لا تنتظر وقتاً إضافياً ..... لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد ..... اجعل هدفك ليس النجاح فقط بل التفوق والتميز

إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهما وجعلهما
من أهل الجنة

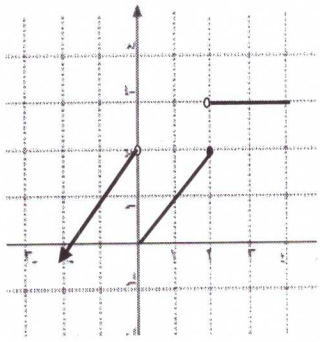
الرياضيات

العلامة الكاملة

المستوى الثالث الفرع الأدبي

النهايات + التفاضل+ تطبيقات

التفاضل (الكتاب ، أسئلة مقترحة)



إعداد الأستاذ

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$$هـ(س) = \begin{cases} أ س^{٢} - ٨س & ، \ س < ٢ \\ ٨ & ، \ س = ٢ \\ ٢س^{٢} - ب س + ٤ & ، \ س > ٢ \end{cases}$$

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢^-} \frac{س^{٣} - ٨}{س^{٣} - ٨}$$

التفاضل

قيمة معدل التغير

التغير :

إذا طرأ تغيير على مقدار معين بزيادة أو نقصان أو العكس

فإننا نرمز لهذا التغيير بالرمز Δ ويسمى مقدار التغير

فعندما نقول أن مقدار التغير في س يعني أن

$\Delta س = س_٢ - س_١$

$س_٢ = \Delta س - س_١$

وان مقدار التغير في ص هو $\Delta ص = ص_٢ - ص_١$

وان مقدار التغير في الاقتران ق (س) هو

$\Delta ق(س) = ق(س_٢) - ق(س_١)$

اوجد مقدار التغير في س عندما تتغير س من ١ إلى ٣

اوجد مقدار التغير في سعر صرف الدولار عندما يتغير سعر صرفه من $س_١ = ٧١.٦$ إلى $س_٢ = ٧١.٩$

اوجد مقدار التغير في س في الفترة [- ٢ ، ١]

جد Δ س إذا تغيرت س من $س_١ = ٤.٨$ إلى $س_٢ = ١.٧$

إذا كانت $\Delta س = ٣٥$ ، $س_١ = ٢٠$ اوجد مقدار $س_٢$

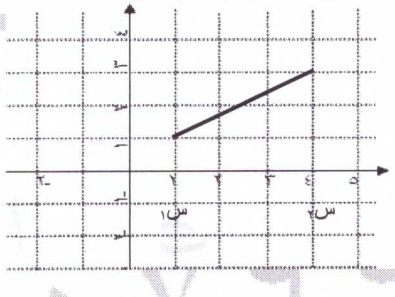
إذا كانت $\Delta ل = ٠.٢$ ، $ل_٢ = ٠.٧$ احسب قيمة $ل_١$

اوجد مقدار التغير في ص عندما $ص_١ = ٤$ ، $ص_٢ = ٢$

إذا كان ق (س) = ٤ – ٢ س وتغيرت س من $س_١ = ٣$ إلى $س_٢ = ٥$ فما مقدار التغير في س

إذا كان ق (س) = ٢ س + ٥ وتغيرت س من $س_١$ = صفر إلى $س_٢ = ٣$ فما مقدار التغير في س

بالاعتماد على الشكل المجاور جد قيمة Δ س



اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٥ س + ٢ في الفترة [٤ ، ٦]

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٨ – ٥س في الفترة [-٢ ، ٣]

إذا كان ص = ق (س) = $س^٢ - ٣$ وتغيرت س من $س_١ = ٣$ إلى $س_٢ = ٢$ فجد

١) مقدار التغير في س

٢) مقدار التغير في قيمة الاقتران ق (س)

٣) $\frac{\Delta ص}{\Delta س}$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

اوجد مقدار التغير في ص = ق (س) = ٣ س - س^{٢} عندما س$_{١}$ =٣ ، س$_{٢}$ = ٢

اوجد مقدار التغير في ق(س) =٢– س^{٢} في الفترة [-٢ ، ١]

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٢ س^{٢} بحيث Δ س = ١ ، س$_{٢}$ = ٣

اوجد مقدار التغير في ق (س) = $\sqrt{\text{س- ١}}$ بحيث Δ س = ١٦ ، س$_{١}$ = ١٠

اوجد مقدار التغير في ق (س) = ٣ س^{٢}- ١ بحيث Δ س = ١ ، س$_{٢}$ = ٣

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ س + ٤ & ، \quad س \geq ٢ \\ \sqrt{٢س - ١} & ، \quad س < ٢ \end{cases}$

إذا تغيرت س من س$_{١}$ = ١ إلى س$_{٢}$ = ٥ أوجد مقدار التغير في الاقتران

قيمة معدل التغير

قيمة معدل التغير :

المقصود ب قيمة معدل التغير للاقتران أي النسبة بين مقدار التغير في الاقتران إلى مقدار التغير في س وتكتب كعلاقة رياضية كما يلي :

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$$

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ق(س + \Delta س) - ق(س)}{\Delta س} \qquad \Delta س \neq ٠$$

$$\frac{\Delta ق(س)}{\Delta س} = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$$

