{٢}$

√أ) ٣ ب) صفر جـ) -٣ د) ١

١٦. قيمة نهـــا $\frac{\sqrt{١ - \text{جتا ٢ س}}}{\sqrt{٢}\ \text{س}}$ ، س ← ٠

أ) ١ ب) -١ جـ) صفر √د) غير موجودة

١٧. قيمة نهـــا $\frac{١ - \text{جتا ٤ س}}{\text{س جا س}}$ ، س ← ٠

أ) -٨ √ب) ٨ جـ) صفر د) غير موجودة

١٨. قيمة نهـــا $\frac{١ - \text{جا ٢س} - \text{جتا}^{٢}\text{س}}{\text{س}}$ ، س ← ٠

√أ) -٢ ب) -١ جـ) صفر د) ٢

١٩. قيمة نهـــا $\frac{٢\ \text{س}^{٢}}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢}$ ، س ← ١

أ) ٤ √ب) -١ جـ) -٢/١ د) ٢

٢٠. قيمة نهـــا $\frac{(٣\ \text{س} + ١)^{٢} - ١٦}{\text{س} - ١}$ ، س ← ١

√أ) ٢٤ ب) -٤ جـ) -١٤ د) صفر

٢١- إذا كان ق (س) = $\text{س}^{٣}$ فإن نهـــا $\frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(٣)}{\text{س} - ٣}$ ، س ← ١ تساوي

أ) صفر ب) ٣ √جـ) ١٣ د) ٢٧

٢٢. إذا كان ق(س) = { [٢ س - ١] ، س < ٢ ; | ١ - ٢ س | ، س ≥ ٢ }

فإن نهـــا ق(س) تساوي ، س ← ٢^{+}

أ) -٣ ب) ٧ جـ) ٦ √د) ٣

٢٣- إذا كان ق (س) = م $\text{س}^{٣}$ + ٢ س

وكانت نهـــا $\frac{\text{ق(س)} - \text{ق}(٢)}{\text{س} - ٢}$ = ١٤ ، س ← ٢

فإن قيمة الثابت م =

أ) ٣/١ ب) ٢/١ √جـ) ١ د) ٣

٢٤. إذا كان ق(س) = { $\text{س}^{٢}$ + ٨ : س ≠ ٤ ; ٥م - ١٦ : س = ٤ }

فإن قيمة م التي تجعل الاقتران متصل عند س= ٤ هي

أ) -٨ ب) ٥/٨ جـ) ٨/٥ √د) ٨

٢٥ . اذا كان

ق(س) = $\frac{١}{\sqrt{\text{س} - ٢}}$ على فترة من الفترات

الاتية يكون الاقتران متصلاً

أ) [٢ ، ∞] ب)(-∞، ∞) جـ) (٢، ∞) د) [١ ، ٢]

٢٦.إذا علمت أن متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٢، ٤] يساوي ٣ وان ق(٢) = ١١ فما قيمة ق(٤) =

أ)-١٧ ب) -٥ جـ) ٥ √د) ١٧

٢٧.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٥ وكان ق(١)×ق(٣)= ١٢

وكان هـ(س) = $\frac{١}{\text{ق(س)}}$ جد قيمة

متوسط التغير للاقتران هـ(س) في الفترة نفسها

أ)١٢/٥ √ب) -١٢/٥ جـ) ٥/١ د) -٥/١

٢٨.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٤ وكان ق(١)×ق(٣)= ٢

وكان هـ(س) = $\frac{١}{\text{ق(س)}}$ جد قيمة متوسط التغير

للاقتران هـ(س) في الفترة نفسها

أ)٢/١ √ب) -٢ جـ) ٤/١ د) -٢/١

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

٢٩.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) ٤ س ^{٢} – أ في الفترة [ب ، ٢] يساوي (- ٤) فان قيمة ب ؟
أ)-٢ √ ب) -٣ جـ) -٤ د) ٢٠

٣٠.إذا كان ل(س) = س ق(س) وكان متوسط التغير للاقتران ل (س) في الفترة [-٢، ٤] يساوي ١٢ وان ل(٤) = ٦ فما قيمة ق(-٢)=
أ)٣٩ ب) -٩ √ جـ) ٣٣ د) – ٦٦

٣١.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = س^{٢}-١ يساوي ٥ عندما س= س$_{١}$ ،Δس=٢ فان قيمة س$_{١}$ تساوي
أ)٤ ب) -٢/٣ جـ) -٤ √د) ١.٥

٣٢.إذا كان ق(س) = ٢س^{٢} - ٣ فان ميل القاطع لمنحنى ق(س) المار بالنقطتين (٢، ق(٢)) ، (-١ ، ق(-١)) يساوي :
أ)-٢ ب) ٦ √جـ) ٢ د) ٣

٣٣.إذا كان ق(س) = أ س^{٢} وكان مقدارمتوسط التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [- ٢ ، ٤] يساوي ٢٤ فان قيمة أ ؟
أ)١.٢ ب) ١٢ √جـ) ٢ د) ٧.٢

٣٤. متوسط التغير للاقتران ق(س) = | ٣ – ٤ س | عندما تغير س من (-١) إلى (٤) يساوي
√أ)٥/٦ ب) -٥/٢٤ جـ) ٢ د) ١٠

٣٥.إذا كان ق(س) = س^{٢}+ هـ (س)

هـ (س) = { س^{٢} + ١ ، ١ ≤ س < ٥ ؛ ١٠ ، ٥ ≤ س ≤ ٧ }

فان مقدار متوسط التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [١، ٥] يساوي
أ)٣٧ ب) ٢٨ √جـ) ٨ د) ٢

٣٦.صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بالحرارة محافظة على شكلها ، إذا زاد طول ضلعها من ٥ سم إلى ٥.١ سم فان مقدار التغير في مساحتها بالسم ^{٢} يساوي
√أ) ١.٠١ ب) ١٠.١ جـ)٢٦.٠١ د) ٢٦٠.١

٣٧. إذا كان ق(س) متصل على ح وكان نهـــــا ق(س) = ٣.٥ ، وكان قَ(س) = ٥ فان ق(٣)= س ← ٣
أ) ١.٥ √ب) ٣.٥ جـ) -٣.٥ د) ٣

٣٨.إذا علمت أن متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [٢، ٤] يساوي ٣ وان ق(٢) = ١١ فما قيمة ق(٤) =
أ)-١٧ ب) -٥ جـ) ٥ √د) ١٧

٣٩.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٥ وكان ق(١)×ق(٣)= ١٢
وكان هـ(س) = ١ / ق(س) جد قيمة
متوسط التغير للاقتران هـ(س) في الفترة نفسها
أ)١٢/٥ √ب) -١٢/٥ جـ) ٥/١ د) -٥/١

٤٠.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٤ وكان ق(١)×ق(٣)= ٢
وكان هـ(س) = ١ / ق(س) جد قيمة متوسط التغير
للاقتران هـ(س) في الفترة نفسها
أ)٢/١ √ب) -٢ جـ) ٤/١ د) -٢/١

٤١.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) ٤ س ^{٢} – أ في الفترة [ب ، ٢] يساوي (- ٤) فان قيمة ب ؟
أ)-٢ √ ب) -٣ جـ) -٤ د) ٢٠

٤٢.إذا كان ل(س) = س ق(س) وكان متوسط التغير للاقتران ل (س) في الفترة [-٢، ٤] يساوي ١٢ وان ل(٤) = ٦ فما قيمة ق(-٢)=
أ)٣٩ ب) -٩ √ جـ) ٣٣ د) – ٦٦

إعداد المعلم ٤
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

٤٣.إذا كان متوسط التغير للاقتران ق(س) = س^{٢}-١ يساوي ٥ عندما س= س$_{١}$ ،Δس=٢ فان قيمة س$_{١}$ تساوي
أ)٤ ب) -٢/٣ جـ) -٤ √د) ١.٥

٤٤.إذا كان ق(س) = ٢س^{٢} - ٣ فان ميل القاطع لمنحنى ق(س) المار بالنقطتين (٢، ق(٢)) ، (-١ ، ق(-١)) يساوي :
أ)-٢ ب) ٦ √جـ) ٢ د) ٣

٤٥.إذا كان ق(س) = أ س^{٢} وكان مقدارمتوسط التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [- ٢ ، ٤] يساوي ٢٤ فان قيمة أ ؟
أ)١.٢ ب) ١٢ √جـ) ٢ د) ٧.٢

٤٦. متوسط التغير للاقتران ق(س) = | ٣ – ٤ س | عندما تغير س من (-١) إلى (٤) يساوي
√أ)٥/٦ ب) -٥/٢٤ جـ) ٢ د) ١٠

٤٧.إذا كان ق(س) = س^{٢}+ هـ (س)
هـ (س) = { س^{٢} + ١ ، ١ ≤ س < ٥ ؛ ١٠ ، ٥ ≤ س ≤ ٧ }
فان مقدار متوسط التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [١، ٥] يساوي
أ)٣٧ ب) ٢٨ √جـ) ٨ د) ٢

٤٨.صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بالحرارة محافظة على شكلها ، إذا زاد طول ضلعها من ٥ سم إلى ٥.١ سم فان مقدار التغير في مساحتها بالسم ^{٢} يساوي
√أ) ١.٠١ ب) ١٠.١ جـ)٢٦.٠١ د) ٢٦٠.١

٤٩. يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل يعطى وفق ف(ن) = ٣ ن ٣ + ٩ ما سرعة الجسيم بعد ٢ث ؟
√أ)٣٦م/ث ب) ٤٥م/ث جـ) ٣٣م/ث د) ٢٧م/ث

٥٠.إذا كان ق(س) = س^{٣} فان
نهـــا (ق (س) – ق (٣)) / (س - ٣) = س← ٣
أ) صفر ب) ٣ جـ)١٣ √د) ٢٧

٥١.إذا كان ق(س) = س^{٣} فان
نهـــا (ق (س) – ق (٣)) / (س - ٣) = س← ١
أ) صفر ب) ٣ √جـ)١٣ د) ٢٧

٥٢. إذا كان ق(س) = م س^{٣} + ٢س وكانت
نهـــا (ق (س) – ق (٢)) / (س - ٢) = ١٤ س← ٢
فان قيمة الثابت م =
أ) ٣/١ ب) ٢/١ √جـ)١ د) ٣

٥٣.إذا كان قَ(-٧) = ٣ فان
نهـــا (ق (- ٧ + هـ) – ق (- ٧)) / (- ٣ هـ) = هـ ← ٠
أ)٣ ب) -٣ √جـ) -١ د) ١

٥٤.اوجد
نهـــا (٥ (٢ + هـ)^{٣} – ٤٠) / (١٠ هـ) = هـ ← ٠
أ)٣ ب) -٣ √جـ) ٦ د) ١.٢

٥٥.اذا كان قَ (٣) = ٤ ، ق(٣) = ٢ اوجد
نهـــا (ق (٣) – ق (س)) / (٢ س - ٦) = س ← ٣
أ)٢ ب) -٤ √جـ) -٢ د) ٤

٥٦.ذا كان ق(١)= -٣ وكان قَ(١) = ٥ فان
نهـــا (س - ٢ ق(س))= س ← ١
√أ) ٧ ب) -٧ جـ) -٦ د) ٦

إعداد المعلم ٥
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

٥٧.إذا كان ق(س) متصل على ح وكان
نهـــــا ق(س) = ٣.٥ ، وكان قَ(س) = ٥
س ← ٣
فان ق(٣)=
أ) ١.٥ √ب) ٣.٥ جـ) -٣.٥ د) ٣

٥٨.جد معدل تغير مساحة المربع بالنسبة الى محيطه عندما يكون محيطه (٢٤) سم .
√أ)٣سم٢ /سم ب) ٤سم٢ /سم جـ) ٦سم٢ /سم

٥٩.إذا كان ص = ظتا ن ، $\frac{\text{د ن}}{\text{د س}}$ = ٢،
فجد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ عندما ن = $\frac{\pi}{٦}$ تساوي
أ)٣/٤ ب) ٨ جـ) ٤٨ √د) -٨

٦٠.إذا كان ق اقتران معرفاً على ح ، وكان ق(١) = ٤ ،هـ (س) = س٢ – ٣ ، (هـ ٥ ق) َ(١)=١٦ فان قيمة قَ(١) تساوي
أ) ٢٤ ب) ١٢ جـ) ٨ √د) ٢

٦١.إذا كان ق(س) = س (|س|)٧ وكان هـَ (١) =٣ ،هـ(١)= ١ فما قيمة (ق٥ هـ) َ (١)
√أ)٢٤ ب) -٢٤ جـ) ٧ د)-١٠
ملاحظة :
حل السؤال مرة أخرى عندما هـ (١) = - ١

٦٢. إذا كان (ق٥ هـ) َ(٤) = ١٦ ،
ق(س) = س٢ + ٨ ، هـَ (٤) = ٨ فان هـ(٤)=
أ) صفر √ب) ١ جـ) ٣ د) ٦

٦٣. إذا كان ق(س)= $\frac{١}{\text{س}}$ ، س ≠ صفر ،
هـ(س) = ٢س٣ – س ، فان قيمة (ق٥ هـ) َ(١) =
أ) ١ ب) ٥ جـ) - ١ √د) -٥

٦٤. إذا كان ق(س)= س٢ – ٢س ، وكانت هـَ(٢) =٦ ، (ق٥ هـ) َ(٢) = ٤٨ فما قيمة هـ (٢) ؟
أ) صفر ب) ٨ جـ) ١٢ √د) ٥

٦٥. إذا كان ق(س)= جاس ، هـ(س) = ٢س فان قيمة (هـ ٥ ق) َ (٦/π) تساوي
أ) ١ ب) ٢/٩ جـ) -١ √د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$
ملاحظة :
حل السؤال مرة أخرى لو كان المطلوب
(هـ ٥ ق) َ (٦/π)

٦٦. إذا كان ق(س)= س٣ - ٢ ، فما قيمة (قَ٥ ق) َ(١) تساوي
√أ) - ١٨ ب) -٩ جـ) ٩ د) ١٨

٦٧.إذا كان ق(س) = س جاس فان قَ (س) تساوي
أ) - س جتا س √ب) – س جاس + ٢ جتا س
جـ) – س جاس جتاس د) – جا س

٦٨.إذا كان ق(س) = س٢ ، هـ (١) = ٣ ، هـَ (١)= ٥ ، هـَ(١) = -٢ فان (ق٥ هـ)َ(١)يساوي
أ)٢٦ ب) ٤ جـ) ٣ √د) ٣٨

٦٩.إذا كان ق(س)= ٣س٢ فان قَ(١) تساوي
أ)٦ س √ب) ٦ جـ) ٣.٥ د)١.٥

٧٠.إذا كان ق(س) ، هـ (س) اقترانين قابلين للاشتقاق بحيث أن قَ(س) = هـ(س) ، هـَ(س)=- ق(س) ، فان ق(٤) (س) تساوي
أ) هـ (س) ب) - ق(س) √جـ) ق(س) د) - هـ (س)

٧١.إذا كان (ق٥ هـ) َ(٣) = ١٥ ، ق(س)= س٢ - ٩ ، هـَ (٣) = ٥ فان هـ(٣)=
أ) صفر √ب) ١.٥ جـ) ٣ د) ٦

٧٢. إذا كان ق(س)= س٣ + س٢ ، هـ (س) = س ٢
فان قيمة (قَ٥ هـ) َ(١) تساوي
√أ) ١٢ ب) ٦ جـ) ١٠ د) ١٦

٧٣ .إذا كان ق(س) = س ٢ (|س|)٥ وكان هـَ (٢) =٤ ،هـ(٢)= -١ فما قيمة (ق٥ هـ) َ(٢)
√أ)-٢٨ ب) ٢٨ جـ) ٧ د)-١٠

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

٧٤.إذا كان ق(س) قابلاً للاشتقاق ، وكان ق(س^{٣} + ١) = س ، فان قَ(٩)
√أ) ١٢/١ ب) ٦/١ جـ) ١ د) ٢

٧٥.إذا كان لمنحنى الاقتران ق(س)مماساً أفقيا عند النقطة (٢ ، ٣) ، فان معادلة العمودي على المماس عند تلك النقطة هي :
√أ) س=١ ب) ص = ٣ جـ) ص= ٠ د) س=٠

٧٦.إذا كان المماس لمنحنى ق(س) = أ س^{٢} – ٩ يوازي المستقيم هـ (س) = س + ٣ عندما س = ١ فان قيمة أ تساوي
أ) ٢ ب) ١ جـ) – ٠.٥ √د) ٠.٥

٧٧.كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطة هو قَ(س)= ٢(س- ٣)^{٢}(س-١)^{٣}(س-٥)^{٤} فما جميع قيم س التي يوجد عنده قيم صغرى محلية لمنحنى الاقتران ق(س)؟
أ) {٥} ب) { ٣، ٥} جـ) {٢ ، ١ } √د) { ١ }

٧٨.إذا كان هـ(س) = ٤ س^{٣} – ١٢ س^{٢}+ ١٠س – ٣ فان ميل المماس لمنحنى الاقتران هـ(س) عند النقطة التي تكون فيها قيمة المشتقة الثانية مساوية للعدد ٢٤ يساوي
أ) -٢ √ب) ١٠ جـ) ٢٤ د) ٤٦

٧٩. يتحرك جسيم على خط مستقيم بحيث أن بعده عن نقطة الأصل يعطى وفق ف(ن) = ٣ ن ^{٣} + ٩ ما سرعة الجسيم بعد ٢ث ؟
√أ) ٣٦م/ث ب) ٤٥م/ث جـ) ٣٣م/ث د) ٢٧م/ث

٨٠.إذا كان ق(س) معرفاً على الفترة[٠ ، ٣] وقابلاً للاشتقاق في الفترة (٠ ، ٣) حيث

$$قَ(س) = \frac{س - ٢}{س + ١}$$

فان جميع قيم س التي يوجد عندها قيم حرجة للاقتران ق (س) هي
أ) {٠ ، -١ ، ٢ ، ٣} √ب) {٠ ، ٢ ، ٣ }
جـ) {٠ ،٣} د) { ٢ }

٨١.إذا كان للاقتران ق(س) = م س^{٣} – ٣ س^{٢} قيمة صغرى محلية عند س = ٢ فان قيمة الثابت م تساوي
أ) -١ √ب) ١
جـ) ٢ د) ٣

٨٢.إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) عند أي نقطة هو قَ(س)= ٢(س- ٣)^{٢}(س-١)^{٣}(س-٥)^{٤} فان جميع قيم س التي يوجد عندها قيم صغرى محلية لمنحنى الاقتران ق(س)؟
أ) {٥} ب) { ٣، ٥}
جـ) {٢ ، ١ } √د) { ١ }

٨٣.إذا كان ق اقتراناً معرفاً على [٠ ، ٣] وكان قَ(١) = صفر ، قً(١) = -٣ ، ق(١) = - ٢ ، فان مقدار القيمة العظمى المحلية للاقتران ق هي :
√أ) -٢ ب) -٣ جـ) صفر د) ١

٨٤.إذا كان ق(س) = $\sqrt{س^{٢} - ٢س + ٥}$ ، س $\in$ ح فان الفترة التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً هي : أ) (١ ، ∞) √ب) [١ ، ∞)
جـ) (- ، ١) د) [-١ ، ١]

٨٥.مجموعة النقط الحرجة للاقتران ق(س)= $\sqrt{س^{٢} - ٤س}$ هي
√أ) {٠ ، ١٦} ب) {٠ ، ٨، ١٦}
جـ) {٨} د) غير موجودة

٨٦.اذا كان ق(س) اقتراناً معرفاً على (-٢ ، ٢) وكان قَ(١) = صفر ، قً(١) = -٧ ، ق(١)= -٥ فان مقدار القيمة العظمى المحلية للاقتران ق هي :
√أ) -٥ ب) -٧ جـ) ١ د) صفر

٨٧.إذا كان للاقتران ق(س) = أ س^{٣} – ٩س^{٢} وكان لهذا الاقتران نقطة حرجة عند س = ٢ فان قيمة الثابت أ تساوي
أ) -١ ب) ١ جـ) ٢ √د) ٣

٨٨.إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣٦ - س^{٢}}$ ، : | س | ≤ ٦ فان ق(س) يكون متزايداً عندما فان الفترة التي يكون فيها الاقتران ق(س) متزايداً هي :
أ) س ≤ صفر ب) س≤ -٦
√جـ) -٦ ≤ س≤ ٠ د) ٠ ≤ س≤ ٦

