بسم الله الرحمن الرحيم

ادارة مجموعة وصفحة (توجيهي الأردن) التعليمية

امتحان في الرياضيات العلمي

(النهايات والاتصال)

التاريخ : ٢٠١٧\١٠\١٥

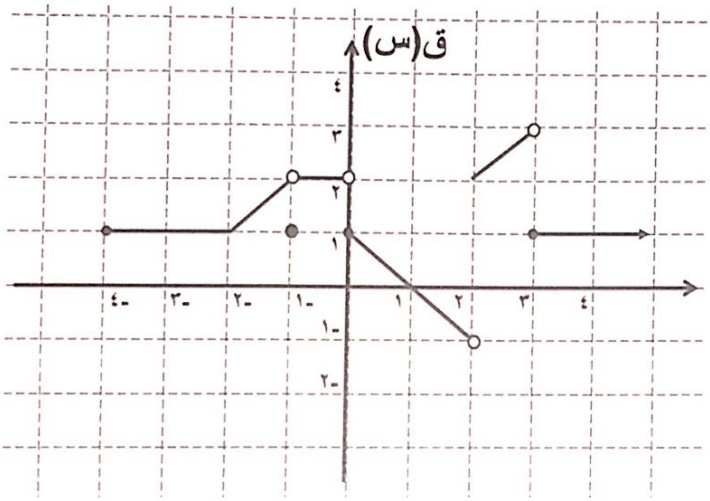
الزمن المحدد : ساعتان

من اعداد الأستاذ : أحمد موسى ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

أجب عن الاسئلة الآتية وعددها (٥) علما بإن عدد الصفحات (٣)

السـؤال الأول (٢٢ علامة) :

أ) من خلال الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) المعرف على [-٤ ، ∞)



اجب عن الاسئلة الاتية : (١٢ علامة)

أولا : جد مجموعة قيم أ حيث :

١- $\lim_{س \to أ}$ ق(س) غير موجودة

٢- $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = ٢

٣- $\lim_{س \to أ^+}$ ق(س) = ١

٤- ق(س) عند س = أ غير متصل

ثانيا : جد $\lim_{س \to ٠}$ (| س | ق(س))

ثالثا : جد $\lim_{س \to -١^+}$ ق(١ – س)

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ($\frac{١}{٤}$ ق(س) +٣س) = ٧ ، ٤ ق(٢) = ٢٠

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ (ق^٢(س-٣) – س^٢ +٣ب) = ١٢ ، جد قيمة ب (٥ علامات)

ج) اذا كان ق(س) = $\frac{س^٢ - ٥س + ٣}{٣س^٢ + ك س + ٣}$ + جتا٣س

وكان ق(س) متصلا على جميع الاعداد الحقيقية ، جد مجموعة قيم ك (٥ علامات)

يتبع الصفحة (٢) ...

Scanned by CamScanner

السـؤال الثاني (٢١ علامة) :

أ) جد قيمة $\lim_{س \to ٢} \dfrac{\dfrac{٣}{س^{٢}+١} - \dfrac{٦}{٣س+٤}}{س^{٣}-٨}$ (٨ علامات)

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٠} \dfrac{\sqrt{أ+س} - ٣}{\sqrt{ب س+١} - ١} = \dfrac{١}{٦}$

جد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (٧ علامات)

ج) جد قيمة $\lim_{س \to ٣} \dfrac{جتا(\frac{\pi}{٢} - س)}{س - ٣}$ (٦ علامات)

السـؤال الثالث (١٩ علامة) :

أ) اذا كان ق(س) =
$$\begin{cases} أ س^{٢} + ب \mid س - ٥ \mid & ، \quad س < ٢ \\ ٣ب [س - ٥] & ، \quad س = ٢ \\ س^{٣} - ٣(أ - ب) س + ١٢ & ، \quad س > ٢ \end{cases}$$

جد قيمة الثابتين أ ، ب اذا كان ق(س) متصلا عند س = ٢ (٧ علامات)

ب) جد قيمة $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}^{+}} \dfrac{\sqrt{١ - جاس}}{جا٢س}$ (٧ علامات)

ج) اذا كانت $\lim_{س \to جـ} \sqrt{٥ - \mid س - ١ \mid}$ موجودة ، جد قيمة جـ (٥ علامات)

يتبع الصفحة (٣) ...