إذا علمت أن مقدار التغير في س = ٥ ومقدار التغير في ص = ١٥ جد قيمة معدل التغير

إذا كان ق (س) = ٣ س - س^{٢} وتغيرت س من ٢ إلى ٤ فجد معدل التغير في الاقتران ق (س)

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = ٢ س + ٣ عندما س = ٢

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = $\sqrt{س}$ في الفترة [٨١ ، ٣٦]

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران ق (س) = $\sqrt{\text{س + ١}}$ إذا كانت س$_{١}$ = ٣ ، ومقدار التغير في السينات يساوي ٥

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

إذا علمت أن قيمة معدل التغير في الاقتران = ٢٤ في الفترة [٣ ، ٥] وكان ق (٣) = ٨ اوجد ق (٥)

مثال : إذا كان ق(س) = { ٥ س^{٣} - ١ ، س ≤ ١ ; س + ٥ ، س > ١ }

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من -١ إلى ٣

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كان

ق (س) = س^{٢} + ٧س في الفترة [٣ ، ٤]

مثال : إذا كان ق(س) = { ٢ س ، س < ٠ ; ٤ ، س ≤ ٠ }

فجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من -١ إلى س = ٥

اوجد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كان

ق (س) = ٣س^{٢} - ٧س - ٢ في الفترة [٢ ، ٤]

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٢} – ٢ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; ٢س + ١ ، ٣ ≤ س ≤ ٧ }

فجد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى٥

ما قيمة تغيرا لاقتران ص = ٣س^{٣} عندما تتغير س من س = س$_{١}$ بمقدار Δ س = - ١

إذا علمت أن قيمة معدل التغير في ق (س) = س^{٢} + ٣س يساوي ١٠ وكانت Δ س = ٣ أوجد قيمة س$_{٢}$، س$_{١}$

إذا كان ق(س) = { س^{٣} - ٥ ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; ٦س + ٤ ، ٣ ≤ س ≤ ٧ }

جد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٤

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٢} - س ، ١ ≤ س ≤ ٤ ; ٥ س – ٨ ، ٤ ≤ س ≤ ٦ }

جد قيمة معدل التغير في الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٥

إذا كان معدل التغير في ق(س) على [-١ ، ٢]
يساوي -٤ وكان هـ (س) = ٢ ق (س) + ٥ س جد
معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [-١ ، ٢]

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٢} ، ١ ≤ س ≤ ٣ ; أ س ، ٣ < س ≤ ٥ }

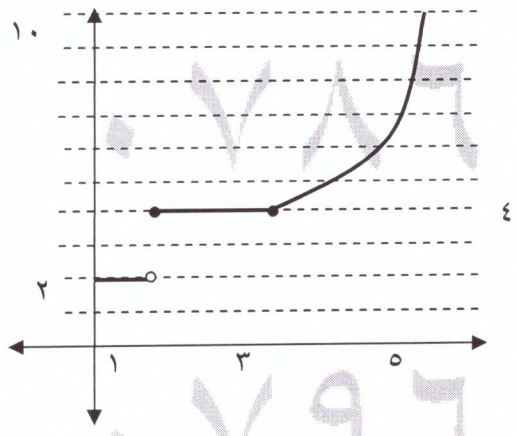
وكان معدل تغير الاقتران عندما تتغير س من ٢ إلى ٥
يساوي = ٤ فجد قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان قيمة معدل التغير للاقتران في الفترة
[– ٣ ، ١] يساوي ٢ وكان الاقتران
هـ (س) = ق (س) – س^{٢} جد قيمة معدل تغير
الاقتران هـ (س) في الفترة [– ٣ ، ١]

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٣} - ٣ ، ١ ≤ س ≤ ٤ ; ٦س + ٢ ، ٤ ≤ س ≤ ٨ }

جد قيمة معدل التغير في الاقتران إذا كانت س$_{١}$ =٣، Δس= ٢

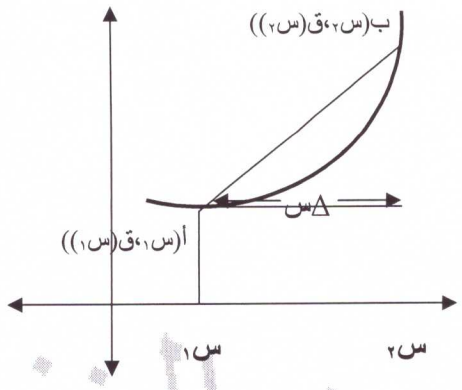
بالاعتماد على الشكل المجاور جد قيمة معدل التغير في الفترة
[٣ ، ٥]



إذا كان معدل التغير للاقتران ق في الفترة [١ ،٣]
يساوي ٤ وكان الاقتران هـ (س) = ق (س) – س جد
معدل التغير في الاقتران هـ (س) في الفترة [١، ٣]

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

التفسير الهندسي ل قيمة معدل التغير



ميل المستقيم المار بالنقطتين أ(س١،ص١)، ب (س٢ ، ص٢)

$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

مثال :إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطتين أ (- ١ ، ٣) ، ب (٢ ، ١٨) فجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب

