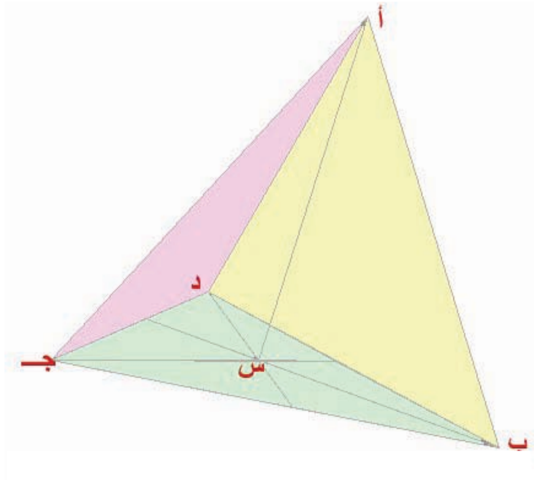
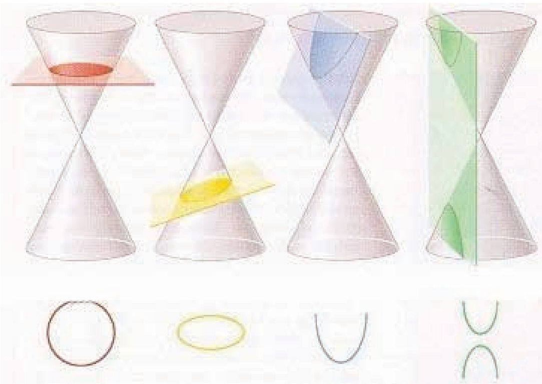
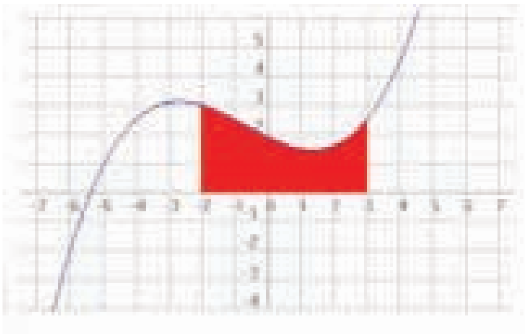
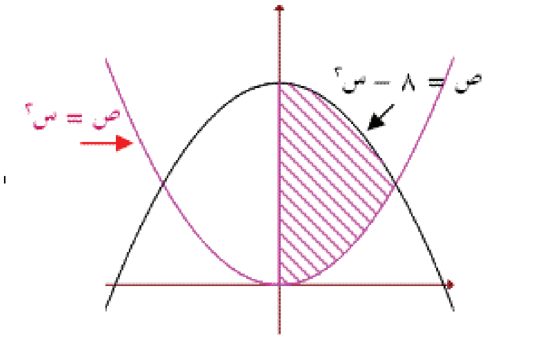
المتميز في الرياضيات

المستوى الرابع - توجيهي علمي









الاستاذ : محمود الجزار

٠٧٩٧٢٦٦٣٩٩ - ٠٧٨٦٩٠٩١٢١

الوحدة الخامسة

القطوع المخروطية

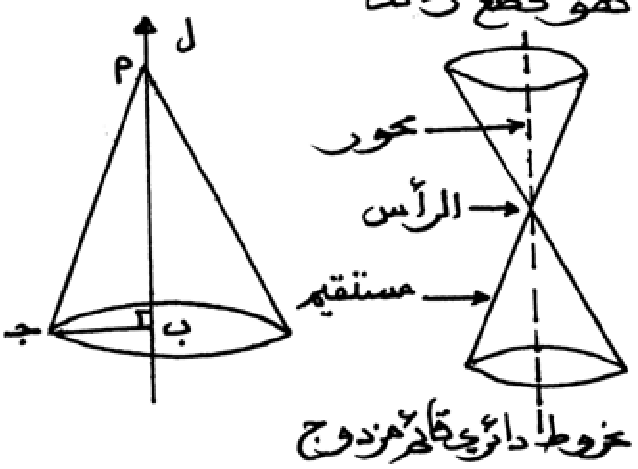
القطوع المخروطية

هي اشكال هندسية تنتج عن قطع مستوى للمخروط الدائري القائم المزدوج بأوضاع مختلفة هي

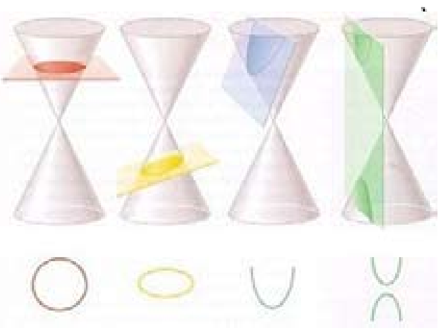
دائرة ، قطع مكافئ ، قطع ناقص ، قطع زائد

الدائرة: نحصل عليها بقطع المخروط بمستوى عمودي على المحور ولا يحتوي على الرأس

اما اذا كان المستوى القاطع مائلاً قليلاً على المحور ويقطع فرعاً واحداً فإن نتيجة التقاطع " قطع ناقص " وإذا زاد ميل المستوى القاطع ليصبح موازياً لمستقيم على سطح المخروط ويقطع فرعاً واحداً فإن الناتج هو قطع مكافئ. واخيراً إذا قطع المستوى فرعي المخروط ولم يحتوي على نقطة الرأس فإن ناتج التقاطع هو قطع زائد

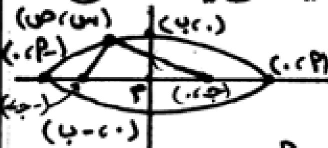


مخروط دائري قائم مزدوج



القطع الناقص

هو المحل الهندسي لنقطة متحركة ن(س، ص) والتي يكون مجموع بعديها عن نقطتين ثابتتين " البؤرتين " يساوي مقداراً ثابت (٢أ)



التعريف بالرموز

$$ن ب_1 + ن ب_2 = ٢أ$$

خصائص ومميزات القطع الناقص

١- له رأسان نأخذهما من أ والبعد بينهما ٢أ

٢- له بؤرتان نأخذهما من جـ البعد بينهما ٢جـ

٣- له محوران هما • المحور الاكبر طوله ٢أ ويقع عليه الرأسان والبؤرتان

• المحور الاصغر طوله ٢ب

المعادلة السحرية التي تجمع بين أ، ب، جـ

$جـ^2 = أ^2 - ب^2$ ، مساحة القطع = أ ب π

معادلة القطع الصادي	معادلة القطع السيني
$\frac{(س-د)^2}{ب^2} + \frac{(ص-هـ)^2}{أ^2} = ١$	$\frac{(س-د)^2}{أ^2} + \frac{(ص-هـ)^2}{ب^2} = ١$
أ > ب ، الاختلاف المركزي $\frac{جـ}{أ}$	أ > ب

١) جد عناصر القطع الاساسية

$$\frac{س^2}{٩} + \frac{ص^2}{٢٥} = ١$$

الحل: القطع صادي ، المركز (٠، ٠)

$أ^2 = ٢٥$ ، أ = ±٥	$ب^2 = ٩$ ، ب = ±٣	$جـ^2 = أ^2 - ب^2$ ، $جـ^2 = ١٦$ ، جـ = ±٤
الرأسان	طرفي الاصغر	البؤرتان
(٠، ٠+٥)، (٠، ٠-٥)	(٠+٣، ٠)، (٠-٣، ٠)	(٠، ٠+٤)، (٠، ٠-٤)
(٠، ٥)، (٠، -٥)	(٣، ٠)، (-٣، ٠)	(٠، ٤)، (٠، -٤)
طول الاكبر ٢أ	طول الاصغر ٢ب	البعد البؤري
٢×٥ = ١٠	٢×٣ = ٦	٢جـ = ٢×٤ = ٨
معادلته س = ٠	معادلته ص = ٠	

الاختلاف المركزي هـ = $\frac{جـ}{أ}$

$= \frac{٤}{٥} < ١$

٢ عين عناصر القطع الناقص

$$\frac{\text{س}^2}{16} + \frac{\text{ص}^2}{25} = 1$$

القطع صادي
المركز (٠، ٠)

أ² = ٢٥، أ = ±٥	ب² = ١٦، ب = ±٤	جـ² = أ² − ب² = ٩، جـ = ±٣
(٠، ٠+٥)، (٠، ٠−٥)	(٠+٤، ٠)، (٠−٤، ٠)	(٠، ٠+٣)، (٠، ٠−٣)
(٠، ٥)، (٠، −٥)	(٤، ٠)، (−٤، ٠)	(٠، ٣)، (٠، −٣)
طول الأكبر	طول الأصغر	البعد البؤري
٢أ = ٢×٥ = ١٠	٢ب = ٢×٤ = ٨	٢جـ = ٢×٣ = ٦
معادلته	معادلته	الاختلاف المركزي
س = ٠	ص = ٠	هـ = جـ/أ = ٣/٥

٣ عين عناصر القطع $\frac{(\text{س}-2)^2}{25} + \frac{(\text{ص}-1)^2}{9} = 1$

الحل، القطع سيني والمركز (٢، ١)

أ² = ٢٥، أ = ±٥	ب² = ٩، ب = ±٣	جـ² = أ² − ب²
		جـ² = ١٦، جـ = ±٤
(٢+٥، ١)، (٢−٥، ١)	(٢، ١+٣)، (٢، ١−٣)	(٢+٤، ١)، (٢−٤، ١)
(٧، ١)، (−٣، ١)	(٢، ٤)، (٢، −٢)	(٦، ١)، (−٢، ١)
طول الأكبر	طول الأصغر	البعد البؤري
٢أ = ٢×٥ = ١٠	٢ب = ٢×٣ = ٦	٢جـ = ٢×٤ = ٨
معادلته	معادلته	
ص = ١	س = ١	هـ = جـ/أ = ٤/٥

٤ جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه (٢، ٠)، (−٢، ٠) ويتقاطع مع محور السينات عند س = ٤ ، س = −٤ .

