بسم الله الرحمن الرحيم

مدرسة راهبات الوردية / العقبة
الصف : الثاني الثانوي العلمي

امتحان الفصل الدراسي الثاني
الرياضيات

التاريخ : ٣ / ٤ / ٢٠١٧

اسم المعلم : نبيل معمر

السـؤال الاول : (٣٠ علامة)

أ) اوجد التكاملات التالية :

١- $\int_{\text{٤}}^{\text{٥}} \frac{\text{٢س} - |\text{س} + \text{١}|}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤س} + \text{٣}} \, \text{دس}$

٢- $\int \frac{\text{جا٢س}}{\text{قاس} - \text{جتاس}} \, \text{دس}$

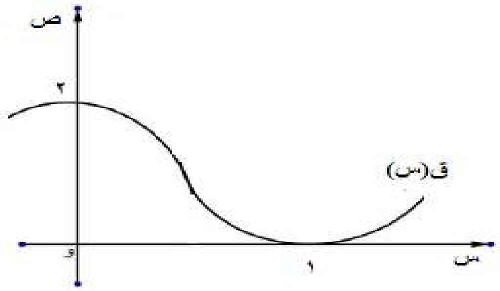
٣- $\int \frac{\text{١}}{\text{٢س} - \text{١} + \sqrt{\text{٢س} + \text{١}}} \, \text{دس}$

٤- $\int \frac{\text{١}}{\text{س}} \, \text{قا}^{\text{٢}} (\text{لو}_{\text{هـ}} \text{س}^{\text{٣}}) \, \text{دس}$

٥- $\int \frac{\text{لو}_{\text{هـ}}(\text{س} - \text{١})^{\text{٣}}}{(\text{س} + \text{٢})^{\text{٢}}} \, \text{دس}$

ب) في الشكل المجاور

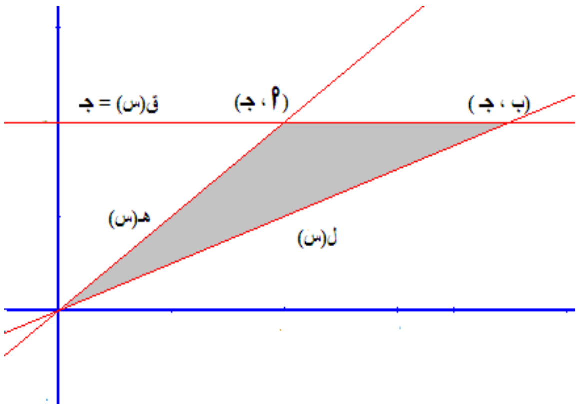
اوجد $\int_{\text{٠}}^{\text{١}} \text{ق}^{\text{٢}}(\text{س}) \, \text{ق}'(\text{س}) \, \text{دس}$



السـؤال الثاني : (٢٠ علامة)

أ) أوجد معادلة المماس للمنحنى $\text{٢} + \text{لو}_{\text{هـ}}\text{س} \times \text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص} = \text{هـ}^{\text{س}^{\text{٢}} - \text{١}} + \text{هـ}^{\text{لو}_{\text{هـ}}\text{ص}}$ عند النقطة التي احداثيها السيني = ١

ب) اذا كانت مساحة المنطقة المظللة في الشكل تساوي (٢) وحدة مربعة حيث : ق(س) = ج ، هـ(س) = س ، ل(س) = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ س حيث ج > صفر ، اوجد قيمة الثابت ج . مستخدما مفهوم التكامل .



ج) اوجد مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنيات ل(س) = $\text{٢}\sqrt{\text{س}}$ ق(س) = $\frac{\text{١}}{\text{٤}}$ س$^{\text{٢}}$ ، هـ(س) = س – ٣ ومحور الصادات .