مثال :إذا كان ق (س) = ٣ - س^2 أوجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (١ ، ٢) ، ب (-٣ ، -٦)

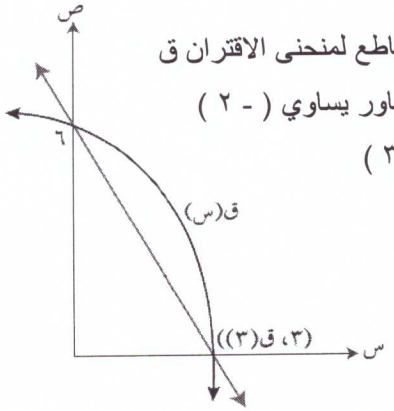
مثال :إذا كان ق (س) = ٣ س^2 فجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (٠ ، ق (٠)) ، ب (٢ ، ق (٢))

مثال :إذا كان ق (س) = س^2 أوجد ميل القاطع المار بالنقطتين أ (- ٢ ، ٤) ، ب (١ ، ١)

مثال :إذا كان ق (س) = ٨ س^2 فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠ ، ق (٠)) ، (٣ ، ق (٣))

إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطتين أ (٣،٧)،(- ١، ل)
وكان ميل القاطع أ ب يساوي (- ٣) فجد قيمة الثابت ل

إذا كان ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق
في الشكل المجاور يساوي (- ٢)
فجد قيمة ق (٣)



مكعب معدني تعرض للحرارة بحيث تغير طول ضلعه
من (١) إلى (٣) سم جد مقدار التغير في حجم المكعب

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

التفسير الفيزيائي لمعدل التغير

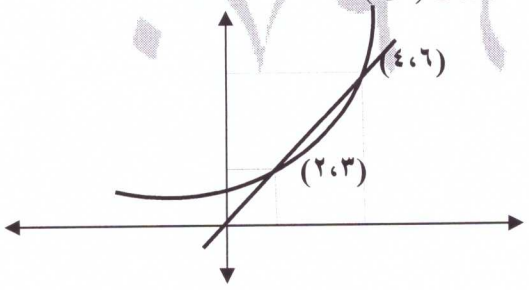
السرعة المتوسطة = $\overline{ع} = \frac{ف(ن_2) - ف(ن_1)}{ن_2 - ن_1}$

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) =٢ ن^2 + ٦ احسب السرعة المتوسطة في [٣ ، ٥]

يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ن^2 + ٣ حيث ن الزمن بالثواني ، ف (ن) المسافة بالأمتار احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٢] ثانية

مثال : إذا كانت المسافة التي يقطعها جسيم أثناء سقوطه رأسيا إلى أسفل تعطى بالعلاقة ف(ن) = ١٠ ن– ٥ن^2 حيث ف المسافة المقطوعة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني فاحسب السرعة المتوسطة في [١ ،٣]

مثال : اعتمد على الشكل المجاور في إيجاد قيمة معدل التغير للاقتران ق (س)



مثال : يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ٣ ن^2، ن الزمن بالثواني ، ف المسافة بالأمتار ، احسب السرعة المتوسطة في [١ ، ٤]

مثال : يتحرك جسيم على خط مستقيم حسب العلاقة
ف (ن) = ن^2 + ٣ ، ن الزمن بالثواني ، ف المسافة بالأمتار ، احسب السرعة المتوسطة في [١ ، ٣]

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

المشتقة الأولى

يرمز لها قَ(س) المماس ،الميل السرعة ، $\frac{\text{دص}}{\text{دس}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{دس}}$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــا}_{\Delta \text{س} \leftarrow 0} \frac{\text{ق}(\text{س} + \Delta\text{س}) - \text{ق}(\text{س})}{\Delta \text{س}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــا}_{\text{هـ} \leftarrow 0} \frac{\text{ق}(\text{س} + \text{هـ}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{هـ}}$$

$$\text{قَ}(\text{س}) = \text{نهـــا}_{\text{ع} \leftarrow \text{س}} \frac{\text{ق}(\text{ع}) - \text{ق}(\text{س})}{\text{ع} - \text{س}}$$

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٢ س + ١ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٣ س + ٦ باستخدام التعريف عند س = - ٢

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ – ٥ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٣ + ٤ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = $\text{س}^{٢}$ فجد قَ (س) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٢ $\text{س}^{٢}$ + ٦ س فجد قَ (س) باستخدام التعريف عند س = ٤

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} - ٢ س فجد قَ (س) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٤س^{٢} – ٣ س - ٥ فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = ٤ س^{٢} – ٣ فجد قَ (٣) باستخدام التعريف

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} – س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

باستخدام التعريف العام للمشتقة الأولى جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٢ - س^{٢}

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{٣}{س}$ باستخدام التعريف ثم جد قَ (٣)

مثال : إذا كان ق (س) = ٢ س^{٢} - ٥ س فجد قَ (٢) باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{٣}{س - ١}$ باستخدام التعريف عند س = ٤

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{-٢}{س}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = س^{٣} - ٨ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{٢ س}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = ٤س^{٣} ـ ٢٧ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{٥س + ٢}$ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران
ق (س) = ٢ س^{٣} ـ ٥ س + ٤ باستخدام التعريف

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\frac{١}{١ - ٣ س}$ باستخدام التعريف ثم جد قَ ($\frac{١}{٢}$)