Scanned by CamScanner

السـؤال الرابع (١٩ علامة) :

أ) جد قيمة $\lim_{س \to ٢^+} \frac{س^٢ [\frac{١}{٤} س + ٣] - ١٢}{|٢ - س|}$ (٥ علامات)

ب) اذا كانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - ٢}{س - ٣} = أ$

وكانت $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt[٣]{٣س - ١} - ٢}{٤ ق(س) - ٨} + \frac{ب}{٤س} = \frac{١}{٢٤}$

اثبت أن $ب = \frac{١}{٢} - \frac{٣}{٤ أ}$ (٨ علامات)

ج) جد قيمة $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{١ - جا(س + \frac{\pi}{٣})}{٦س - \pi}$ (٦ علامات)

السـؤال الخامس (١٩ علامة) :

أ) اذا كان ق(س) = ٢س + ١ ، هـ(س) = [س - ١] -٣

وكان ل(س) = $\frac{ق(س)}{هـ(س)}$ ، ابحث في اتصال ل(س) على [٣ ، ٦] (٧ علامات)

ب) جد قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{٢^{س+١} - ٢}{٢^{٢س} - ١}$ (٥ علامات)

ج) جد قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س جا٤س + ١} - جتا^٢ ٣س + جا^٢ ٣س}{س ظا٥س}$ (٧ علامات)

انتهت الاسئلة

Scanned by CamScanner

عزيزي الطالب :

- اختبر نفسك بأجواء امتحان خلال مدة ساعتين لتعلم قدرتك الحقيقية على الاجابة

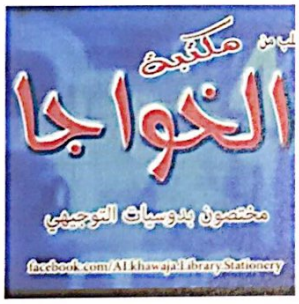
- هذا الامتحان متميز المستوى ويراعي الفروق الفردية والمستويات بين الطلبة

- ليس محبطا ان تخطئ اليوم فالهدف ان تصل امتحان الوزارة وعندك الخبرة الكافية عن الاخطاء التي كنت تقع بها والخدع الموجودة في الاسئلة

- تابع صفحة ومجموعة توجيهي الاردن وخاصة اوقات الامتحانات لان فيها الكثير من النصائح والارشادات والاسئلة والافكار التي تساعدك على اجتياز التوجيهي بامتياز

محبكم دوما : الاستاذ احمد موسى ٠٧٨٥٥٣٦٢٦٦

هذا الامتحـــــان برعـاية :



مكتبة الخواجا

مكتبة الاوابين

مكتبة اليقين

Scanned by CamScanner

الاجابة النموذجية (الفرع العلمي)

السؤال الأول:

أ) أولاً:

١) $P \ni \{-٤، ٠، ٢، ٣\}$

٢) $P \ni [-١، ٠)$

٣) $P \ni [-٤، -٢] \cup [٣، \infty)$

٤) $P \ni \{-٤، -١، ٠، ٢، ٣\}$

ثانياً:

