س١) جد التكاملات التالية :-

أ) $\int \frac{\text{قا}^2 س}{\text{قا}^2 س - 4 \text{ظا} س + 2} \, د س$

ب) $\int \frac{1 + \log_{هـ} س}{س^2 (\log_{هـ} س)^2 + س \log_{هـ} س - 2} \, د س$

ج) $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\text{جا} س - \text{جا}^3 س} \, د س$

د) $\int س^2 \times 3^{س^3} \, د س$

ب) اذا كان ميل العمودي على المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س، ص) يساوي $\frac{(3س + 5)^{\frac{2}{3}}}{-2ص^3}$ ، فجد قاعدة هذه العلاقة علماً بأنه يمر بالنقطة (١، ٥)

س٢) أ) اذا كان $\int_{1}^{2} \frac{هـ(س)}{س^2} د س = ب$

جد $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{هـ'(2س)}{س} د س$ بدلالة ب

علماً بأن هـ(٢) = ٣ ، هـ(١) = ١

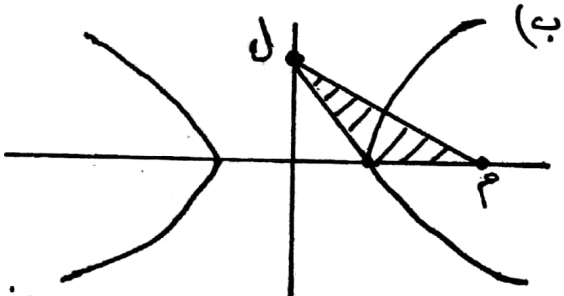
ب) جد اكبر قيمة واصغر قيمة للمقدار $\int_{-1}^{3} \frac{ء}{|س| - 5} د س$ دون اجراء التكامل

س٣) أ) اذا كانت المعادلة :

$ل س^2 + 5 ص^2 = 17$ تمثل معادلة قطع ناقص سيني ، أثبت أن :

$ل = \frac{85}{ء^2 + 5 ء^2}$

ب)



الشكل المجاور يمثل قطع زائد اختلافه المركزي $\frac{5}{3}$ ، اذا كان مساحة المثلث المظلل (٤) ، اكتب معادلة القطع الزائد حيث م احدى البؤرتين

ل احدى طرفي المرافق

Scanned by CamScanner

س٤) م) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى
ق(س) = |س - ٢| ومنحنى
ص = ١٠ - س٢ والمستقيم
س = ٠ في الربع الأول

ب) اذا كان ه(س) معكوساً لمشتقة ق(س) = $\frac{1}{س^2 \sqrt{4 - س^2}}$
حيث ه(٢) = ٠ ، ه(١) = $\frac{\sqrt{3}}{4}$
جد $\int_{1}^{2} \frac{1 + 2س^3}{س^2 \sqrt{4 - س^2}}$ دس

جـ) اذا كان :
ق'(س) جتاس - ق(س) جاس = ٠ ،
ق(س) > ٠ وكان ق($\frac{\pi}{2}$) = ٢
جد ق($\frac{\pi}{4}$) حيث س ∈ $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$

س٥) م) أثبت أنه طول الوتر المحوري على المحور الأكبر للقطع الناقص ب٢س٢ + ا٢ص٢ = ا٢ب٢ والمار بالبؤرة يساوي $\frac{2ب^2}{ا}$

ب) اكتب معادلة الدائرة التي مركزها هو رأس القطع المكافئ
(ص - ٢)٢ = ٤س + ٨ وتمس المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{2}$
ويمر بالنقطة (١، ١)

س٦) م) يتحرك جسيم بحيث أنه تسارعه (ت) بعد (ن) ثانية يرتبط بالسرعة (ع) حسب العلاقة :
ت × ع = ٥٠ ، ع > ٠ جد المسافة التي يقطعها الجسم بعد ١٧ ثانية علماً بأنه سرعته الابتدائية ٣ م/ث وأنه موقعه الابتدائي ١٨ م

ب) اذا كان ق اقترانا متصلاً على ح فما قيمة :
$\int_{1}^{4} (ق(س) - 1)$ دس + $\int_{4}^{1} (ق(س) + 1)$ دس

