المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع — مدة الامتحان : ١ساعة و نصف

الفرع : الأدبي — اليوم و التاريخ : / / ٢٠١٧

ملحوظة : أجب عن الأسئلة التالية جميعها و عددها (٥) و عدد الصفحات ٣

السـؤال الأول : (١٧ علامة)

أ) جد التكاملات الأتية :

١) $\int \frac{(س^{٢} - ٣\sqrt{س}\ جا\ س)}{\sqrt{س}}$ دس

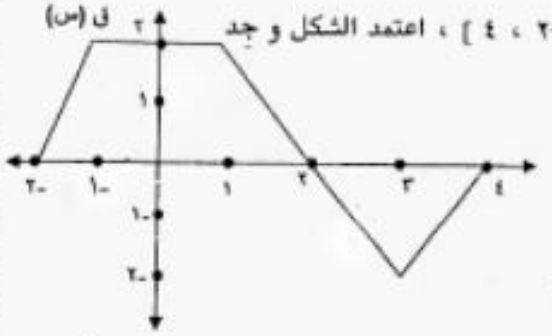
٢) $\int_{١-}^{٢} ٨ س^{٢} ق'(س^{١}) $ دس ، حيث ق (١) = − ٥ ، ق (١٦) = ٨

ب) إذا كان $\int_{٣}^{٥} \left(\frac{ق(س)}{٢} - ١\right)$ دس = ٦ ، $\int_{٨}^{٥} ق(س)$ دس = ١٠ ، جد $\int_{٣}^{٨} (ق(س) + ٢س)$ دس

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى ق(س) يساوي(٦ هـ^{٢س} − $\frac{١}{س + هـ}$) ، جد قاعدة الاقتران ق(س) علما بأن النقطة (٠ ، ١) تقع على منحنى الاقتران ق .

السـؤال الثاني : (١٤ علامة)

أ) يمثل الشكل المجاور منحنى الاقتران ق المعرف على الفترة [−٢ ، ٤] ، اعتمد الشكل و جد $\int_{٢-}^{٤} ق(س)$ دس .



ب) إذا كان جـ عدد ثابت ، وكان ق(جـ) = ١٢ ، ق(٠) = ٨

$\int_{٠}^{جـ} (ق'(س) - هـ^{س})$ دس = صفر ، جد قيمة هـ^{جـ} .

ج) جد مساحة المنطقة المحصورة والمغلقة بين منحنى ق (س)= ١− س^{٢} و المستقيم ص + ٣ = ٠

تابع صفـ٢ـحـة

السـؤال الثالث : (١٨ علامة)

أ) إذا كان اقتران (السعر – الطلب) لمنتج ما هو ع = ق (س) = ٤٨ – ٣س ، و كان اقتران (السعر – العرض) لهذا المنتج هو ع = هـ (س) = ٥س ، جد فائض المنتج عند سعر التوازن .

ب) يتحرك جسيم على خط مستقيم بتسارع ثابت يعطى بالعلاقة ت (ن) = ١٢ م/ث^{٢} ، جد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد مرور ن ثانية ، علما بأن السرعة الابتدائية = ٤ م/ث ، وموقعه الابتدائي = ١٠ م .

ج) جد قيمة ن فيما يلي :-

١) (ن – ١) ! = ل (٦ ، ٣) × $\binom{٤}{٢}$

٢) $\binom{ن}{٢} = \frac{ل(ن ، ٢)}{١٢}$

السـؤال الرابع : (١٦ علامة)

أ) مجموعة مكونة من ٦ معلمين و ٤ طلاب ، جد عدد الطرق التي بها تكوين لجنة رباعية فيما يلي:-

١) الرئيس و المساعد من المعلمين و الأعضاء من الطلبة .

٢) اللجنة تحوي ثلاث معلمين على الأقل .

ب) تقدم (١٠٠٠٠) طالب بطلبات للالتحاق بالجامعات الحكومية ، وكانت معدلاتهم تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي مقداره (٧٨) و بانحراف معياري مقداره (١٠) ، وكان عدد المقبولين في الجامعات الحكومية هو ٣٠٨٥ طالب ، جد معدل القبول في الجامعات الحكومية .

يمكن الاستفادة من الجدول التالي :

ز	٠	٠,٥	١	١,٥	٢	٢,٥
ل(ز≤ أ)	٠,٥٠٠٠	٠,٦٩١٥	٠,٨٤١٣	٠,٩٣٣٢	٠,٩٧٧٢	٠,٩٩٣٥

ج) إذا كان س متغير ذا الحدين معاملاه ، ن = ٢ ، أ = ٢٠٪

اكتب جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

تابع صفـ٣حة

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) إذا كان الوسط الحسابي لعلامات صف ما في مادة الرياضيات (٦٥) و الانحراف المعياري لها (٦) ،
جد العلامة التي تنحرف فوق الوسط انحرافين معياريين .