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

٨٩.إذا كان ق(س) = ٢ س ٢ + أ س + ٥ وكان للاقتران ق(س) حرجة عند س = ١ فان قيمة أ ؟
أ) -٧ ب) صفر جـ) -٦ د) -١١

السـؤال الرابع:

أ)

$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{س^2 - ٤}{س + ٢} & ، س > ك \\ ٣ س & ، س < ك \end{cases}$$

وكان نهـا ق(س) موجودة فما قيمة ك ؟
س ← ك

الحل :
بما ان النهاية موجودة
وكان نهـا ق(س) = نهـا ق(س)
س ← ك + س ← ك -

$$نهـا \frac{س^2 - ٤}{س + ٢} = نهـا ٣ س$$
س ← ك + س ← ك -

$$نهـا \frac{(س - ٢)(س + ٢)}{س + ٢} = نهـا ٣ س$$
س ← ك + س ← ك -

ك - ٢ = ٣ ك ومنها ك = - ١

ب)

$$نهـا \frac{|س^2 - ١٦|}{\sqrt{س^2 - ٨ س + ١٦}} + [س - ٢]$$
س← ٤+

الحل :

$$نهـا \frac{|س^2 - ١٦|}{\sqrt{(س - ٤)^2}} + [س - ٢]$$
س← ٤+

$$نهـا \frac{|س^2 - ١٦|}{|س - ٤|} + [س - ٢]$$
س← ٤+

س ٢ – ١٦

$$نهـا \frac{\quad}{س \leftarrow ٤^+ \ س - ٤} + نهـا \frac{\quad}{س \leftarrow ٤^+} [س - ٢]$$

$$نهـا \frac{(س - ٤)(س + ٤)}{س \leftarrow ٤^+ \ س - ٤} + ٢$$

= ٨ + ٢ = ١٠

جـ) اذا كانت

$$نهـا \frac{م س^2 + ٢ ب س + ٢}{س \leftarrow ١ \ س - ١} = ١$$

اوجـد قيمة كل من م، ب

الحل :
بما ان النهاية موجودة وناتج التعويض صفر في المقام يجب ان يكون في البسط والمقام (س – ١) ويجب ان يكون البسط أيضاً = صفر

$$نهـا \frac{(س - ١)(م س - ٢)}{س \leftarrow ١ \ س - ١} = ١$$

نهـا م س - ٢ = ١
س ← ١
اذن م = ٣
لكن البسط يجب ان يكون صفر
نهـا م س ٢ + ٢ ب س + ٢ = صفر
س ← ١
٣(١) ٢ + (٢ × ب × ١) + ٢ = ٠
اذن ب= - ٢.٥

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

د)

$$\text{نهـــا}_{س \to -٢} \frac{١}{٣س^{٢} - س - ١٤} \left(\frac{١}{س + ١} + \frac{١}{٢س + ٥} \right)$$

الحل :

$$\text{نهـــا}_{س \to -٢} \frac{١}{(س+٢)(٣س-٧)} \left(\frac{(٢س+٥) + (س+١)}{(س+١)(٢س+٥)} \right)$$

$$\text{نهـــا}_{س \to -٢} \frac{١}{(س+٢)(٣س-٧)} \left(\frac{٣س + ٦}{(س+١)(٢س+٥)} \right)$$

$$\text{نهـــا}_{س \to -٢} \frac{١}{(س+٢)(٣س-٧)} \left(\frac{٣(س+٢)}{(س+١)(٢س+٥)} \right)$$

$$\text{نهـــا}_{س \to -٢} \frac{١}{(٣س-٧)} \left(\frac{٣}{(س+١)(٢س+٥)} \right)$$

$$= \frac{١}{-١٣} \times \frac{٣}{-١ \times ١} = \frac{٣}{١٣}$$

هـ)

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^{٢} - ٢٥}{٢ - س}$$

الحل :

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{(٢س+١-٥)(٢س+١+٥)}{٢ - س}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{(٢س-٤)(٢س+٦)}{٢ - س}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٢} \frac{٢(س-٢)(٢س+٦)}{٢ - س} = -٢٠$$

و) اذا كانت

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{م س - \sqrt{س + ٣}}{س^{٢} - س} = ب$$

: م، ب ∈ ح اوجـــــد قيمة م + ب

الحل :

بما النهاية موجودة ونهاية المقام = ٠ فان

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} (م س - \sqrt{س + ٣}) = ٠$$

م – ٢ = ٠ ومنها م = ٢

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{م س - \sqrt{س + ٣}}{س(س - ١)} \times \frac{م س + \sqrt{س + ٣}}{م س + \sqrt{س + ٣}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٢ س - \sqrt{س + ٣}}{س(س - ١)} \times \frac{٢ س + \sqrt{س + ٣}}{٢ س + \sqrt{س + ٣}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٤ س^{٢} - (س + ٣)}{س(س - ١)(٢ س + \sqrt{س + ٣})}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٤ س^{٢} - س - ٣}{س(س - ١)(٢ س + \sqrt{س + ٣})}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{(س - ١)(٤ س + ٣)}{س(س - ١)(٢ س + \sqrt{س + ٣})}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ١} \frac{٧}{س(٢ س + \sqrt{س + ٣})}$$

$$ب = \frac{٧}{٤}$$

ناصر ذينات 0788241724

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ز)

$$\text{نهـــا}_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٩} + \sqrt[٣]{٢ س - ٧}}{س - ٤}$$

الحل :

عوض ما تؤول اليه س بأحد الجذور ضيفها واطرحها ثم افصل الجذور ستحل المشكلة مباشرة

$$\text{نهـــا}_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٩} + \sqrt[٣]{٢ س - ٧}}{س - ٤}$$

عوض ٤ في $س^{٢} + ٩ = ١٦ + ٩ = ٥$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٩} + \sqrt[٣]{٢ س - ٧} + ٥ - ٥}{س - ٤}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٩} - ٥}{س - ٤} + \text{نهـــا}_{س \to ٤} \frac{\sqrt[٣]{٢ س - ٧} - ٢}{س - ٤}$$

نكمل الحل ضرب بالمرافق للجذرين

ح)

$$\text{نهـــا}_{س \to \pi/٢} (\text{ظا س} - \text{قا س})$$

الحل :

$$\text{نهـــا}_{س \to \pi/٢} \frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}} - \frac{١}{\text{جتا س}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to \pi/٢} \frac{\text{جا س} - ١}{\text{جتا س}} \times \frac{\text{جا س} + ١}{\text{جا س} + ١}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to \pi/٢} \frac{\text{جا}^{٢} س - ١}{\text{جتا س} (\text{جا س} + ١)}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to \pi/٢} \frac{- \text{جتا}^{٢} س}{\text{جتا س} (\text{جا س} + ١)} = \text{صفر}$$

ط)

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ - \text{جتا ٢ س}}}{\sqrt{٢} س}$$

الحل :

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ - \text{جتا ٢ س}}}{\sqrt{٢} س} \times \frac{\sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}}{\sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ - \text{جتا}^{٢} ٢ س}}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{\text{جا}^{٢} ٢ س}}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{|\text{جا ٢ س}|}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا ٢ س}}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}} = \frac{٢}{\sqrt{٢}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠^{+}} \frac{\text{جا ٢ س}}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}} = \frac{٢}{\sqrt{٢}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠^{-}} \frac{-\text{جا ٢ س}}{\sqrt{٢} س \sqrt{١ + \text{جتا ٢ س}}} = -\frac{٢}{\sqrt{٢}}$$

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ - \text{جتا ٢ س}}}{\sqrt{٢} س} = \text{غ . م}$$

ي)

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{١ + \text{جا ٤ س} - \text{جتا}^{٢} (٢ س)}{س}$$

الحل :

$$\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا ٤ س} + \text{جا}^{٢} (٢ س)}{س} = ٤$$

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال الحامس:

أ) اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ٢ & ، \ س < ١ \\ [س + ٢] & ، \ ١ \leq س < ٢ \\ \sqrt{س + ٧} + \frac{٤}{س} & ، \ س \geq ٢ \end{cases}$$

ابحث في اتصال ق (س) لجميع قيم س الحقيقة

الحل :

$$\sqrt{س + ٧} + \frac{٤}{س}$$

س ، $س^{٢} + ٢$ ، ٣

١ ، ٢

** ($-\infty$ ، ١) متصل لانه كثير حدود
** (١ ، ٢) متصل لان كثير حدود
** (٢ ، ∞) متصل لانه

ق(أ) = نهـــا ق(س) = $\sqrt{أ + ٧} + \frac{٤}{أ}$
س ← أ

$\forall$ أ $\in$ (٢ ، ∞) : صفر المقام لا ينتمي للفترة وما تحت الجذر موجب ضمن نفس الفترة

** عندما س = ١

١) ق(١) = ٣

٢) نهـــا ق(س)= ٣
س ← ١ $^{-}$

بما ان نهـــا ق(س) = ٣
س ← ١ $^{+}$

اذن ق(س) متصل عندما س = ١

** عندما س = ٢

١) ق(٢) = ٥

٢) نهـــا ق(س)= ٣
س ← ٢ $^{-}$

بما ان نهـــا ق(س) = ٥
س ← ٢ $^{+}$

اذن ق(س) غير متصل عندما س = ٢

اذن ق (س) متصل ح – { ٢ }

ب)

اذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٢ & ، \ س < ١ \\ ٢ - ٣ س & ، \ س \geq ١ \end{cases}$

ابحث في اتصال هـ (س) =١٥ - ٣ ق(س)
عند ما س = ١

الحل :

	$س^{٢} - ٢$	$٢ - ٣ س$
ق		
	١	

هـ (س) =١٥ - ٣ ق(س)

	$١٥ - ٣ (س^{٢} - ٢)$	$١٥ - ٣ (٢ - ٣ س)$
هـ		
	١	

** عندما س = ١

١) هـ (١) = ١٥ – ٣ (٢ – ٣ × ١) = ١٨

ملاحظة تحسب هـ (س) من عند المساواة

٢) نهـــا هـ (س)= نهـــا ١٥ – ٣ ($س^{٢}$ - ٢)
س ← ١ $^{+}$ س ← ١ $^{+}$

= ١٥ – ٣ (١ ^{٢} - ٢) = ١٨

نهـــا هـ (س)= نهـــا ١٥ – ٣ (٢ – ٣ س)
س ← ١ $^{-}$ س ← ١ $^{-}$

= ١٥ – ٣ (٢ – ٣ × ١) = ١٨

بما ان نهـــا هـ (س) = نهـــا هـ (س) = هـ (١)
س ← ١ $^{+}$ س ← ١ $^{-}$

اذن هـ (س) متصل عندما س = ١

ناصر ذينات 0788241724

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال السادس:

أ) اذا كان ق(س)= $\begin{cases} \dfrac{س^3 - 1}{س - 1} & ، \ س > 1 \\ م & ، \ س = 1 \\ م س + ب & ، \ س < 1 \end{cases}$

اوجد قيمة م ، ب التي تجعل الاقتران متصل عند س = ١

الحل :

$$\text{ق} \begin{array}{|c} \dfrac{س^3 - 1}{س - 1} \\ \hline م س + ب \\ \hline 1 \end{array}$$

بما ان ق(س) متصل عند س = ١

اذن نهـــا ق(س) = نهـــا ق (س) = ق (١)

س ← ١ $^+$ س ← ١ $^-$

*** نهـــا ق(س) = ق (١)

س ← ١ $^-$

$$\text{نهـــا} \frac{س^3 - 1}{س - 1} = م$$

س ← ١ $^-$

$$\text{نهـــا} \frac{(س - 1)(س^2 + س + 1)}{س - 1} = م$$

س ← ١ $^-$

نهـــا $س^2 + س + 1 = م$

س ← ١ $^-$

اذن م = ٣

*** نهـــا ق(س) = نهـــا ق (س)

س ← ١ $^+$ س ← ١ $^-$

$$\text{نهـــا م س + ب} = \text{نهـــا} \frac{س^3 - 1}{س - 1}$$

س ← ١ $^+$ س ← ١ $^-$

نهـــا م س + ب = نهـــا $س^2 + س + 1$

س ← ١ $^+$ س ← ١ $^-$

م + ب = ٣ لكن م = ٣

اذن ب = صفر

ب) اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} \dfrac{س^2 - (٣ - ٢جـ) س - ٦جـ}{س - ٣} & ، \ س \neq ٣ \\ ٤ س - ١ & ، \ س = ٣ \end{cases}$$

اوجد قيم جـ التي تجعل الاقتران ق متصل عندما س = ٣

الحل :

بما ان ق(س) متصل عند س = ٣

اذن نهـــا ق(س) = ق (٣)

س ← ٣

$$\text{نهـــا} \frac{س^2 - (٣ - ٢جـ) س - ٦جـ}{س - ٣} = ١١$$

س ← ٣

$$\text{نهـــا} \frac{(س - ٣)(س + ٢جـ)}{س - ٣} = ١١$$

س ← ٣

نهـــا (س + ٢ جـ) = ١١

س ← ٣

٣ + ٢جـ = ١١ ومنها ٢جـ = ٨ ومنها جـ = ٤

جـ) اذا كان

$$ق(س) = \frac{س^2 + ٣ س + ٢}{س^2 - ب س + ١}$$

اوجد قيمة ب التي تجعل الاقتران متصل دائماً على ح

الحل :

الاقتران النسبي متصل دائماً على ح الا عند اصفار المقام

اذن اذا كان المقام لا يحلل اذن لا يوجد له اصفار مقام

والاقتران التربيعي لا يحلل في حال المميز < صفر

ب ^{2} ـ ٤ أ جـ < صفر

ب ^{2} ـ ٤ × ١ × ١ < صفر

ب^2 < ٤ ومنها ب < ± ٢

- ٢ < ب < ٢

ناصر ذينات 0788241724

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السؤال السابع:

اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٣ \text{ جتا } س & ، -\pi/٦ < س < ٠ \\ \dfrac{\text{ظا } ٣ س}{س} & ، ٠ < س < \pi/٦ \end{cases}$$

ابحث في اتصال ق(س) على الفترة $(-\pi/٦ ، \pi/٦)$

الحل :

$$ق = \frac{\text{ظا } ٣ س}{س} \quad ، \quad ٣ \text{ جتا } س$$

$\pi/٦$ ، ٠ ، $-\pi/٦$

** $(-\pi/٦ ، ٠)$ متصل لانه

ق(أ) = نهـــا ق(س) = ٣ جتا أ
س ← أ

∀ أ ∈ $(-\pi/٦ ، ٠)$

** $(٠ ، \pi/٦)$ متصل لانه

$$ق(أ) = \text{نهـــا}_{س \to أ} ق(س) = \frac{\text{ظا } ٣ أ}{أ}$$

∀ أ ∈ $(٠ ، \pi/٦)$ وصفر المقام ∄ للفترة
** عندما س = ٠ غير متصل لانه غير معرف عندها

السؤال الثامن:

إذا كان ق(س)قابلاً للاشتقاق وكان
هـ (س) = ٣ س ق(س) اوجد باستخدام المشتقة
تعريف المشتقة قَ (س)

$$\text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{٣ ع ق(س) - ٣ س ق(ع)}{ع - س} = ٣ ق(س) - ٣ س قَ(س)$$

الحل :

طرح واضافة ٣ س ق (س)

$$= \text{نهـــا}_{ع \to س} \frac{٣ ع ق(س) - ٣ س ق(س) + ٣ س ق(س) - ٣ س ق(ع)}{ع - س}$$

$$= ٣ ق(س) - ٣ س قَ(س)$$

السؤال التاسع:

اذا كان ق(س) = ظا س فاثبت ان متوسط التغير للاقتران ق يساوي

$$\frac{قا^{٢} س \text{ ظا هـ}}{هـ (١ - \text{ظا س ظا هـ})}$$

اذا تغيرت س من س$_{١}$ الى س$_{١}$ + هـ

الحل :

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{ق(س_{١} + هـ) - ق(س_{١})}{هـ}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\text{ظا } (س_{١} + هـ) - \text{ظا } س_{١}}{هـ}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\dfrac{\text{ظا } س_{١} + \text{ظا } هـ}{١ - \text{ظا } س_{١} \text{ ظا } هـ} - \text{ظا } س_{١}}{هـ}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\text{ظا } س_{١} + \text{ظا } هـ - \text{ظا } س_{١} + \text{ظا}^{٢} س_{١} \text{ ظا } هـ}{هـ (١ - \text{ظا } س_{١} \text{ ظا } هـ)}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\text{ظا } هـ + \text{ظا}^{٢} س_{١} \text{ ظا } هـ}{هـ (١ - \text{ظا } س_{١} \text{ ظا } هـ)}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\text{ظا } هـ (١ + \text{ظا}^{٢} س_{١})}{هـ (١ - \text{ظا } س_{١} \text{ ظا } هـ)}$$

$$\frac{\Delta ق}{\Delta س} = \frac{\text{ظا } هـ \, قا^{٢} س_{١}}{هـ (١ - \text{ظا } س_{١} \text{ ظا } هـ)}$$

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السؤال العاشر:

إذا كان ن عدد صحيحاً موجباً فأثبت أن:

$$\text{نهـا}_{هـ \leftarrow 0} \frac{ق(س+ن هـ)- ق(س- ن هـ)}{هـ} = ٢ن\, قَ(س)$$

السؤال الحادي عشر:

$$ق(س) = \begin{cases} س + \sqrt{س} + ١ & ، س \leq ١ \\ ٢ س & ، س > ١ \end{cases}$$

ابحث قابلية ق للاشتقاق عند س = ١

١. **باستخدام نظريات الاتصال**

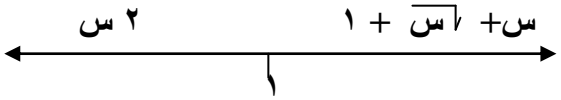
٢. **باستخدام تعريف المشتقة**

الحل: :

١. **بما ان ق(س) غير متصل اذن غير قابل للاشتقاق**

٢. **باستخدام تعريف المشتقة**

بما ان المطلوب عند نقطة تشعب يجب اخذ النهاية من اليمين ومن اليسار



$$** قَ(١) = \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{ق(ع) - ق(١)}{ع - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{(ع + \sqrt{ع} + ١) - (٣)}{ع - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{(ع + \sqrt{ع} - ٢)}{ع - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{(\sqrt{ع} + ٢)(\sqrt{ع} - ١)}{(\sqrt{ع} + ١)(\sqrt{ع} - ١)} = \frac{٣}{٢}$$

$$** قَ(١) = \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{ق(ع) - ق(١)}{ع - ١}$$

$$= \text{نهـا}_{ع \leftarrow ١} \frac{٢ع - ٢}{(ع - ١)} = ٢$$

$$قَ(١) \neq قَ(١) \quad غ.ق$$

- \+

السؤال الثاني عشر:

إذا كان ق(س + ص)= ٣ ق(س)× ق(ص)، وكان قَ(٠)= ق(٠) = ١ اثبت أن
قَ(س) = ق(س)

الحل :

$$قَ(٠) = \text{نهـا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(٠ + هـ) - ق(٠)}{هـ}$$

$$١ = \text{نهـا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{٣ \times ١ \times ق(هـ) - ١}{هـ}$$

$$قَ(س) = \text{نهـا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نهـا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{٣ ق(س) \times ق(هـ) - ق(س)}{هـ}$$

$$= \text{نهـا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س)(٣ \times ق(هـ) - ١)}{هـ}$$

اذن قَ(س) = ق (س)

السؤال الثالث عشر:

جد اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة حيث
ق(-١)= ٠، قَ(-١)= ٣، قً(-١)= -٢، $ق^{(٣)}$(-١)= ٦

الحل: :

ق(س) = أ $س^{٣}$ + ب $س^{٢}$ + جـ س + د
قَ(س) = ٣ أ $س^{٢}$ + ٢ب س + جـ ،
لكن قَ (- ١) = ٣
٣ = ٣أ (- ١) ^{٢} + ٢ب (- ١) + جـ
٣ أ – ٢ ب + جـ = ٣ .....(١)
قً (س) = ٦ أ س + ٢ ب
لكن قً (- ١) = - ٢
-٢ = ٦ أ (- ١) + ٢ ب
- ٦ أ + ٢ ب = - ٢ .....(٢)
$ق^{(٣)}$(س)= ٦أ لكن $ق^{(٣)}$(-١)= ٦
٦ = ٦ أ ومنها أ = ١بالتعويض في .....(٢)
- ٦ × ١ + ٢ ب = - ٢ ومنها ب = ٢
بالتعويض في .....(١)