الحل : بما أن البؤرتان تقعان على محور السينات فإن القطع سيني $\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2} + \frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2} = 1$

البؤرتان (٢، ٠)، (−٢، ٠) البعد البؤري ٢جـ = ٤ ، جـ = ٢

رأساه هما نقطتا التقاطع (٤، ٠)، (−٤، ٠)

٢أ = ٨ ⟸ أ = ٤ ، ب² = أ² − جـ² = ١٦ − ٤ = ١٢

$$\frac{\text{س}^2}{16} + \frac{\text{ص}^2}{12} = 1$$

٥ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل، ومحوره الأكبر على محور الصادات وطول محوره الأصغر يساوي ٤ وبعده البؤري يساوي ٢√٥

الحل: المركز (٠، ٠) ، القطع صادي

$$\frac{\text{ص}^2}{\text{أ}^2} + \frac{\text{س}^2}{\text{ب}^2} = 1$$

٢ب = ٤ ⟸ ب = ٢

٢جـ = ٢√٥ ⟸ جـ = √٥

أ² = جـ² + ب²

أ² = ٥ + ٤ = ٩

$$\frac{\text{ص}^2}{9} + \frac{\text{س}^2}{4} = 1$$

٦ جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٢، ٣) وإحدى بؤرتيه النقطة (−١، ٣) وطول محوره الأكبر يساوي ٢√١٠

الحل: محوره الأكبر ٢أ = ٢√١٠ ⟸ أ = √١٠

القطع سيني ⟸ ب² = أ² − جـ² = ١

(٢، ٣) الرأس
(−١، ٣) البؤرة ⟸ جـ = ٣

$$\frac{(\text{س}-2)^2}{10} + \frac{(\text{ص}-3)^2}{1} = 1$$

٧ ما معادلة القطع الناقص الذي مركزه (−٣، ٢) وأحد رأسيه النقطة (−٣، −٤) واختلافه المركزي يساوي ٠.٥ . ثم جد باقي عناصره

الحل: المركز (−٣، ٢) القطع صادي

هـ = ١/٢ = جـ/٦ ⟸ جـ = ٣ ، أ = ٦

ب² = أ² − جـ² = ٣٦ − ٩ = ٢٧

$$\frac{(\text{س}+3)^2}{27} + \frac{(\text{ص}-2)^2}{36} = 1$$

الرأسان	(−٣+√٢٧، ٢)	البؤرتان
(−٣، ٨)، (−٣، −٤)	(−٣−√٢٧، ٢)	(−٣، ٥)، (−٣، −١)
طول الأكبر ٢أ = ١٢	طول الأصغر ٢ب = ٢√٢٧	البعد البؤري
معادلته		
س = −٣	ص = ٢	٢جـ = ٦

(٨) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه (١ ، ٢) وإحدى بؤرتيه النقطة (-٣ ، ٢) واختلافه المركزي ٨ و. ثم عين باقي عناصره

(٩) ما معادلة القطع الناقص الذي إختلافه المركزي $\frac{٢}{٣}$ واحد رأسيه (٣ ، ١) والبؤرة القريبة من هذا الرأس هي (١ ، ١)

الحل: المركز (د ، ١) ، النوع سيني

$\frac{(س - د)^٢}{أ^٢} + \frac{(ص - هـ)^٢}{ب^٢} = ١$

$هـ = \frac{جـ}{أ} = \frac{٢}{٣}$

$٢أ = ٣جـ \longleftarrow (١)$

$أ - جـ = ٢ \longleftarrow (٢)$

بحل المعادلتين

$أ = ٦$ ، $جـ = ٤$

المركز (٣-٦ ، ١)

(-٣ ، ١)

$أ^٢ = ٣٦$ ، $جـ^٢ = ١٦$

$ب^٢ = ٣٦ - ١٦$

$ب^٢ = ٢٠$

$\frac{(س + ٣)^٢}{٣٦} + \frac{(ص - ١)^٢}{٢٠} = ١$

(١٠) عين عناصر القطع الناقص الذي معادلته

$٢٥ س^٢ + ١٦ ص^٢ - ١٠٠ س - ٣٢ ص - ٢٨٤ = ٠$

الحل: بإكمال المربعين

$٢٥ س^٢ - ١٠٠ س + ١٦ ص^٢ - ٣٢ ص = ٢٨٤ = ٠$

$٢٥ (س^٢ - ٤ س) + ١٦ (ص^٢ - ٢ ص) = ٢٨٤$

$٢٥ (س^٢ - ٤ س + ٤) + ١٦ (ص^٢ - ٢ ص + ١) = ٢٨٤ + ١٠٠ + ١٦$

$\frac{٢٥ (س - ٢)^٢}{٤٠٠} + \frac{١٦ (ص - ١)^٢}{٤٠٠} = \frac{٤٠٠}{٤٠٠}$

$\frac{(س - ٢)^٢}{١٦} + \frac{(ص - ١)^٢}{٢٥} = ١$ صادي (٢ ، ١)

$أ^٢ = ٢٥ \Leftarrow أ = \pm ٥$	$ب^٢ = ١٦ \Leftarrow ب = \pm ٤$	$جـ^٢ = ٩ \Leftarrow جـ = \pm ٣$
(٢ ، ٦)	(٦ ، ١)	(٢ ، ٤)
(٢ ، -٤)	(-٢ ، ١)	(٢ ، -٢)
طول الأكبر	طول الأصغر	البعد البؤري
$٢أ = ١٠$	$٢ب = ٨$	$٢جـ = ٦$
معادلته	معادلته	
$س = ٢$	$ص = ١$	$هـ = \frac{٣}{٥}$

(١١) جد عناصر القطع الناقص الذي معادلته

$س^٢ + ٤ ص^٢ + ٦ س - ٨ ص + ٩ = ٠$

(١٢) جد الاختلاف المركزي للقطع $٤ س^٢ = ٩ - ص^٢$

الحل: $٤ س^٢ + ص^٢ = ٩ \quad \div ٩$

$\frac{٤ س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$ القطع ناقص

$\frac{س^٢}{\frac{٩}{٤}} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$

$أ^٢ = ٩$ ، $ب^٢ = \frac{٩}{٤}$

$جـ^٢ = ٩ - \frac{٩}{٤} = \frac{٢٧}{٤}$

$أ = ٣$ ، $جـ = \frac{٣\sqrt{٣}}{٢}$

$هـ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

(١٣) جد عناصر القطع الناقص لما يلي:

أ - $س^٢ + ٤ ص^٢ = ١٠٠$

ب - $٩ س^٢ + ٤ ص^٢ + ١٨ س = ٨ ص + ٢٣$

جـ - $\frac{س^٢}{٢٥} + \frac{ص^٢}{١٤٤} = ١$

د - $\frac{(س + ٢)^٢}{١٦} + \frac{(ص - ١)^٢}{٣٦} = ١$

(١٤) جد عناصر القطع الناقص الذي بؤرتاه هما النقطتان (١ ، ٢) ، (٥ ، ٢) وطول محوره الأكبر يساوي ٦ أمثال البعد البؤري له

الحل: المركز $(\frac{١+٥}{٢} ، \frac{٢+٢}{٢}) \Leftarrow (٣ ، ٢)$

البعد البؤري $٢جـ = ٤ \Leftarrow جـ = ٢$

$٢أ = ٦ \times ٢جـ \Leftarrow أ = ٦جـ \Leftarrow أ = ١٢$

$ب^٢ = أ^٢ - جـ^٢ \Leftarrow ب = ١٤٠$

$\frac{(س - ٣)^٢}{١٤٤} + \frac{(ص - ٢)^٢}{١٤٠} = ١$

١٥ جد معادلة القطع الناقص الذي ... الاصغر (٣، ٠)، (-٣، ٠) ويمر بالنقطة (٢، ٣)

الحل: المركز (٠، ٠) القطع صادي

$$\frac{\text{س}^2}{\text{ب}^2}+\frac{\text{ص}^2}{\text{أ}^2}=1$$

$2\text{ب}=6 \Leftarrow \text{ب}=3$

$$\frac{\text{س}^2}{9}+\frac{\text{ص}^2}{\text{أ}^2}=1$$

النقطة (٢، ٣) تحقق

$$\frac{4}{9}+\frac{9}{\text{أ}^2}=1$$

$$\text{أ}^2=\frac{81}{5}$$

$$\frac{\text{س}^2}{9}+\frac{5\text{ص}^2}{81}=1$$

١٦ قطع مساحته (20π) وحدة مربعة ورأساه هما النقطتان (-٥، ٠)، (٥، ٠) جد معادلته.