ب) جد معامل الارتباط بيرسون (ر) بين المتغيرين س ، ص في الجدول الأتي :

س	٧	٦	٩	١٠	٨
ص	٨	٧	١٠	٨	١٢

ج) إذا كان (س) يمثل عدد ساعات العمل اليومي في مصنع ما ، (ص) يمثل كمية الاستهلاك اليومي من الكهرباء في المصنع نفسه بالكيلو واط / ساعة ، جمعت البيانات التالية ل ستة مصانع :

$\overline{س} = ٨$ ، $\overline{ص} = ٤٠٠$ ، $\sum (س - \overline{س})^{٢} = ١٠٠$ ، $\sum (س - \overline{س})(ص - \overline{ص}) = ٢٠٠$

جد ما يلي :-

١) معادلة خط الانحدار الخطي البسيط للتنبؤ بقيم ص إذا علمت قيم س

٢) الخطأ في التنبؤ لكمية استهلاك الكهرباء لمصنع عمل ٩ ساعات في احد الأيام ،و كان استهلاكه الحقيقي من الكهرباء في ذلك اليوم ٤١٠ كيلو واط / ساعة .

انتهت الأسئلة

مع التمنيات للجميع بالنجاح

T : Imad Misk

(١٦) ⑤ ① $\int \frac{(س^{\frac{4}{3}} - ٣جا س)}{س^{\frac{1}{3}}} \, د س = \int (س - ٣جا س) \, د س = \frac{س^{\frac{2}{3}}}{\frac{2}{3}} - ٣(-جتا س) + ج$

$= \frac{٣}{٢} س^{\frac{2}{3}} - ٣جا س \, د س = \frac{س^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} + ٣جتا س + ج$

$= \frac{٥}{٣} س^{\frac{5}{3}} + ٣جتا س + ج$

---

② $\int_{١٠}^{٢} ٨ س^{\frac{3}{2}} هـ(س^{\frac{4}{3}}) \, د س$

نفرض ص $= س^{\frac{4}{3}}$

$\frac{د ص}{د س} = ٤ س^{\frac{3}{2}} \Leftarrow د س = \frac{د ص}{٤ س^{\frac{3}{2}}}$

عندما س $= -١$ فإن ص $= ١$

س $= ٢$ فإن ص $= ١٦$

$\Leftarrow \int_{١}^{١٦} \frac{٨ س^{\frac{3}{2}} هـ(ص)}{٤ س^{\frac{3}{2}}} \, د ص = ٢ \int_{١}^{١٦} هـ(ص) \, د ص = ٢ (هـ(١٦) - هـ(١))$

$= ٢((-٥) - ٨)$

$= ٢(١٣) = ٢٦$

---

③ $\int_{٣}^{٨} (هـ(س) + ٢س) \, د س = \int_{٣}^{٨} هـ(س) \, د س + \int_{٣}^{٨} ٢س \, د س$

$\Leftarrow \int_{٣}^{٨} هـ(س) \, د س = \int_{٣}^{٥} هـ(س) \, د س + \int_{٥}^{٨} هـ(س) \, د س$

$= ١٦ + (-١٠) = ٦$

$\therefore \int_{٣}^{٨} (هـ(س) + ٢س) \, د س = ٦ + [س^{٢}]_{٣}^{٨}$

$= ٦ + (٦٤ - ٩) = ٦ + ٥٥$

$= ٦١$

$\int_{٣}^{٥} (\frac{هـ(س)}{٢} - ١) \, د س = ٦$

$\int_{٣}^{٥} \frac{هـ(س)}{٢} \, د س + \int_{٣}^{٥} -١ \, د س = ٦$

$\int_{٣}^{٥} هـ(س) \, د س + (-١)(٥-٣) = ٦$

$\int_{٣}^{٥} هـ(س) \, د س = ٨$

$\int_{٣}^{٥} هـ(س) \, د س = ١٦$

(ب) $م = م'(س) = ٦هـ^{٢س} - \frac{١}{س+هـ}$

$م(س) = \int م'(س)\,ds \Leftarrow م(س) = \int ٦هـ^{٢س} - \frac{١}{س+هـ}\,ds$

$\Leftarrow م(س) = \int ٦هـ^{٢س}\,ds - \int \frac{١}{س+هـ}\,ds$

$ع = س + هـ$
$\frac{dع}{ds} = ١$
$ds = dع$

$= ٦ \times \frac{١}{٢} هـ^{٢س} - \int \frac{١}{ع}\,dع$

$= ٣هـ^{٢س} - لو_{هـ}|ع| + ج$

$= ٣هـ^{٢س} - لو_{هـ}|س+هـ| + ج$

لكن : يمر بالنقطة (٠، ١)