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

٣ × ١ – ٢ × ٢ + جـ = ٣ ومنها جـ = ٤
بالتعويض في المعادلة الاصلية : ق (-١) = ٠
ق(-١) = أ (- ١)^{٣} + ب (- ١)^{٢} + جـ (-١) + د
صفر = -١ + ٢- ٤ + د ومنها د = ٣
اذن ق(س) = س ^{٣} + ٢ س ^{٢} + ٤ س + ٣

السـؤال الرابع عشر:

أ) اذا كان قَ(س)= جا س^{٢} ،

ص = ق ($\frac{٢ س - ١}{س + ١}$) اوجد صَ

الحل :

صَ = قَ ($\frac{٢ س - ١}{س + ١}$) $\left[\frac{(س+١)(٢)-(٢س-١)}{(س + ١)^{٢}}\right]$

صَ = قَ ($\frac{٢ س - ١}{س + ١}$) $\left[\frac{(٢س+٢)-(٢س-١)}{(س + ١)^{٢}}\right]$

صَ = قَ ($\frac{٢ س - ١}{س + ١}$) $\left[\frac{٣}{(س + ١)^{٢}}\right]$

صَ = $\frac{٣}{(س + ١)^{٢}}$ جا $^{٢}\left[\frac{٢ س - ١}{س + ١}\right]$

السـؤال الخامس عشر:

إذا كان ص = جا ^{ن} (هـ(س)) : ن ∈ ص اثبت أن

صَ = ن هـَ (س) جا $^{ن-١}$ (هـ(س)) جتا(هـ(س))

الحل :

نفرض ان ع = جا (هـ(س))

ص = ع ^{ن}

نفرض ان ل = هـ (س)

ع = جا ل

$\frac{د ل}{د س}$ = هـَ (س) ، $\frac{د ع}{د ل}$ = جتا ل

$\frac{د ع}{د س}$ = $\frac{د ع}{د ل} \times \frac{د ل}{د س}$

= جتا ل × هـَ (س)

$\frac{د ع}{د س}$ = جتا (هـ(س)) × هـَ(س)

$\frac{د ص}{د س}$ = ن ع $^{ن-١}$

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

= ن ع $^{ن-١}$ × جتا هـ (س)× هـَ(س)

= ن جا $^{ن-١}$(هـ(س)) × جتا هـ (س)× هـَ(س)

السـؤال السادس عشر:

اذا كان

س= ن^{٣} – ٣ن

ص= ن ^{٣} + ٣ ن ، اوجد $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$

عندما ن = ١

الحل :ج =٦/١

$\frac{د س}{د ن}$ = ٣ ن^{٢} – ٣ ، $\frac{د ص}{د ن}$ = ٣ ن^{٢} + ٣

$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ن} \times \frac{د ن}{د س}$

$\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{٣ ن^{٢} + ٣}{٣ ن^{٢} - ٣}$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$ = $\frac{(٣ ن^{٢} - ٣)(٦ ن) - (٣ ن^{٢} + ٣)(٦ ن)}{(٣ ن^{٢} - ٣)^{٣}}$

السـؤال السابع عشر:

اذا كان ص = ق(س ^{٢} + ٢ س) ، قَ(٣)= ٥
اوجد صَ عند س = ١

الحلـ: :

صَ = قَ(س ^{٢} + ٢ س)(٢ س + ٢)

صَ | = قَ((١) ^{٢} + ٢ × ١)(٢ × ١ + ٢)
س = ١

صَ | = قَ(٣)(٤) = ٥ × ٤ = ٢٠
س = ١

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السؤال الثامن عشر:

أ) اذا كان ق(س^{٢}) = ٤ س ^{٢} + ٢ أ س ، أ > ٠ ، وكانت قَ(٩)= ٢ ، اوجد قيمة أ

الحل: :

قَ(س^{٢}) × ٢ س = ٨ س + ٢ أ

لكن س ^{٢} = ٩ ومنها س = ± ٣

عندما س = ٣ ومنها قَ(٩)×٢×٣= ٨×٣+٢أ

٢ × ٢ × ٣ = ٢٤ + ٢ أ ومنها أ = ـ ٦ مرفوضة

عندما س = ـ٣ ومنها قَ(٩)×٢×ـ٣ =٨×ـ٣+٢أ

٢ × ٢ ×ـ ٣ = ـ٢٤ + ٢ أ ومنها أ = ٦

ب) اذا كان ق(س) = س جا س اثبت ان قُ(س) فردي

الحل: :

قُ(س) = س جتا س + جا س

قُ(- س) =(- س) جتا(- س) + جا(- س)

قُ(- س) =(- س) جتا س - جاس

اذن قُ(- س)= – قُ(س)

السؤال التاسع عشر:

اوجد د ص / د س لكل مما يلي

١. ص= $\sqrt[٣]{(ع^{٢} - ١٠ ع + ١)^{٢}}$ ، ع = س ^{٣} + ١

$$\frac{د ص}{د ع} = \frac{٢ (ع^{٢} - ١٠ ع + ١) (٢ ع - ١٠)}{٣ \sqrt[٣]{(ع^{٢} - ١٠ ع + ١)^{٤}}}$$

$$\frac{د ع}{د س} = ٣ س^{٢}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$$

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{٢ (ع^{٢} - ١٠ ع + ١) (٢ ع - ١٠)}{٣ \sqrt[٣]{(ع^{٢} - ١٠ ع + ١)^{٤}}} \times ٣ س$$

ملاحظة : يجب التعويض محل كل ع بقيمتها

السؤال العشرون:

اذا كان هـ (س) = س ^{٢} ، ق (س) = $\sqrt{س}$

اوجد (ق ٥ هـ)َ(٤)

الحل: :

هـَ(س) = ٢ س

$$قَ(س) = \frac{١}{٢\sqrt{س}}$$

ق َ(هـ(٤))هـَ(٤)= ق َ(١٦)× ٨ = ١

السؤال الحادي والعشرون:

.اذا كان ق قابلاً للاشتقاق وكان ص = ق^{٢}(س^{٣}) ، اوجد قَ(٨) علماً بان ق(٨) = ١ ، صَ |$_{س = ٢}$ =١٠٠

الحل :

صَ = ٢ ق(س ^{٣}) × قَ(س ^{٣}) × ٣ س ^{٢}

= ٢ ق(٨) × قَ(٨) × ١٢

= ٢ ق(٨) × قَ(٨) × ١٢

١٠٠= ٢ × ١ × قَ (٨) × ١٢

قَ (٨) = ٢٤/١٠٠

السؤال الثاني والعشرون:

اذا كان ص= ق(ع)= ع ^{٢} + ٣ ع ،

ع = هـ (س) = س^{٣} – ٤ ، اوجد (ق ٥ هـ)َ(١)

الحل :

قَ(ع)= ٢ع + ٣ ، هـَ(س) = ٣س^{٢}

(ق ٥ هـ)َ(١)= قَ (هـ (١)) هـَ (١)

= قَ (ـ ٣) هـَ (١)

= (٢ (ـ ٣) + ٣)(٣ (١)^{٢})

= ـ٣ × ٣ = ـ ٩

0788241724 ناصر ذينات

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال الثالث والعشرون:

١) ق(ص + ١)= س ٣ ، قَ(٥)= ٤
، ق(٥)= ٨ عند ص = ٤
الحل :
قَ (ص + ١) × صَ = ٣ س ٢
انتبه انتبه امامك .....
عندما ص = ٤ ق(٥) = س٣
لكن ق(٥)= ٨ اذن ٨ = س ٣ ومنها س = ٢
بالتعويض
قَ (٥) × صَ = ٣ (٢) ٢
٤ × صَ = ١٢
صَ = ٣

٢) جا ص = س : | س | < ١ اثبت ان
أ) د ص / د س = ١ / ١ – س ٢
ب) صً = ظا ص قا٢ ص
الحل :
أ) جتا ص صَ = ١
د ص / د س = ١ / جتا ص = قا ص
لكن جا ٢ ص + جتا ٢ ص = ١
س ٢ + جتا ٢ ص = ١
جتا ص = ١ - س ٢
د ص / د س = ١ / ١ – س ٢ وهو المطلوب ١
ب)
جتا ص صً + صَ × - جا ص صَ = ٠
صً = (صَ) ٢ جا ص / جتا ص
صً = (صَ) ٢ ظا ص
صً = (قا ص) ٢ ظا ص
صً = ظا ص قا٢ ص

السـؤال الرابع والعشرون:

١) ص٢ +٤ س٢= ٤ س ص + ٢٥ ، (-١ ، ٣)
الحل :
٢ص صَ + ٨ س =٤ س صَ + ص ×٤ + ٠
٦ صَ + - ٨ = - ٤ × صَ + ١٢
١٠ صَ = ٣
صَ = ٢٠ / ١٠ = ٢

٢) ص ٢ = ٣ ص س ٢ + س ٣
الحل :
٢ص صَ =٣ص×٢س+ س٢×٣ص َ+٣س٢
٢ص صَ =٦ س ص+ ٣س٢ص َ+٣س٢
٢ص صَ - ٣س٢ص َ =٦ س ص+ ٣س٢
ص َ (٢ص - ٣س٢)=٦ س ص+ ٣س٢
صَ = ٦ س ص+ ٣س٢ / ٢ص - ٣س٢

السـؤال الخامس والعشرون:

اذا كان المستقيم ٤ س – ٢ ص + ٥ = ٠ يمس منحنى ق عند النقطة (٣ ، ٢) وكان المستقيم ٩ص+٣س–٤=٠ عمودياً على المماس لمنحنى ل عند النقطة (٣،-١)اوجد (ق×ل) َ (٣)
الحل :
(ق×ل) َ (٣)= ق(٣)×لَ(٣) + ل(٣) × قَ(٣)
لكن ق(٣) = ٢ ، ل(٣) = - ١
المستقيم٤ س – ٢ ص + ٥ = ٠ يمس منحنى ق عند النقطة (٣ ، ٢)
قَ(٣) = صَ عندما س= ٣
٤ – ٢ ص َ = ٠ ومنها صَ = ٢= قَ(٣)
المستقيم ٩ص+٣س–٤=٠ عمودياً على المماس لمنحنى ل عند النقطة (٣،-١)
ل َ(٣) × صَ = -١
س = ٣
٩ صَ + ٣ = ٠ ومنها صَ = - ٣/١
اذن لَ(٣) × - ٣/١ = - ١ ومنها لَ (٣) = ٣
(ق×ل) َ (٣)= ق(٣)×لَ(٣) + ل(٣) × قَ(٣)
(ق×ل) َ (٣)=(٢)×(٣)+ (-١)×(٢) = ٤

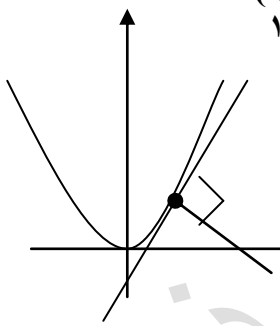
إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال السادس والعشرون:

اوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٢ ، ٠.٥) ويكون عمودياً على منحنى ص = س^{٢}

الحل :

نفرض نقطة تماس (س ، ص)



عمودي ← م$_{١}$ × م$_{٢}$ = - ١

$$\frac{ص - ٠.٥}{س - ٢} \times ٢س = -١$$

$$\frac{س^{٢} - ٠.٥}{س - ٢} \times ٢س = -١$$

٢ س^{٣} – س = - س + ٢

٢س^{٣} = ٢ ومنها س = ١

عندما س = ١ ←ص=١ومنها (١،١)نقطة تماس

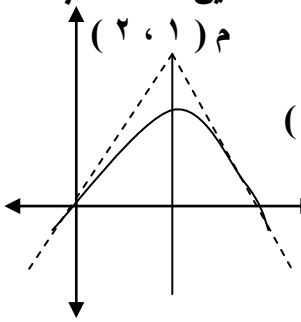
اذن ميل المستقيم هو م = - ٠.٥

معادلة المستقيم العمودي على المماس

ص – ١ =- ٠.٥ (س – ١)

السـؤال السابع والعشرون:

من النقطة م (١ ، ٢) ، رسم مماسان لمنحنى الاقتران ص = ٢س – س^{٢} فمساه في النقطتين ك ، هـ ، جد مساحة المثلث م ك هـ ٠



الحل :

نفرض نقطة تماس (س ،ص)

$$قَ(س) = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$٢ - ٢س = \frac{ص - ٢}{س - ١}$$

$$٢ - ٢س = \frac{٢س - س^{٢} - ٢}{س - ١}$$

٢ س – ٢ – ٢س^{٢} + ٢ س = ٢ س – س^{٢} – ٢

س^{٢} – ٢ س = ٠ ← س(س – ٢) = ٠

معادلة المماس١ ص- ص$_{١}$ = م (س- س$_{١}$)

س= ٠ ومنها ص = ٠ ← م = ٢

ص – ٠ = ٢ (س – ٠) ← ص= ٢ س

عندما ص = ٠ ← س = ٠ ، نقطة تقاطعه مع محور السينات هي (٠ ، ٠)

معادلة المماس١ ص- ص$_{١}$ = م (س- س$_{١}$)

س = ٢ ومنها ص = ٠ ← م = - ٢

ص – ٠ = -٢ (س – ٢) ، عندما ص = ٠ ← س = ٢

نقطة تقاطعه مع محور السينات هي (٢ ، ٠) ، لكن الارتفاع هو ص = ٢

القاعدة = س$_{٢}$ - س$_{١}$ = ٢ - ٠ = ٢

$$\text{مساحة } \Delta = \frac{١}{٢} \times ٤ \times ١ = ٢$$

السـؤال الثامن والعشرون:

قذفت كرة رأسياً الى أعلى من قمة برج ارتفاعه ١٦٠ قدماً اذا كانت المسافة المقطوعة تتعين حسب العلاقة

ف(ن) = - ١٦ ن ^{٢} + ٤٨ ن + ١٦٠ : ف المسافة بالاقدام ، ن الزمن بالثواني اوجد

١. اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة

٢. سرعة الكرة لحظة اصطدامها بالارض

الحل :

١) اقصى ارتفاع تصل اليه الكرة ع(ن) = ٠

ع(ن) = - ٣٢ ن + ٤٨

- ٣٢ ن + ٤٨ = ٠ ومنها ن = ١.٥

ف(١.٥) = - ١٦(١.٥)^{٢} + ٤٨ (١.٥)+١٦٠= ١٩٦

٢) لحظة اصطدامها بالارض ف(ن) = ٠

- ١٦ ن ^{٢} + ٤٨ ن + ١٦٠ = ٠

، ومنها ن ^{٢} - ٣ ن - ١٠ = ٠

(ن – ٥) (ن + ٢) = ومنها ن = ٥ ، - ٢ ╳

ع(٥) = فَ (٥)

ع(ن) = فَ (ن) = -٣٢ ن + ٤٨

ع (ن) = فَ (ن) = -٣٢ ن + ٤٨

ع (٥) = -٣٢ × ٥ + ٤٨ = -١١٢ م / ث ساقط

السـؤال التاسع والعشرون:

يتحرك جسيم حسب العلاقة ع^{٢} = ١ - ف^{٢} :ع السرعة ، ف المسافة ، احسب التسارع عندما تنعدم السرعة

الحل :

لا تنسى $\frac{د\ ف}{د\ ن} = ع$ ، $\frac{د\ ع}{د\ ن} = ت$

$$٢ ع \times \frac{د\ ع}{د\ ن} = -٢ ف \times \frac{د\ ف}{د\ ن}$$

٢ ع × ت = - ٢ ف × ع ومنها ت = - ف

لكن عندما تنعدم السرعة ع(ن) = ٠

١ – ف ^{٢} = ٠ ومنها ف = ± ١ ، اذن ت = ± ١

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السـؤال الثلاثون:

قذف جسم عمودياً للأعلى: المسافة ف= أ ن -٥ن^{٢} ، جد سرعة الجسم وهو على ارتفاع (٦٠) م علماً بان أقصى ارتفاع وصله الجسم =٨٠ م

الحل :

أقصى ارتفاع ع = ٠ = ف َ ، ومنها أ – ١٠ ن = ٠ ، ومنها أ = ١٠ ن .....(١)

أقصى ارتفاع وصله الجسم =٨٠ م

أ ن -٥ن^{٢} = ٨٠ .....(٢)

من (١) ، (٢)

٩ن^{٢} – ٥ ن^{٢} = ٨٠ ومنها ن = ٤

من (١) .... أ = ١٠ × ٤ ومنها أ = ٤٠

اذن .... ف= ٤٠ ن -٥ن^{٢} ، عندما يكون ف = ٦٠

٥ ن^{٢} – ٤٠ ن + ٦٠ = ٠ بالقسمة على ٥

(ن – ٢)(ن – ٦) = ٠ ومنها ن= ٢ ، ٦

ع = فَ = ٤٠ – ١٠ ن ، ع(٢) = ٢٠ م/ ث ، ع(٦) = - ٢٠ م/ ث ساقط

السـؤال الحادي الثلاثون:

استخدم معلم الكيمياء في إحدى تجاربه قمعا على شكل مخروط قطر قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ١٢ سم وقاعدته أفقية ورأسه إلى أسفل إذا صب سائل فيه بمعدل ٧ سم^{٣} / ث وفي اللحظة نفسها يخرج منه السائل بمعدل ٧ سم^{٣}/ ث فجد سرعة ارتفاع سطح السائل في القمع عندما يكون عمق السائل فيه ٦ سم

الحل :

$$\frac{د\,ح}{د\,ن} = \frac{د\,ص}{د\,ن} - \frac{د\,خ}{د\,ن} = ١٦ - ٧ = ٩$$

$$\frac{د\,ع}{د\,ن} = ؟؟؟؟؟؟؟؟$$

ع = ٦

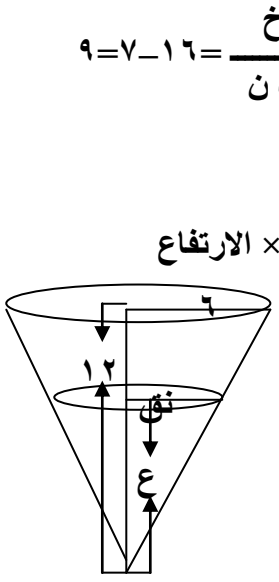
ح = ١/٣ مساحة القاعدة × الارتفاع

= ١/٣ نق^{٢} π ع

لكن من تشابه المثلثات

$$\frac{١٢}{ع} = \frac{٦}{نق}$$

$$نق = \frac{ع}{٢}$$



اذن ح = $\frac{١}{٣}$ × $\frac{ع^{٢}}{٢}$ π ع

$$ح = \frac{\pi}{٦} \times ع^{٣}$$

$$\frac{د\,ح}{د\,ن} = \frac{\pi}{١٨} \times ع^{٢} \times \frac{د\,ع}{د\,ن}$$

$$٩ = \frac{\pi}{١٨} \times (٦)^{٢} \times \frac{د\,ع}{د\,ن}$$

$$٩ = \pi \times ٢ \times \frac{د\,ع}{د\,ن}$$

$$٩/٢\,\pi = \frac{د\,ع}{د\,ن}$$

ملاحظة : يمكن ان يكون المطلوب

اوجد معدل التغير في نصف قطر الماء نق= ٢/ ع

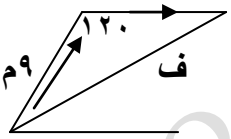
او اوجد معدل التغير في مساحة سطح الماء م= نق^{٢} π

السـؤال الثاني الثلاثون:

طار طير باتجاه يصنع ٦٠ مع الافق وبعد ان قطع مسافة مقدارها ٩م اتجه افقياً بسرعة ٢ م / ث جد معدل ابتعاده عن نقطة انطلاقه بعد ٣ ث بعد طيرانه الافقي

ف^{٢} = (٩)^{٢} + س^{٢} -٢×٩×س×جتا ١٢٠

ف^{٢} = ٨١ + س^{٢} + ٩ س



$$\frac{د\,ف}{د\,ن} = ؟؟ \quad \frac{د\,س}{د\,ن} = ٢ ،$$

عندما ن = ٣ فان س = ٢ × ٣ = ٦

ف^{٢} = ٨١ + ٣٦ + ٥٤ = $\sqrt{١٧٠}$

$$٢ف \times \frac{د\,ف}{د\,ن} = ٢س \frac{د\,س}{د\,ن} + ٩ \times \frac{د\,س}{د\,ن}$$

$$٢ \times \sqrt{١٧٠} \times \frac{د\,ف}{د\,ن} = ٢ \times ٦ \times ٢ + ٢ \times ٩$$

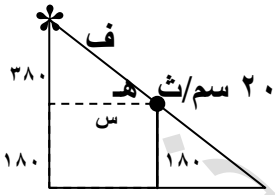
إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السؤال الثالث الثلاثون:

رجل طوله ١٨٠ سم يقف أمام مصباح كهربائي يرتفع عن سطح الأرض بمقدار ٥٦٠ سم إذا اخذ الرجل بالاقتراب من المصباح بمعدل ٢٠٠سم /د فجد معدل تغير المسافة المحصورة بين المصباح والشعاع الواصل بين المصباح ورأس الرجل ، عندما يكون الرجل على بعد ١٨٠ سم من قاعدة المصباح

الحل :



$\frac{د\,ف}{د\,ن}$ = ؟؟ $\frac{د\,س}{د\,ن}$ = - ٢٠٠ سم/ث

عندما س = ١٨٠

ف^{٢} = س^{٢} + (٣٨٠)^{٢}

عندما س= ١٨٠ ← ف^{٢}=(١٨٠)^{٢}+(٣٨٠)^{٢} ← ف≈٤٥

٢ف× $\frac{د\,ف}{د\,ن}$ =٢س $\frac{د\,س}{د\,ن}$

٤٥× $\frac{د\,ف}{د\,ن}$ =١٨٠ (-٢٠٠) ← $\frac{د\,ف}{د\,ن}$ = -٨٠٠

ويمكن ان يكون السؤال ما معدل التغير في الزاوية ظا هـ = ٣٨٠/س .....