جـ) اذا كان ق(س) كثير حدود من الدرجة الثانية ، وكان للاقتران ق(س) نقطة حرجة هي (١، ٢) ، وكان ق(١) = ٥ ، جد قاعدة كثير الحدود ق(س)

Scanned by CamScanner

س٦) أ) جد عناصر القطع المكافئ الذي معادلته :

$\frac{1}{2}ص + ٢ = \frac{٣ + ٤س}{ص}$

ب) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة م(س، ص) في المستوى بحيث تبعد بعديها متساويين عن المستقيمين :

$س - ص = ٥$ ، $س + ص = ٥$

وتمر أثناء حركتها بالنقطة (١، ٥)

س٧) يتكون هذا الفرع من (٥) فقرات ، لكل فقرة أربعة بدائل ، اكتب رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها :

١) $\int_{أ}^{ب} هـ(هـ(س)) \times هـ'(س)$ ءس يساوي

أ) هـ(هـ(ب)) - هـ(هـ(أ))

ب) هـ(ب) - هـ(أ)

ج) هـ(ب) - هـ(أ)

د) هـ(هـ(ب)) - هـ(هـ(أ))

٢) الاختلاف المركزي للقطع الزوجي الذي معادلته

$٩(س+١)^٢ - ١٦(ص-٢)^٢ = ١٤٤$ يساوي :

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٥}{٣}$ ج) $\frac{٤}{٥}$ د) $\frac{٥}{٤}$

٣) واحدة مما يلي تمثل معادلة دائرة :

أ) $س^٢ - ص^٢ = ١$

ب) $س^٢ + ص^٢ + س ص + ٤ = ٠$

ج) $٢س^٢ + ٢ص^٢ - ٣س = ٠$

د) $س - ٢ = - ص$

٤) اذا كان م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل مه ، وكان :

$\int_{١}^{٢} (م(س) - هـ(س))$ ءس = ١٢ ،

فإن $\int_{١}^{٢} س (م(س) - هـ(س))$ ءس يساوي :

أ) ٦ ب) ١٢ ج) ١٨ د) $\frac{٩}{٢}$

٥) طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي محصور كلاً من المستقيمات : س = ١ ، س = ٩ ص = -١ ، ص = ٥ يساوي :

أ) ٦ وحدات ب) ٤ وحدات

ج) ٣ وحدات د) ٨ وحدات

Scanned by CamScanner

جـ١) ٩) ١) $\int \frac{\text{قا}^4 س}{\text{قا}^2 س - 4 \text{ظا} س + 5} \, \text{د}س$

$= \int \frac{\text{قا}^4 س}{1 + \text{ظا}^2 س - 4 \text{ظا} س + 5} \, \text{د}س$

$= \int \frac{\text{قا}^4 س}{\text{ظا}^2 س - 4 \text{ظا} س + 3} \, \text{د}س$

ص = ظا س ⇐ د س = $\frac{\text{د ص}}{\text{قا}^2 س}$

$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{ص^2 - 4ص + 3} \, \frac{\text{د ص}}{\text{قا}^2 س}$

$= \int \frac{\text{قا}^2 س}{ص^2 - 4ص + 3} \, \text{د ص}$

$= \int \frac{1 + \text{ظا}^2 س}{ص^2 - 4ص + 3} \, \text{د ص}$

$= \int \frac{1 + ص^2}{ص^2 - 4ص + 3} \, \text{د ص}$ قسمة طويلة

$= \int 1 + \frac{4ص - 2}{ص^2 - 4ص + 3} \, \text{د ص}$

$= \int 1 + \frac{4ص - 2}{(ص - 3)(ص - 1)} \, \text{د ص}$

$= ص + \int \frac{4ص - 2}{(ص - 3)(ص - 1)} \, \text{د ص}$

كسور جزئية ثم نعيد الفرض

٢) $\int \frac{1 + \log_{\text{ه}} س}{س^2 (\log_{\text{ه}} س)^2 + س \log_{\text{ه}} س - 2} \, \text{د}س$

ص = س $\log_{\text{ه}}$ س ⇐ $\frac{\text{د ص}}{\text{د}س} = 1 + \log_{\text{ه}} س$