معلم المادة : نبيل معمر

انتهت الاسئلة

بنيل عمر

الاجابة لامتحان ٣/٤/٢٠١٧

السؤال الاول

حل

١) ∫ من ٤ إلى ٥ (٢س - ١ - |س + ١|) / (س² - ٤س + ٣) ءس

= ∫ من ٤ إلى ٥ (س - ١) / (س² - ٤س + ٣) ءس

= ∫ من ٤ إلى ٥ ~~(س - ١)~~ / (~~(س - ١)~~ (س - ٣)) ءس

= لوهـ|س - ٣|] من ٤ إلى ٥

= لوهـ٢ - لوهـ١

= لوهـ٢

---

٢) ∫ جا٢س / (قاس - جتاس) ءس

∫ ٢جاس جتا²س / (١ - جتا²س)

نفرض ص = جتاس

ءص/ءس = -جاس

∫ ٢جاس ص² / (١ - ص²) × ءص / ~~-جاس~~

∫ ٢ص² / (ص² - ١) ءص

٢ص² ÷ (ص² - ١) = ٢ والباقي ٢
(- ٢ص² ± ٢)

∫ ٢ + ٢ / ((ص - ١)(ص + ١)) ءص

٢ص + ∫ أ/(ص - ١) + ب/(ص + ١) ءص

أ(ص + ١) + ب(ص - ١) = ٢

أ = ١   ب = -١

٢ص + لوهـ|ص - ١| - لوهـ|ص + ١| + ث

٢جتاس + لوهـ|جتاس - ١| - لوهـ|جتاس + ١| + ث

طريقة اخرى: ∫ ٢جاس جتا²س / جا²س = ∫ ٢جتا²س / جاس ءس

= ∫ ٢(١ - جا²س) / جاس = ٢∫ قتاس - جاس ءس

= ٢لوهـ|قتاس - ظتاس| + ٢جتاس + ث

٣) $\int \frac{1}{2س - 1 + \sqrt{2س + 1}} \, دس$

$ص = \sqrt{2س + 1}$

$ص^2 = 2س + 1$

$\not{2} ص \, دص = \not{2} \, دس$

$\int \frac{ص \, دص}{ص^2 - 2 + ص}$

$\int \frac{أ}{(ص + 2)} + \frac{ب}{ص - 1} \, دص$

$ص = أ(ص - 1) + ب(ص + 2)$

$أ = \frac{2}{3} \qquad ب = \frac{1}{3}$

$\int \frac{\frac{2}{3}}{2 + ص} + \frac{\frac{1}{3}}{1 - ص} \, دص$

$\frac{2}{3} لو_{هـ} \left| \sqrt{2س + 1} + 2 \right| + \frac{1}{3} لو_{هـ} \left| \sqrt{2س + 1} - 1 \right| + ث$

---

٤) $\int \frac{1}{س} قا^2 (لو_{هـ} س^3) \, دس$

$\int \frac{1}{س} قا^2 (3 لو_{هـ} س) \, دس$

$ص = 3 لو_{هـ} س$

$\frac{دص}{دس} = \frac{3}{س}$

$\frac{1}{3} \, دص = \frac{دس}{س}$

$\int \frac{1}{\not{س}} قا^2 ص \, \frac{\not{س}}{3} \, دص$

$\frac{1}{3} \int قا^2 ص \, دص$

$\frac{1}{3} ظا (لو_{هـ} س^3) + ث$

---

٥) $\int \frac{لو_{هـ} (س - 1)^3}{(س + 2)^2} \, دس$

$\int 3 (س + 2)^{-2} لو_{هـ} (س - 1)$

$ع = لو_{هـ} (س - 1) \qquad دهـ = 3 (س + 2)^{-2}$

$دع = \frac{1}{س - 1} \, دس \qquad هـ = -3 (س + 2)^{-1}$

$\frac{-3}{س + 2} لو_{هـ} (س - 1) + \int \frac{3}{(س + 2)(س - 1)} \, دس$

$3 = أ(س + 2) + ب(س - 1)$

$أ = 1$

$ب = -1$

$+ \int \frac{أ}{س - 1} + \frac{ب}{س + 2} \, دس$

$\frac{-3}{س + 2} لو_{هـ} (س - 1) + لو_{هـ} |س - 1| - لو_{هـ} |س + 2| + ث$

(٢)