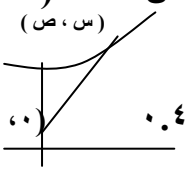
ويمكن ان يكون السؤال ما معدل التغير في ظل راس الرجل

.....

السؤال الرابع الثلاثون:

تتحرك نقطة مادية على على المنحنى ق(س)= س^{٢} + ٢ ، وفي لحظة ما كان معدل تغير احداثيها السيني ٠.٢٥ سم / ث وكان معدل التغير في احدثيها الصادي ٠.٤٣ سم / ث جد بعد النقطة المتحركة على المنحنى عندئذ من النقطة (٠ ، ٢)

الحل :



$\frac{د\,ص}{دن}$ = ٠.٢٥ $\frac{د\,س}{د\,ن}$ = ٠.٤٣

ص = س^{٢} + ٢

$\frac{د\,ص}{د\,ن}$ = ٢ س × $\frac{د\,س}{د\,ن}$

$\frac{٤٣}{١٠٠}$ = ٢س× $\frac{٢٥}{١٠٠}$

ومنها س=٠.٨٦ ← ص=(٠.٨٦)^{٢} +٢=٢.٧٤

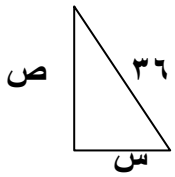
ف = $\sqrt{(٢-٠.٨٦)^{٢} + (٠-٢.٧٤)^{٢}}$

السؤال الخامس الثلاثون:

سلم طوله ٣٦٠ سم يرتكز بطرفه العلوي على حائط عمودي وبطرفه السفلي على ارض افقية اذا تحرك الطرف السفلي مبتعداً عن الحائط بمعدل ٩٠ سم / ث وفي لحظة ما كان الطرف السفلي للسلم على بعد ١٨٠ سم للحائط جد عند هذه اللحظة

١. سرعة انزلاق الطرف العلوي للسلم
٢. معدل التغير في مساحة المثلث المكون من السلم والارض والحائط
٣. سرعة تغير الزاوية بين السلم والارض

الحل : ١.



$\frac{د\,س}{د\,ن}$ = ١٨٠ ، $\frac{د\,ص}{د\,ن}$ = ؟؟

س = ١٨٠

(٣٦٠)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢}

صفر = ٢س × $\frac{د\,س}{د\,ن}$ + ٢ ص $\frac{د\,ص}{د\,ن}$

عندما س = ١٨٠ فان ص = ١٨٠ √٣

$\frac{د\,س}{د\,ن}$ = $\frac{-١٨٠ \times ٩٠}{١٨٠ \sqrt{٣}}$ تعني تتناقص

٢. الحل :

م = ٢/١ س × ص

$\frac{د\,م}{د\,ن}$ = ٢/١ ×١٨٠ $\frac{-٩٠}{\sqrt{٣}}$ +١٨٠ √٣ ×٢/١×٩٠

0788241724 ناصر ذينات

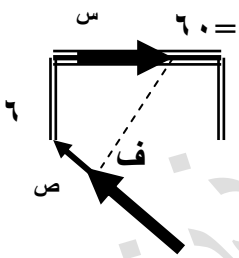
إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال السادس الثلاثون:

جسر للمشاه يرتفع عن مستوى الشارع ٦ م ، يسير عليه رجل بمعدل ٣ كم / ساعة وفي اللحظة نفسها مرت من تحته سيارة بسرعة ٦٠ كم / ساعة جد معدل ابتعاد السيارة عن الرجل بعد دقيقة واحدة من بدء الحركة

الحل:

$\frac{د ف}{د ن} = ؟$ ، $\frac{د س}{د ن} = ٣$ ، $\frac{د ص}{د ن} = ٦٠$



ن = ١/٦٠ ث

بعد ن = ١/٦٠ ث

فان ص = ٦٠ × ١/٦٠ = ١

← س = ٣ × ١/٦٠ = ١/٢٠

$ف = \sqrt{س^2 + ص^2 + ٣٦}$

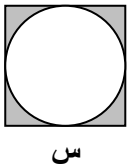
$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢س \times \frac{د س}{د ن} + ٢ ص \frac{د ص}{د ن}}{٢ \sqrt{س^2 + ص^2 + ٣٦}}$$

$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{١/٢٠ \times ٣ + ١ \times ٦٠}{\sqrt{١/٤٠٠ + ٣٧}}$$

السـؤال السابع الثلاثون: متوقع جداً

مربع تتمدد اضلاعه بمعدل ٤ سم/ د رسمت دائرة داخل المربع واخذت تتمدد مع المربع بحيث تبقى ملامسه لاضلاعه جد معدل التغير في مساحة المنطقة المحصورة بين المربع والدائرة عندما يكون طول ضلع المربع ٢٠سم

الحل :



$\frac{د س}{د ن} = ٤$ سم / د ، $\frac{د م}{د ن} = ؟؟$

س = ٢٠

مساحة المنطقة المظللة = مساحة □ - مساحة ○

م = $س^2 - نق^2 \pi$ لكن نق = ١/٢ س

م = $س^2 - ١/٤ س^2 \times \pi$

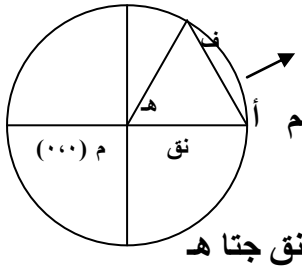
$$\frac{د م}{د ن} = ٢ س \frac{د س}{د ن} - \frac{\pi}{٤} \times ٢ س \times \frac{د س}{د ن}$$

$$\frac{د م}{د ن} = ٢ \times ٢٠ \times ٤ - \frac{\pi}{٤} \times ٢٠ \times ٤$$

السـؤال الثامن الثلاثون: متوقع جداً

ابتدأت نقطة الحركة على دائرة مركزها نقطة الاصل من النقطة (أ ، ٠) بعكس اتجاه عقارب الساعة بحيث يزداد طول قوس الدائرة الذي ترسمه في اثناء حركتها بمعدل ٨ سم / ث جد معدل ابتعاد النقطة المتحركة عن النقط (أ ، ٠) عندما يقابل القوس الذي ترسمه زاوية مركزية مقدارها $\pi/٣$

الحل:



ل

$\frac{د ف}{د ن} = ؟$ ، $\frac{د ل}{د ن} = ٨$ سم

هـ = $\pi/٣$

$ف^2 = نق^2 + نق^2 - ٢ نق نق$ جتا هـ

$ف = \sqrt{٢ نق^2 - ٢ نق^2}$ جتا هـ

$$\frac{د ف}{د ن} = \frac{٢ نق^2 \text{ جا هـ} \times \frac{د هـ}{د ن}}{٢ \sqrt{٢ نق^2 - ٢ نق^2 \text{ جتا هـ}}} \quad .....(١)$$

لكن ل = نق هـ

$\frac{د ل}{د ن} = نق \times \frac{د هـ}{د ن}$

$\frac{د هـ}{د ن} = \frac{٨}{نق}$

بالتعويض في (١)

$\frac{د ف}{د ن} = ...$

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السؤال التاسع الثلاثون اذا كان

ل، لَ ، لً قابلا للاشتقاق عند س ، وكان ق(س)= س ل(س)فجد قً ، ق(٣)(س)

الحل: :

ل، قابل للاشتقاق

قَ(س)= س لَ (س) + ل (س)

لَ قابل للاشتقاق

قً (س)= س لً (س) + لَ(س) + لَ(س)

قً (س)= س لً (س) + ٢لَ(س)

لَ ًقابل للاشتقاق

ق(٣)(س) = س ل(٣)(س) + لً (س) +٢ لً (س)

ق(٣)(س) = س لً(٣)(س) + ٣ لً (س)

السؤال الاربعون

أوجد $\frac{د\ ص}{د\ س}$ للعلاقات التالية

١) جا(س ص) = ص عند النقطة (٢/π، ١)

الحل: :

جتا (س ص)(س صَ + ص)= صَ

ومنها صَ = صفر

---

٢) ص = جا ن (ل (س))

الحل :

صَ = ن جا ن-١ (ل(س))جتا(ل(س))×لَ (س)

---

٣) س + ص ٣= س ص عند النقطة (٨ ، ٢)

الحل :

١ + ٣ ص ٢ × صَ = س × صَ + ص

١ + ١٢ صَ = ٨ صَ + ٢

٤ صَ = ١

$صَ = \frac{١}{٤}$

٤) س ص ٢ – ص س ٢ = ٢ عند النقطة (١ ، ٢)

الحل :

س×٢ص صَ+ ص٢– (ص×٢س+ س٢ صَ)=٠

٤ صَ + ٤ – (٤ + صَ) = ٠

٤ صَ + ٤ – ٤ - صَ = ٠

٣ صَ = ٠ ومنها صَ = ٠

---

٥) ق(ص ٢)= س وكان قَ(١) = ٣ ،عند ص= ١

الحل: :

قَ(ص ٢) × ٢ ص صَ = ١

قَ(١) × ٢ صَ = ١

٣ × ٢ صَ = ١

٦ صَ = ١

$صَ = \frac{١}{٦}$

---

٦) س= ق(ص ٢ + ١)، قَ(٥)= ٤ عند ص= ٢

الحل :

١= قَ(ص ٢ + ١)(٢ص صَ)

١= قَ(٥)(٤ صَ)

١= ٤(٤ صَ)

$صَ = \frac{١}{١٦}$

---

٧) $\sqrt{س\ ص}$ = ١ ، عند س = ٢

الحل: :

$\frac{س \times صَ + ص}{\sqrt{س\ ص}} = ٠$

عندما س = ٢ فان ص = $\frac{١}{٢}$

بالتعويض

$\frac{٢ \times صَ + ٠.٥}{\sqrt{٢ \times ٠.٥}} = ٠$ ـ ١

$صَ = \frac{}{٤}$

---

٨) ٢ص= ق(٢ س٢ – س)،قَ(٦)=٤ ، س = ٢

الحل :

٢ صَ = قَ (٢ س ٢ – س) (٤ س – ١)

٢ صَ = قَ (٦) (٧)

٢ صَ = ٤ × (٧) ← صَ = ١٤

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

٩) س + ظا (س ص)= صفر
الحل :
١ + قا ٢ (س ص) (س صَ + ص) = ٠
١+ س صَ قا ٢ (س ص) + ص قا ٢ (س ص) = ٠
ـ ص قا ٢ (س ص) ـ ١
صَ = ـــــــــــــــــــــ
س قا ٢ (س ص)

---

١٠) س + ص = س ص
الحل: :
١ + صَ = س صَ + ص
صَ ـ س صَ = ص – ١
صَ (١ – س) = ص – ١
ص – ١
صَ = ـــــــــــــ
١ – س

---

١١) س٣ + ص٣ – ٤ س ص = ٦٤ عند (٤ ، ٠)
الحل: :
٣ س٢+٣ ص٢صَ – (٤س صَ +٤ ص) = ٠
٣ س٢+٣ ص٢صَ –٤س صَ ـ٤ ص = ٠
صَ (٣ ص٢ –٤س) = ٤ ص – ٣ س ٢
٤ ص – ٣ س ٢
صَ = ـــــــــــــ
٣ ص٢ –٤س

---

١٢) اذا كان ص = س م/ن : م / ن عدد نسبي
اثبت ان صَ = م/ ن س م/ن - ١
البرهان
ص ن = س م
ن ص ن- ١ صَ = م س م - ١
م س م - ١
صَ = ـــــــــ اكمل الحل
ن ص ن- ١

---

١٣) ق(ص + ١)= س ٣ ، قَ(٥)= ٤
، ق(٥)= ٨ عند ص = ٤
الحل :
قَ (ص + ١) × صَ = ٣ س ٢
انتبه انتبه امامك .....

عندما ص = ٤ ق(٥) = س٣
لكن ق(٥)= ٨ اذن ٨ = س ٣ ومنها س = ٢
بالتعويض
قَ (٥) × صَ = ٣ (٢) ٢
٤ × صَ = ١٢
صَ = ٣

---

١٤) ص٢ +٤ س٢= ٤ س ص + ٢٥ ، (ـ١ ، ٣)
الحل :
٢ص صَ + ٨ س =٤ س صَ + ص ×٤ + ٠
٦ صَ + ـ ٨ = ـ ٤ × صَ + ١٢
١٠ صَ = ٣
٢٠
صَ = ـــــ = ٢
١٠

---

١٥) ص ٢ = ٣ ص س ٢ + س ٣
الحل :
٢ص صَ =٣ص×٢س+ س٢×٣صَ+٣س٢
٢ص صَ =٦ س ص+ ٣س٢صَ+٣س٢
٢ص صَ ـ ٣س٢صَ =٦ س ص+ ٣س٢
صَ (٢ص ـ ٣س٢)=٦ س ص+ ٣س٢
٦ س ص+ ٣س٢
صَ = ـــــــــــــ
٢ص ـ ٣س٢

---

١٦) ٤ ص٢ + ٨ ص + ٣ س ٢ = ٤٥
٨ ص صَ + ٨ صَ + ٦ س = ٠
صَ(٨ ص + ٨) + ٦ س = ٠
ـ ٦ س
صَ = ـــــــــــ
٨ ص + ٨

---

١٧) س = ظا ص عند س= ٣
الحل :
١ = قا٢ ص × صَ
١
صَ = ـــــــ
قا٢ ص
انتبه انتبه امامك .....
لكن قا٢ ص = ظا ٢ ص + ١

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

= س ٢ + ١
= ٩ + ١ = ١٠

$$صَ = \frac{١}{١٠}$$

---

١٨) س٤ + ٢ س٢ ص٢ = ٩ عند (١ ، ٢)

الحل :

٤ س٣ + ٢س٢ × ٢ص صَ + ص٢ × ٤س =

٤س٢ص صَ + = ـ ٤ س ص٢ ـ ٤ س٣

$$صَ = \frac{-٤ س ص^{٢} - ٤ س^{٣}}{٤ س^{٢} ص}$$

$$صَ = \frac{-١٦ - ٤}{٨} = \frac{-٢٠}{٨}$$

السـؤال الاربعون

١. اذا كان $ص = \frac{جا\ س}{س}$ ، س ≠ ٠

اثبت ان س صً+ ٢ صَ + س ص = صفر

الحل :

انتبه عندما س ≠ ٠ نستطيع ضرب تبادلي

س ص = جا س

س صَ + ص = جتا س

س صً + صَ + صَ = ـ جاس

س صً + ٢صَ = ـ جاس

س صً + ٢صَ = ـ س ص

س صً + ٢صَ + س ص = ٠

---

٢. ص= س ظا س

اثبت ان صً – ٢ ص قا ٢ س = ٢ قا ٢ س

الحل :

صَ = س قا ٢ س + ظا س

صً = س(٢قا س قا س ظا س)+ قا٢س+ قا٢س

صً = ٢ س قا٢س ظا س + ٢قا٢س

صً ـ ٢ ص قا٢س = ٢قا٢س

٣. ص= (قا س + ظا س)ن

اثبت ان صَ = ن ص قا س

الحل :

صَ = ن(قاس+ ظاس)ن ـ ١ (قاس ظاس+ قا٢س)

صَ = ن(قاس+ ظاس)ن ـ ١ قاس(ظاس+ قا س)

صَ = ن قاس (قاس+ ظاس)ن

صَ = ن ص قاس

---

٤. ص = قا ٢ س

اثبت ان صً – ٨ ص ٣ + ٤ ص = صفر

الحل :

صَ = ٢ قا ٢ س ظا ٢ س

صً = ٢قا٢س × ٢قا٢ ٢س+ ظا٢س × ٤قا٢س ظا٢س

صً = ٤قا٣٢س+ ٤قا٢س ظا٢ ٢س

صً = ٤ص ٣+ ٤قا٢س (قا٢ ٢س – ١)

صً = ٤ص ٣+ ٤ص (ص ٢ – ١)

صً = ٤ص ٣+ ٤ ص ٣ – ٤ ص

صً – ٨ ص ٣ + ٤ ص = صفر

---

٥. ص = جا س + جتا س

اثبت ان ص صً + ١ = ـ جا ٢ س

الحل: :

صَ = جتا س ـ جا س

صً = ـ جا س ـ جتا س

ص صً +١=ـ (جاس+ جتاس)(جاس+جتاس)+١

=ـ جا٢س–٢جاس جتا س ~~ـ جتا٢س+١~~

=ـ جا٢س–٢جاس جتا س + جا٢س

= ـ جا ٢ س

---

٦. جا ص = س : |س| < ١

اثبت ان

$$\frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{١}{\sqrt{١ - س^{٢}}}$$

أو صً = ظا ص قا٢ ص

الحل :

جتا ص صَ = ١

$$\frac{د\ ص}{د\ س} = \frac{١}{جتا\ ص} = قا\ ص$$

لكن جا ٢ ص + جتا ٢ ص = ١

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

س ٢ + جتا ٢ ص = ١

جتا ص = $\sqrt{١ - \text{س}^{٢}}$

$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{١}{\sqrt{١ - \text{س}^{٢}}}$ وهو المطلوب ١

المطلوب ٢

جتا ص صً + صَ × - جا ص صَ = ٠

$\text{صً} = \frac{(\text{صَ})^{٢} \text{ جا ص}}{\text{جتا ص}}$

صً = (صَ) ٢ ظا ص

صً = (قا ص) ٢ ظا ص

صً = ظا ص قا٢ ص

---

٧. ص = ظا س + قا س

اثبت ان صً = ص٢ قا س

الحل :

صَ = قا٢س+ قا س ظا س

صً =٢قاس قاس ظاس+ قاس قا٢س+ ظاس قا س ظاس

صً =٢قا٢س ظاس+ قا٣س+ ظا٢س قاس

لكن ص = ظا س + قا س

ص ٢ = ظا ٢ س + ٢ ظا س قا س + قا ٢ س

بالضرب قا س طرفي المعادلة

ص٢ قا س = قا س ظا٢ س+٢ظا س قا٢ س+ قا٣ س

٨. ص = (جا س + جتا س) ٤

اثبت ان

صً + ٤ ص = ١٢ جتا ٢ ٢ س

الحل :

صَ = ٤(جا س + جتا س)٣ (جتا س – جا س)

صً=٤(جاس+جتاس)٣ (- جاس– جتاس) +

(جتا س – جا س)×١٢(جاس+جتاس)٢(جتا س – جا س)

= -٤(جاس+جتاس)٤ + ١٢(جتا س – جا س)٢ (جاس+جتاس)٢

= -٤ص+ ١٢(جتا س – جا س)٢ (جاس+جتاس)٢

= -٤ص+ ١٢(جتا٢ س – جا٢س)٢

صً + ٤ ص = ١٢ جتا ٢ ٢ س

---

٩. اذا كان جا ص = ظا س ، فاثبت ان :

$\text{ظا ص} = \frac{\text{صً}}{\text{٢ قا}^{٢}\text{س} + (\text{صَ})^{٢}}$

الحل :

جتا ص × صَ = قا ٢ س

جتاص×صً+صَ×- جاص×صَ =٢قا س×قاس ظاس

جتاص×صً - (صَ)٢جاص =٢قا٢ س ظاس

جتاص×صً - (صَ)٢جاص =٢قا٢ س جا ص

بالقسمة على جتا ص

صً - (صَ)٢ظاص =٢قا٢ س ظا ص

صً =٢قا٢ س ظا ص + (صَ)٢ظاص

صً = ظاص (٢قا٢ س + (صَ)٢)

$\text{ظا ص} = \frac{\text{صً}}{\text{٢ قا}^{٢}\text{س} + (\text{صَ})^{٢}}$

---

١٠. صً س + ص = س ص

اثبت ان $\text{صً} = \frac{\text{٢ ص}^{٣}}{\text{س}^{٣}}$

الحل: :

انتبه انتبه امامك .....