مثال : إذا كان ق (س) = $\sqrt{س}$ فجد قَ (٤) باستخدام تعريف المشتقة

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٢ س}$ باستخدام التعريف ثم جد قَ (٨)

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في حساب مشتقة ق

(س) = ١ – س^{٢} ، عند س = ٤

مثال : إذا كان ق (س) = $\sqrt{س - ٣}$ فجد قَ (٤) باستخدام تعريف المشتقة

استخدم تعريف المشتقة الأولى عند نقطة في حساب مشتقة ق

(س) = ٣ + ٦ س ، عند س = - ٢

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٤ س + ٣}$ باستخدام التعريف

إذا كان ص = ق (س) وكان معدل تغير الاقتران ق (س) هو س^{٢} هـ - ٢ س هـ^{٢} فجد قَ (س)

مثال : جد المشتقة الأولى للاقتران ق (س) = $\sqrt{٢ – ٣ س}$ باستخدام التعريف عند س = - ٢

إذا كان ص = ق (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من س$_{١}$ إلى س$_{١}$ + هـ هو

Δ ص = ٤ س هـ + ٢ هـ^{٢} فجد قَ (س)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

قواعد الاشتقاق (١)

بعد التعرف على طريقة إيجاد المشتقات عن طريق التعريف سنقوم بالتعرف على قواعد الاشتقاق والتي من خلالها نتمكن من إيجاد المشتقة للاقتران بسهولة وسرعة اكبر وهي :

١. **إذا كان ق (س) = جـ حيث جـ عدد ثابت فان**
قَ (س) = صفر مشتقة الثابت تساوي الصفر

مثال :إذا كان ق (س) = - ٣ اوجد قَ (س)

٢. **إذا كان ق (س) = س فان قَ (س) = ١**

مثال :إذا كان ق (س) = س + ٣ اوجد قَ (س)

٣. **إذا كان ق (س) = س^{ن} فان ق (س) = ن س$^{ن-١}$**

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٣} اوجد قَ (٢)

٤. **إذا كان ق (س) = جـ م (س)**
فإن قَ (س) = جـ مَ (س)

مثال : إذا كان ق (س) = ٦ س^{٣} اوجد قَ (٢)

٥. **اذا كان ق (س) = م (س) + هـ (س) فان**
فإن قَ (س) =مَ (س) + هَ (س)

ملاحظات :

(س^{ن})^{م} = س$^{ن \times م}$ ، $\frac{س^{ن}}{س^{م}}$ = س$^{ن - م}$ ، $\sqrt[ن]{س^{م}}$ = س$^{\frac{م}{ن}}$

مثال : باستخدام قواعد الاشتقاق جد المشتقة الأولى :

ص = س^{٧}

ص = ٢ س$^{-٥}$

ق (س) = ك^{٢} س

ص = ٩

جد المشتقة الأولى في كل مما يأتي :

ص = $\frac{١}{س^{٢}}$

ص = س$^{\frac{٢}{٣}}$

ص = س$^{\frac{-٣}{٣}}$

ص = $\sqrt[٥]{س^{٣}}$

ص = ٦ س$^{-٢}$

ص = $\frac{١}{\sqrt{س}}$

ص = $\frac{٥}{٣}$ س$^{-٦}$

ص = ٦ س^{٣} + ٥ س^{٢} - $\frac{١}{س^{٢}}$ + ٤ س - ٦

ق (س) = س^{٤} + ٢ س^{٢} ـ ٥ س + ٦ عند س = ١

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد المشتقة الأولى في كل مما يأتي :

أ) ق (س) = ٥ س^{٤} - ٢ س^{٣} – س + ٢

ب) ص = س$^{-٣}$ - ٢ س

جـ) هـ (س) = $\sqrt{س}$ + س^{٢}

د) ص = ٢ س - $\frac{٢}{س}$

هـ) ص = ٤ س^{٣} - ٥ + $\frac{١}{س}$

و) ق (س) = ٦ – ٢ س^{٣}

ز) ق (س) = ٥ س^{٣} - ٤ س^{٢} - ١ عند س = - ٢

ح) هـ (س) = ٢ س$^{-٠.٥}$ + $\sqrt[٣]{س^{٥}}$ + س

إذا كان ق(س) = (٢س^{٢} +٤س$^{-٥}$ + ٦س)، اوجد قَ(١)

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي عند قيم س المبينة إزاء كل منها :

ق (س) = ٥ س^{٤} – ٢ س^{٣} – س^{٢} – س + ٥ عند س = ١

ق (س) = ٢ س^{٣} - ٣ س^{٢} + ١ عند س = ١

ص = س$^{-٢}$ - ٣س + ٩ عند س = ٢

ص = س^{٣} - $\sqrt{٢س}$ + ٤

ق (س) = ٥ س^{٣} - ٢ س^{٢} + ١ عند س = - ٣

ق (س) = س^{٣} + $\sqrt[٣]{س}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = ٢ س^{٢} + ٤ س اوجد

نهـــا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ ← هـ ٠

إذا كان ق (س) = $\sqrt[٦]{س}$ اوجد

نهـــا $\frac{ق(١+هـ) - ق(١)}{هـ}$ ← هـ ٠

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

قواعد الاشتقاق (٢)