الحل: القطع سيني $2\text{أ}=10 \Leftarrow \text{أ}=5$

$$\frac{\text{س}^2}{\text{أ}^2}+\frac{\text{ص}^2}{\text{ب}^2}=1$$

مساحة القطع $=\text{أ}\,\text{ب}\,\pi$

$20\pi=5\,\text{ب}\,\pi$

$\text{ب}=4$

$\text{ب}^2=16$

$$\frac{\text{س}^2}{25}+\frac{\text{ص}^2}{16}=1$$

١٧ جد نصف قطر الدائرة التي مساحتها تساوي مساحة القطع الناقص $\frac{\text{س}^2}{81}+\frac{\text{ص}^2}{16}=1$

الحل: $\text{أ}=9$ ، $\text{ب}=4$

مساحة الدائرة = مساحة القطع

$\pi\,\text{نق}^2=\pi\,\text{أ}\,\text{ب}$

$\text{نق}^2=9\times4$

$\text{نق}=6$

١٨ تتحرك النقطة (س، ص) بحيث تتحدد موقعها بالمعادلتين: س = ٥ + ٣جاهـ ، ص = ٢ + ٢جتاهـ بين أن النقطة تتحرك على قطع ناقص.

الحل: $\text{س}=5+3\,\text{جا}\,\text{هـ} \Leftarrow \text{جا}\,\text{هـ}=\frac{\text{س}-5}{3}$

$\text{ص}=2+2\,\text{جتا}\,\text{هـ} \Leftarrow \text{جتا}\,\text{هـ}=\frac{\text{ص}-2}{2}$

$\text{جا}^2\text{هـ}+\text{جتا}^2\text{هـ}=1$

$$\frac{(\text{س}-5)^2}{9}+\frac{(\text{ص}-2)^2}{4}=1$$ ناقص

١٩ قطع ناقص بؤرتاه ب١(٤، ٠)، ب٢(-٤، ٠). النقطة (س، ص) تقع على منحنى القطع بحيث أن محيط المثلث و ب١ ب٢ يساوي ٢٤؟ جد معادلته.

الحل:

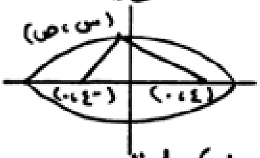
$\text{ب}_1\text{ب}_2=8$ ، $\text{جـ}=4$

$\text{و}\text{ب}_1+\text{و}\text{ب}_2+8=24$

$\text{و}\text{ب}_1+\text{و}\text{ب}_2=16$

$2\text{أ}=16 \Leftarrow \text{أ}=8$

$\text{ب}^2=\text{أ}^2-\text{جـ}^2=48$



المعادلة

$$\frac{\text{س}^2}{64}+\frac{\text{ص}^2}{48}=1$$

٢٠ النقطة هـ(س، ص) تقع على منحنى القطع الناقص $\frac{\text{س}^2}{25}+\frac{\text{ص}^2}{16}=1$ جد مجموع بعدي النقطة عن بؤرتي القطع

الحل: المطلوب $2\text{أ}=2\times\sqrt{25}=10$

٢١ ما الاختلاف المركزي لقطع ناقص البعد بين بؤرتيه يساوي طول محوره الأصغر

الحل: $2\text{جـ}=2\text{ب} \Leftarrow \text{جـ}=\text{ب}$

$\text{جـ}^2=\text{أ}^2-\text{ب}^2 \Leftarrow \text{جـ}^2=\text{أ}^2-\text{جـ}^2 \Leftarrow 2\text{جـ}^2=\text{أ}^2$

$\frac{\text{جـ}^2}{\text{أ}^2}=\frac{1}{2} \Leftarrow \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

٢٢

مسميات ٢أ

١- طول المحور الأكبر ٢- طول القاطع

٣- البعد بين الرأسين ٤- المسافة بين أبعد نقطتين

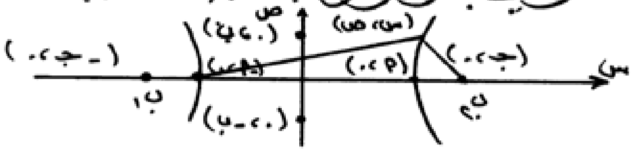
٥- مجموع بعدي نقطة عن بؤرتي القطع $\text{ن}\text{ب}_1+\text{ن}\text{ب}_2$

٦- الفرق المطلق لبعدي نقطة عن بؤرتي القطع

القطع الزائد

هو المحل الهندسي لنقطة تتحرك ن(س،ص) والتي يكون الفرق المطلق لبعديها عن نقطتين ثابتتين البؤرتين يساوي مقدار ثابت $٢أ$.

التعريف بالرموز $|ن ب_١ - ن ب_٢| = ٢أ$



خصائص ومميزات القطع الزائد

١- له بؤرتان نأخذهما من جوالعد بينهما $٢ج$ البعد البؤري

٢- له رأسان نأخذهما من أ والبعد بينهما $٢أ$ ويسمى المحور القاطع

٣- المحور المرافق من ب وطوله $٢ب$

المعادلة السحرية $ج^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

٤- الاختلاف المركزي $\frac{هـ}{أ} > ١$

لتحديد نوع القطع نعتمد على الإشارة

اذا كان الموجب مع السينات ، سيني

اذا كان الموجب مع الصادات ، صادي

معادلته

$$\frac{(س - د)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(ص - ب)^{٢}}{ب^{٢}} = ١ \quad \text{سيني}$$

$$\frac{(ص - هـ)^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{(س - د)^{٢}}{ب^{٢}} = ١ \quad \text{صادي}$$

---

(١) جد عناصر القطع $\frac{س^{٢}}{١٦} - \frac{ص^{٢}}{٩} = ١$

الحل: النوع سيني المركز (٠،٠) سيني

$أ^{٢} = ١٦ \Leftarrow أ = \pm ٤$ ، $ب^{٢} = ٩ \Leftarrow ب = \pm ٣$ ، $ج^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$

$ج^{٢} = ٢٥ \Leftarrow ج = ٥$

الرأسان	طرفي المرافق	البعد البؤري
(٤ ، ٠)	(٠ ، ٣)	(٥ ، ٠)
(-٤ ، ٠)	(٠ ، -٣)	(-٥ ، ٠)
طول الأكبر	طول المرافق	البعد البؤري
$٢أ = ٨$	$٢ب = ٦$	$٢ج = ١٠$
معادلته ص = ٠	معادلته س = ٠	$هـ = \frac{٥}{٤} > ١$

---

(٢) عين عناصر القطع $\frac{ص^{٢}}{٤} - \frac{س^{٢}}{١} = ١$

الحل: النوع صادي المركز (٠،٠)

$أ^{٢} = ٤ \Leftarrow أ = \pm ٢$	$ب^{٢} = ١$ ، $ب = \pm ١$	$ج^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$ $ج^{٢} = ٥ \Leftarrow ج = \sqrt{٥}$
الرأسان	طرفي المرافق	البعد البؤري
(٠ ، ٢)	(١ ، ٠)	$٢ج = ٢\sqrt{٥}$
(٠ ، -٢)	(-١ ، ٠)	البؤرتان $(٠، \sqrt{٥})$ ، $(٠، -\sqrt{٥})$
طول الأكبر $٢أ = ٤$ معادلته س = ٠	طول المرافق $٢ب = ٢$ معادلته ص = ٠	$هـ = \frac{\sqrt{٥}}{٢} > ١$

---

(٣) جد معادلة قطع زائد بؤرتاه (٠، ±٦) ويتقاطع مع محور الصادات عند ص = ±٤

الحل: المركز (٠،٠) النوع صادي

من البؤرتان $٢ج = ١٢ \Leftarrow ج = ٦$

نقط التقاطع $٢أ = ٨ \Leftarrow أ = ٤$

$ب^{٢} = ج^{٢} - أ^{٢} = ٣٦ - ١٦ = ٢٠$

$$\frac{ص^{٢}}{١٦} - \frac{س^{٢}}{٢٠} = ١$$

---

(٤) جد معادلة قطع زائد رأساه (٠، ±٤) ويمر بالنقطة (١، ٦).