١ + صَ = س صَ + ص

صً = س صً + صَ + صَ

صً - س صً = ٢ صَ

صً (١ – س) = ٢ صَ

$\text{صً} = \frac{\text{٢ ص}}{\text{١ – س}} \quad \text{.....(١)}$

لكن س ص - ص = س

ص (س – ١) = س

$(\text{س} - ١) = \frac{\text{س}}{\text{ص}} \quad \text{.....(٢)}$

كذلك صَ - س صَ = ص - ١

صَ (١ - س) = ص - ١

$\text{صَ} = \frac{\text{ص - ١}}{\text{١ - س}}$

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

ص ً = ٢ ـــــــــ ÷ ـــــــــ
١ – س ص
ص – ١ ـ س

ص ً = ٢ ـــــــــ × ـــــــــ
١ – س س
ص – ١ ـ ص

---

١١. ص = ظا (س ص)
اثبت ان
د ص ص + ص ٣
ـــــــ = ـــــــــــــــــ
د س ١ – س (١ + ص ٢)
الحل :
صَ = قا ٢ (س ص)(س صَ + ص)
صَ ـ س صَ قا ٢ (س ص) = ص قا ٢ (س ص)
صَ (١ ـ س قا ٢ (س ص)) = ص قا ٢ (س ص)
د ص ص (ظا ٢ (س ص)+ ١)
ـــــــ = ـــــــــــــــــ
د س ١ ـ س (ظا ٢ (س ص)+ ١)
د ص ص (ص ٢ + ١)
ـــــــ = ـــــــــــــــــ
د س ١ ـ س (ص ٢ + ١)
د ص ص + ص ٣
ـــــــ = ـــــــــــــــــ
د س ١ ـ س (ص ٢ + ١)

---

١٢. إذا كان ق(س) اقتران قابل للاشتقاق عند س ، وكانت ص = جتا ن(ق ٢(س)) : ن ∈ ص ،اثبت أن
صَ = ـ ٢ن جتا ن-١(ق ٢(س))
× جا ق ٢(س))ق(س)قَ(س)

١٣.
١
ص = ظاس + ـــــ ظا ٣ س
٣
اثبت أن صَ= قا ٤س
الحل :
صَ = قا ٢ س + ظا ٢س قا ٢ س
صَ = قا ٢ س + (قا ٢ س – ١) قا ٢ س
صَ = قا ٢س + قا ٤ س – قا ٢س = قا ٤س

١٤.
ص = جتا ٢س
اثبت أن قاس صَ + ٤جاس=صفر
الحل :
صَ = ـ ٢جا ٢س
بالتعويض في قاس صَ+ ٤جاس
ـ ٢ قاس جا ٢ س + ٤جاس =
ـ ٢ × ٢ جا س جتا س
ـــــــــــــــــ + ٤ جا س = صفر
جتا س

---

١٥. اذا كان ص = ظا س اثبت ان
د د ص
ـــــ (ص × ـــــ) = صفر
د س د س
الحل: :
بتربيع الطرفين ص ٢ = س
٢ ص صَ = ١
١
صَ = ـــــ
٢ ص
المطلوب (ص صَ)َ
١
صَ = (ص × ـــــ)َ = صفر
٢ ص

---

١٦. ص = جا ٤ س
اثبت أن صً + ١٦ ص = ١٢جا ٢ س
الحل: :
صَ = ٤جا ٣س حتا س
صً =٤جا ٣س× ـ حاس+جتاس×١٢جا ٢س جتا س
=ـ٤جا ٤س + ١٢ جتا ٢س جا ٢س
=ـ٤جا ٤س + ١٢(١ ـ جا ٢س) جا ٢س
=ـ٤جا ٤س + ١٢ جا ٢س ـ١٢ جا ٤س
=ـ١٦جا ٤س + ١٢ جا ٢س
اذن صً + ١٦ ص = ١٢جا ٢ س

0788241724 ناصر ذينات

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

١٧. ص = جاس – جتا س
اثبت أن (صَ) ٢ + ص٢ = ٢
الحل :
صَ = جتا س + جا س
(جتا س+ جا س)٢ + (جا س- جتا س) ٢ =
جتا٢س +٢جاس جتاس+ جا٢س +
جتا٢س -٢جاس جتاس + جا٢س
= ١ + ١ = ٢

---

١٨. ص = جا ن (هـ(س)) : ن ∋ ص
اثبت أن
صَ = ن هـَ(س)جا ن-١ (هـ(س))جتا(هـ(س))
الحل : محلول سابقاً تمرين للطالب

---

١٩. ظا ص = س
اثبت أن صً (١ + س ٢) = - جا ٢ ص
الحل: :
قا٢ص × صَ = ١
(ظا٢ص + ١) صَ = ١
(س ٢ + ١) صَ = ١
(س ٢ + ١) صً + صَ × ٢ س = ٠
١
(س ٢ + ١) صً = - ـــــــ (٢ ظا ص)
قا٢ص
جتا ص جا ص
(س ٢ + ١) صً = - جتا ٢ص (٢ ـــــ)
جتا ص
(س ٢ + ١) صً = -٢ جتا ص جا ص
(س ٢ + ١) صً = - جا ٢ ص

٢٠. ص= قا٢س
اثبت ان صً- ٨ ص٣ + ٤ص =٠
الحل :
صَ = ٢قا٢س ظا ٢ س
صَ = ٢ص ظا ٢ س
صً = ٢ص× ٢قا٢ ٢ س + ظا ٢ س×٢ صَ
صً =٢ص×٢ص٢+ظا٢س×٢×٢ص ظا ٢ س
صً =٤ص٣+ ٤ ص ظا٢٢س
صً =٤ص٣+ ٤ ص (قا٢٢س – ١)
صً =٤ص٣+ ٤ ص (ص٢ – ١)
صً =٤ص٣+ ٤ ص٣ - ٤ ص

اذن صً- ٨ ص٣ + ٤ص =٠

---

٢١. اذا كان
ق(س)= (٣س٢ + ٢)(س٣ – ٢س + ١)
اثبت ان قَ(١) ×قً ً ً ً(١)= ٢١٠
الحل: :
قَ(س)= (٣س٢+٢)(٣س٢–٢)+ (س٣– ٢س+١)(٦ س)
قَ(س)= (٩س٤-٤) + (٦س٤–١٢س٢+٦ س)
قَ(١)= (٥) + (صفر) = ٥
قً (س)= ٣٦س٣ + ٢٤س٣–٢٤س+٦
قً (١)= ٣٦ + ٢٤ –٢٤ + ٦ = ٤٢
قَ(١) × قً ً ً ً(١)= ٥ × ٤٢ = ٢١٠

٢
٢٢. اذا كان ق(س)= ـــــ
س
فاثبت ان قَ(١)= - ٤ قً(٢)
الحل :
- ٢
قَ (س) = ـــــ ومنها قَ(١)= -٢
س ٢
٤ س ٨
قً (س) = ـــــ ومنها قً(٢)= ـــــ
س ٤ ١٦
- ٤ × ٨
- ٤ قً(٢) = ـــــ = - ٢
١٦

---

٢٣. اذا كان ق(س)= س ن
وكان ق(٣)(س)= ٦٠ س ن – ٣ فجد قيمة ن .
الحل: :
قَ(س)= ن س ن- ١
ق ً (س)= ن(ن – ١) س ن- ٢
ق(٣)(س)= ن(ن – ١) (ن – ٢) س ن – ٣
ن(ن – ١) (ن – ٢) س ن – ٣ = ٦٠ س ن – ٣
ن(ن – ١) (ن – ٢) = ٦٠
ومنها ن = ٥

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين
0788241724 ناصر ذينات

٢٤. اذا كان ق(س)=٣س^{ن}
وكان ق$^{(٤)}$ (س)= أ س^{٣} فجد قيمة أ .
الحل :
قَ (س)= ٣ ن س$^{ن - ١}$
قً (س)= ٣ ن(ن – ١) س$^{ن - ٢}$
ق$^{(٣)}$(س)= ٣ن(ن–١)(ن–٢) س$^{ن - ٣}$
ق$^{(٤)}$(س)= ٣ن(ن–١)(ن–٢)(ن–٣) س$^{ن - ٤}$
٣ن(ن–١)(ن–٢)(ن–٣) س$^{ن - ٤}$ = أ س^{٣}
ن – ١ = ٣ ومنها ن = ٤
٣×٤×٣×٢× ١ س^{٣}= أ س^{٣}
ومنها أ = ٧٢

---

٢٥. اذا كان ل ، لَ ، لً قابلا للاشتقاق عند س ،
وكان ق(س) = س ل (س) فجد قً(س) ،ق$^{(٣)}$(س)
الحل: :
قَ(س) = س لَ (س)+ ل(س)
قً(س) = س لً(س) + لَ(س)+ لَ(س)
قً(س) = س لً(س) + ٢لَ(س)
ق$^{(٣)}$(س)= س ل$^{(٣)}$(س) + لً(س) + ٢ لً(س)
ق$^{(٣)}$(س)= س ل$^{(٣)}$(س) + ٣ لً(س)

---

٢٦. ص= جتا (س + π/٢)
فاثبت ان : ص + صً= صفر
الحل :
صَ = - جا (س + π/٢)
صً = - جتا (س + π/٢)
ص+ صً = جتا (س+ π/٢) - جتا (س + π/٢) = ٠

---

٢٧. اذا كان ص = أ جاس + ب جتا س : أ ، ب ثوابت
اثبت ان (صَ)^{٢} + ص^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}
الحل :
صَ = أ جتاس - ب جا س
(صَ)^{٢}+ص^{٢}=(أجتاس- ب جاس)^{٢}+(أجاس+ ب جتاس)^{٢}
= أ^{٢}جتا^{٢}س- ٢ أ ب جاس جتا س + ب^{٢} جا^{٢}س+
أ^{٢}جا^{٢}س+ ٢ أ ب جا س جتاس + ب^{٢} جتا^{٢}س
= أ^{٢}جتا^{٢}س+ أ^{٢}جا^{٢}س+ ب^{٢} جا^{٢}س+ ب^{٢} جتا^{٢}س
= أ^{٢}(جتا^{٢}س+ جا^{٢}س)+ ب^{٢} (جا^{٢}س+ جتا^{٢}س)
= أ^{٢}× ١ + ب^{٢} × ١
= أ^{٢} + ب^{٢}

٢٨. اذا كان جا (س + ص) = س ص
أوجد صَ
الحل: :
جتا(س+ص)(١+صَ)= س صَ+ ص
جتا(س+ص)+ صَ جتا(س+ص)= س صَ+ ص
س صَ - صَ جتا(س+ص)= جتا(س+ص) - ص
صَ (س - جتا(س+ص))= جتا(س+ص) - ص
جتا(س+ص) - ص
صَ = ———————
س - جتا(س+ص)

---

٢٩. ليكن ص = ق(س) ، ص^{٣} = ق(٢س^{٢}– س)
وكان قَ (٦) = ٤ ، ق(٦)=-٤ ، ق(٢)= ١ اوجد
صَ عندما س = ٢
الحل: :
٣ ص^{٢} صَ = قَ(٢س^{٢}– س)(٤ س – ١)
٣ (ق (س))^{٢} صَ = قَ(٢س^{٢}– س)(٤ س – ١)
٣ (ق (٢))^{٢} صَ = قَ(٦)(٧)
٣ (١)^{٢} صَ = ٤ (٧)
صَ = ٢٨ / ٣

---

٣٠. ٩ س ^{٢} + ١٢ س ص + ٤ ص ^{٢} – ٧ = ٠
اثبت ان صً = صفر
الحل: :
١٨ س + ١٢ س صَ + ص ×١٢ + ٨ص صَ= ٠
١٨ س + ١٢ س صَ +١٢ ص+ ٨ص صَ= ٠
صَ (١٢ س + ٨ص) =-١٢ ص - ١٨ س
-١٢ ص - ١٨ س
صَ = ———————
(١٢ س + ٨ص)

-٦ (٢ ص + ٣ س)
صَ = ———————
٤(٣ س + ٢ ص)
ومنها صً = ٠

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

٣١. اذا كان س ٢ + ص ٢ = أ ٢ : أ ثابت
فبين ان

$$\left| \frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} \right| = \frac{١}{\text{أ}}$$

الحل: :

٢ س + ٢ ص ص َ = ٠

$$\text{ص}' = -\frac{\text{س}}{\text{ص}}$$

٢ + ٢ ص × ص ً + ص َ × ٢ ص َ = ٠

٢ + ٢ ص ص ً + ٢ (ص َ) ٢ = ٠

٢(١ + (ص َ) ٢) + ٢ ص ص ً = ٠

(١ + (ص َ) ٢) + ص ص ً = ٠

$$\text{ص}' = \frac{-(١ + (\text{ص}')^{٢})}{\text{ص}}$$

بالقسمة على $\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}$ للطرفين والقيمة المطلقة

$$\frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} = \frac{-(١ + (\text{ص}')^{٢})}{\text{ص}\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}}$$

$$\frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} = \frac{-١}{\text{ص}\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})}}$$

$$\frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} = \frac{-١}{\text{ص}\sqrt{(١ + \frac{\text{س}^{٢}}{\text{ص}^{٢}})}}$$

$$\frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} = \frac{-١}{\text{ص}\sqrt{(\frac{\text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}}{\text{ص}^{٢}})}}$$

$$\left| \frac{\text{ص}'}{\sqrt{(١ + (\text{ص}')^{٢})^{٣}}} \right| = \left| \frac{-١}{\text{أ}^{٢}} \right| = \frac{١}{٩}$$

٣٢. س ٢ + ١٢ س ص + ٤ ص ٢ − ٧ = ٠
اثبت ان ص ً = صفر
الحل: :

١٨ س + ١٢ س ص َ + ص × ١٢ + ٨ص ص َ= ٠

١٨ س + ١٢ س ص َ +١٢ ص+ ٨ص ص َ= ٠

ص َ (١٢ س + ٨ص) =-١٢ ص - ١٨ س

$$\text{ص}' = \frac{-١٢\ \text{ص} - ١٨\ \text{س}}{(١٢\ \text{س} + ٨\text{ص})}$$

$$\text{ص}' = \frac{-٦\ (٢\ \text{ص} + ٣\ \text{س})}{٤(٣\ \text{س} + ٢\ \text{ص})}$$

ومنها ص ً = ٠

---

٣٣. اذا كان جا (س + ص) = س ص
أوجد ص َ
الحل: :

جتا(س+ص)(١ +ص َ)= س ص َ+ ص

جتا(س+ص)+ ص َ جتا(س+ص)= س ص َ+ ص

س ص َ - ص َ جتا(س+ص)= جتا(س+ص) - ص

ص َ (س - جتا(س+ص))= جتا(س+ص) - ص

$$\text{ص}' = \frac{\text{جتا}(\text{س}+\text{ص}) - \text{ص}}{\text{س} - \text{جتا}(\text{س}+\text{ص})}$$

---

٣٤. ليكن ص = ق(س) ، ص ٣ = ق(٢س ٢ − س)
وكان ق َ (٦) = ٤ ، ق(٦)=-٤ ، ق(٢)= ١ اوجد
ص َ عندما س = ٢
الحل: :

٣ ص ٢ ص ً = ق َ(٢س ٢ − س)(٤ س − ١)

٣ (ق (س)) ٢ ص ً = ق َ(٢س ٢ − س)(٤ س − ١)

٣ (ق (٢)) ٢ ص ً = ق َ(٦)(٧)

٣ (١) ٢ ص ً = ٤ (٧)

ص ً = ٢٨ / ٣

0782417724 ناصر ذينات

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

٣٥. جد النقطة على المنحنى العلاقة
$\sqrt{س} + \sqrt{ص} = ٣$ التي تحقق العلاقة صَ = -٢
الحل: :

---

٣٦. اوجد المشتقات المتتالية
ق (س) = $س^{٣/٤}$ عندما س = ٠
الحل: :
قَ (س) = $٣/٤ \, س^{-٣/٤}$ ١
قَ (س) = $٣/٤ \, س^{٣/١}$
قَ (٠) = ٠
قً (س) = $٩/٤ \, س^{-٣/٢}$
قً (٠) = غ . م
$ق^{(٣)}$ (س) = $-٢٧/٨ \, س^{-٣/٥}$
$ق^{(٣)}$ (٠) = غ . م
$ق^{(ن)}$ (٠) = غ . م

---

٣٧. اذا كان

$ص = \sqrt{س + \sqrt{١ + س^{٢}}}$

اثبت ان ٢ $\sqrt{١ + س^{٢}} \times صَ = ص$
الحل:
بتربيع الطرفين

$ص^{٢} = س + \sqrt{١ + س^{٢}}$

$٢ ص صَ = ١ + \frac{٢ س}{٢ \sqrt{١ + س^{٢}}}$

$٢ ص صَ = ١ + \frac{س}{\sqrt{١ + س^{٢}}}$

$٢ ص صَ = \frac{\sqrt{١ + س^{٢}} + س}{\sqrt{١ + س^{٢}}}$

$٢ \sqrt{١ + س^{٢}} \times صَ = \frac{ص^{٢}}{ص}$

اذن ٢ $\sqrt{١ + س^{٢}} \times صَ = ص$

٣٨. اذا كان ص = $٤ + ٣ جا س$
اثبت ان
$٢ ص صً + ٢ (صَ)^{٢} + ص^{٢} = ٤$
الحل: :

السـؤال الحادي ولاربعون

اوجد معادلة المماس والعمودي لمنحنى العلاقة
$س^{٣} + ٣ س ص^{٢} = ٥ س + ٨$ عند النقطة (١ ، ٢)
الحل :
م = صَ عند النقطة (١ ، ٢)
$٣ س^{٢} + ٣ س \times ٢ ص صَ + ص^{٢} \times ٣ = ٥$
عند النقطة (١ ، ٢)

$٣ + ١٢ صَ + ١٢ = ٥$ ومنها $صَ = \frac{-١٠}{١٢} = م$

معادلة المماس $ص - ص_{١} = م (س - س_{١})$

$ص - ٢ = \frac{-١٠}{١٢} (س - ١)$

$ص - ٢ = \frac{١٢}{١٠} (س - ١)$

السـؤال الثاني ولاربعون

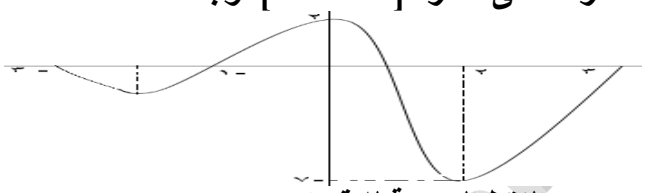
اذا كان $ق(س) = س^{ن}$
وكان $ق^{(٣)}(س) = ٦٠ \, س^{ن-٣}$ فجد قيمة ن .
الحل: :
$قَ(س) = ن \, س^{ن-١}$
$قً (س) = ن(ن - ١) \, س^{ن-٢}$
$ق^{(٣)}(س) = ن(ن - ١)(ن - ٢) \, س^{ن-٣}$
$ن(ن - ١)(ن - ٢) \, س^{ن-٣} = ٦٠ \, س^{ن-٣}$
$ن(ن - ١)(ن - ٢) = ٦٠$
ومنها ن = ٥

ناصر ذينات 0788241724

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال الثالث ولاربعون

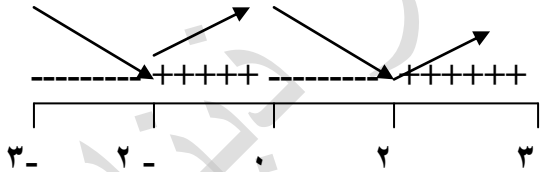
في الشكل المجاور منحنى كثير الحدود ق(س)
المعرف على الفترة [- ٣ ، ٣] اوجد



١. النقط الحرجة للاقتران ق
٢. مجالات التزايد والتناقص
٣. القيم القصوى للاقتران ق

الحل :

١.