مشتقة حاصل ضرب إقترانين :

إذا كانت ص = ق (س) × هـ (س) فإن

$\frac{دص}{دس}$ = قَ (س) × هـ (س) + ق (س) × هَ (س)

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = $س^{٢}$ (٢ س – ٣)

ص = $(٥س + ٤)(٢س^{٢} + ٨)$ عند س = ١

ص = $٥س^{٢}$ ($٢ س^{٣}$ - ٦ س -٢)

ص = ($٣ س^{٢}$ - ٤) ($س^{٢}$ - ١)

ص = $(٣س+١)(٢س^{٢} - ٥س - ٤)$ عند س = ١

ص = (٢ س – ٣) ($س^{-٣}$ - ٥)

إذا كان ق (١) = ٢ ،هـ (١) = ٣ ، قَ (١) = - ٢ ،

هَ (١) = ١ جد (ق × هـ)َ (١)

ق (س) = (٥ – ٣ س) ($٤ س^{٣} + ١$) عند س = ١

ق (س) = (٤ - ٦ $س^{٢}$) (٢ س+ ١) عند س = - ٢

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = ($س^{٣}$ - ٢ س) × (٣ – ٥ $س^{٤}$)

ص = $س^{-٣}$ ($س^{٣}$ - ٥)

ص = (٣ $س^{٢}$ + ٧) ($س^{-٥}$ + ٣)

ق (س) = ($س^{٣}$ + ٣ س) × (٢ – ٥ س)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مشتقة خارج قسمة إقترانين :

إذا كانت ص = $\frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$ بحيث هـ(س) ≠ صفر فإن

$$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{قَ (س)} \times \text{هـ (س)} - \text{ق (س)} \times \text{هَ (س)}}{(\text{هـ (س)})^{٢}}$$

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ص = $\frac{(٢\text{س} + ٥)}{(٣ - \text{س})}$ عند س = ١

ص = $\frac{(٣\text{س}^{٢} - ٥)}{(\text{س} + ٣)}$

ص = $\frac{(٣\text{س}^{٢} + ٧)}{٢}$

ص = $\frac{(١ - ٣\text{س})}{٢}$

ص = $\frac{(\text{س}^{٣} - ٨)}{(\text{س} - ٢)}$

ص = $\frac{(\text{س}^{٣} - ١)}{(\text{س}^{٢} + ٥)}$ عند س = ٠

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي :

ق (س) = $\frac{(\text{س}^{٢} + ١)}{(\text{س} - ١)}$

ق (س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ١}{٢\text{س} - ٣}$

ص = $\frac{(٣\text{س} - ٥)}{(٨\text{س} - ٣)}$ عند س = ١

ق (س) = $\frac{\text{س}}{٤ - \text{س}^{٢}}$

ق (س) = $\frac{\text{س}^{٣} + ٤\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٤} - ٥\text{س}}$

ق (س) = $\frac{\text{م (س)}}{\text{س}^{٢} + ٤}$ فاوجد قَ (٢)

علما بان مَ (٢) = ٢ ، م (٢) = ٤

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

نتيجة : إذا كانت ص = $\frac{\text{جـ}}{\text{هـ}(\text{س})}$ هـ(س) ≠ صفر فإن ق (س) = $\frac{\text{٢ س}}{\text{٥ - ٤ س}}$ عند س = ١

$\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{\text{- جـ} \times \text{هـ}'(\text{س})}{(\text{هـ}(\text{س}))^{٢}}$

ص = $\frac{٤}{\text{س}^{٢} + ١}$ عند س = ٢

ق (س) = ٢ س (٣ - س^{٢}) + $\frac{٢}{\text{س}}$ عند س = ١

ص = $\frac{٣}{\text{س}}$

إذا كان ق (١) = ٤ ، قَ (١) = - ٢ ، هـ (١) = - ٢ ،

ص = $\frac{٣}{\text{س}^{٣} + ٦}$

هـَ (١) = ١ فجد

(ق × هـ)َ (١)

ص = $\frac{٣}{(٢\text{ س} + ١)}$

((ق × هـ) (١))َ

$\left[\frac{\text{ق}}{\text{هـ}}\right]'$

ص = $\frac{٣}{(١ - ٥\text{ س})}$

$\left[\frac{٣}{\text{هـ}}\right]'(١)$

ص = $\frac{- ٥}{(٢\text{ س} + ٣)}$

(ق + هـ)َ (١)

ص = $\frac{- ٣}{٢ - \text{س}}$ عند س = - ٢

(٣ ق - ٣ هـ)َ (١)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

قاعدة السلسلة

تتعامل هذه القاعدة مع الاقتران المركب ويكون بها متغيران

إذا كانت ص = ق (ع) وكان ع = هـ (س) وكلا قابلان

للاشتقاق فإن $\frac{د ص}{د س} = \frac{د ص}{د ع} \times \frac{د ع}{د س}$

إذا كانت ص = ٢ع^{٢} + ٣ ، ع = س^{٣} − ١ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

إذا كان ص = ع^{٢} + ٣ع ، ع = ٣ − ٢ س^{٢}

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ١

إذا كان ص = م^{٣} + ٣م^{٢} − ٥ ، م = ٣ س + ٧

اوجد $\frac{د ص}{د س}$

إذا كانت ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٥ س - ٢ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