$\int \frac{1 + \log_{\text{ه}} س}{(ص)^2 + ص - 2} \, \frac{\text{د ص}}{1 + \log_{\text{ه}} س}$

$= \int \frac{1}{(ص + 2)(ص - 1)} \, \text{د ص}$ كسور جزئية

$= \int \frac{أ}{ص + 2} + \frac{ب}{ص - 1} \, \text{د ص}$

$= \int \frac{-\frac{1}{3}}{ص + 2} + \frac{\frac{1}{3}}{ص - 1} \, \text{د ص}$

$= -\frac{1}{3} \log_{\text{ه}} |ص + 2| + \frac{1}{3} \log_{\text{ه}} |ص - 1| + ج$

$= -\frac{1}{3} \log_{\text{ه}} |س \log_{\text{ه}} س + 2| + \frac{1}{3} \log_{\text{ه}} |س \log_{\text{ه}} س - 1| + ج$

٣) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \sqrt{\text{جا}^2 س - \text{جا}^4 س} \, \text{د}س$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \sqrt{\text{جا}^2 س (1 - \text{جا}^2 س)} \, \text{د}س$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \sqrt{\text{جا}^2 س (\text{جتا}^2 س)} \, \text{د}س$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \text{جا} س \, |\text{جتا} س| \, \text{د}س$

لكن: |جتا س| = جتا س ∈ $(0, \frac{\pi}{4})$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{0} \text{جتا} س \, \text{جا} س \, \text{د}س$

ص = جا س ⇐ د س = $\frac{\text{د ص}}{\text{جتا} س}$

س = 0 ← ص = 0

س = $\frac{\pi}{4}$ ← ص = $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Scanned by CamScanner

$= \int_{\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos\theta \, d\theta}{\cos\theta}$

$= \int_{\pi/2}^{\pi/2} d\theta = \theta \Big]_{\pi/2}^{\pi/2}$

$= \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$

ج) $\int_{0}^{1} x^2 \times 3^{x^3} \, dx$

$= \int_{0}^{1} x^2 \times \frac{du}{3x^2 \ln 3}$ $\quad u = 3^{x^3}$, $\ln u = x^3 \ln 3$, $\frac{du}{u} = 3x^2 \ln 3 \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{1}{\ln 3} \, du$

$= \frac{1}{\ln 3} u + c$

$= \frac{1}{\ln 3} (3^{x^3}) + c$

ب) ميل المماس $= \frac{dy}{dx} = \frac{2y^2}{(3x+5)^2}$

$\int \frac{dy}{y^2} = \int (3x+5)^{-2} \, dx$

$-\frac{1}{y} = \frac{(3x+5)^{-1}}{3 \times -1} + c$

$-\frac{1}{y} = -\frac{1}{3x+5} + c$

يمر بـ $(1,0.5) \Rightarrow -\frac{1}{0.5 \times 2} = -\frac{1}{3+5} + c$

$c = -1 + \frac{1}{10} = -\frac{10}{10} + \frac{1}{10} = -\frac{9}{10}$

$\therefore -\frac{1}{y} = -\frac{1}{3x+5} - \frac{9}{10}$

ج) $\int_{0}^{1} x^2 \times 3^{x^3} \, dx$

$= \int_{0}^{1} x^2 \times \frac{du}{3x^2 \ln 3}$ $\quad u = x^3$, $du = 3x^2 \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{1}{\ln 3} \, du$

$= \frac{1}{\ln 3} u \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{\ln 3} (1 - 0) = \frac{1}{\ln 3}$

ب) $\int_{0}^{1} \frac{x}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x+1-1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= 1 - \ln 2 - 0 = 1 - \ln 2$

ج) $\int_{0}^{1} \frac{x^2}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{1}{2} + \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^3}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^3 + 1 - 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2 - 0 = \frac{5}{6} - \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^4}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^4 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{7}{12} + \ln 2$

ج) $\int_{0}^{1} \frac{x^2}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{1}{2} + \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^3}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^3 + 1 - 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2 - 0 = \frac{5}{6} - \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^4}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^4 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{7}{12} + \ln 2$