الحل: المركز (٠،٠) النوع صادي $أ = ٤$

$$\frac{ص^{٢}}{أ^{٢}} - \frac{س^{٢}}{ب^{٢}} = ١$$

النقطة (١، ٦) تحقق

$$\frac{٣٦}{١٦} - \frac{١}{ب^{٢}} = ١$$

$$ب^{٢} = \frac{١٦}{٢٠}$$

$$\frac{ص^{٢}}{١٦} - \frac{س^{٢}}{\frac{١٦}{٢٠}} = ١$$

٥) ما معادلة قطع زائد إحداثيات محوره المرافق (١، ٣)، (١، -٥) والبعد بين رأسيه ٨

الحل: المركز $(\frac{١+١}{٢} ، \frac{٣-٥}{٢})$ ⟸ (١، -١)

٢أ = ٨ ⟸ أ = ٤ ، ٢ب = ٨ ⟸ ب = ٤

$$\frac{(س-١)^٢}{١٦}-\frac{(ص+١)^٢}{١٦}=١$$

٦) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل ومحوره القاطع على محور الصادات وطول محوره المرافق يساوي ٤ وبعده البؤري يساوي $٢\sqrt{٥}$ وحدة

الحل: المركز (٠، ٠) القطع صادي

٢ب = ٤ ⟸ ب = ٢ ⟸ ٢جـ = $٢\sqrt{٥}$ ⟸ جـ = $\sqrt{٥}$

$أ^٢ = جـ^٢ - ب^٢ = ١$

$$\frac{ص^٢}{١}-\frac{س^٢}{٤}=١$$

٧) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه النقطة (١، -١) وإحدى بؤرتيه هي النقطة (١، ٣) وطول محوره القاطع يساوي ٦ وحدات.

الحل: القطع صادي ، المركز (١، -١)

جـ = ٤ ، ٢أ = ٦ ⟸ أ = ٣

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢ = ٧$

$$\frac{(ص+١)^٢}{٩}-\frac{(س-١)^٢}{٧}=١$$

٨) عين عناصر القطع

$$\frac{(س-٢)^٢}{٩}-\frac{(ص-٣)^٢}{١٦}=١$$

٩) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (١، -٣) وأحد رأسيه النقطة (٥، -٣) واختلافه المركزي هـ = ٢

الحل: القطع سيني ، أ = ٤ ⟸ هـ = $\frac{جـ}{أ}$ ⟸ جـ = ٨

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢$ ⟸ $ب^٢ = ٤٨$

$$\frac{(س-١)^٢}{١٦}-\frac{(ص+٣)^٢}{٤٨}=١$$

١٠) جد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (١، ٢) وأحد رأسيه النقطة (-٣، ٢) واختلافه المركزي هـ = $\frac{٣}{٢}$.

١١) إذا كان طول المحور القاطع لقطع زائد يساوي ٣ أمثال محوره المرافق فما الاختلاف المركزي

الحل: ٢أ = ٣ × ٢ب

أ = ٣ب

ب = $\frac{أ}{٣}$ ← ①

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢$

$جـ^٢ = أ^٢ + \frac{أ^٢}{٩}$

$جـ^٢ = \frac{١٠أ^٢}{٩}$

$\frac{جـ^٢}{أ^٢} = \frac{١٠}{٩}$

$\frac{جـ}{أ} = \sqrt{\frac{١٠}{٩}}$

١٢) قطع زائد معادلته

$س^٢ - ٩ص^٢ - ١٤س - ٥٤ص - ١٣٧ = ٠$ جد عناصره

الحل:

$س^٢ - ١٤س - ٩ص^٢ - ٥٤ص = ١٣٧$

إكمال المربعين

$(س^٢ - ١٤س) - ٩(ص^٢ + ٦ص) = ١٣٧$

$(س^٢ - ١٤س + ٤٩) - ٩(ص^٢ + ٦ص + ٩) = ١٣٧ + ٤٩ - ٨١$

$(س-٧)^٢ - ٩(ص+٣)^٢ = ٦٣$

$$\frac{(س-٧)^٢}{٦٣}-\frac{(ص+٣)^٢}{٧}=١$$

(١٣) عين عناصر القطع الزائد الذي معادلته

$٤س^٢ - ص^٢ + ١٦س + ١٠ص - ١٧ = ٠$

(١٤) جد معادلة القطع الزائد الذي اختلافه المركزي يساوي $\frac{\sqrt{٢١}}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٤، -٣) ومركزه يقع على المستقيم س = ٢ وبؤرتاه تقعان على المستقيم ص = ٣

الحل: المركز (٢، ٣) تقاطع المستقيمين

$هـ = \frac{جـ}{أ} \Leftarrow \frac{\sqrt{٢١}}{٣} = \frac{جـ}{أ} \Leftarrow جـ = \frac{أ\sqrt{٢١}}{٣}$

$جـ^٢ = أ^٢ + ب^٢ \Leftarrow \frac{أ^٢ \times ٢١}{٩} = أ^٢ + ب^٢$

$ب^٢ = \frac{٤}{٣} أ^٢$

$\frac{(س - ٢)^٢}{أ^٢} - \frac{(ص - ٣)^٢}{ب^٢} = ١$

$\frac{(س - ٢)^٢}{أ^٢} - \frac{(ص - ٣)^٢}{\frac{٤}{٣} أ^٢} = ١$

تعويض النقطة $\frac{٣٦}{أ^٢} - \frac{٢٧}{أ} = ١ \Leftarrow أ^٢ = ٩$

$ب^٢ = \frac{٤}{٣} أ^٢ = ١٢$

$\frac{(س - ٢)^٢}{٩} - \frac{(ص - ٣)^٢}{١٢} = ١$

(١٥) تتحرك النقطة (س، ص) بحيث يتحدد موقعها بالمعادلتين س = جاهـ + جتاهـ ، ص = $\sqrt{٢ جاهـ جتاهـ}$ اثبت ان (س، ص) تتحرك على منحنى قطع زائد.

الحل:

$س^٢ = جا^٢هـ + ٢جاهـ جتاهـ + جتا^٢هـ \to ①$

$ص^٢ = ٤ جاهـ جتاهـ$

$٢ص^٢ = ٢جاهـ جتاهـ$

$س^٢ = جا^٢هـ + جتا^٢هـ + ٢ص^٢$

$س^٢ = ١ + ٢ص^٢$

$س^٢ - ٢ص^٢ = ١$ زائد

(١٦) قطع زائد اختلافه المركزي يساوي ٢,٥ واحد رأسيه النقطة (٠، -١) والبؤرة القريبة من هذا الرأس (٣، -١) جد معادلته.

الحل: القطع سيني $هـ = ٢,٥ \Leftarrow \frac{جـ}{أ} = \frac{٥}{٢}$

$جـ = \frac{٥}{٢} أ \Leftarrow ①$ ، $جـ - أ = ٣ \to ②$

بحل المعادلتين جـ = ٥ ، أ = ٢

$جـ^٢ - أ^٢ = ب^٢ \Leftarrow ب^٢ = ٢١$

المركز (د، -١)

(-٢، -١)

$\frac{(س + ٢)^٢}{٤} - \frac{(ص + ١)^٢}{٢١} = ١$

(١٧) جد معادلة قطع زائد رأساه هما بؤرتا القطع الناقص $٩س^٢ + ٤ص^٢ = ٣٦$ وبؤرتاه هما رأسا هذا القطع

$٩س^٢ + ٤ص^٢ = ٣٦$

$\frac{س^٢}{٤} + \frac{ص^٢}{٩} = ١$

$أ^٢ = ٩ \Leftarrow أ = ٣$

(٠، ٣) (٠، -٣)

$جـ^٢ = أ^٢ - ب^٢ = ٩ - ٤ = ٥$

$(٠، \sqrt{٥})(٠، -\sqrt{٥})$

الحل: رأسا القطع الزائد $(٠، \sqrt{٥})، (٠، -\sqrt{٥})$

$٢أ = ٢\sqrt{٥} \Leftarrow أ = \sqrt{٥}$

بؤرتاه (٠، ٣) (٠، -٣)

جـ = ٣

$ب^٢ = جـ^٢ - أ^٢ = ٩ - ٥ = ٤$

صادي

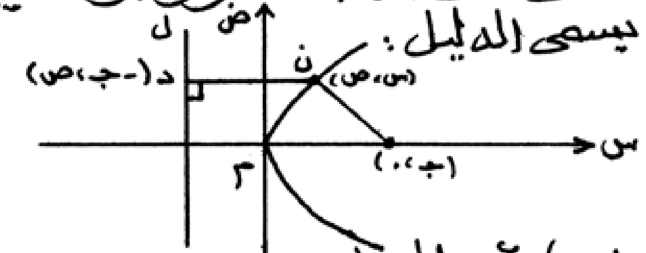
$\frac{ص^٢}{٥} - \frac{س^٢}{٤} = ١$

(١٨)