إذا كانت ص = ع^{٢} + ٣ ع ، ع = ٣ - ٢س^{٢} اوجد $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١}$

ص = ٥ع^{٢} + ٣ ، ع = س^{٣} + ٤ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = ع^{٢} - ٦ ع ، ع = $\sqrt{٢ س + ١}$

ص = ع^{٢} + ١ ، ع = ٣ س - ٢ اوجد $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س = ١}$

مثال : ص = ع^{٣} + ١ ، ع = ٣ س - ١ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

مثال : ص = ع^{٣} + ٣ع^{٢} − ٢ع + ٥ ، ع = ٢س + ٣

اوجد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢

مثال : ص = ع^{٢} + ٨ ، ع = ١ − ٢ س اوجد $\frac{د ص}{د س}$

عند س = ١

مثال : ص = ل^{٣} ، ل = ٨ س اوجد $\left.\frac{د ص}{د س}\right|_{س = -٢}$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مشتقة الاقتران المركب :

إذا كانت ص = (ق (س))^{ن} حيث ن عدد حقيقي فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = ن (ق (س))$^{ن-١}$ × قَ (س)

ق (س) = (٢س – ٧)^{٣} عند س = - ١

ص = (٥ - س^{٢})^{٣} جد قَ (س)

ق (س) = (س^{٢} + ٤س + ٦)^{٤} فجد قَ (س)

ص = (٤ س + ١)^{٣} اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = (٣ + س^{٢})$^{-٣}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

ص = (س^{٢} + ٤ س + ٥)$^{-٢}$ اوجد $\frac{د ص}{د س}$

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ق (س) = $\sqrt{س^{٣} + ١}$ ، س > - ١

ق (س) = $\sqrt[٣]{س^{٢} + ٣}$

ق (س) = $\left(\frac{٣ س + ٤ س^{٢}}{س + ٥} \right)^{٣}$

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ق (س) = $\frac{٨}{(٥ س + ٢)^{٣}}$

ق (س) = (٢ س + ١)^{٣} عند س = ٢

ق (س) = س$^{-٤}$ (٥ – ٥ س^{٣})^{٢}

ق (س) = (٣ س^{٢} – ٢)^{٤} عند س = ١

ق (س) = (س + ٧ س$^{-٢}$)^{٢} (٩ – ٥ س)

مثال : إذا كان ق (س) = س (٥ س – ١)^{٣} فجد

نهـــــا $\frac{ق (١ + هـ) – ق (١)}{هـ}$ ، هـ ← ٠

إذا كان ق (س) = (٢س – ١)^{٢} وكان قَ (س$_{١}$) = ٤ جد قيمة س$_{١}$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مشتقة اقتران الجذر التربيعي

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ق (س)}}$ ق (س) > صفر فإن

$$\frac{\text{د ص}}{\text{د س}} = \frac{\text{قَ (س)}}{2 \times \sqrt{\text{ق (س)}}} \quad \text{(مشتقة ما داخل الجذر) / (٢ × الجذر نفسه)}$$

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

إذا كان ق (س) = $\sqrt{\text{س}^2 + 3\text{س}}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = $\sqrt{3 - \text{س}^2}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt{\text{س}^2 - \text{س} + 3}$

إذا كان ق (س) = $3\text{س}^2 + \sqrt{2\text{س}}$ عند س = ١

إذا كان ق (س) = $2\text{س}^2 + 5\text{س} + \sqrt{3\text{س}^2 + 6}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt[3]{2 - \text{س}}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt{2\text{س}^2 + 1}$

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ع} + 1}$ ، ع = ١ − ٢ س

إذا كانت ص = $\sqrt{\text{ع}^2 + \text{ع}}$ ، ع = ٢ س + ٤

ص = $\sqrt{\text{ع} + 1}$ ، ع = ٤ − ٩ س^3

جد صَ في لكل مما يأتي عند قيمة س المبينة إزاء كل منها

أ) ص = $\sqrt{5 + 3\text{س}^2}$ ، س = ٠

ب) ص = $-5 (1 - 3\text{س}^3)^{-2}$ ، س = ١

جـ) ص = $(\text{س}^2 - 3)(2 - 4\text{س}^3)^2$ ، س = − ١

د) $\text{م}^2 + 3\text{م} - 2$ ، م = 4س^2 ، س = ٢

ق (س) = $\sqrt[5]{\text{س}^2} + \sqrt[6]{\text{س}^5} + \sqrt[5]{\text{س}^5} + \sqrt{\text{س}^2} + \sqrt{5}$

جد قَ (س)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مشتقات الاقترانات المثلثية

قاعدة (١)

إذا كان ق (س) =	فإن قَ (س) =
جا س	جتا س
جتا س	- جا س
ظا س	قا^{٢}س

قا س = $\frac{١}{\text{جتا س}}$ ، ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}}$