ب) $\int_{0}^{1} \frac{x}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x+1-1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= 1 - \ln 2 - 0 = 1 - \ln 2$

ج) $\int_{0}^{1} \frac{x^2}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{1}{2} + \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^3}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^3 + 1 - 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2 - 0 = \frac{5}{6} - \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^4}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^4 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{7}{12} + \ln 2$

ب) $\int_{0}^{1} \frac{x}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x+1-1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= 1 - \ln 2 - 0 = 1 - \ln 2$

ج) $\int_{0}^{1} \frac{x^2}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^2 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{1}{2} + \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^3}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^3 + 1 - 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^2 - x + 1 - \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + x - \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 1 - \ln 2 - 0 = \frac{5}{6} - \ln 2$

د) $\int_{0}^{1} \frac{x^4}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \frac{x^4 - 1 + 1}{x+1} \, dx$

$= \int_{0}^{1} \left(x^3 - x^2 + x - 1 + \frac{1}{x+1}\right) dx$

$= \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + \ln|x+1| \Big]_{0}^{1}$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 + \ln 2 - 0 = -\frac{7}{12} + \ln 2$

Scanned by CamScanner

ب) $\frac{أ}{ب} = \frac{٥}{٣}$ ⇐ $أ = \frac{٥}{٣}ب$

مساحة المثلث $= \frac{١}{٢}(أ-ب) \times ب$

$٤ = \frac{١}{٢}(أ-ب)ب$ نعوض $أ = \frac{٥}{٣}ب$

$٨ = (\frac{٥}{٣}ب - ب)ب$ ⇐ $٨ = \frac{٢}{٣}ب^{٢}$

$\boxed{ب = ١٢}$ ⇐ $ب = \frac{١٢}{ب}$

لكن: $أ^{٢} = ب^{٢} + ب^{٢}$ نعوض $أ = \frac{٥}{٣}ب$

$\frac{١٢}{ب} = ب$

⇐ $(\frac{٥}{٣}ب)^{٢} = ب^{٢} + (\frac{١٢}{ب})^{٢}$ ⇐ $\frac{٢٥}{٩}ب^{٢} - ب^{٢} = \frac{١٤٤}{ب^{٢}}$

$\frac{١٦}{٩}ب^{٢} = \frac{١٤٤}{ب^{٢}}$ ⇐ $ب^{٤} = \frac{٩ \times ١٤٤}{١٦}$

$ب^{٢} = \frac{٢ \times ١٢}{٤}$ ⇐ $ب = ٩$

$\boxed{ب = ٣}$

$\frac{س^{٢}}{٩} - \frac{ص^{٢}}{١٦} = ١$

المركز $(٠,٠)$ | $ب = \frac{١٢}{٣} = ٤$

أ) $ل = \frac{١٧}{ب^{٢}}$

$ل = \frac{١٧}{\frac{١٧ + ٥ب^{٢}}{٥}} = ١٧ \times \frac{٥}{١٧ + ٥ب^{٢}}$

$\therefore ل = \frac{٨٥}{١٧ + ٥ب^{٢}}$

ب) $\frac{س^{٢}}{\frac{١٧}{ل}} + \frac{ص^{٢}}{\frac{١٧}{٥}} = ١$ سيني

$ب^{٢} = \frac{١٧}{٥}$ $ب^{٢} = \frac{١٧}{ل}$

لكن: $ل = \frac{١٧}{ب^{٢}} = \frac{١٧}{ب^{٢} + ب^{٢}}$

$= \frac{١٧}{\frac{١٧}{٥} + ب^{٢}}$

ج) م) ل $س^{٢} + ٥ص^{٢} = ١٧$ ⇐ $\frac{س^{٢}}{١٧} + \frac{ص^{٢}}{\frac{١٧}{٥}} = ١$ سيني