$\lim_{س \to ٠^+} د(س) = ١ \times ٠ =$ صفر

$\lim_{س \to ٠^-} د(س) = ٢ \times ٠ =$ صفر

$\lim_{س \to ٠} |س| د(س) =$ صفر

ثالثاً: نفرض $ص = ١ - س$

$س \to -١^+ \Leftarrow ص \to ٢^-$

$= \lim_{ص \to ٢^-} د(ص) = -١$

ب) نرتب المعطيات

$\frac{١}{٤} \lim_{س \to ٢} د(س) + \lim_{س \to ٢} ٣س = ٧$

$\frac{١}{٤} \lim_{س \to ٢} د(س) + ٦ = ٧$

$\frac{١}{٤} \lim_{س \to ٢} د(س) = ١$

$\lim_{س \to ٢} د(س) = ٤$

نفرض $ص = س - ٣$

$س \to ٥ \Leftarrow ص \to ٢$

$\lim_{ص \to ٢} د(ص) + \lim_{س \to ٥} -س^٢ + ٣ب = ١٢$

$(٤)^٢ - ٢٥ + ٣ب = ١٢$

$٣ب = ٢١$

$\boxed{ب = ٧}$

ج) $س^٣ + جتا٢س$ اقترانات متصلة على ح

$\frac{س^٢ - ٥س + ٣}{٣س^٢ + ك س + ٣}$ متصل عدا اصفار المقام

$\Delta < ٠$

$ك^٢ - ٣٦ < ٠$

$ك^٢ < ٣٦$

$|ك| < ٦ \Leftarrow -٦ < ك < ٦$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

السؤال الثاني :

أ) $\lim_{س \to ٠} \frac{\frac{٣}{س+٤} - \frac{٦}{س+٣}}{٨ - س^٣} = \frac{٠}{٠}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{٩س + ١٢ - ٦س - ٦}{(٢ - س)(س^٢ + ٢س + ٤)(س + ١)(س + ٤)(س + ٣)}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{-٣(س^٢ - ٤ - ٣س - ٢)}{(٢ - س)(س^٢ + ٢س + ٤)(س + ١)(س + ٤)(س + ٣)}$

$= \lim_{س \to ٠} \frac{-٣(س - ٢)(س + ١)(س + ١)}{(٢ - س)(س^٢ + ٢س + ٤)(س + ١)(س + ٤)(س + ٣)}$

$= \frac{-١٥}{١٢ \times ١٠ \times ٥}$

$= \frac{-١}{٤٠}$

ب) بما أن النهاية موجودة

ونهاية المقام $= ٠$ ∴

$\lim_{س \to ٠}$ نهاية البسط $= ٠$ ∴

$\lim_{س \to ٠} \sqrt{أ + س} - ٣ = ٠$

$\sqrt{أ} - ٣ = ٠$ ∴

$\sqrt{أ} = ٣$ $\quad$ $\boxed{أ = ٩}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٩ + س} - ٣}{\sqrt{ب + ١ + س} - ١} = \frac{١}{٦}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{٩ + س} - ٣}{\sqrt{ب + ١ + س} - ١} \times \frac{\sqrt{٩ + س} + ٣}{\sqrt{٩ + س} + ٣} \times \frac{\sqrt{ب + ١ + س} + ١}{\sqrt{ب + ١ + س} + ١} = \frac{١}{٦}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س}{ب} \times \frac{\sqrt{ب + ١ + س} + ١}{\sqrt{٩ + س} + ٣} = \frac{١}{٦}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س}{ب} \times \frac{\sqrt{ب + ١ + س} + ١}{\sqrt{٩ + س} + ٣} = \frac{١}{٦}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س}{ب} \times \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٦}$

$\frac{٢}{ب} = \frac{١}{٦}$

$\boxed{ب = ١٢}$

ج) $\lim_{س \to ٣} \frac{جا(\frac{\pi}{٤}س)}{س - ٣} = \frac{٠}{٠}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{جا(\frac{\pi}{٤}س - \frac{\pi}{٤} + \frac{\pi}{٤})}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-جا(\frac{\pi}{٤} - \frac{\pi}{٤}س + \pi)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-جا(\frac{\pi}{٤} - \frac{\pi}{٤}س)}{س - ٣}$

$= \lim_{س \to ٣} \frac{-جا\frac{\pi}{٤}(٣ - س)}{س - ٣}$

نفرض $٣ - س = ص$

$س \to ٣ \Leftarrow ص \to ٠$

$= \lim_{ص \to ٠} \frac{-جا\frac{\pi}{٤}ص}{-ص}$

$= \frac{\pi}{٤}$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

حل آخر:

ج) نفرض ص = س − ٣

س ← ٣ ، ص ← ٠

س = ص + ٣

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جتا}\left(\frac{\pi}{2}(ص+٣)\right)}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جتا}\left(\frac{\pi}{2}ص + \frac{٣\pi}{2}\right)}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جتا}\frac{\pi}{2}ص \text{جتا}\frac{٣\pi}{2} - \text{جا}\frac{\pi}{2}ص \text{جا}\frac{٣\pi}{2}}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{-\text{جا}\frac{\pi}{2}ص \times -١}{ص}$$

$$= \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

حل آخر:

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جتا}\frac{\pi}{2}س}{٣-س} \times \frac{\text{جا}\frac{\pi}{2}س}{\text{جا}\frac{\pi}{2}س}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جتا}\frac{\pi}{2}س \text{جا}\frac{\pi}{2}س}{(٣-س) \times ١}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\frac{\text{جا}٢ \times \frac{\pi}{2}س}{٢}}{-(س-٣)}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جا}\pi س}{٢(٣-س)}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جا}(\pi س - ٣\pi)}{٢(س-٣)}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جا}\pi(س-٣)}{٢(س-٣)}$$

س ← ٣ ، ص ← ٠

ص = س − ٣

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جا}\pi ص}{٢ص}$$

$$= \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

حل آخر: (ضعف)

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جتا}\frac{\pi}{2}س - \text{جتا}\frac{٣\pi}{2}}{٣-س}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{-٢\text{جا}\left(\frac{\pi}{4}س + \frac{٣\pi}{4}\right)\text{جا}\left(\frac{\pi}{4}س - \frac{٣\pi}{4}\right)}{٣-س}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} \frac{-٢\text{جا}\frac{\pi}{4}(س+٣)\text{جا}\frac{\pi}{4}(س-٣)}{٣-س}$$

$$= \text{نها}_{س \to ٣} -٢\text{جا}\frac{\pi}{4}(س+٣) \times \text{نها}_{س \to ٣} \frac{\text{جا}\frac{\pi}{4}(س-٣)}{٣-س}$$

ص = ٣ − س

س ← ٣ ، ص ← ٠

$$= -٢ \times \text{جا}\frac{٣\pi}{4} \times \text{نها}_{ص \to 0} \frac{\text{جا}\frac{\pi}{4}ص}{ص}$$

$$= -٢ \times -١ \times \frac{\pi}{4}$$

$$= \boxed{\frac{\pi}{2}}$$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi ☺ Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

السؤال الثالث :