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

ص = ٢ ظا س - جتا س

ص = جتا س - ٥ جا س + ظا س

ص = ٤ س^{٢} - ٥ ظا س + ٢جتا س - جا س

ص = ٢ س + $\frac{\text{ظا س}}{٢}$ - ٤ جا س

ص = ٣ جا س + ٥ جتا س - ٢ ظا س

ق (س) = $\frac{٢}{\text{جتا س}}$ + ظا س + ٢ س

ص = ٣س^{٢} جتا س

جد $\frac{\text{د ص}}{\text{د س}}$ في كل مما يأتي :

ص = س^{٢} ظا س

ق (س) = جا س جتا س

ق (س) = جتا س ظا س

ق (س) = ٢ س جا س

ص = س^{٢} جتا س + ٣ظا س

ق (س) = س ظا س + ٢ س^{٣}

ص = س^{٢} ظا ٢ س + $\frac{١}{\text{س}}$

ص = $\frac{\text{جا س}}{\text{س + جتا س}}$

ص = $\sqrt{\text{ع - ١}}$ ، ع = ٦ ظا س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

قاعدة (٢) :

إذا كانت ص = جـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = هـَ (س) × جتـا هـ (س)

إذا كانت ص = جتـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = - هـَ (س) × جـا هـ (س)

إذا كانت ص = ظـــاهـ (س) وكان هـ (س) قابلا للاشتقاق فإن

$\frac{د ص}{د س}$ = هـَ (س) × قـا^{٢} هـ (س)

جد قَ (س) في كل مما يأتي :

ق (س) = جـا (س^{٢} – ٣س)

ق (س) = ظا^{٢} (٤ س^{٢} + س) + جتـا (٢ س + ٥)

ق (س) = ظـا (س^{٢} + ٥ س + ١)

ص = س^{٢} ظـــا (س^{٢} + ١)

ص = (جـا ٣س)^{٥}

ص = س^{٢} جـــا (٣ - س^{٢})

ص = جتـا^{٤} س

ص = ظـا^{٣} (٥ + س^{٢})

ق (س) = ظـــا^{٣} س

مثال : إذا كان ق (س) = جـا ٣ س جد

نهـــــــا $\frac{ق (س + هـ) – ق (س)}{هـ}$ ، هـ ← ٠

ص = ظـا^{٢} (٣ س^{٢} + ٥ س)

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ص = جتـا^{٤} ٢ س

ص = ٢ جتـا ٤ س + جـا^{٢} س – ظـا (٥ س + ١)

ق (س) = ٦ ظا س - جتـا ٤ س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

أ) ص = $س^{٢}$ جا س

ب) ص = $\frac{جا س}{جتا س + ١}$

جـ) ص = ٥ $س^{٢}$ جتا س - ظا س

د) ص = س ظا س + $(س^{٢} + ١)^{٢}$

هـ) هـ (س) = $ظا^{٢}$ ٣ س + جتا س

و) ص = $(جتا ٢س)^{٦}$

ز) ص = جا (٣ س + ٥)

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

ح) ص = ٣ جا ٤ س - $جتا^{٣}$ س - ظا ٢ $س^{٢}$

ط) ص = $(جا س - جتا س)^{-٢}$

ي) ص = $جا^{٢}$ س (١ - جتا س)

ك) ص = $(س جا س)^{٣}$ ظا س

ل) ق (س) = $(ظا ٥ س)^{٣} + س^{٢}$ جا (٢ س + ٣)

م) كان ق (س) = $\frac{٨}{٢ س - ٣}$ - $جا^{٥}$ ٢ س

ن) ق (س) = س + $(ظا ٤ س)^{٢}$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

المشتقات العليا :

المقصود من هذا المفهوم إيجاد مشتقة الاقتران الثانية والثالثة والرابعة وهكذا .....

حيث يرمز للمشتقة الثانية مثلا للاقتران قّ(س) أو $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}}$

وللمشتقة الثالثة قّّ(س) أو $\frac{د^{٣} ص}{د س^{٣}}$ وهكذا

جد المشتقة الثانية قّ لكل مما يأتي :

ق (س) = ٥ س^{٣} + ٦ س^{٢} + ٤

ق (س) = $\frac{٥}{س}$ ، عندما س = - ٥

ق (س) = ٢ س^{٥} + ٤ س^{٣} + ٢ س^{٢} عند س = ١

ق (س) = ٣ – س + ٥ س^{٢} - ٧ س^{٣}

ق (س) = ٩ س^{٣} - ٣ س^{٢} – ٥

إذا كان ق (س) = ٣ أ^{٢} س^{٤} – ٨ س^{٣} ما قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل قّ (١) = - ١٢

ق (س) = ٦ س^{٤} - ٢ س + ١ عندما س = - ٢

ق (س) = جـا س

إذا كان ق (س) = $\frac{س^{٣}}{٣}$ - $\frac{س^{٢}}{٢}$ - ٢ س + ٧ فجد

أ) أصفار المشتقة الأولى

ب) أصفار المشتقة الثانية

ق (س) = س جـاس + ٢ جتا س

جد المشتقة الثانية قّ لكل مما يأتي :

ص = س^{٢} + جتـــا س

ص = س

ق (س) = س^{٢} جـا س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

إذا كان ق (س) = س^{٤} - أ س^{٢} + س

د) ق (س) = س^{٢} (س – ١) ، عندما س = - ٢

جد قيمة الثابت أ التي تجعل المشتقة الثانية قّ (س) = ٠

هـ) جـا ٢ س جتـا س

إذا كان ق (س) = أ^{٢} س^{٣} - ١٢ س^{٢}

جد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل قّ (١) = ٠

و) ق (س) = $\frac{٢}{١ - ٤ س}$ ، عندما س =

ز) ق (س) = جـا (س^{٢} - س)