$\Leftarrow ١ = ٣هـ^{٢(٠)} - لو_{هـ}|٠+هـ| + ج$

$١ = ٣(١) - لو_{هـ}هـ + ج \Leftarrow ١ = ٣ - ١ + ج$

$\Leftarrow ١ = ٢ + ج \Leftarrow \boxed{ج = -١}$

$\therefore \boxed{م(س) = ٣هـ^{٢س} - لو_{هـ}|س+هـ| - ١}$

← تابع

(ج) (أ) $\int_{-ج}^{٤} هـ(س)\,د س = م_١ + م_٢ + م_٣ + (-م_٤)$

$م_١$ (مساحة المثلث) $= \frac{١}{٢} \times ١ \times ٢ = ١$

$م_٢$ (مساحة المستطيل) $= ٢ \times ٢ = ٤$

$م_٣$ (مساحة المثلث) $= \frac{١}{٢} \times ١ \times ٢ = ١$

$م_٤$ (مساحة المثلث) $= \frac{١}{٢} \times ٢ \times ٢ = ٢$

$\therefore \int_{-ج}^{٤} هـ(س)\,د س = ١ + ٤ + ١ - ٢ = ٤$

(ب) $\int_{ب}^{ج} هـ'(س)\,د س = \int_{ب}^{ج} ق_س\,د س$ = صفر

$\Leftarrow$ هـ(ج) − هـ(٠) − $ق_س \Big]_{ب}^{ج}$ = صفر

$١٢ - ٨ - (ق_ج - ق_ف)$ = صفر

$٤ - ق_ج + ١$ = صفر $\Leftarrow$ $٥ - ق_ج$ = صفر

$\boxed{ق_ج = ٥}$

(د) نجد نقاط التقاطع $\Leftarrow$ $١ - س^٢ = -٣ \Leftarrow س^٢ = ٤ \Leftarrow س = \pm ٢$

$م = \int_{-ج}^{ج} (هـ(س) - ق(س))\,د س = \int_{-ج}^{ج} ١ - س^٢ + ٣\,د س$

$= \int_{-ج}^{ج} ٤ - س^٢\,د س = ٤س - \frac{س^٣}{٣} \Big]_{-ج}^{ج} = \left(٨ - \frac{٨}{٣}\right) - \left(-٨ + \frac{٨}{٣}\right)$

$= ٨ - \frac{٨}{٣} + ٨ - \frac{٨}{٣} = \frac{١٦ \times ٣}{٣} - \frac{٤٨}{٣} = \frac{١٦}{٣} = \frac{٣٢}{٣}$

(٤) (أ) نجد $س_1$

$٤٨ - ٣س = ٥س \Leftarrow ٤٨ = ٨س \Leftarrow \boxed{س = ٦}$

نعوض في $د(س)$ لإيجاد $ج$،

$ج = د(٦) = ٥(٦) = ٣٠$

$ف(س) = ج س_1 - \left(\int_{٣}^{س_1} د(س) ، س\right)$

$= (٣٠ \times ٦) - \left(\int_{٣}^{٦} ٥س ، س\right)$

$= ١٨٠ - \left(\left[\frac{٥س^{٢}}{٢}\right]_{٣}^{٦}\right) = ١٨٠ - (٩٠ - ٠)$

$= ١٨٠ - ٩٠ = ٩٠$

(ب) $ع(ن) = \int د(ن) ، ن \Rightarrow ع(ن) = \int ١٢ن ، ن = ٦ن^{٢} + ج$

لكن: $ع(١) = ٤ \Leftarrow \boxed{ج = ٤}$

$ع(ن) = ٦ن^{٢} + ٤$

$ف(ن) = \int ع(ن) ، ن \Leftarrow ف(ن) = \int ٦ن^{٢} + ٤ ، ن = ٢ن^{٣} + ٤ن + ج$

لكن: $ف(٠) = ١٠ \Leftarrow \boxed{ج = ١٠}$

$\therefore ف(ن) = ٢ن^{٣} + ٤ن + ١٠$

← تابع

٣) ① $(ن-١)! = ل(٦،٣) \times \binom{٤}{٢}$

$$(ن-١)! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times \frac{٤!}{٢! \, ٢!}$$

$$= ١٢٠ \times \frac{\cancel{٢} \times ٣ \times ٤}{\cancel{٢} \times ٢!}$$

$$= ١٢٠ \times ٦$$

$\Leftarrow (ن-١)! = ٧٢٠ \Leftarrow ن-١ = ٦$

$\Leftarrow \boxed{ن = ٧}$

---

② $\binom{ن}{٣} = \frac{ل(ن،٣)}{٣!}$

الحل: $\frac{ل(ن،٣)}{٣!} = \frac{ل(ن،٢)}{٣!}$

$$\frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} = \frac{ن(ن-١)}{٦}$$

$\Leftarrow \cancel{٦} \times \cancel{ن}(ن-١)(ن-٢) = \cancel{٦} \times \cancel{ن}(ن-١)$