أ) $ق(س)$ متصل عند $س = ج$

$$ق(ج) = \text{نها}_{س \to ج^+} ق(س) = \text{نها}_{س \to ج^-} ق(س)$$

$$ق(ج) = ٣ب[-٢-٥] = -٩ب$$

$$\text{نها}_{س \to ج^-} ق(س) = \text{نها}_{س \to ج^-} ٢أ س^٢ + ب|س-٥|$$

$$= ٣ \times ب + ٢أ$$

$$= ٢أ + ٣ب$$

$$\Leftarrow ٢أ + ٣ب = -٩ب \quad \text{---(١)}$$

$$\therefore ٢أ + ١٢ب =$$

$$\boxed{أ = -٣ب}$$

$$\text{نها}_{س \to ج^+} ق(س) = \text{نها}_{س \to ج^+} س^٣ - ٣(أ-ب)س + ١٢$$

$$= ١٢ + ٦ب + ٦أ - ٨$$

$$= ٦ب + ٦أ - ٢٠$$

$$\Leftarrow ٦ب + ٦أ - ٢٠ = -٩ب$$

$$١٥ب + ٢٠ = ٦أ$$

بالتعويض مكان $أ = -٣ب$

$$-١٨ب = ١٥ب + ٢٠$$

$$ب = \frac{-٢٠}{٣٣} \text{ وبالتعويض}$$

$$أ = \frac{٢٠}{١١}$$

ب) الجذر معرف دائماً

لأن $١ \geq جا س$

$$\text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{\sqrt{١ - جا س}}{جا^٢ س} = \div$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{\sqrt{١ - جا س}}{جا^٢ س} \times \frac{\sqrt{١ + جا س}}{\sqrt{١ + جا س}}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{\sqrt{١ - جا^٢ س}}{جا^٢ س \sqrt{١ + جا س}}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{\sqrt{جتا^٢ س}}{جا^٢ س \sqrt{١ + جا س}}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{|جتا س|}{جا^٢ س \sqrt{١ + جا س}}$$

$\frac{\pi}{٢}$		
+	+	−

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{٢}^+} \frac{-جتا س}{جا^٢ س \sqrt{١ + جا س}}$$

$$= \frac{-١}{٢ \times ١ \times \sqrt{٢}}$$

$$= \frac{-١}{٢\sqrt{٢}}$$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

حل آخر

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sqrt{\text{جا}^2 س + \text{جتا}^2 س - 2\text{جا} س \text{جتا} س}}{\text{جا} 2س}$$

(1) جيب ضعف الزاوية

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sqrt{(\text{جا} س - \text{جتا} س)^2}}{\text{جا} 2س}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\text{جا} س - \text{جتا} س|}{\text{جا} 2س}$$

$$\text{جا} س - \text{جتا} س = 0$$

$$\text{جا} س = \text{جتا} س$$

$$س = \frac{\pi}{4} \quad ظا س = 1$$

$$س = \frac{5\pi}{4}$$

	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{4}$	
	+	−	+

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{|\text{جا} س - \text{جتا} س|}{2\text{جا} س \text{جتا} س} \times \frac{\text{جا} س + \text{جتا} س}{\text{جا} س + \text{جتا} س}$$ مرافق

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{\text{جا}^2 س - \text{جتا}^2 س}{2\text{جا} س \text{جتا} س (\text{جا} س + \text{جتا} س)}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}^+} \frac{-\text{جتا} 2س}{2\text{جا} س \text{جتا} س (\text{جا} س + \text{جتا} س)}$$

$$= \frac{-1}{1 \times 1 \times 2} = -\frac{1}{2}$$

(2)

نها $|ص - |س - 1||$ موجودة $س \to 0$

نها $= |ص - |ب - 1||$

$|ص - |ب - 1|| < 2$

$0 < |ب - 1| < 2$

$0 < ب - 1 < 2$

$-2 < ب < 2$

$ب \in (-2, 2)$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

السؤال الرابع:

أ) $\lim_{س \to 2^+} \frac{س^3 [\frac{1}{4} س + 3] - 12}{|س - 2|}$

$= \lim_{س \to 2^+} \frac{س^3 \times 3 - 12}{|س - 2|}$ صفر / صفر

	−	−	−	+	+	+
			2			

$= \lim_{س \to 2^+} \frac{3س^3 - 12}{س - 2}$

$= \lim_{س \to 2^+} \frac{3(س - 2)(س + 2)}{س - 2}$

$= \boxed{12}$

ب) نقسم البسط والمقام على $س - 3$

$\lim_{س \to 3^+} \frac{\frac{س^3 - 1 - 3س^3}{س - 3}}{\frac{4(س^2 - 1)}{س - 3}} + \frac{ب}{4} = \frac{1}{24}$

$= \lim_{س \to 3^+} \frac{س^3 - 1 - 3س^3}{4(س^2 - 1)}$

$= \lim_{س \to 3^+} \frac{س^3 - 1 - 3س^3}{(س - 1)(س + 1)4} \times \frac{(س^3 - 1)^2 + 3س^3(س^3 - 1) + 3س^6}{(س^3 - 1)^2 + 3س^3(س^3 - 1) + 3س^6}$