القطع المكافئ

هو المحل الهندسي لنقطة متحركة ن(س، ص) بحيث يكون بعدها عن نقطة ثابتة تساوي بعدها عن مستقيم معلوم

تسمى النقطة الثابتة: البؤرة، والمستقيم يسمى الدليل:



خصائص القطع

١- البؤرة تقع في قلب القطع

٢- الدليل يقع أمام الرأس

٣- البؤرة والرأس تقعان على المحور

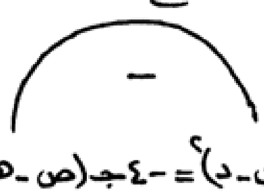
٤- بعد الرأس عن البؤرة = بعده عن الدليل

٥- معادلة القطع تربيعية إما مع ص أو س²

٦- أقرب نقطة للبؤرة هي الرأس = ج

الحالات الأربعة للقطع

(س - د)² = ٤ج(ص - هـ)



(س - د)² = -٤ج(ص - هـ)

(ص - هـ)² = ٤ج(س - د)

(ص - هـ)² = -٤ج(س - د)

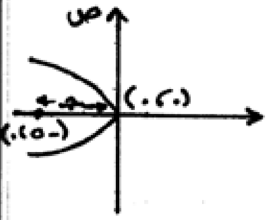
أولاً: إيجاد معادلة القطع المكافئ

١- نرسم بدقة ونضع العناصر في المستوى الديكارتي

٢- نحدد نوع القطع ونكتب معادلته

٣- نجد إحداثيات الرأس ونجد ج من خلال الرسم إن أمكن.

(١) ما معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٠،٠) والبؤرة (-٥، ٠)



الحل:

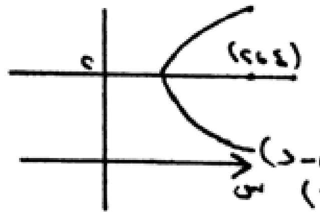
ج = ٥ ، الرأس (٠،٠)

(ص - هـ)² = -٤ج(س - د)

(ص - ٠)² = -٤ × ٥ (س - ٠)

ص² = -٢٠س

(٢) ما معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (١، ٢) وبؤرته (٤، ٢)



الحل:

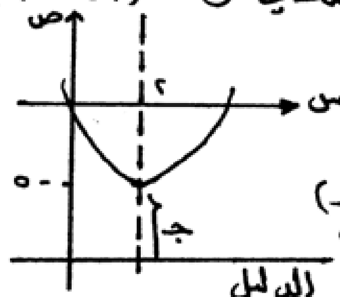
ج = ٤ - ١ = ٣

الرأس (١، ٢)

(ص - هـ)² = ٤ج(س - د)

(ص - ٢)² = ١٢(س - ١)

(٣) ما معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٢، -٥) والدليل ص = -٧



الحل: ج = ٢

الرأس (٢، -٥)

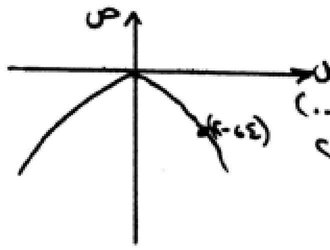
(س - د)² = ٤ج(ص - هـ)

(س - ٢)² = ٨(ص + ٥)

(٤) ما معادلة قطع مكافئ بؤرته (٦، ٢) ورأسه (٦، ٥).

٥ ما معادلة قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل ويمر بالنقطة (٤، -٢) ومتماثل حول محور الصادات

الحل:



(س - ٠)^2 = -٤ج(ص - ٠)

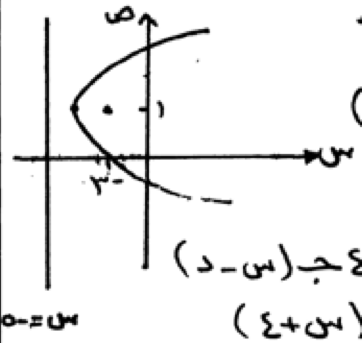
(٤، -٢) ⇐ ١٦ = -٤ج × -٢

ج = ٢

س^2 = -٨ص

٦ ما معادلة القطع المكافئ بؤرته (-٣، ١) والدليل س = -٥

الحل:



الرأس ($\frac{-٣-٥}{٢}$ ، $\frac{١+١}{٢}$)

(-٤، ١)

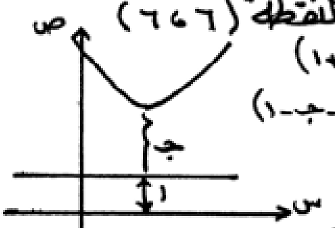
ج = ١

(ص - هـ)^2 = ٤ج(س - د)

(ص - ١)^2 = ٤(س + ٤)

٧ ما معادلة قطع مكافئ محوره س = ٢ ودليله ص = ١ ويمر بالنقطة (٦، ٦)

الحل، الرأس (٢، ج+١)



(س - ٢)^2 = ٤ج(ص - ج - ١)

النقطة (٦، ٦) تحقق

٤^2 = ٤ج(٥ - ج)

ج^2 - ٥ج + ٤ = ٠

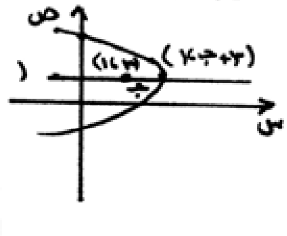
(ج - ٤)(ج - ١) = ٠

ج = ٤ ⇐ (س - ٢)^2 = ١٦(ص - ٥)

ج = ١ ⇐ (س - ٢)^2 = ٤(ص - ٢)

٨ ما معادلة قطع مكافئ بؤرته (٣، ١) ومحوره يوازي محور السينات ويمر بالنقطة (٠، ٥)

الحل، الرأس (٣+ج، ١)



(ص - ١)^2 = -٤ج(س - ٣ - ج)

(٠، ٥) ⇐ ١٦ = -٤ج(-٣ - ج)

٤ = ٣ج + ج^2

ج^2 + ٣ج - ٤ = ٠

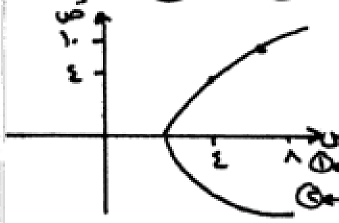
(ج + ٤)(ج - ١) = ٠

ج = ١ ⇐ (ص - ١)^2 = -٤(س - ٤)

ج = -٤ ⇐ (ص - ١)^2 = ١٦(س + ١)

٩ جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (٨، ١٠)، (٤، ٤) ومحوره محور السينات

الحل:



الرأس (د، ٠)

(ص - ٠)^2 = ٤ج(س - د)

(٤، ٤) ⇐ ١٦ = ٤ج(٤ - د) ← ①

(٨، ١٠) ⇐ ١٠٠ = ٤ج(٨ - د) ← ②

② ÷ ① $\frac{١٠٠}{١٦}$ = $\frac{٨ - د}{٤ - د}$ ⇐ ٤٠٠ - ١٠٠د = ١٢٨ - ١٦د

٨٤د = ٢٧٢

د = $\frac{٦٨}{٢١}$

ج = $\frac{٢١}{٤}$

(ص - ٠)^2 = ٢١(س - $\frac{٦٨}{٢١}$)

١٠ جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقاط (٣، ٢)، (٦، ١)، (٠، ١) ودليله يوازي محور السينات

الحل، المحور يوازي الصادات

الدليل يوازي محور السينات التربيع مع س

ص = أس^2 + ب س + ج

(٣، ٢) ⇐ ٢ = ٩أ + ٣ب + ج ← ①

(٦، ١) ⇐ ١ = ٣٦أ + ٦ب + ج ← ②

(٠، ١) ⇐ ١ = ٠ + ٠ + ج ⇐ ج = ١

بحل المعادلتين ① مع ②

أ = -$\frac{١}{٩}$ ، ب = $\frac{٢}{٣}$

ص = -$\frac{١}{٩}$ س^2 + $\frac{٢}{٣}$ س + ١

١١ ما معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات ويمر بالنقاط (٢، ٣)، (-١، ٦)، (١، ٠)

١٢ ما معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور السينات ويمر بالنقاط (٣، ٣)، (٦، ٥)، (٦، -٣)

ثانيا : ايجاد عناصر القطع المكافئ

(١) جد عناصر القطع (س − ٥)^{٢} = ٨ (ص − ١)