$ب^{٢} = \frac{١٧}{٥}$ $ب^{٢} = \frac{١٧}{ل}$

لكن: $ل = \frac{١٧}{ب^{٢}} = \frac{١٧}{ب^{٢} + ب^{٢}}$

$= \frac{١٧}{\frac{١٧}{٥} + ب^{٢}}$

$ل = \frac{١٧}{\frac{١٧ + ٥ب^{٢}}{٥}} = ١٧ \times \frac{٥}{١٧ + ٥ب^{٢}}$

$\therefore ل = \frac{٨٥}{١٧ + ٥ب^{٢}}$

ب) $\int_{١}^{٢} \frac{١ + ٢س^{٣}}{س^{٢}\sqrt{٤ - س^{٢}}} \, دس$

$= \int_{١}^{٢} \frac{١}{س^{٢}\sqrt{٤ - س^{٢}}} \, دس + \int_{١}^{٢} \frac{٢س^{٣}}{س^{٢}\sqrt{٤ - س^{٢}}} \, دس$

$= هـ(٢) - هـ(١) + \int_{١}^{٢} \frac{٢س}{\sqrt{٤ - س^{٢}}} \, دس$

$ع = ٤ - س^{٢}$ | $-\frac{دع}{٢س} = دس$ | $س = ١ \leftarrow ع = ٣$ | $س = ٢ \leftarrow ع = ٠$

$= -\frac{\sqrt{٣}}{٤} + \int_{٣}^{٠} \frac{-٢\sqrt{ع}}{٢س\sqrt{ع}} \, دع$

$= -\frac{\sqrt{٣}}{٤} + \int_{٣}^{٠} -ع^{-\frac{١}{٢}} \, دع = -\frac{\sqrt{٣}}{٤} + \left[-٢ع^{\frac{١}{٢}}\right]_{٣}^{٠}$

$= -\frac{\sqrt{٣}}{٤} + ٢\sqrt{٣} = -\frac{\sqrt{٣}}{٤} + \frac{٨\sqrt{٣}}{٤} = \frac{٧\sqrt{٣}}{٤}$

ج) $م = م_{١} + م_{٢}$

$= \int_{٠}^{٤} (١٠ - س^{٢}) - (٤ - س) \, دس + \int_{٤}^{١٠} (١٠ - س) - (س - ٤) \, دس$