النقط الحرجة س = { -٣ ، - ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣ }

٢) متزايد [- ٢ ، ٠] ∪ [٢ ، ٣]
متناقص [- ٣ ، - ٢] ∪ [٠ ، ٢]

٣) (- ٣ ، ق(- ٣)) = (- ٣ ، ٠)
(- ٢ ، ق(- ٢)) = (- ٢ ، -١) صغرى محلية
(٠ ، ق(٠)) = (٠ ، ٢) عظمى محلية مطلقة
(٢، ق(٢)) = (٢ ، -٧) صغرى محلية مطلقة
(٣ ، ق(٣)) = (٣ ، ٠)

السـؤال الرابع ولاربعون

اذا كان ق(س)=٣س^{ن}
وكان ق$^{(٤)}$ (س)= أ س^{٣} فجد قيمة أ .

الحل :

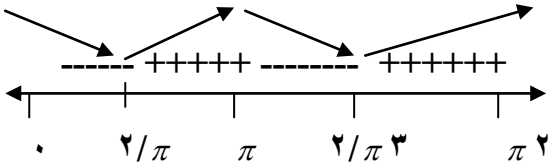
قَ (س)= ٣ ن س$^{ن - ١}$
قً (س)= ٣ ن(ن – ١) س$^{ن - ٢}$
ق$^{(٣)}$(س)= ٣ن(ن–١)(ن–٢) س$^{ن - ٣}$
ق$^{(٤)}$(س)= ٣ن(ن–١)(ن–٢)(ن–٣) س$^{ن - ٤}$
٣ن(ن–١)(ن–٢)(ن–٣) س$^{ن - ٤}$ = أ س^{٣}
ن – ١ = ٣ ومنها ن = ٤
٣×٤×٣×٢× ١ س^{٣}= أ س^{٣}
ومنها أ = ٧٢

السـؤال الخامس ولاربعون

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران
ق(س) = جتا ٢س ، [٠ ، ٢ π]

الحل :

قَ (س) = - ٢ جا ٢ س
- ٢ جا ٢ س = ٠ ومنها
٢ س = ٠ ، π ، ٢ π ، ٣ π ، ٤ π
ومنها س = ٠ ، $\pi/٢$ ، π ، ٣ $\pi/٢$ ، ٢ π



متزايد [$\pi/٢$ ، π] ∪ [٣ $\pi/٢$ ، ٢ π]
متناقص [٠، $\pi/٢$] ∪ [π ، ٣ $\pi/٢$]

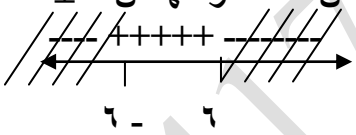
السـؤال السادس والاربعون:

اذا كان ق (س) = $\sqrt{٣٦ - س^{٢}}$

١. ما مجال هذا الاقتران
٢. حدد مجالات التزايد والتناقص

الحل :

٣٦ - س^{٢} = ٠ ومنها س = ± ٦

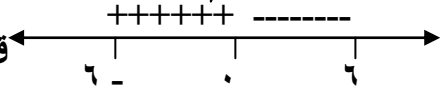


١) المجال [- ٦ ، ٦]

٢)

$$قَ(س) = \frac{- ٢ س}{٢ \sqrt{٣٦ - س^{٢}}}$$

$$\frac{- س}{\sqrt{س^{٢} - ٣٦}} = ٠$$



اذن متزايد [- ٦ ، ٠]
متناقص [٠ ، ٦]

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

0788241724 ناصر ذينات

السؤال السابع والاربعون:

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

ق(س) = س ^{٣} (٤ – س)

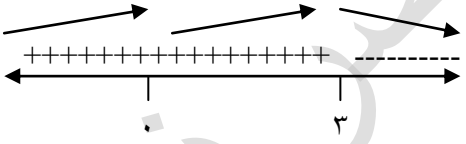
الحل :

ق(س) = ٤ س ^{٣} – س ^{٤}

قَ(س) = ١٢ س ^{٢} – ٤ س ^{٣}

١٢ س ^{٢} – ٤ س ^{٣} = ٠

س٢ (١٢ – ٤ س) = ٠ ومنها س = ٠ ، ٣



متزايد (- ∞ ، ٣]

متناقص [٣ ، ∞)

السؤال الثامن والاربعون: مهم جداً

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

ق(س) = { س ، ٠ ≤ س < ١ ؛ | س – ١ | ، ١ ≤ س ≤ ٢

الحل :

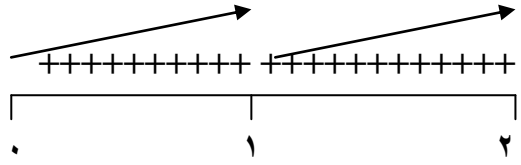
ق(س) = { س ، ٠ ≤ س < ١ ؛ س – ١ ، ١ ≤ س ≤ ٢

عند س = ١ غير متصل

قَ(س) = { ١ ، ٠ < س < ١ ؛ ١ ، ١ < س < ٢

عند س = ١ غ . ق why

عند س = صفر ، ٢ غ . ق why



متزايد [٠ ، ١) ، [١ ، ٢]

السؤال التاسع والاربعون: مهم جداً

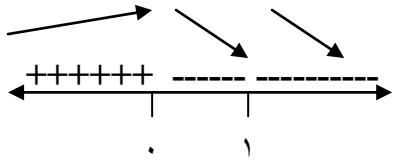
اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

قَ(س) = { ٣ – س ^{٢} ، س ≤١ ؛ ٢ / س ، س > ١

الحل :

ق متصل على ح

قَ(س) = { – ٢ س ، س < ١ ؛ – ٢ / س ^{٢} ، س > ١



متزايد(- ∞، ٠] ، متناقص [٠ ، ∞)

السؤال الخمسون: مهم جداً

جد نقط الانعطاف وزوايا الانعطاف ان وجدت للاقتران

ق(س) = س ^{٤} – ٦ س ^{٣} +١٢ س ^{٢} + ١، س ∈ ح

الحل :

قَ(س) = ٤ س ^{٣} – ١٨ س ^{٢} + ٢٤ س

قً(س) = ١٢ س ^{٢} – ٣٦ س + ٢٤

١٢ س ^{٢} – ٣٦ س + ٢٤ = ٠

س ^{٢} – ٣ س + ٢ = ٠

(س – ٢)(س – ١) = ٠ ومنها س = ١ ، ٢

(١ ، ق(١)) ، (٢ ،ق(٢)) نقط انعطاف

قَ(١) = ظا هـ = ١٠ ، قَ(٢) = ظا هـ = ٨

ملاحظة زاوية الانعطاف غير مطلوبة

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السـؤال الحادي والخمسون

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

$ق(س) = \sqrt[3]{س - ٢}$

الحل :

$ق'(س) = \frac{١}{٣\sqrt[3]{(س-٢)^{٢}}}$

البسط والمقام دائماً موجب

++++++++++++++++++++++

متزايد على ح

٢

السـؤال الثاني والخمسون

اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران

$ق(س) = جا^{٢} س$ ، $[٠ ، ٢\pi]$

الحل :

$ق'(س) = ٢ جا س جتا س = جا ٢ س$

$جا ٢ س = ٠$

$٢س = ٠ ، \pi ، ٢\pi ، ٣\pi ، ٤\pi$

$اذن س = ٠ ، \pi/٢ ، \pi ، ٣\pi/٢ ، ٢\pi$

++++++ -------- ++++++ --------

$٠ \quad \pi/٢ \quad \pi \quad ٣\pi/٢ \quad ٢\pi$

السـؤال الثالث والخمسون

اذا كان ق(س) = ٣ س + جتا س اثبت ان ق متزايد على ح

الحل :

$ق'(س) = ٣ - جا س$

$٣ - جا س = ٠$ ومنها $جا س = ٣$ وهذا مستحيل ولكن

$-١ \leq جا س \leq ١$

$اذن ق'(س) > ٠$

اذن ق(س) متزايد على ح

السـؤال الرابع والخمسون

انتبه الى الفترة :

اذا كان ق(س):$[-١ ، ٥] \rightarrow ح$

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، -١ \leq س < ١ \\ ٢س - ١ & ، ١ \leq س \leq ٢ \\ ٥ & ، ٢ \leq س \leq ٥ \end{cases}$$

اوجد مجالات التزايد والتناقص

الحل :

غير متصل عند س= ١ ، ٢ ان غير قابل للاشتقاق

كذلك عند س = -١ ، ٥ غير قابل اطراف فترة

$$ق'(س) = \begin{cases} ٢س & ، -١ < س < ١ \\ ٢ & ، ١ < س < ٢ \\ ٠ & ، ٢ < س < ٥ \end{cases}$$

------ ++++ ++++++ ثابت

$-١ \quad ٠ \quad ١ \quad ٣ \quad ٥$

متزايد $[٠ ، ١) \cup [١ ، ٢]$ انتبه الى الفترة

متناقص $[-١ ، ٠]$

ثابت $[٣ ، ٥]$

السـؤال الخامس والخمسون

اذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - س & ، ٠ \leq س \leq ١ \\ س - ١ & ، ١ < س \leq ٣ \end{cases}$$

اوجد النقط الحرجة

الحل :

$$ق'(س) = \begin{cases} ٢س - ١ & ، ٠ < س < ١ \\ ١ & ، ١ < س < ٣ \end{cases}$$

عندما س = ١ متصل $ق'(١) = ١$

النقط الحرجة { ٠ ، ٠.٥ ، ٣ } اطراف فترة

؟ لماذا ١ ليس حرجة ، ؟ ٠.٥ حرجة

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السؤال السادس والخمسون

جد جميع النقط الحرجة للاقتران

ق(س)= س ^{٢} +٤س + ٥ على الفترة (٠ ، ٤)

الحل :

قَ(س) = ٢ س + ٤

٢ س + ٤ = ٠ ومنها س = -٢

لا يوجد نقط حرجة ؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟

؟ { ٠ ، ٤ } ليس حرجة

السؤال السابع والخمسون

اذا كان ق معرف على [٠ ، ٣] وكان

$$ق(س) = \frac{س - ٢}{س + ١}$$

اوجد النقط الحرجة

الحل :

{ ٠ ، ٣ } حرجة اطراف فترة

٢ حرجة لانه اصفار اقتران

-١ ليس حرجة لانه لاينتمي للفترة

السؤال الثامن والخمسون

جد جميع النقط الحرجة للاقتران

ق(س)= [س] على ح

الحل :

كل مجاله حرجه ح ؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟؟

ق(س)= س ^{٣} على الفترة [-١ ، ٣]

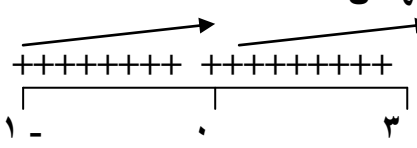
١. هل للاقتران قيم قصوى عند الصفر

٢. هل للاقتران نقطة حرجة عند الصفر

الحل :

قَ(س) = ٣ س ^{٢}

٣ س ^{٢} = ٠ ومنها س = ٠



اذن س = { -١ ، ٠ ، ٣ } نقط حرجة لكنه ليس له قيمة قصوى عند س = ٠ حسب النظرية الاحقة

السؤال التاسع والخمسون

جد نقط القيم القصوى ونوعها للاقتران

$$ق(س) = \begin{cases} س^{٢} - ٢س + ٣ & ، \ -٤ \leq س < ٢ \\ |س - ٥| & ، \ ٢ \leq س \leq ٧ \end{cases}$$

الحل :

$\|س - ٥\|$	$س^{٢} - ٢س + ٣$

٧ ٢ -٤

$س - ٥$	$٥ - س$	$س^{٢} - ٢س + ٣$	

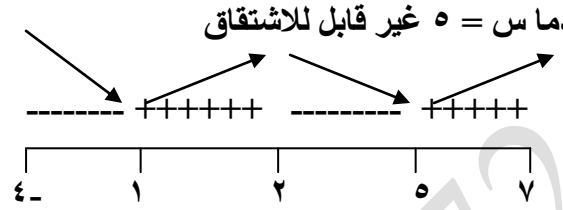
٧ ٥ ٢ -٤

$$قَ(س) = \begin{cases} ٢س - ٢ & ، \ -٤ < س < ٢ \\ -١ & ، \ ٢ < س < ٥ \\ ١ & ، \ ٥ < س < ٧ \end{cases}$$

عندما س = -٤ ، ٧ غير قابل للاشتقاق اطراف فتره

عندما س= ٢ غير قابل للاشتقاق

عندما س = ٥ غير قابل للاشتقاق



(-٤ ، ٢٧)

(١ ، ٢) صغرى محلية

(٢ ، ٣) عظمى محلية

(٥ ، ٠) صغرى محلية مطلقة

(٧ ، ٣٨) عظمى مطلقة

السؤال الستون

اذا كان ق(س) = أ س ^{٣} + ب س ^{٢} + ٩س + ١

اوجد قيم أ ، ب اذا علمت ان للاقتران قيمة عظمى عندما س = ١ وقيمة صغرى عندما س = ٣

الحل :

قَ(س) = ٣ أ س ^{٢} + ٢ ب س + ٩

* له قيمة عظمى عند س= ١ ، قَ(١) = ٠

٣ أ + ٢ ب + ٩ = ٠ .....(١)

* له قيمة صغرى عند س= ٣ ، قَ(٣) = ٠

٢٧ أ + ٦ ب + ٩ = ٠ .....(٢)

من (١) ، (٢)

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

-٣(٣ أ + ٢ ب + ٩ = ٠)
٢٧ أ + ٦ ب + ٩ = ٠
- ٩ أ – ٦ ب – ٢٧ = ٠
٢٧ أ + ٦ ب + ٩ = ٠
١٨ أ – ١٨ = ٠ ومنها أ = ١
وبالتعويض في (١) تكون ب = - ٦

السـؤال الحادي والستون

ما هو الاقتران التربيعي الذي يمر بالنقطتين
(٠ ، ٠) ، (٢ ، - ١٢)
وله نقطة حرجة عندما س = ٢

الحل :

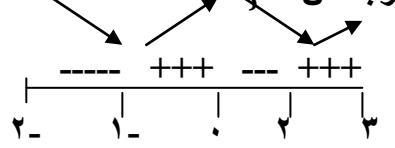
قاعدة الاقتران التربيعي
ق(س) = أ س ٢ + ب س + جـ
* (٠ ، ٠) تحقق المعادلة ومنها ← جـ = ٠
* (٢ ، - ١٢) تحقق المعادلة ومنها
أ (٢)٢ + ب (٢) + ٠ = -١٢
ومنها ٤ أ + ٢ ب = - ١٢ .....(١)
* له نقطة حرجة ← قَ(٢) = ٠
قَ(س) = ٢ أ س + ب
قَ(٢) = ٠ ← ٤ أ + ب = ٠ .....(٢)
من (١) ، (٢)
٤ أ + ٢ ب = - ١٢
- (٤ أ + ب = ٠)
ب = - ١٢ وبالتعويض في (٢) ← أ = ٣

السـؤال الثاني والستون

ليكن ق(س)= ٢ س٣ – ٣ س٢ – ١٢ س، [-٢ ، ٣]
١. اوجد جميع النقط الحرجة للاقتران ق
٢. جد القيم القصوى المحلية والمطلقة

الحل :

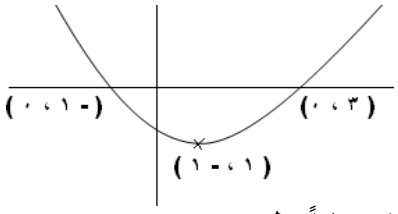
١. اطراف الفترة + اصفار المشتقة الاولى حرجة
قَ(س) = ٦ س ٢ – ٦ س - ١٢
٦ س ٢ – ٦ س – ١٢= ٠ بالقسمة على ٦
س ٢ – س – ٢ = ٠
(س – ٢)(س + ١) =٠ ← س = ٢ ، -١
اذن الحرجة س = { -٢ ، -١ ، ٠ ، ٢ ، ٣ }



تمرين للطالب حدد القيم القصوى

السـؤال الثالث والستون

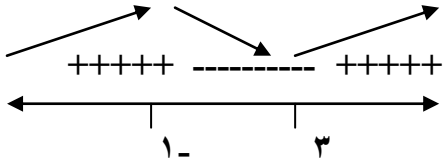
الرسم التالي يمثل المشتقة الاولى للاقتران ق كثير الحدود من الدرجة الثالثة



اعتماداً عليه
١. جد مجالات التزايد التناقص
٢. نقاط القيم العظمى المحلية للاقتران ق

الحل :

١.



متزايد (- ∞ ، - ١] ∪ [٣ ، ∞)
متناقص [-١ ، ٣]

٢. (-١ ، ق(- ١)) عظمى محلية
(٣ ، ق(٣)) صغرى محلية

السـؤال الرابع والستون

جد قيم كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل للاقتران
ق(س) = س ٣ + أ س ٢ + ب س ،
نقطتين حرجتين عند س = - ١ ، س = ٢

الحل :

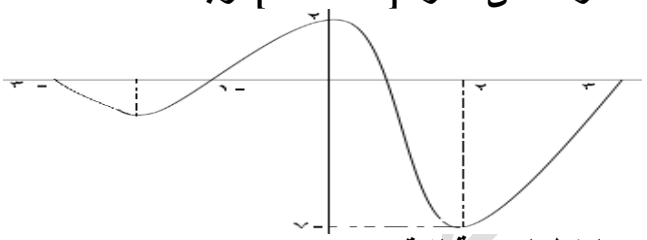
قَ(س) = ٣ س ٢ + ٢ أ س + ب
، نقطتين حرجتين عند س = - ١ ، س = ٢
قَ(-١) = ٠ ومنها ٣ – ٢ أ + ب = ٠ .....(١)
قَ(٢) = ٠ ومنها ١٢ + ٤أ + ب = ٠ .....(٢)
من (١) ، (٢)
- (٣ – ٢ أ + ب = ٠)
١٢ + ٤أ + ب = ٠
٩ + ٦ أ = ٠ ومنها أ = - ١.٥
بالتعويض في (١) ب = - ٦

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السـؤال الخامس والستون

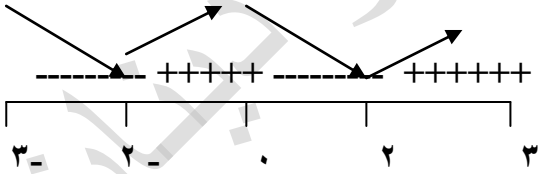
في الشكل المجاور منحنى كثير الحدود ق(س) المعرف على الفترة [- ٣ ، ٣] اوجد



١. النقط الحرجة للاقتران ق
٢. مجالات التزايد والتناقص
٣. القيم القصوى للاقتران ق

الحل :

٣.



النقط الحرجة س = { -٣ ، - ٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣ }

٤. متزايد [- ٢ ، ٠] ∪ [٢ ، ٣]
متناقص [- ٣ ، - ٢] ∪ [٠ ، ٢]

٥. (- ٣ ، ق(- ٣)) = (- ٣ ، ٠)
(- ٢ ، ق(- ٢)) = (- ٢ ، -١) صغرى محلية
(٠ ، ق(٠)) = (٠ ، ٢) عظمى محلية مطلقة
(٢، ق(٢)) = (٢ ، -٧) صغرى محلية مطلقة
(٣ ، ق(٣)) = (٣ ، ٠)

السـؤال السادس والستون

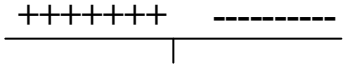
اوجد النقط الحرجة والقيم القصوى المحلية

١. ق(س) = | ٦ – ٣ س |

٢. ق(س) = $\sqrt[3]{\text{س} + ٢}$

الحل :

٣ س – ٦ ٦ – ٣ س

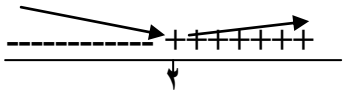


٢

١.

ق َ (س) = { - ٣ ، س < ٢ ; ٣ ، س > ٢ }

عندما س = ٢ متصل لكنه غير قابل للاشتقاق
النقط الحرجة س= { ٢ }

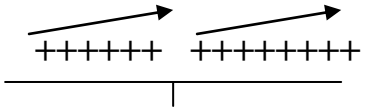


(٢ ، ق(٢)) قيمة صغرى محلية ٢.