الحل: محوره مع التربيع س − ٥ = ٠

س = ٥

الرأس (٥ ، ١)

٤جـ = ٨

جـ = ٢

البؤرة (٥ ، ١ + ٢) ≡ (٥ ، ٣)

الدليل ص = ١ − ٢

ص = −١

(٢) (ص − ٢)^{٢} = −١٢ س + ٧٢

الحل: باخراج عامل مشترك

(ص − ٢)^{٢} = −١٢ (س − ٦)

٤ جـ = −١٢ ⇐ جـ = −٣

الرأس (٦ ، ٢)

البؤرة (٦ + −٣ ، ٢) ≡ (٣ ، ٢)

الدليل س = ٦ − −٣ ⇐ س = ٩

(٣) س^{٢} − ١٢ص + ٢٤ = ٠

الحل: س^{٢} = ١٢ ص − ٢٤

س^{٢} = ١٢ (ص − ٢)

٤ جـ = ١٢

جـ = ٣

المحور س = ٠

الرأس (٠ ، ٢)

البؤرة (٠ ، ٢ + ٣) ⇐ (٠ ، ٥)

الدليل ص = ٢ − ٣

ص = −١

(٤) ص^{٢} = −٨ (س − ٢)

(٥) ٨ س − ٩ ص^{٢} + ١٨ ص + ٣٣ = ٠

الحل: ٩ ص^{٢} − ١٨ ص = + ٨ س + ٣٣

٩ (ص^{٢} − ٢ص) = ٨ س + ٣٣

٩ (ص^{٢} − ٢ص + ١) = ٨ س + ٣٣ + ٩

٩ (ص − ١)^{٢} = ٨ س + ٤٢

(ص + ١)^{٢} = $\frac{٨}{٩}$ (س + $\frac{٤٢}{٨}$)

الرأس ($\frac{-٤٢}{٨}$ ، −١)

٤جـ = $\frac{+٨}{٩}$

جـ = $\frac{+٢}{٩}$

البؤرة ($\frac{-١٨١}{٣٦}$ ، ١)

الدليل س = $\frac{-٢١}{٤}$ − $\frac{٢}{٩}$ = $\frac{-١٩٧}{٣٦}$

(٦) (ص + ٢)^{٢} = (س − ١)

(٧) ٣ س^{٢} − ٩ س − ٥ ص − ٢ = ٠

(٨) تتحرك نقطة و(س ، ص) في المستوى الديكارتي بحيث يتحدد موقعها في اللحظة ن ≥ ٠ بالمعادلتين س = جتان − جان ، ص = جا ٢ن جد مسار النقطة و تعيين نوع المسار

الحل س = جتان − جا ن

س = جتان − جا ن

س^{٢} = جتا^{٢}ن − ٢جا ن جتا ن + جا^{٢}ن

س^{٢} = ١ − ٢جا ن جتا ن

س^{٢} = ١ − جا ٢ن

س^{٢} = ١ − ص

س^{٢} = −١ (ص − ١)

معادلة قطع مكافئ

الدائرة

هي المحل الهندسي لنقطة متحركة (س، ص) بحيث بعدها عن نقطة ثابتة « المركز » يساوي مقدار ثابت « نصف قطر ».

الصورة القياسية للدائرة

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

المركز (د ، هـ) ، نصف القطر (ر)

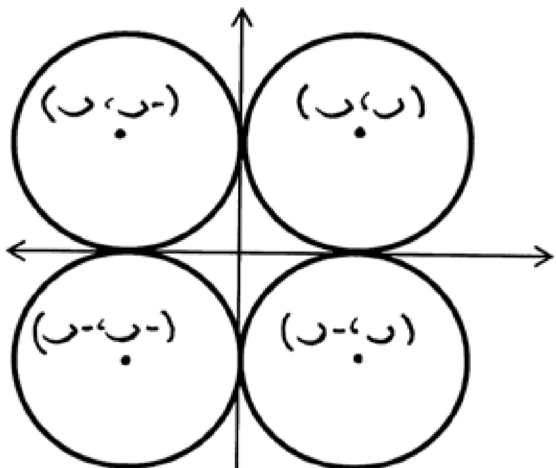
الصورة العامة للدائرة

$س^2 + ص^2 + 2ل س + 2ك ص + جـ = 0$

المركز (-ل ، -ك)

$ر = \sqrt{ل^2 + ك^2 - جـ}$

معامل $س^2$ = معامل $ص^2$ = 1



اذا كانت الدائرة تمس السينات المركز (د، ر)

اذا كانت تمس الصادات (ر ، هـ)

ايجاد معادلة الدائرة

(1) جد معادلة الدائرة التي مركزها (2، -3) وطول نصف قطرها 5 وحدات

الحل: $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

$(س - 2)^2 + (ص + 3)^2 = 25$

(2) ما معادلة الدائرة التي مركزها (0، 0) وقطرها 8 وحدات.

الحل: $(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

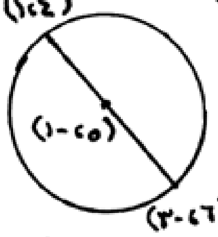
$س^2 + ص^2 = 16$

(3) ما معادلة الدائرة التي نهايتا قطر فيها هما النقطتان (4، 1)، (6، -3)

الحل:

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$

$(س - 5)^2 + (ص + 1)^2 = 5$



المركز $(\frac{4+6}{2} ، \frac{-3+1}{2})$

$ر = \sqrt{(6-5)^2 + (-3+1)^2} = \sqrt{5}$

(4) ما معادلة الدائرة التي مركزها (5، -3) وطول قطرها 6 وحدات

(5) ما معادلة الدائرة التي مركزها (5، -3) وتمس بالنقطة (0، 0)

الحل: $(س - 5)^2 + (ص + 3)^2 = ر^2$

$25 + 9 = ر^2 \Leftarrow ر^2 = 34$

$(س - 5)^2 + (ص + 3)^2 = 34$

(٦) جد معادلة الدائرة التي مركزها (-٤،٥) وتمس محور السينات .

الحل:

المركز (-٤،٥)

ر = ٥

(س + ٤)^{٢} + (ص − ٥)^{٢} = ٢٥

(٧) ما معادلة الدائرة التي تقع في الربع الثاني وتمس المحورين وقطرها ٨ وحدات

الحل: في الربع الثاني (-٤، ٤) ر = ٤

(س + ٤)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = ١٦

(٨) ما معادلة الدائرة التي تمس المحورين ونصف قطرها ٥ وحدات اوجد جميع الحلول الممكنة .

الحل:

(٥ ، ٥) ⇐ (س − ٥)^{٢} + (ص − ٥)^{٢} = ٢٥

(-٥ ، ٥) ⇐ (س + ٥)^{٢} + (ص − ٥)^{٢} = ٢٥

(-٥ ، -٥) ⇐ (س + ٥)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٢٥

(٥ ، -٥) ⇐ (س − ٥)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٢٥

(٩) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط (٠،٠) ، (٨،٠) ، (٤ ، -٤)

الحل: س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠

(٠،٠) ⇐ جـ = ٠

(٨،٠) ⇐ ٦٤ + ١٦ل = ٠ ← ل = -٤

(٤،-٤) ⇐ ١٦ + ١٦ − ٣٢ − ٨ك + ٠ = ٠

ك = ٠

س^{٢} + ص^{٢} − ٨س = ٠

(١٠) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطتين (٢،٣) ، (-١،١) ويقع مركزها على الخط المستقيم س − ٣ص − ١١ = ٠

الحل: س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠

(٢،٣) ⇐ ٤ل + ٦ك + جـ = -١٣ ← ①

(-١،١) ⇐ -٢ل + ٢ك + جـ = -٢ ← ②

(-ل،-ك) ⇐ -ل + ٣ك = ١١ ← ③

بحل المعادلات الثلاثة ل = $\frac{-٧}{٢}$ ، ك = $\frac{٥}{٢}$

جـ = -١٤

س^{٢} + ص^{٢} − ٧س + ٥ص − ١٤ = ٠

(١١) ما معادلة الدائرة التي تمس المحورين وتمر النقطة (١،٢) اوجد الحلول الممكنة

الحل: (ر، ر) المركز

(س − ر)^{٢} + (ص − ر)^{٢} = ر^{٢}

النقطة تحقق المعادلة (١،٢)

(١ − ر)^{٢} + (٢ − ر)^{٢} = ر^{٢}

ر^{٢} − ٦ر + ٥ = ٠ ⇐ ر = ٥ ، ر = ١

(س − ٥)^{٢} + (ص − ٥)^{٢} = ٢٥

(س − ١)^{٢} + (ص − ١)^{٢} = ١

(١٢) جد معادلة الدائرة التي مركزها (٤،٤) وتمس المستقيم ص = ٢س − ٣

الحل:

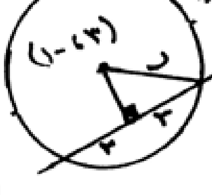
ر = البعد بين نقطة ومستقيم

ر = $\frac{|٢×٤ − ٤ − ٣|}{\sqrt{٢^{٢} + (-١)^{٢}}}$ = $\frac{١}{\sqrt{٥}}$

(س − ٤)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} = $\frac{١}{٥}$

(١٣) جد معادلة الدائرة التي مركزها (٣،-١) وتقطع من المستقيم الذي معادلته ٢س − ٥ص + ١٨ = ٠ وترا طوله ٦ وحدات

الحل: ر = $\frac{|٦ + ٥ + ١٨|}{\sqrt{٢٩}}$ = $\frac{٢٩}{\sqrt{٢٩}}$ = $\sqrt{٢٩}$



ر^{٢} = ($\sqrt{٢٩}$)^{٢} + ٣^{٢} = ٣٨

(س − ٣)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٣٨

ايجاد عناصر الدائرة

(١) جد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} + ٤س + ٦ص - ١٢ = ٠$

الحل:

$٢ل = ٤ \Leftarrow ل = ٢$

$٢ك = ٦ \Leftarrow ك = ٣$

المركز $(-٢ ، -٣)$

$نق = \sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - جـ}$

$نق = \sqrt{٤ + ٩ - -١٢} = \sqrt{٢٥} = ٥$

(٢) جد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س + ٦ص - ٦ = ٠$

الحل:

$٢ل = -٢ \Leftarrow ل = -١$

$٢ك = ٦ \Leftarrow ك = ٣$

المركز $(+١ ، -٣)$

$نق = \sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - جـ} = \sqrt{١ + ٩ - -٦} = \sqrt{١٦} = ٤$

(٣) جد مركز ونصف قطر الدائرة التي $٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٢س = ١٤$

الحل، بالقسمة على ٢

$س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٧ = ٠$

$٢ل = -٦ \Leftarrow ل = -٣$

$٢ك = ٠ \Leftarrow ك = ٠$

المركز $(٣ ، ٠)$

$نق = \sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - جـ} = \sqrt{٩ + ٠ + ٧} = ٤$

(٤) أوجد المركز ونصف القطر للمعادلة $(٢س - ٧)^{٢} + (٢ص + ١٠)^{٢} = ٣٦$

الحل:

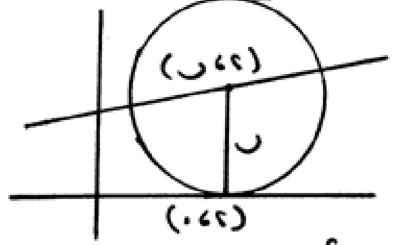
$٤(س - \frac{٧}{٢})^{٢} + ٤(ص + ٥)^{٢} = ٣٦$

$(س - \frac{٧}{٢})^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٩$

المركز $(\frac{٧}{٢} ، -٥)$ ، $نق = ٣$

(٥) جد معادلة الدائرة التي تمس المحورين ويقع مركزها على المستقيم $س = -٣$

(٦) معادلة الدائرة التي تمس محور السينات في النقطة $(٢ ، ٠)$ ويقع مركزها على المستقيم $ص = ٣س + ١$



المركز $(٢ ، ب)$

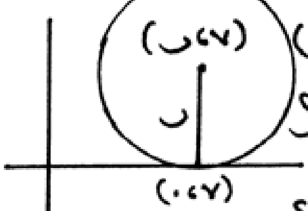
$ص = ٣س + ١$

$ب = ٦ + ١ = ٧$

المركز $(٢ ، ٧)$

$(س - ٢)^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ٤٩$

(٧) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة $(١ ، ٢)$ وتمس محور السينات عند $(٧ ، ٠)$



الحل: المركز $(د ، هـ)$

$د = ٧$ ، $هـ = ب$

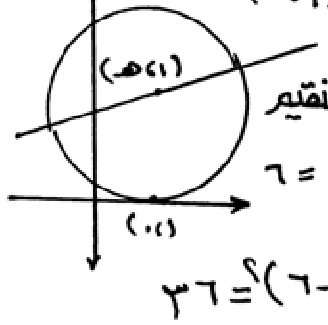
$(س - ٧)^{٢} + (ص - ب)^{٢} = ب^{٢}$

$(١ ، ٢)$ تحقق المعادلة

$٣٦ + (٢ - ب)^{٢} = ب^{٢} \Leftarrow ب = ١٠$

$(س - ٧)^{٢} + (ص - ١٠)^{٢} = ١٠٠$

(٨) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص - ٢س = ٤$ وتمس محور السينات وتمس محور السينات عند النقطة $(١ ، ٠)$



الحل،

$(١ ، هـ)$ تحقق المستقيم

$ص - ٢س = ٤$

$هـ - ٢ = ٤ \Leftarrow هـ = ٦$

$نق = ٦$

$(س - ١)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ٣٦$

المحل الهندسي

هو الشكل الناتج عن حركة نقطة في المستوى ويتم التعامل معه بإحدى الطريقتين

١- عندما ينطبق النص تمامًا مع التعريف نطبق معادلة ذلك القطع

٢- عندما لا ينطبق على أحد التعريفات نعتمد على الهندسة

المسافة بين نقطتين $ف = \sqrt{(ص_٢ - ص_١)^٢ + (س_٢ - س_١)^٢}$

البعد بين نقطة ومستقيم $= \frac{|أ س_١ + ب ص_١ + جـ|}{\sqrt{أ^٢ + ب^٢}}$

إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة $\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}\right)$

(١) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة ن(س، ص) التي تبعد بعدًا ثابتًا قدره ٤ وحدات عن النقطة م(-٥، ٢)

الحل: المحل الهندسي دائرة من التعريف

المركز (-٥، ٢)

ر = ٤

$$(س + ٥)^٢ + (ص - ٢)^٢ = ١٦$$

(٢) ما معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط ن(س، ص) المتحركة في المستوى بحيث مجموع بعديها عن النقطتين الثابتتين أ(٠، ٤)، ب(٠، -٤) يساوي ١٠ دائمًا

الحل: من التعريف قطع ناقص

$٢أ = ١٠ \Leftarrow أ = ٥ \Leftarrow ب^٢ = أ^٢ - جـ^٢$

$٢جـ = ٨ \Leftarrow جـ = ٤$ ، $ب^٢ = ٩$

القطع صادي المركز (٠، ٠)

$$\frac{(ص - ٠)^٢}{٢٥} + \frac{(س - ٠)^٢}{٩} = ١$$

(٣) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة المتحركة (س، ص) التي يكون بعدها عن النقطة ب(-٢، ٨) مساويًا لبعدها عن المستقيم ص = ٢

الحل: من التعريف القطع مكافئ؛

البؤرة (-٢، ٨) الدليل ص = ٢

الرأس (-٢، ٥)

جـ = ٨ - ٥ = ٣

المعادلة $(س + ٢)^٢ = ١٢(ص - ٥)$

(٤) ما معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط ن(س، ص) المتحركة في المستوى بحيث مجموع مربعي بعديها عن النقطتين الثابتتين أ(٤، ٠)، ب(-٤، ٠) يساوي مقدار ثابت ٨٢

الحل: النص لا ينطبق مع أي تعريف

$(\text{بعد ن عن } (٤، ٠))^٢ + (\text{بعد ن عن } (-٤، ٠))^٢ = ٨٢$

$\left(\sqrt{(س - ٤)^٢ + (ص - ٠)^٢}\right)^٢ + \left(\sqrt{(س + ٤)^٢ + (ص - ٠)^٢}\right)^٢ = ٨٢$

$(س - ٤)^٢ + ص^٢ + (س + ٤)^٢ + ص^٢ = ٨٢$

$س^٢ - ٨س + ١٦ + ص^٢ + س^٢ + ٨س + ١٦ + ص^٢ = ٨٢$

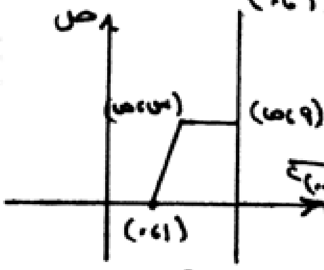
$٢س^٢ + ٢ص^٢ + ٣٢ = ٨٢$

$س^٢ + ص^٢ = \frac{٥٠}{٢}$

$س^٢ + ص^٢ = ٢٥$ دائرة

(٥) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س، ص) التي تتحرك في المستوى بحيث أن بعدها عن المستقيم س = ٩ يساوي ثلاثة أمثال بعدها عن المستقيم ب (١، ٠)

الحل:



(س، ص) عن (٩، ص) = ٣ أمثال (س، ص) عن (١، ٠)