$= \int_{٠}^{٤} ٦ - س^{٢} + س \, دس + \int_{٤}^{١٠} ١٤ - س^{٢} - س \, دس$

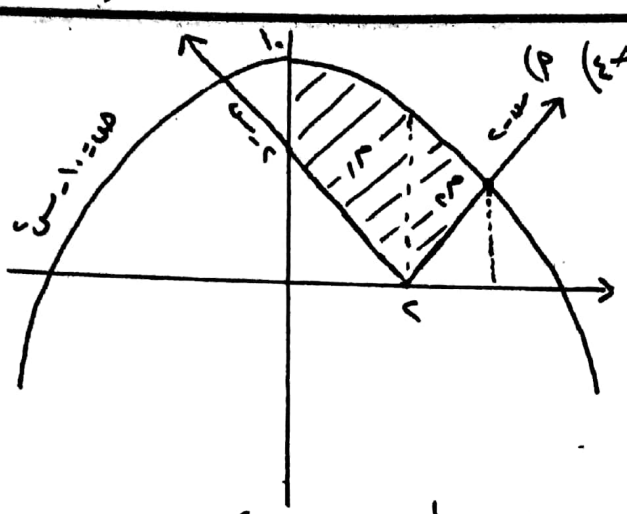
$= - - - - - = \frac{٤٤}{٣}$

نجد نقاط التقاطع ⇐ $١٠ - س^{٢} = س - ٢$

$س^{٢} + س - ١٢ = ٠$

$(س - ٤)(س + ٣) = ٠$

$\boxed{س = ٤}$ تهمل $س = -٣$



Scanned by CamScanner

ج) $م'(س)\,جاس - م(س)\,جتاس = ٠$

$\Leftarrow م'(س)\,جاس = م(س)\,جتاس$

$\frac{م'(س)}{م(س)} = \frac{جتاس}{جاس}$

$\Leftarrow \int \frac{م'(س)}{م(س)}\,س = \int \frac{جتاس}{جاس}\,س$

$\Leftarrow لو_هـ|م(س)| = لو_هـ|جاس| + ﺟ$

نفرض: $م(\frac{\pi}{٤}) = \sqrt{٢}$

$\Leftarrow لو_هـ م(\frac{\pi}{٤}) = لو_هـ(جا\frac{\pi}{٤}) + ﺟ$

$لو_هـ\sqrt{٢} = ٠ + ﺟ \Leftarrow ﺟ = لو_هـ\sqrt{٢}$

$\therefore لو_هـ م(س) = لو_هـ جاس + لو_هـ\sqrt{٢}$

$\Leftarrow لو_هـ م(س) = لو_هـ(\sqrt{٢}\,جاس)$

$\therefore م(س) = \sqrt{٢}\,جاس$

$\Leftarrow م(\frac{\pi}{٤}) = \sqrt{٢}\,جا\frac{\pi}{٤} = \sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = ١$

ب) $(٢ص-٢)^{٢} = ٤س+٨$ معادلة القطع المكافئ

$٤(ص-١)^{٢} = ٤س+٨ \Leftarrow (ص-١)^{٢} = س+٢$

الرأس $(-٢,١)$ وهو مركز الدائرة

الدائرة تمس المستقيم الذي ميله $-\frac{١}{٢}$

ويمر بـ $(١,١)$

نجد معادلة المستقيم $\Leftarrow ص-١ = -\frac{١}{٢}(س-١)$

$\Leftarrow ص = -\frac{١}{٢}س + \frac{٣}{٢} \Leftarrow ٢ص + س - ٣ = ٠$

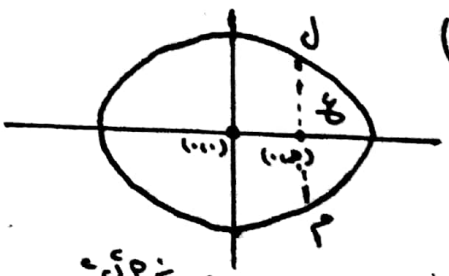
ر هو المسافة بين المركز والمستقيم

$ر = \frac{|٢(١) + ١(-٢) + ٣|}{\sqrt{(٢)^{٢} + (١)^{٢}}} = \frac{٣}{\sqrt{٥}}$

$\therefore$ معادلة الدائرة

$(س+٢)^{٢} + (ص-١)^{٢} = \frac{٩}{٥}$

ب) $م$



$ب^{٢}س^{٢} + ا^{٢}ص^{٢} = ا^{٢}ب^{٢}$ ÷ $ا^{٢}ب^{٢}$

$\frac{س^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١$ المطلوب: اثبات أن $ل م = \frac{٢ب^{٢}}{ا}$

نجد طول ع وفي ص عندما $س = جـ$

$\frac{جـ^{٢}}{ا^{٢}} + \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١ \Leftarrow \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = ١ - \frac{جـ^{٢}}{ا^{٢}} \Leftarrow \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ا^{٢}-جـ^{٢}}{ا^{٢}}$

$\Leftarrow \frac{ص^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢}}{ا^{٢}} \Leftarrow ع^{٢} = \frac{ب^{٢}}{ا^{٢}} \Leftarrow ع = \frac{ب^{٢}}{ا}$

طول $ل م = ٢ع = \frac{٢ب^{٢}}{ا}$

ب) $ن \times ع = \frac{١}{٢} \Leftarrow \frac{ع_{ن}}{ن} \times ع = \frac{١}{٢}$

$ع_{ن}ع = \frac{١}{٢}ن \Leftarrow ع_{ن}ع = \frac{١}{٢}ن$

$\Leftarrow ع_{ن} = \frac{١}{٢}ن + ﺟ$ نفرض: $ع = ٣$ عندما $ن = ٠$

$ع_{(٣)} = ٠ + ﺟ \Leftarrow \boxed{ﺟ = \frac{٩}{٢}}$

$ع_{ن} = \frac{١}{٢}ن + \frac{٩}{٢} \Leftarrow ع^{٢}_{ن} = ن + ٩$

$\Leftarrow ع = \sqrt{ن+٩}$

$ف = \int ع_{ن}\,٢ن = \int (ن+٩)^{\frac{١}{٢}}\,٢ن \Leftarrow ف = \frac{٤}{٣}(ن+٩)^{\frac{٣}{٢}}$