$= \lim_{س \to 3^+} \frac{س^9 - 1 - 3س^6}{4(س - 1)(س + 1)(س^3 - 1)^2 + 12س^3(س^3 - 1) + 36س^6}$

$= \lim_{س \to 3^+} \frac{3(س - 3)}{4(س - 1)(س + 1)(س - 3)(س^2 + س + 1)^2 + 12س^3(س - 3)(س^2 + س + 1) + 36س^6}$

$= \frac{1}{4}$

$\Leftarrow \frac{\frac{1}{4}}{\frac{ب}{4}} = \frac{1}{24}$ ، $ب = \frac{1}{6}$

$\frac{1}{24} + \frac{ب}{12} = \frac{1}{24}$

$\frac{ب}{12} = \frac{1}{24} - \frac{1}{16}$

$\frac{ب}{12} = \frac{16 - 24}{24 \times 16}$

$\frac{ب}{12} = \frac{-2}{3} \times \frac{1}{24}$

$ب = (1 - \frac{3}{2}) \times \frac{1}{2}$

$\boxed{ب = \frac{1}{24} - \frac{1}{2} = \frac{-3}{24}}$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

(2)

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \text{جا}(س + \frac{\pi}{2})}{6(س - \frac{\pi}{2})}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}\frac{\pi}{2} - \text{جا}(س + \frac{\pi}{2})}{6(س - \frac{\pi}{2})}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{2\text{جتا}(\frac{\pi}{2} + س + \frac{\pi}{2})\text{جا}(\frac{\pi}{2} - س - \frac{\pi}{2})}{6(س - \frac{\pi}{2})}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{2\text{جتا}(\frac{5\pi}{12} + \frac{س}{2})\text{جا}(\frac{-\pi}{2} - س)}{6(س - \frac{\pi}{2})}$$

$$ص = س - \frac{\pi}{2} \quad س \to \frac{\pi}{2}$$
$$ص \to 0$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{2\text{جتا}(\frac{5\pi}{12} + \frac{ص}{2})\text{جا}(-ص)}{6ص}$$

$$= 2\text{جتا}\frac{\pi}{2} \times -\frac{1}{12}$$

$$= \text{صفر}$$

حل آخر نفرض $ص = س - \frac{\pi}{2}$

$$س \to \frac{\pi}{2} \quad ص \to 0$$
$$س = ص + \frac{\pi}{2}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{1 - \text{جا}(ص + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2})}{6ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{1 - \text{جا}(ص + \frac{\pi}{2})}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{1 - (\text{جا}ص\text{جتا}\frac{\pi}{2} + \text{جا}\frac{\pi}{2}\text{جتا}ص)}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{1 - \text{جتا}ص}{ص}$$

ضرب المرافق ↖

أو $= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{2\text{جا}^2\frac{ص}{2}}{ص}$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{2\text{جا}^2ص}{ص}$$

$$= \text{نها}_{ص \to 0} \frac{2\text{جا}ص\,\text{جا}ص}{ص}$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \text{صفر}$$

$$= \text{صفر}$$

حل آخر

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \text{جا}(س + \frac{\pi}{2})}{6(س - \frac{\pi}{2})} \times \frac{1 + \text{جا}(س + \frac{\pi}{2})}{1 + \text{جا}(س + \frac{\pi}{2})}$$

$$= \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \text{جا}^2(س + \frac{\pi}{2})}{6(س - \frac{\pi}{2}) \times 2}$$

$$= \frac{1}{12} \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جتا}^2(س + \frac{\pi}{2})}{س - \frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{12} \text{نها}_{س \to \frac{\pi}{2}} \frac{\text{جا}^2(\frac{\pi}{2} - (س + \frac{\pi}{2}))}{س - \frac{\pi}{2}}$$

←

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

$= \frac{1}{12}$ نهـا $\frac{جا^2(\frac{\pi}{6} - س)}{\frac{\pi}{6} - س}$ $س \to \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{6} - س = ص$