$\sqrt{(س - ٩)^٢ + (ص - ص)^٢} = ٣\sqrt{(س - ١)^٢ + (ص - ٠)^٢}$

$(س - ٩)^٢ = ٣ (س - ١)^٢ + ص^٢$

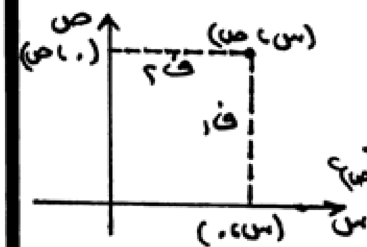
$س^٢ - ١٨س + ٨١ = ٩((س - ١)^٢ + ص^٢)$

$س^٢ - ١٨س + ٨١ = ٩(س^٢ - ٢س + ١ + ص^٢)$

$٨س^٢ + ٩ص^٢ = ٧٢$

$\frac{س^٢}{٩} + \frac{ص^٢}{٨} = ١$ ناقص

(٦) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة تتحرك على بعدين متساويين من الاحداثيين



الحل: $ف_1 = ف_2$

$ف_1 = ف_2$

$\sqrt{(س-س)^2 + ص^2} = \sqrt{س^2 + (ص-ص)^2}$

$\sqrt{ص^2} = \sqrt{س^2}$

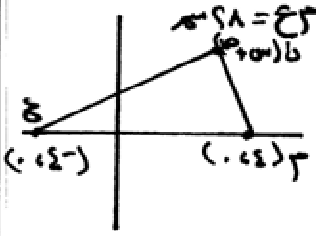
$|ص| = |س|$

$س = ص$ ، $ص = -س$

(٧) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س،ص) بحيث يكون الفرق المطلق بين بعدي النقطة (س،ص) عن النقطتين الثابتتين $ب_1$(٠،٥) ، $ب_2$(٠،-٥) يساوي مقدار ثابت دائماً ٨ وحدات

(٨) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة ن(س،ص) التي تتحرك في المستوي بحيث يكون مجموع بعديها عن النقطتين (٠،١) ، (٠،-١) يساوي ٦ وحدات

(٩) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة في الشكل المجاور بحيث يكون ن م + ن ع + م ع = ٢٤ سم



(١٠) جد معادلة الدائرة التي تمر بالنقطة (٤،٢) ويقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $(س+٢)^2 = ١٢(ص-٢)$

(١١) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $ص = \frac{1}{4}س^2 + س + ٣$ وتمس دليله .

اسئلة متنوعة على القطوع المخروطية

١) قطع زائد معادلته ٧(ص − ٣)^{٢} + ٩(س + ١)^{٢} = ٦٣ جد عناصر هذا القطع

٢) جد معادلة القطع المكافئ، المقعر للاسفل الذي محوره س = ٢ ودليله ص = ٥ وتبعد بؤرته ٨ وحدات عن دليله.

٣) جد معادلة المحل الهندسي للنقطة (س،ص) المتحركة بحيث تبعد بعداً ثابتاً مقداره ٣ وحدات عن المستقيم الذي معادلته ٣س + ٤ص = ٥ وتمر اثناء حركتها بمركز الدائرة (س − ٤)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} = ٩

٤) جد معادلة القطع المكافئ، الذي يمر بالنقطتين (٨، ٦)، (٤، −٢) ومحوره المستقيم الذي معادلته س = ٢

٥) قطع مكافئ، معادلته ص^{٢} − ٤ص + ٨س = −٤
جد عناصر القطع

٦) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه النقطة (٢، ٣) واحدى بؤرتيه النقطة (٢، −١) وطول محوره الاصغر ٦ وحدات

٧) اوجد معادلة المحل الهندسي لمجموعة النقط المستوية ن(س،ص) اذا كان الفرق المطلق لبعديها عن النقطتين (٥، ١)، (−٥، ١) يساوي مقداراً ثابتاً ٨

٨) قطع مكافئ معادلته س^{٢} = ٨ص − ٤س − ٢٨ جد عناصره

٩) عين نوع ومركز القطع المخروطي الذي معادلته ٩س^{٢} + ص^{٢} − ٣٦س = ٢ص − ١

١٠) قطع مخروطي مركزه (١، −٢) واحدى بؤرتيه (١، ٢) وطول محوره المرافق يساوي ٦٤ مانوع هذا القطع وما معادلته

١١) تدور الارض حول الشمس في مدار على شكل قطع ناقص تقع الشمس في احدى بؤرتيه إذا علمت ان طول المحور الاكبر يساوي ١،٨٦ × ١٠^{٨} ميل والاختلاف المركزي ٠٫٠١٦٧ جد اصغر مسافة بين الارض والشمس واكبر مسافة.

١٢) جد معادلة القطع الناقص الذي رأسه (٢، ٠)، (−٨، ٠) وطول محوره الاصغر يساوي ٤ امثال المسافة بين احد رأسيه والبؤرة القريبة من ذلك الرأس

١٣) جد معادلة القطع الزائد الذي رأساه (٠، ٤)، (٠، −٢) ويمر بالنقطة ($\frac{٥}{٣}$، ٦)

١٤) تتحرك نقطة على مسار س = قاهـ ص = ظاهـ جد معادلة هذا المسار

١٥) انطلقت قذيفة من مستوى سطح الارض افقية الى الاعلى وعادت الى نفس المستوى وكان مسارها على منحنى قطع مكافئ، فإذا كان اعلى ارتفاع وصلته القذيفة (١٥م) واقصى مدى افقي لها هو ٤٠م معتبراً نقطة الانطلاق (٠، ٠) جد
١ـ معادلة القطع المكافي
٢ـ ارتفاع القذيفة عندما يكون هذا الارتفاع مساوياً للمسافة بين نقطة انطلاق القذيفة ومسقطها على الارض

(١٦) جد معادلة قطع زائد اختلافه المركزي ٢ وبؤرتا القطع الناقص ٩س² = ٢٢٥ - ٢٥ص²

(١٧) اذا كان الاختلاف المركزي للقطع المخروطي $\frac{س^2}{أ^2}+\frac{ص^2}{ب^2}=1$ هو هـ١ والاختلاف المركزي للقطع $\frac{س^2}{أ^2}-\frac{ص^2}{ب^2}=1$ هو هـ٢ بين ان هـ١² + هـ٢² = ٢

(١٨) اذا كان هـ١ ، هـ٢ يمثلان الاختلافين المركزيين للقطعين المخروطيين $\frac{س^2}{ل^2}-\frac{ص^2}{ك^2}=1$ ، $\frac{ص^2}{ك^2}-\frac{س^2}{ل^2}=1$

اثبت ان $\frac{1}{هـ_1^2}+\frac{1}{هـ_2^2}=1$

(١٩) نفق لعبور السيارات على شكل نصف قطع ناقص طول قاعدته ٣٠ متر واقصى ارتفاع له عن الارض ١٠ متر جد ارتفاع النفق على بعد ٦ متر عن مركز النفق

(٢٠) $\frac{س^2}{100}+\frac{ص^2}{36}=1$ قطع ناقص جد مايلي

١- إحداثيات البؤرتين ب١ ، ب٢

٢- المقدار ب١ب٢

٣- ٥ب١ + ٥ب٢

(٢٠) ما معادلة القطع الناقص الذي يمس كل من المستقيمات

س = ٣ ، س = ١٣ ، ص = -١ ، ص = ٧

(٢١) ما معادلة قطع مخروطي بؤرتاه (٣،٢) ، (٣،٨) والبعد بين احد رأسيه والبؤرة القريبة منه (١) وحدة

(٢٢) جد معادلة المحل الهندسي لنقطة تتحرك على بعدين متساويين من النقطتين (٢،٠) ، (-٢،٠) .

(٢٣) ما معادلة الدائرة التي تمس المستقيمات س = ٣ ، ص = -١ ونصف قطرها ٣ وحدات

(٢٤) قطع ناقص سيني معادلته ك س² + ٥ص² = ١٧ اثبت ان ك = $\frac{17}{ب^2+ج^2}$

(٢٥) ما معادلة دائرة تمر بالنقطة (٢،٠) وتمس محور الصادات وتمس المستقيم ص = ١ اوجد جميع الحلول

(٢٦) ما معادلة الدائرة التي تمس المستقيم ص = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ س في النقطة (٣، $\sqrt{3}$) ويقع مركزها على محور السينات

(٢٧) قطع ناقص معادلته

س² + ٢ص² - ٦س + ٤ص + ٧ = ٠ جد عناصره

(٢٨) قطع زائد معادلته

٢س² - ٣ص² + ١٨ص = ك جد قيمة ك التي تجعل المنحني القاطع لهذا القطع موازيا لمحور الصادات

(٢٩) قطع ناقص (٢ص+٤)² + (٣-س)² = ٦٤ جد عناصره

(٣٠) قطع زائد معادلته

٤ص² - ٣س² + ٨ص + ١٦ = صفر

جد عناصره