ب) $\int_{0}^{1} ق^2(س)\, ق'(س)\, دس$

ص = ق(س)   س = ٠ ، ص = ق(٠) = ٢

دص = ق'(س) دس   س = ١ ، ص = ق(١) = ٠

$\int_{2}^{0} ص^2\, ق'(س) \frac{دص}{ق'(س)} = \left[\frac{ص^3}{3}\right]_{2}^{0} = 0 - \frac{8}{3} = -\frac{8}{3}$

السؤال الثاني :-

أ) $2 + لو_{هـ} س \times لو_{هـ} ص = هـ^{س^2-1} + ص$ س = ١ ، ص = ١

$0 + لو_{هـ} ص \times \frac{1}{س} + لو_{هـ} س \times \frac{ص'}{ص} = 2س\, هـ^{س^2-1} + ص'$ (١ ، ١)

$لو\,1 \times ص' + لو_{هـ} 1 \times 1 = 2هـ^0 + ص'$

$ص' = -2$

$(ص - 1) = -2(س - 1)$.

---

٢) $م_1 + م_2 = 2$ س = أ = ص

$\frac{1}{2}س = أ \Leftarrow س = 2أ = ب$

$\int_{0}^{أ} (س - \frac{1}{2}س) + \int_{أ}^{2أ} (أ - \frac{1}{2}س)\, دس = 2$

$\left.\frac{س^2}{4}\right|_{0}^{أ} + \left(أس - \frac{س^2}{4}\right)\Big|_{أ}^{2أ} = 2$

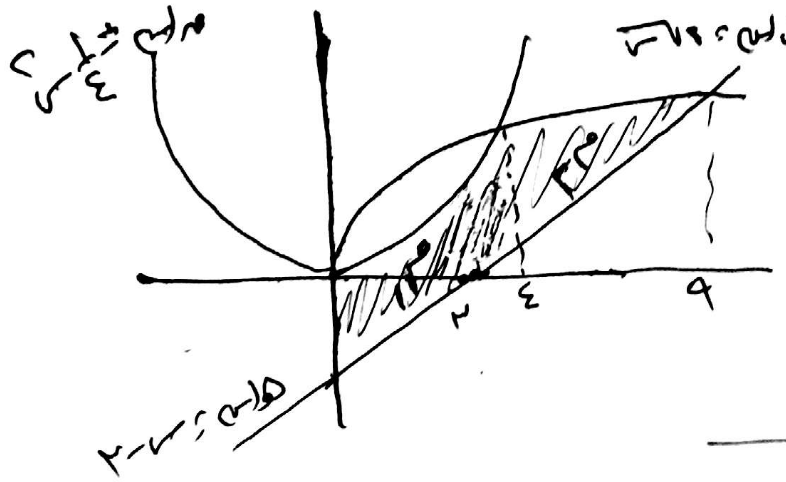
$\frac{أ^2}{4} - 0 + 2أ^2 - \frac{4أ^2}{4} - أ^2 + \frac{أ^2}{4} = 2$

$\frac{أ^2}{4} + \frac{أ^2}{4} = 2$

$\frac{أ^2}{2} = 2$

$أ^2 = 4$

$أ = \pm 2$ ∴ **أ = ٢**



ل(س) = م(س)

$٢\sqrt{س} = \frac{١}{٤} س^٢$

$س^٤ - ٦٤س = ٠$

$س(س^٣ - ٦٤) = ٠$

س = ٠

$(س - ٤)(س^٢ + ٤س + ١٦)$

س = ٤

$٢\sqrt{س} = س - ٣$

$س - ٢\sqrt{س} - ٣ = ٠$

$(\sqrt{س} - ٣)(\sqrt{س} + ١) = ٠$

$\sqrt{س} = ٣$

س = ٩

$م_١ = \int_٠^٤ \frac{١}{٤} س^٢ - (س - ٣) \, ءس = \frac{٢٦}{٣}$

$م_٢ = \int_٤^٩ (٢\sqrt{س} - س + ٣) \, ءس = \frac{٤٧}{٦}$

المساحة = $م_١ + م_٢ = \frac{٢٦}{٣} + \frac{٤٧}{٦} = \frac{١٠١٩}{٦}$

انتهت الإجابة