$س \to \frac{\pi}{6}$ $ص \to 0$

$= \frac{1}{12}$ نهـا $\frac{جا^2 - ص}{ص}$ $ص \to 0$

$= \frac{1}{12}$ نهـا $\frac{جا - ص}{ص} \times جا - ص$ $ص \to 0$

$= \frac{1}{12} \times -1 \times$ صفر $=$ صفر

السؤال الخامس:

أ) $ل(س) = \frac{ق(س)}{هـ(س)}$

نلاحظ أن $ق(س)$ متصل لكن $هـ(س)$ غير متصل

$ل(س) = \frac{2س + 1}{3 - [س - 1]}$

اصفار المقام

$3 - [س - 1] = 0$

$[س - 1] = 3$

$3 \leq س - 1 < 4$

$4 \leq س < 5 \Rightarrow$ ∉ للمجال

$[س - 1]$ غير متصل لكل $س \in ص$

$س = 3، 4، 5، 6$

$ل(س)$ غير متصل لكل $س \in ص - \{3، 6\} \cup [4، 5]$

$ل(س)$ متصل على $(3، 4) \cup (5، 6)$

حل آخر: بالاستفادة من خصائص أكبر عدد صحيح

$ل(س) = \frac{2س + 1}{4 - [س]}$

$[س] = 4$ $4 \leq س < 5$

$[س]$ غير متصل لكل $س \in ص$

$س = 3، 4، 5، 6$

$\Rightarrow ل(س)$ متصل في $(3، 4) \cup (5، 6)$

ب) نفرض $2^س = ص$

$س \to 0$ $ص \to 1$

$= $ نهـا $\frac{2 \times ص - 2}{ص^2 - 1}$ $ص \to 1$

$= $ نهـا $\frac{2(ص - 1)}{(ص + 1)(ص - 1)}$ $ص \to 1$

$= \frac{2}{2}$

$= 1$

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner

(2)

$$\lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا}^2\text{٣س} + \text{جا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا٦س}}{\text{س ظا٥س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا٦س}}{\text{س ظا٥س}} \times \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} + \text{جتا٦س}}{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} + \text{جتا٦س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س جا٤س}+1 - \text{جتا}^2\text{٦س}}{\text{س ظا٥س} \times ٢}$$

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س جا٤س} + \text{جا}^2\text{٦س}}{\text{٢س ظا٥س}}$$

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س جا٤س}}{\text{٢س ظا٥س}} + \frac{\text{جا٦س جا٦س}}{\text{٢س ظا٥س}}$$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٥} + ٣ \times \frac{٦}{٥}$$

$$= \frac{٢}{٥} + \frac{١٨}{٥}$$

$$= \boxed{٤}$$

حل آخر

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}} + \frac{\text{جا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

$$\lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}} =$$

$$\lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا٣س جا٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

$$= ٣ \times \frac{٣}{٥}$$

$$= \frac{٩}{٥}$$

$$\lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

إضافة وطرح

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - ١}{\text{س ظا٥س}} + \frac{١ - \text{جتا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

مرافق

$$= \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{س جا٤س} + ١ - ١}{\text{س ظا٥س}\left(\sqrt{\text{س جا٤س}+1} + ١\right)} + \lim_{\text{س}\to 0} \frac{\text{جا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}}$$

$$= ١ \times \frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٢} + ٣ \times \frac{٣}{٥}$$

$$= \frac{٢}{٥} + \frac{٩}{٥}$$

$$\lim_{\text{س}\to 0} \frac{\sqrt{\text{س جا٤س}+1} - \text{جتا}^2\text{٣س} + \text{جا}^2\text{٣س}}{\text{س ظا٥س}} = \frac{٢}{٥} + \frac{٩}{٥} + \frac{٩}{٥} = \boxed{٤}$$

٢٠١٧/١٠/٦

Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi © Law In Mathematics - Ahmad Mousa Miqdadi

Scanned by CamScanner