١

ق َ(س) = $\frac{}{\sqrt[3]{(\text{س} + ٢)^{٢}}}$

غير قابل للاشتقاق عند س = -٢
وبما ان ق َ(س) ≠ ٠
اذن النقط الحرجة س = { - ٢ }

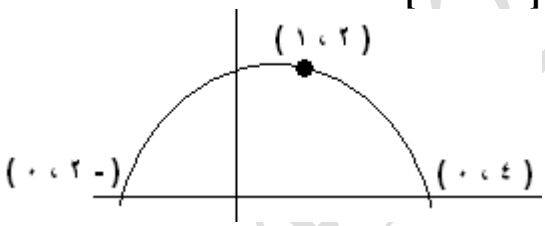


- ٢

لا يوجد قيم قصوى

السـؤال السابع والستون

الرسم التالي يمثل المشتقة الثانية للاقتران ق(س) اعتماداً عليه حدد مجالات التقعر للاعلى وللاسفل على الفترة [- ٢ ، ٤]



الحل :

- ٢ ٤

مقعر للاعلى [- ٢ ، ٤]

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السؤال الثامن والستون

بين ان للاقتران ق(س) = ٣س^{٥} – ١٠س^{٤} + ٨٠ س
نقطة انعطاف عند س = ٢

الحل :

قَ(س) = ١٥ س^{٤} – ٤٠ س^{٣} + ٨٠
قً(س) = ٦٠ س^{٣} – ١٢٠ س^{٢}
٦٠ س^{٣} – ١٢٠ س^{٢} = ٠
س^{٢} (٦٠ س – ١٢٠) = ٠ ومنها س= ٠ ، ٢

∪ ∩ ∪
+++++++ ---------- +++++++
٠ ٢

اذن للاقتران نقطة انعطاف عند س = ٢

السؤال التاسع والستون

ق(س) = س^{٤} -٤س^{٣} + ٢س -٣ ، س $\in$ [-٥ ، ٥]
اوجد

١. النقط الحرجة أن أمكن
٢. مجالات التزايد والتناقص للاقتران أن أمكن
٣. نقط القيم القصوى المحلية ، والمطلقة أن أمكن
٤. مجلات التقعر للأعلى وللأسفل للاقتران أن أمكن
٥. نقط الانعطاف أن أمكن
٦. بالاستفادة مما وجدته ارسم منحنى الاقتران ق(س)
٧. بالاستفادة مما وجدته ارسم منحنى الاقتران قَ(س)
٨. بالاستفادة مما وجدته ارسم منحنى الاقتران قً(س)

الحل : تمرين للطالب

السؤال السبعون:

باستخدام المشتقة الثانية جد نقط القيم القصوى
ق(س) = س ^{٣} – ٣ س ^{٢} – ٩ س + ٧
الحل :
قَ(س) = ٣ س ^{٢} – ٦ س – ٩
٣ س ^{٢} – ٦ س – ٩ = ٠ بالقسمة على ٣
س ^{٢} – ٢ س – ٣ = ٠ ومنها
(س – ٣)(س+ ١) = ٠ ومنها س= - ١ ، ٣
قً(س) = ٦ س – ٦
قً(-١) = ٦ × -١ – ٦ = - ١٢ له قيمة عظمى محلية عند س= - ١ وهي (-١ ، ق(- ١))
قً(٣) = ٦ × ٣ – ٦ = ١٢ له قيمة صغرى محلية عند س=٣ وهي (٣ ، ق(٣))

السؤال الحادي والسبعون:

بين ان اختبار المشتقة الثانية لا تصلح
ق(س) = س ^{٤} + ٣
الحل :
قَ (س) = ٤ س ^{٣}
٤ س ^{٣} = ٠ ومنها س= ٠
قً(س) = ١٢ س ^{٢}
قً(٠) = ١٢ (٠) ^{٢} = ٠ لا تصلح النظرية
لايجاد القيم القصوى تمرين للطالب

السؤال الثاني والسبعون: مهم جدا

ق(س) = أ س ^{٣} + ب س ^{٢} + جـ س + د يمر بالنقطة(٠ ، ٤) ، (– ١ ، ٢) علماً بان(– ١، ٢) نقطة انعطاف افقي اوجد قيمة أ ، ب ، جـ ، د

الحل :

(٠ ، ٤) تحقق المعادلة ومنها د = ٤
(– ١ ، ٢) تحقق المعادلة ومنها ق(-١)= ٢
- أ + ب – جـ + ٤ = ٢ .....(١)
(– ١، ٢) نقطة انعطاف افقي هذا يعني
قً (- ١) = ٠ ، قَ(-١) = ٠ ولذلك
قَ(س) = ٣ أ س ^{٢} + ٢ ب س + جـ
قَ(-١) = ٣ أ (-١) ^{٢} + ٢ ب (-١) + جـ = ٠
٣ أ - ٢ ب + جـ = ٠ .....(٢)
وأيضاً قً(س) = ٦ أ س + ٢ ب
قً(-١) = ٦ أ (- ١) + ٢ ب = ٠
-٦ أ + ٢ ب = ٠ .....(٣)
من (٢) ، (٣)
٣ أ - ٢ ب + جـ = ٠
-٦ أ + ٢ ب = ٠

- ٣ أ + جـ = ٠ .....(٤)
من (١) ، (٢) وضرب (١) في ٢
- ٢أ + ٢ب –٢جـ + ٤ = ٠
٣ أ - ٢ ب + جـ = ٠

أ – جـ + ٤ = ٠ .....(٥)
من (٤) ، (٥)
- ٣ أ + جـ = ٠
أ – جـ + ٤ = ٠

- ٢ أ = - ٤ ومنها أ = ٢

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

0788241724 ناصر ذينات

بالتعويض (٥) فان جـ = ٦
بالتعويض (٣) فان ب = ٦

السـؤال الثالث والسبعون: مهم جدا

ق(س) = أ س ٣ + ب س ٢ + جـ س + د يمر بالنقطة (٠ ، ٢) ، ومعادلة العمودي على المماس لمنحناه عند نقطة الانعطاف (١ ، ٢) هي
س – ٢ ص + ٣ = ٠

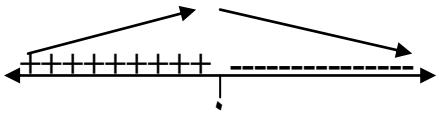
الحل :
يمر بالنقطة (٠ ، ٢) ومنها د = ٢
(١ ، ٢) نقطة الانعطاف ق(١) = ٢
أ + ب + جـ + ٢ = ٢ ....(١)
كذلك قً (١) = ٠
قَ(س) = ٣ أ س ٢ + ٢ ب س + جـ
قً(س) = ٦ أ س + ٢ ب
قً(١) = ٦ أ (١) + ٢ ب = ٠ ومنها
٦ أ + ٢ ب = ٠ .....(٢)
كذلك ميل المماس × ميل العمودي = – ١
ميل المماس قَ(١) = ٣ أ + ٢ ب + جـ
ميل العمودي ص
١ – ٢ صَ = ٠ ومنها صَ = ٢/١
لكن ميل المماس × ميل العمودي = – ١
(٣ أ + ٢ ب + جـ) (٢/١) = – ١
ومنها ٣ أ + ٢ ب + جـ = – ٢.....(٣)
من (١) ، (٣) وبضرب (١) في –
– أ – ب – جـ = ٠
٣ أ + ٢ ب + جـ = – ٢
٢ أ + ب = – ٢ .....(٤)
من (٢) ، (٤) وبضرب (٤) في – ٢
٦ أ + ٢ ب = ٠
– ٤ أ – ٢ ب = ٤
٢ أ = ٤ ومنها أ = ٢
وبالتعويض (٢) فان ب = – ٦
وبالتعويض في (١) فان جـ = ٤

السـؤال الرابع التسعون:

$$ق(س) = \begin{cases} -س^{2} & ، س \geq ٠ \\ \frac{س^{2}}{٢} & ، س < ٠ \end{cases}$$

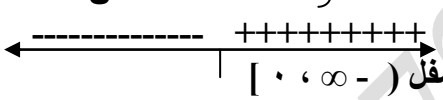
اوجد
١. اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران
٢. حدد فترات التقعر الى الاعلى وللاسفل لمنحنى ق
٣. جد نقطة الانعطاف لمنحنى الاقتران ق
الحل :
١. عندما س = ٠ متصل

$$قَ(س) = \begin{cases} -٢س & ، س < ٠ \\ صفر & ، س = ٠ \\ س & ، س > ٠ \end{cases}$$



٢. عندما س = ٠ متصل

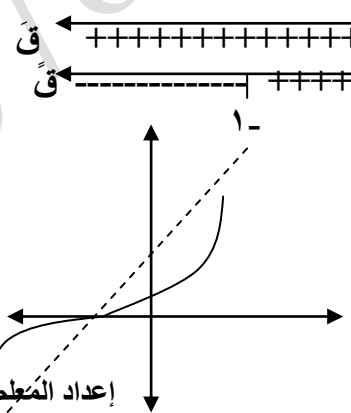
$$قً(س) = \begin{cases} -٢ & ، س < ٠ \\ غ.م & ، س = ٠ \\ ١ & ، س > ٠ \end{cases}$$



مقعر للاسفل (– ∞ ، ٠]
مقعر للاعلى [٠ ، ∞)
٣. (٠ ، ق (٠)) نقطة انعطاف

السـؤال الخامس والسبعون:

ارسم منحنى تقريبياً متصلاً للاقتران ص= ق(س) إذا علمت أن ق(-١) = ٠ ، قَ(س) < صفر،
قً(س)< صفر ، عندما س<-١
قً(س)> صفر ، عندما س>-١
الحل :



إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال السادس والسبعون:

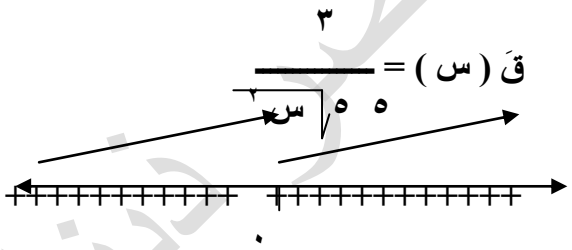
ليكن ق(س) = $\sqrt[٣]{\text{س}^{٣}}$

جد ما يلي

١. مجالات التناقص والتزايد ان وجدت
٢. مجالات التقعر للاعلى وللاسفل للاقتران ق
٣. ارسم منحنى تقريبياً للاقتران ق(س)

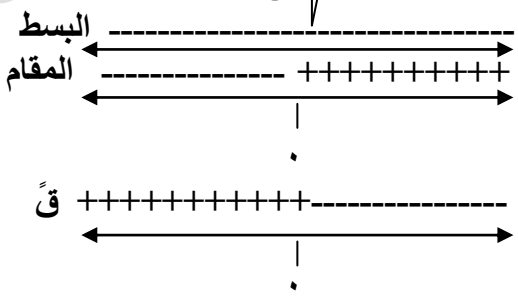
الحل :

$$\text{قَ}(\text{س}) = \frac{٣}{٥\sqrt[٥]{\text{س}^{٢}}}$$



متزايد على ح

$$\text{قً}(\text{س}) = \frac{-٦}{٢٥\sqrt[٥]{\text{س}^{٧}}}$$



($-\infty$ ، ٠] مقعر للاعلى

[٠ ، ∞) مقعر للاسفل

السـؤال الثامن والسبعون:

اذا كان ق(س)= ٢ س ^{٣} – ٣ س ^{٢} – ١٢ س + ٥ اوجد

١. فترات التزايد والتناقص ان وجدت
٢. نقط القيم العظمىالمحلية للاقتران ق(س)
٣. فترات التقعر
٤. ارسم منحنى المشتقة الاولى

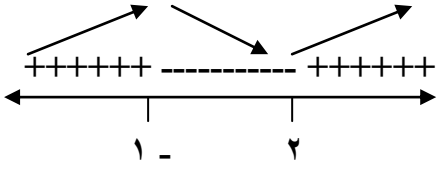
الحل :

قَ(س) = ٦س^{٢} – ٦س – ١٢

٦س^{٢} – ٦س – ١٢ = ٠

س^{٢} – س – ٢ = ٠

(س – ٢)(س + ١) = ٠ ومنها س = -١ ، ٢



يكمل الحل

السـؤال التاسع والسبعون:

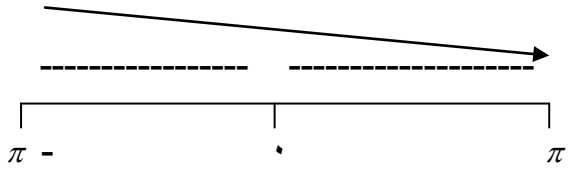
اذا كان ق(س)=٤– س + جا س ، [$-\pi$ ، π] اوجد

١. فترات التناقص ان وجدت
٢. نقط القيم القصوى المحلية للاقتران ق(س)

الحل :

قَ(س) = - ١ + جتا س

-١+ جتا س = ٠ ومنها جتاس=١ ومنها س = ٠



متناقص [$-\pi$ ، π]

($-\pi$ ، ق($-\pi$)) عظمى مطلقة

(π ، ق(π)) صغرى مطلقة

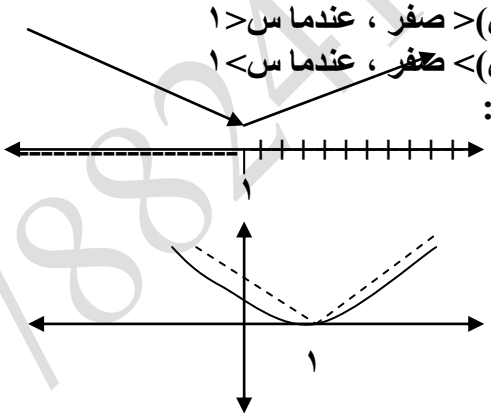
السـؤال الثمانون:

ارسم منحنى تقريبياً متصلاً للاقتران ص= ق(س) إذا علمت أن ق(١) = ٠

قَ(س)< صفر ، عندما س<١

قَ(س)> صفر ، عندما س>١

الحل :

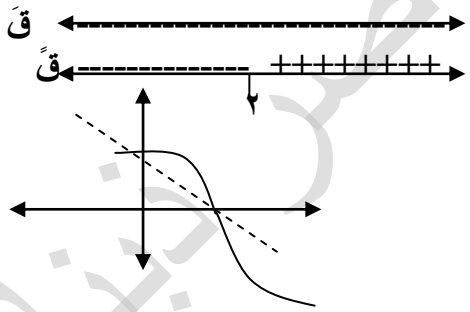


إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

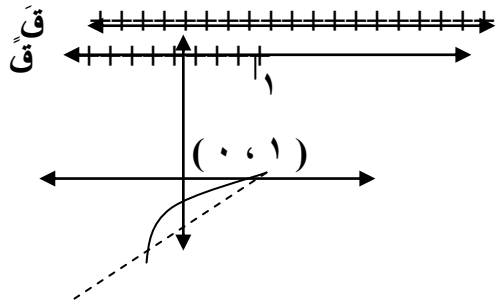
السـؤال الحادي الثمانون:

ارسم منحنى تقريبياً متصلاً للاقتران ص= ق(س) إذا علمت أن ق(٢) = ٠
قً(س)> صفر ، عندما س<٢
قً(س)> صفر ، عندما س>٢
قَ(س)< صفر
الحل :



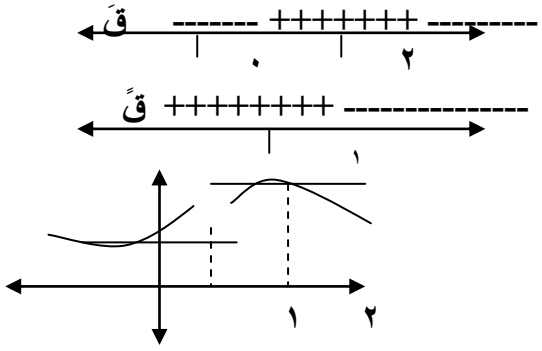
السـؤال الثاني الثمانون:

ارسم منحنى تقريبياً متصلاً للاقتران ص= ق(س) الذي يمر بالنقطة (١ ، ٠)
قَ(س)> صفر
قً(س)< صفر ، عندما س<١
الحل :



السـؤال الثالث الثمانون:

ارسم منحنى تقريبياً متصلاً للاقتران ص= ق(س) إذا علمت أن ق(٠) = ١ ، ق(٢) = ٣ ، قَ(٠)= قَ(٢)
قَ(س)< صفر ، عندما |س – ١|>١، قَ(س)> صفر ، عندما |س – ١|<١ ، قً(س)> صفر ،
عندما س< ١ ، قً(س)< ٠ عندما س>١
الحل :



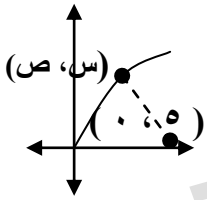
السـؤال الرابع الثمانون:

وجد تاجر انه اذا كان سعر الوحدة من سلعة معينة ديناراً واحداً فان بامكانه بيع (٤٠٠) وحدة من هذه السلعة ، ولكن هذا العدد ينقص بمعدل (٢٠) وحدة لكل زيادة قدرها (١٠) قروش في السعر ، جد سعر الوحدة الذي يجعل قيمة المبيعات من هذه السلعة اكبر ما يمكن .
الحل :
ليكن سعر بيع الوحدة = س
الفرق في السعر = س – ١
٠.١ دينار ← ٢٠ وحدة نقص
س – ١ ← ص
٠.١ ص = ٢٠ س – ٢٠
ص = ٢٠٠ س – ٢٠٠
عدد الوحدات المباعة = ٤٠٠ – (٢٠٠ س – ٢٠٠)
= ٦٠٠ – ٢٠٠ س
المبيعات م = (٦٠٠ – ٢٠٠ س)(س)
م = ٦٠٠ س– ٢٠٠ $س^{٢}$
مَ = ٦٠٠– ٤٠٠ س ومنها س = ١.٥
مً = - اكبر ما يمكن

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السـؤال الخامس الثمانون:

طريق منحني معادلته في المستوى الديكارتي هي ص= س^{٢} – ٢س +٥ النقطة (٥ ، ٠) تمثل موقع مستشفى ، اوجد اقصر مسافة بين الطريق والمستشفى.
التي يكون اقرب ما يمكن الى النقطة (٤ ، ٢)
الحل :

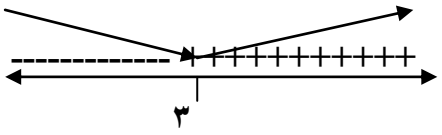


ف = $\sqrt{(س - ٥)^{٢} + ص^{٢}}$

ف = $\sqrt{(س-٥)^{٢} + س^{٢} - ٢س + ٥}$

ف = $\sqrt{٢س^{٢} - ١٢س + ٣٠}$

$$ف' = \frac{٤س - ١٢}{٢\sqrt{٢س^{٢} - ١٢س + ٣٠}} = ٠ \text{ ومنها س} = ٣$$

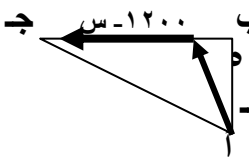


اقصر مسافة عندما س = ٣

ف = $\sqrt{١٨ - ٣٦ + ٣٠}$ = $\sqrt{١٢}$

السـؤال السادس الثمانون:

سرعة طيران عصفور على اليابسة ١٠م/ث بينما سرعته فوق الماء ٩ م/ث ، عصفور على طرف نهر عرضه ٥٠٠ م وعليه ان يطير مسافة ١٣٠٠ م من مكانه الى عشه في الجانتب الاخر من النهر ، ما هو سير العصفور الذي يحتاجه في اقل وقت طيران



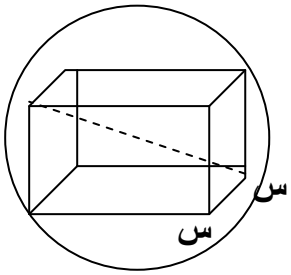
الحل :
زمن اقل = زمن أ ب + زمن ب جـ

$$ن = \frac{\sqrt{(٥٠٠)^{٢} + س^{٢}}}{٩} + \frac{١٢٠٠ - س}{١٠}$$

السـؤال السابع الثمانون:

كرة مصمته نصف قطر ها ١٠ سم حفر بداخلها متوازي مستطيلات قاعدته مربعة الشكل وارتفاعه ع
اثبت ان حجم متوازي المستطيلات يعطى بالعلاقة الاتية
ح = ٢٠٠ ع – ٢/١ ع ^{٣} جد ابعاد متوازي المستطيلات لتعطي اكبر حجم ممكن له
الحل : ملاحظة قطر متوازي الاضلاع = قطر الكرة

ح = س ^{٢} × ع
القطر = س^{٢} + س ^{٢} + ع^{٢} = ٤٠٠
٢ س ^{٢} + ع^{٢} = ٤٠٠



$$س^{٢} = \frac{٤٠٠ - ع^{٢}}{٢}$$

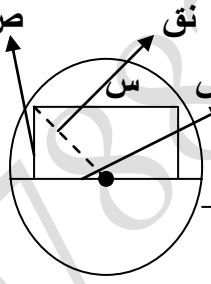
$$ح = \frac{٤٠٠ع - ع^{٣}}{٢}$$

$$حَ = \frac{٤٠٠ - ٣ع^{٢}}{٢} = ٠ \text{ ومنه ع} = \sqrt{\frac{٢٠}{٣}}$$

حً = -٣ع = - له اكبر حجم
ح = ...