$\Leftarrow ن-٢ = ١$

$\Leftarrow \boxed{ن = ٣}$

(٤) (أ) ① عدد الطرق $= \binom{٤}{٢} \times ٥ \times ٦ = ٣٠ \times \frac{١٤!}{١٢! \, ١٢!}$

$= ٣٠ \times \frac{١٢ \times ٣ \times ٤}{١٢ \times ٢} = ٣٠ \times ٦ = ١٨٠$ طريقة

---

② عدد الطرق $= \binom{٦}{٣}\binom{٤}{١} + \binom{٦}{٤}$

$= ٢٠ \times ٤ + ١٥ = ٩٥$

(ب) $\bar{س} = ٧٨$ $\quad ع = ١٠$

الحل: نسبة المقبولين $= \frac{٣٠٨٥}{١٠٠٠٠} = ٣٠٨٥$ و٠

$ل(ز \geq م) = ٣٠٨٥$ و٠ $\Leftarrow$ $ل(ز \leq م) = ١ - ٣٠٨٥$ و٠ $= ٦٩١٥$ و٠

من الجدول $م = -٥$ و٠

$\frac{س - ٧٨}{١٠} = -٥$ و٠ $\Leftarrow$ $س - ٧٨ = -٥$

$\Leftarrow$ $\boxed{س = ٧٣}$ معدل المقبول

(ج) $ن = ٢$ ، $ح = ٢$ و٠ $\quad ١ - ح = ٨$ و٠

قيم س هي $\{٠، ١، ٢\}$

س	٠	١	٢
$ل(س)$	٦٤ و٠	٣٢ و٠	٤ و٠

جدول التوزيع الاحتمالي

$ل(٠) = \binom{٢}{٠}(٢ و٠)^{٠}(٨ و٠)^{٢} = ١ \times ١ \times ٦٤$ و٠ $= ٦٤$ و٠

$ل(١) = \binom{٢}{١}(٢ و٠)^{١}(٨ و٠)^{١} = ٢ \times ٢$ و٠ $\times ٨$ و٠ $= ٣٢$ و٠

$ل(٢) = \binom{٢}{٢}(٢ و٠)^{٢}(٨ و٠)^{٠} = ١ \times ٤$ و٠ $\times ١ = ٤$ و٠

(ج) (أ) $\bar{س} = ٦٥$ $\quad ع = ٦$

الخزانين معياريين $٢ \times ٦ = ١٢$

فوق الوسط $= ٦٥ + ١٢ = ٧٧$

(ب)

س	ص	$س - \bar{س}$	$ص - \bar{ص}$	$(س - \bar{س})(ص - \bar{ص})$	$(س - \bar{س})^٢$	$(ص - \bar{ص})^٢$
٧	٨	-١	-١	١	١	١
٦	٧	-٢	-٢	٤	٤	٤
٩	١٠	١	١	١	١	١
١٠	٨	٢	-١	-٢	٤	١
٨	١٢	٠	٣	٠	٠	٩
المجموع	٤٠	٤٥	٠	٠	١٠	١٦

$\bar{س} = \frac{٧ + ٦ + ٩ + ١٠ + ٨}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

$\bar{ص} = \frac{٨ + ٧ + ١٠ + ٨ + ١٢}{٥} = \frac{٤٥}{٥} = ٩$

$ر = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sqrt{\sum (س - \bar{س})^٢ \times \sum (ص - \bar{ص})^٢}} = \frac{٤}{\sqrt{١٠ \times ١٦}} = \frac{٤}{\sqrt{١٦٠}} = \frac{١}{١٠}$

(جـ) (أ) $\hat{ص} = ب س + أ$

$ب = \frac{\sum (س - \bar{س})(ص - \bar{ص})}{\sum (س - \bar{س})^٢} = \frac{-٤٠٠}{١٠٠} = -٤$

$أ = \bar{ص} - ب \bar{س} \Leftarrow أ = ٩ - (-٤)(٨) \Leftarrow أ = ٩ + ٣٢ = ٤١$

$\therefore \boxed{\hat{ص} = -٤ س + ٤١}$ معادلة خط الانحدار

← تابع

② لايجاد الخطأ في التنبؤ

$\hat{ص}$ = ٢(٩) + ٣٨٤ = ١٨ + ٣٨٤ = ٤٠٢ لسعة المتوقعة

الخطأ = العمق الحقيقي - العمق المتوقع

= ٤١٠ - ٤٠٢ = ٨

T : Imad Misk
0795153669