$ف = \frac{٤}{٣}(ن+٩)\sqrt{(ن+٩)} + ﺟ$

نفرض: $ف = ١٨ \Leftarrow ١٨ = \frac{٤}{٣}(٧)\sqrt{(٧)} + ﺟ$ عندما $ن = ٧$

$\Leftarrow ١٨ = \frac{٤}{٣}(٢٧) + ﺟ \Leftarrow \boxed{ﺟ = ١٠}$

$\therefore ف = \frac{٤}{٣}(ن+٩)\sqrt{(ن+٩)}$

$ف(٢٧) = \frac{٤}{٣}(٢٧+٩)\sqrt{(٢٧+٩)} = \frac{٤}{٣}(٣٦)\sqrt{(٣٦)}$

$= \frac{٤}{٣} \times ٢١٦ = ١٤٤$ م

Scanned by CamScanner

ب) $\int_{1}^{4} م(س)\,دس - \int_{1}^{4} م(س)\,دس + \int_{4}^{1} م(س)\,دس$

$= \int_{1}^{4} م(س)\,دس + \int_{4}^{1} م(س)\,دس - ٣ + (-٣)$

$= \int_{1}^{1} م(س)\,دس - ٦ = صفر - ٦$

$= -٦$

ج) نفرض $م(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ$

$م(١) = ٥ \Leftarrow أ(١)^{٢} + ب(١) + جـ = ٥$

$\Leftarrow \boxed{جـ = ٥}$

$م(١) = ٢ \Leftarrow أ(١)^{٢} + ب(١) + جـ = ٢$

$\Leftarrow أ + ب = -٣$ ——— ①

$م'(١) = ٠$ نفرض: $م'(س) = ٢أ س + ب$

$\Leftarrow ٢أ(١) + ب = ٠$

$\Leftarrow ٢أ + ب = ٠$ ——— ②

بالطرح ② - ① $\Leftarrow \boxed{أ = ٣}$

نعوض في ① $\Leftarrow ٣ + ب = -٣$

$\Leftarrow \boxed{ب = -٦}$

$\therefore م(س) = ٣ س^{٢} - ٦ س + ٥$

جـ٧) أ) $\frac{١}{٢} ص + ٣ = \frac{٣ + ٤ س}{ص}$

$\Leftarrow \frac{١}{٢} ص^{٢} + ٣ ص = ٣ + ٤ س$ (× ٢)

$\Leftarrow ص^{٢} + ٦ ص = ٦ + ٨ س$

$\Leftarrow ص^{٢} + ٦ ص + ٩ = ٨ س + ٦ + ٩$

$\Leftarrow (ص + ٣)^{٢} = ٨ س + ١٥$

$\Leftarrow (ص + ٣)^{٢} = ٨ (س + \frac{١٥}{٨})$ سيني موجب

$\Leftarrow ٤ أ = ٨ \Leftarrow أ = ٢$

الرأس $(-\frac{١٥}{٨}، -٣)$

البؤرة $(-\frac{١٥}{٨} + ٢، -٣) = (-\frac{١}{٨}، -٣)$

محور التماثل $ص = -٣$

الدليل $س = -\frac{١٥}{٨} - ٢ \Leftarrow س = \frac{-٣١}{٨}$

ب) بعد $م(س، ص)$ عن $س - ص - ٥ = ٠$ يساوي بعد $م$ عن $س + ص - ٥ = ٠$

$ف_{١} = ف_{٢}$

$\frac{|س - ص - ٥|}{\sqrt{٢}} = \frac{|س + ص - ٥|}{\sqrt{٢}}$

$\Leftarrow |س - ص - ٥| = |س + ص - ٥|$

$س - ص - ٥ = س + ص - ٥$	$س - ص - ٥ = -(س + ص - ٥)$
$-ص - ص = ٠$	$س - ص - ٥ = -س - ص + ٥$
$-٢ص = ٠$	$٢س = ١٠$
$ص = ٠$ X تهمل	$\boxed{س = ٥}$

تمر بـ $(٥، ٠)$

معادلة الحل الهندسي

جـ٨)

الفرع	١	٢	٣	٤	٥
الإجابة	أ	د	جـ	أ	أ

Scanned by CamScanner