السـؤال الثامن الثمانون:

اوجد أبعاد اكبر مستطيل يمكن رسمه داخل دائرة نصف قطرها نق على أن يقع رأسان من رؤوسه على قطرها .
الحل :



مساحة □ = ٢ س × ص

لكن نق^{٢} = س^{٢} – ص^{٢}

اذن م = ٢ س $\sqrt{س^{٢} - نق^{٢}}$

$$= \sqrt{٤س^{٤} - ٤نق^{٢}س^{٢}}$$

$$مَ = \frac{١٦س^{٣} - ٨نق^{٢}س}{٢\sqrt{٤س^{٤} - ٤نق^{٢}س^{٢}}} = ٠$$

١٦س^{٣} – ٨ نق^{٢}س= ٠ ومنها س = ٠ ، $\frac{نق}{\sqrt{٢}}$

أكمل الحل

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

السـؤال التاسع الثمانون:

أ ب جـ د مستطيل يقع داخل المنحنيين ق(س)=٢س^{٢} ،هـ (س) = ٣٦ – س^{٢}
بحيث ان راسية أ ، ب يقعان على المنحنى ق(س)
وراسية جـ ، د يقعان على المنحنى هـ (س) جد بعد المستطيل أ ب جـ د والتي يمكن رسمها لتكون مساحته اكبر ما يمكن

الحل :

م = الطول × العرض
= ٢ س (ص$_{٢}$ – ص$_{١}$)
= (٢ س) (٣٦ – س^{٢} – ٢ س^{٢})
= ٧٢ س – ٦ س^{٣}
مَ= ٧٢ – ١٨ س^{٢}
٧٢ – ١٨ س^{٢} = ٠ ومنها
س = ٢ ، – ٢ مرفوضة
مً = – ٣٦ س
مً (٢)= – اكبر ما يمكن عندما س = ٢
م = ٧٢×٢ – ٦ (٢)^{٣} = ٩٦

السـؤال التسعون:

أ (٠ ، ٤) ، ب(٠ ، ٩) نقطتان ثابتتان جـ نقطة تتحرك على محور السينات الموجب جد الاحداثي السيني للنقطة جـ الذي يجعل قياس الزاوية أ جـ ب اكبر ما يمكن

الحل :

< أ جـ م= هـ$_{٢}$ ، < ب جـ م = هـ$_{١}$
هـ = < أ جـ ب = هـ$_{٢}$ – هـ$_{١}$
ظا هـ = ظا(هـ$_{٢}$ – هـ$_{١}$)

$$\text{ظا}(هـ_{٢} - هـ_{١}) = \frac{\text{ظا}هـ_{٢} - \text{ظا}هـ_{١}}{١ + \text{ظا}هـ_{٢}\ \text{ظا}هـ_{١}}$$

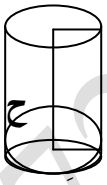
$$\text{ظا}هـ = \frac{\frac{٩}{س} - \frac{٤}{س}}{١ + \frac{٩}{س} \times \frac{٤}{س}} = \frac{٥\ س}{٣٦ + س^{٢}}$$

السـؤال الحادي والتسعون:

قطعة خشب على شكل اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية ٤٠٠ π سم^{٢} حفر في هذه القطعة نصف كرة طول قطرها مساو لطول قطر قاعدة الاسطوانة الذي يجعل حجم الجزء المتبقي من الاسطوانة اكبر ما يمكن

الحل:

المساحة الجانبية=٤٠٠ π =٢نق π ع ← ع = ٢٠٠/ نق
حجم الجزء المتبقي = حجم الاسطوانة – حجم الكرة/٢



$$= \text{نق}^{٢}\ \pi\ \text{ع} - ٣/٢\ \text{نق}^{٣}\ \pi$$

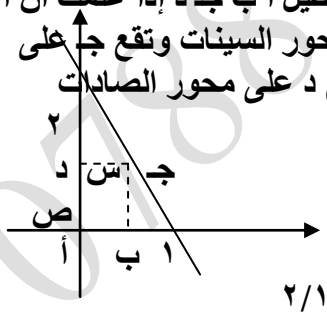
$$\text{نق} = \frac{\text{نق}^{٢}\ \pi \times ٢٠٠}{٣} - \frac{٢}{\ } \text{نق}^{٣}\ \pi$$

حَ = ٢٠٠ π – ٢ π نق^{٢}
٢٠٠ π – ٢ π نق^{٢} = ٠ ومنها نق = ± ١٠
حً (١٠) = – اكبر ما يمكن عندما نق = ١٠

السـؤال الثاني والتسعون:

جد اكبر مساحة ممكنة لمستطيل أ ب جـ د إذا علمت أن أ هي نقطة الأصل وتقع ب على محور السينات وتقع جـ على المستقيم ص=٢–٢س وتقع د على محور الصادات

الحل :



م = س × ص
= س ×(٢ – ٢س)
= ٢ س – ٢ س^{٢}
مَ = ٢ – ٤ س ومنها س = ٢/١
مً = – ٤ س
مً (٢/١)= – ٤ (٢/١) = – عظمى
اكبر ما يمكن عندما س = ٢/١
م = ٢/١(٢-١)=٢/١

$$\text{قا}^{٢}\ هـ\ هـ' = \frac{(٣٦ + س^{٢})(٥) - (٥\ س)(٢س)}{(٣٦ + س^{٢})^{٢}}$$

$$هـ' = \frac{١٨٠ + ٥\ س^{٢} - ١٠\ س^{٢}}{(٣٦ + س^{٢})^{٢}\ \text{قا}^{٢}\ هـ} = ٠$$

١٨٠ – ٥ س^{٢} = ٠ ومنها س = ٦
هـً = – اكبر ما يمكن
ظا هـ = ٧٢/٣٠

إعداد المعلم ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

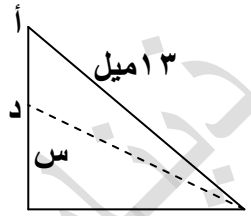
السـؤال الثالث والتسعون: مهم جدا جدا

شخص في غابة يبعد ٥ أميال عن طريق مستقيم معبد و١٣ ميل عن بيت يقع على الطريق إذا كان باستطاعة هذا الشخص أن يسير ٣ ميل / ساعة في الغابة وبسرعة ٥ ميل / ساعة على الطريق جد اقصر وقت يحتاجه الشخص للوصول الى البيت علما بأنه يسير في الغابة بخط مستقيم

الحل :

افرض ان الشخص سينزل عند د والتي تبعد س عن ب

المسافة في الغابة جـ د = $\sqrt{س^2 + 25}$



$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}}$$

$$ن_1 = \frac{\sqrt{س^2 + 25}}{3}$$

المسافة على الارض أ د = ١٢ – س

$$ن_2 = \frac{12 - س}{5}$$

الزمن الكلي = $ن_1 + ن_2$

$$ن_ك = \frac{1}{3}\sqrt{س^2 + 25} + \frac{1}{5}(12 - س)$$

$$نَ_ك = \frac{2س}{6\sqrt{س^2 + 25}} - \frac{1}{5} = 0$$ ومنها س = ٣.٧٥

نشتق مشتقة ثانية ونعوض قيمة س تكون +

اذن عند س = ٣.٧٥ تكون اصغر ما يمكن

ومنها أ ب =

السـؤال الرابع والتسعون:

كرة نصف قطرها نق حيث نق ثابت ، جد بدلالة نق كلاً من نصف قطر قاعدة وارتفاع الاسطوانة الدائرية القائمة ذات اكبر حجم التي يمكن رسمها داخل هذه الكرة

الحل :

ح الاسطوانه = م القاعدة × الارتفاع

$= ر^2 \times \pi \times ع$

$= (نق^2 - \frac{1}{4} ع^2) \times \pi \times ع$

$= (نق^2 ع - \frac{1}{4} ع^3) \times \pi$

$ح = (نق^2 - \frac{3}{4} ع^2) \times \pi = 0$

$ع = \sqrt{\frac{4}{3}} نق^2$ ارتفاع الاسطوانة

$ح' = \pi \times -\frac{6}{4} ع$

$ح' = \pi \times -\frac{6}{4} (\sqrt{\frac{4}{3}} نق^2)$ =- اذن له اكبر حجم عند ع

لايجاد نق القاعدة

$نق^2 = ر^2 \times \frac{1}{4} \times \frac{4}{3} نق^2$ ومنها $ر = \sqrt{\frac{3}{2}} نق$

السـؤال الخامس والتسعون:

اذا كان المستقيم أ س + ٣ ص = ١ يمس منحنى الافتران ق(س)= ٤س^3 +أ س+ ب عند النقطة (١ ، ق(١)) ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب ٠

الحل :

ق(س) = ص ← يمس ← قَ (س) = صَ

أ س + ٣ ص = ١ ومنها أ +٣ صَ = ٠

ق (س) = ٤ س ^{2} + أ س + ب

قَ (س) = ٨ س + أ ومنها قَ(١) = ٨ + أ

قَ (س) = صَ

أ+٣صَ= ٠ ومنها أ +٣(٨ + أ) = ٠ ومنها أ = - ٦

(١ ، ق(١)) تحقق -٦ س + ٣ ص = ١

ومنها - ٦ + ٣ ص = ١ ومنها ص = $\frac{7}{3}$

لكن ق(١) = ص

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

ناصر ذينات 0788241724

لكن ق(١)=٤-٦+ ب= $\frac{٧}{٣}$ ومنها ب = $\frac{٧}{٣}$ + ٢

السؤال السادس والتسعون:

اثبت ان المماسين المرسومين لمنحنيي العلاقتين
٤ س ^{٢} + ٩ ص ^{٢} = ٤٥
س ^{٢} – ٤ ص ^{٢} = ٥
عند نقطة تقاطع المنحنيين في الربع الاول يكونان متعامدين.

الحل :

متقاطعين ومنها ص $_{١}$ = ص $_{٢}$
٤ س ^{٢} + ٩ ص ^{٢} = ٤٥ .....(١)
- ٤(س ^{٢} – ٤ ص ^{٢} = ٥) .....(٢)
ومنها
٤ س ^{٢} + ٩ ص ^{٢} = ٤٥
- ٤س ^{٢} + ١٦ ص ^{٢} = -٢٠
٢٥ ص ^{٢} = ٢٥ ومنها ص = ± ١
وبالتعويض في (٢) س = ± ٣
با انه في الربع الاول فان نقطة التماس (٣ ، ١)

نجد م $_{١}$ $\frac{-٨ س}{١٨ ص}$
٨ س + ١٨ ص صَ = ٠ ومنها صَ = $\frac{-٨ س}{١٨ ص}$

نجد م $_{٢}$ $\frac{٢ س}{٨ ص}$
٢س - ٨ ص صَ = ٠ ومنها صَ = $\frac{٢ س}{٨ ص}$

متعامدين م$_{١}$ × م$_{٢}$ = - ١ بالتعويض (٣ ، ١)

$\frac{-٨ س}{١٨ ص} \times \frac{٢س}{٨ ص} =$

$\frac{-٢٤}{١٨} \times \frac{٦}{٨} = -١$ اذن متعامدان

السؤال السابع والتسعون:

. قذف جسم رأسياً الى الأعلى من سطح الأرض حسب العلاقة ف(ن) = ٢٤.٥ ن – ٤.٩ ن ^{٢} ،جد
١. الزمن اللازم بالثواني حتى يعود الجسم الى سطح الارض
٢. السرعة التي قذف بها
٣. اللحظة التي يكون عندها سرعة الجسم١٤.٧م/ ث
٤. تسارع الجسم في كل لحظة.

الحل :

١) حتى يعود الجسم الى سطح الارض ف(ن) = ٠
٢٤.٥ ن – ٤.٩ ن ^{٢} = ٠
ن(٢٤.٥ – ٤.٩ ن) = ٠ ومنها ن= ~~٠~~ او ن= ٥
٢) السرعة التي قذف بها تكون ن = ٠
ع(٠) = ؟ ؟
ع(ن)= ٢٤.٥ – ٩.٨ ن
ع(٠)= ٢٤.٥
٣) ن
| ع = ١٤.٧
٢٤.٥ – ٩.٨ ن = ١٤.٧ ومنه ن =
٤) ت = عَ(ن)= - ٩.٨ م / ث ^{٢}

السؤال الثامن والتسعون:

يتحرك جسيم في خط مستقيم بحيث ان بعده عن نقطة الاصل بالامتار بعد ن ثانية هو ف(ن)= جا ^{٤} ن : ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني ، فجد سرعة الجسيم في اللحظة التي ينعدم فيها تسارعه لاول مرة بعد تحركة .

الحل :

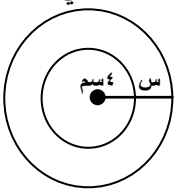
ينعدم فيها تسارعه ت(ن) = ٠
ت(ن) = فَ(ن)
فَ(ن) = ٤ جا ^{٣} ن × جتا ن
فً(ن) =٤جا^{٣}ن×- جا ن+ جتان×١٢جا^{٢}ن×جتان
ت(ن) = – ٤ جا ^{٤} ن + ١٢ جا ^{٢} ن جتا ^{٢} ن
– ٤ جا ^{٤} ن + ١٢ جا ^{٢} ن جتا ^{٢} ن = ٠
- ٤ جا ^{٢} ن (جا ^{٢} ن – ٣ جتا ^{٢} ن) = ٠
اما – ٤ جا ^{٢} ن = ٠ ومنها ن = ٠ ، π ، ٢ π
او جا ^{٢} ن – ٣ جتا ^{٢} ن = ٠ومنها ظا ^{٢} ن = ٣
ومنها ن = π/٣ ، ٥ π/٣ ، ....
ينعدم فيها تسارعه لاول مرة بعد تحركة عند π/٣
ع(π/٣) =٤ جا ^{٣} (π/٣) جتا (π/٣)

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

السؤال التاسع والتسعون: متوقع

كرة حديدية قطرها ٨سم مغطاة بطبقة منتظمة من الجليد يذوب بمعدل ١٠سم^3/د٠ كم تكون سرعة نقصان سمك الجليد عندما يكون سمكه ٢سم وما سرعة نقصان مساحة سطح الكرة الخارجي٠

الحل:



$\frac{د س}{د ن}$ = ؟، $\frac{د ح}{د ن}$ = - ١٠

السمك س = ٢سم

حجم الجليد = حجم الكرة الكلي – حجم الكرة الحديدية

ح = $\frac{٤}{٣}$ (س + ٤)^3 π - $\frac{٤}{٣}$ π (٤)^3

$\frac{د ح}{د ن}$ = ٤ (س + ٤)^2 π × $\frac{د س}{د ن}$

١٠ = ٤ (٢ + ٤)^2 π × $\frac{د س}{د ن}$

٢) م = ٤ نق^2 π

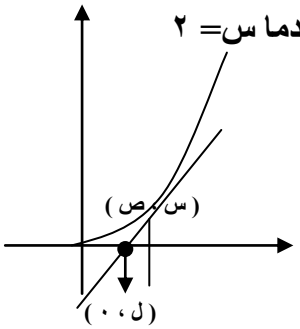
م = ٤ (س + ٤)^2 π

$\frac{د م}{د ن}$ = ٨ (س + ٤) π × $\frac{د س}{د ن}$ عوض

السؤال مئة : متوقع

نقطة ابتدأت الحركة من نقطة الاصل على جزء لمنحنى ص = س^2 الواقعة في الربع الاول اوجد معدل تغير مساحة المثلث المكون من المماس للمنحنى ومحور السينات والعمود النازل من نقطة التماس على محور السينات اذا كان

$\frac{د س}{د ن}$ = ٤سم / ث عندما س= ٢



الحل :

$\frac{د م}{د ن}$ = ؟ ؟

س = ٢

م = ٢/١ (س – ل) × ص

لكن

ص – ٠

٢ س = $\frac{}{س – ل}$

لكن ص = س^2 ومنها ٢ س = $\frac{س^2}{س – ل}$

ومنها ل = ٢/١ س

م = ٢/١ (س – ٢/١ س) × س^2

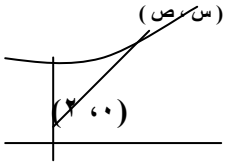
م = ٤/١ س^3

$\frac{د م}{د ن}$ = $\frac{٣}{٤}$ س^2 × $\frac{د س}{د ن}$

$\frac{د م}{د ن}$ = $\frac{٣}{٤}$ × ٤ × ٤ = ١٢

السؤال مئة وواحد: متوقع تتحرك نقطة مادية على على المنحنى

ق(س)= س^2 + ٢ ، وفي لحظة ما كان معدل تغير احداثيها السيني ٠.٢٥ سم / ث وكان معدل التغير في احدثيها الصادي ٠.٤٣ سم / ث جد بعد النقطة المتحركة على المنحنى عندئذ من النقطة (٠ ، ٢)



الحل :

$\frac{د ص}{د ن}$ = ٠.٢٥ $\frac{د س}{د ن}$ = ٠.٤٣

ص = س^2 + ٢

$\frac{د ص}{د ن}$ = ٢ س × $\frac{د س}{د ن}$

$\frac{٤٣}{١٠٠}$ = ٢س × $\frac{٢٥}{١٠٠}$

ومنها س=٠.٨٦ ← ص=(٠.٨٦)^2 +٢=٢.٧٤

ف = $\sqrt{(٢-٠.٨٦)^2 + (٠-٢.٧٤)^2}$

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين

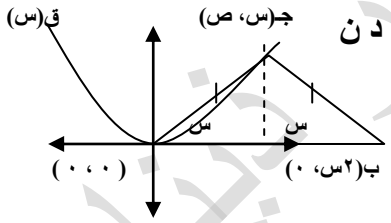
ناصر ذينات 0788241724

السـؤال مئة واثنان: متوقع تتحرك

بدأت النقطتان ب ، جـ الحركة معاً من نقطة الاصل أ بحيث تتحرك النقطة ب على محور السينات الموجب بسرعة ٤ وحدات / ث وتتحرك النقطة جـ في الربع الاول وعلى منحنى الاقتران ق(س)= س ^{٢} بحيث يبقى دائما طول أ جـ يساوي ب جـ جد معدل التغير في مساحة المثلث أ ب جـ بعد ٢ ث من بدء الحركة

الحل :

$\frac{د م}{د ن}$ = ؟؟ ، $\frac{د ل}{د ن}$ = ٤



د ن | ن = ٢

لكن ل = ٢ س

$\frac{د ل}{د ن}$ = ٢ $\frac{د س}{د ن}$

٤ = ٢ $\frac{د س}{د ن}$ ومنها $\frac{دس}{د ن}$ = ٢

ومنها س بعد ٢ ث = ٤

م = ٢/١ القاعدة × الارتفاع

= ٢/١ × ٢س × ص لكن ص = س ^{٢}

اذن م = س

$\frac{د م}{د ن}$ = ٣ س ^{٢} $\frac{د س}{د ن}$

$\frac{د م}{د ن}$ = ٣ (٤)^{٢} × ٢ = ٩٦

السـؤال مئة وثلاثة

مجالات التقعر للاعلى وللاسفل للاقتران

ق(س) = (س + ٤) ^{٣} + ٣ ـ ٣/٢

الحل :

لابد من تحديد المجال اولاً

قَ (س) = $\frac{٢}{٣}$ (س + ٤) $^{٥/٣}$ ـ : س ≠ ٤

قً(س) = $\frac{١٠}{٩}$ (س + ٤) $^{٨/٣}$ ـ : س ≠ ٤

++++++++++++++++++++++

٤ـ

مقعر للاعلى على ح – { ـ ٤ }

للفائدة ارجع الى الدوسية الاصلية

0788241724 ناصر ذينات

إعداد المعلم
ناصر ذينات
للاستفسار ت (٠٧٨٨٢٤١٧٢٤)
ثانوية اربد للبنين