إذا كان ق (س) = أ س^{٢} - ب س^{٣} + ٣

وكان قَ (١) = ٧ ، قّ (٠) = ١ فجد قيمة الثابتين أ ، ب

إذا كان ق (س) = ٣ أ^{٢} س^{٣} - ٢ ب س + ١

وكان قَ (٠) = ٤ ، قّ (١) = ٣٦ فجد قيمة الثابتين أ ، ب

جد المشتقة الثانية للاقترانات الآتية :

أ) ق (س) = (٢ س^{٤} – ٥) (٨ – ٥ س)

إذا كان ق (س) = أ س^{٣} - ب س^{٢} - ٣ وكان

قَ (١) = ٢١ ، قّ (٢) = ١٠٢ فجد قيم الثابتين أ ، ب

ب) ص = س^{٣} (١ – ٢ س) ، عندما س = ١

جـ) هـ (س) = ٢ جتا س

إذا كان ق (س) = جتـا ٢ س فجد قّ (س) + ٦ ق (س)

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

أسئلة الوحدة

١) إذا كان ق (س) = $\frac{١}{س^{٢}}$ ، وتغيرت س من س$_{١}$ = ١ إلى س$_{٢}$ = ٢ فجد

أ) مقدار التغير في الاقتران ق

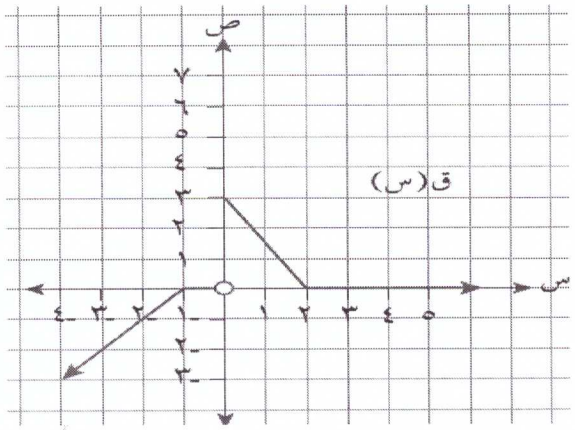
ب) معدل التغير في الاقتران ق

٢) إذا كان ق (س) = $\frac{أ}{س + ٢}$ ، وكان معدل تغير الاقتران يساوي (- ١) عندما تتغير س من صفر إلى ٣ ، فجد قيمة الثابت أ

٣) يتحرك جسيم حسب العلاقة ف (ن) = ن^{٢} + ٤ ن احسب السرعة المتوسطة للجسيم في الفترة الزمنية [١ ، ٥] ثانية

٤) إذا كان ص = ق (س) وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران ق عندما تتغير س من (س) إلى (س + هـ) هو Δ ص = ٥ س^{٢} هـ + ٨ س هـ^{٢} فجد قَ (٢)

٥) اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد كلا مما يأتي :



أ) قيم س التي تجعل الاقتران غير متصل

ب) معدل التغير للاقتران ق في الفترة [٢ ، ٤]

٦) جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي باستخدام تعريف المشتقة

أ) ق (س) = ٣ – ٥ س

ب) هـ (س) = ٢ س^{٢} + ١

جـ) ل (س) = $\frac{١}{س + ٢}$ ، حيث س ≠ - ٢

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد المشتقة الأولى لكل مما يأتي باستخدام تعريف المشتقة

د) م (س) = $\sqrt{٢ س + ٤}$ ، حيث س $\geq$ ٢

جد $\frac{د ص}{د س}$ في كل مما يأتي :

أ) ص = $\sqrt{س^{٣} + ٥ س^{٢}}$

ب) ص = $\sqrt{ع + ١}$ ، ع = ١ − ٢ س ، ع $\geq$ − ١

هـ) ق (س) = $س^{٢}$ − ٤ س ، عندما س = ٣

جـ) ص = $س^{٢}$ جـا ٣ س

د) ص = $\frac{٨}{٢ س - ٣}$ - جـا^{٥} ٢ س

و) ق (س) = $\sqrt{٢ س - ٣}$ ، حيث س $\leq \frac{٣}{٢}$ عندما س = ٢

هـ) ص = ٣ $م^{٣}$ − ٢ م + ١ ، م = ٢ س + ٣ عند س = ٠

و) ص = $\sqrt{٤ + ٣ جتا س}$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد قّ لكل مما يأتي :

أ) ق (س) = (س^{٢} + ٢) (٣ – ٤ س)

ب) ق (س) = (٢ س – ١)^{٥}

جـ) ق (س) = س^{٢} جتا س + س$^{-٣}$ - ٥

٩) إذا كان ق (س) = (٥ س – ١)^{٣} فجد

نهـــــــا $\frac{ق (س + ١) – ق (١)}{هـ}$

هـ ← ٠

١٠) إذا كان ق (س) = س^{٤} – أ س^{٢} + س

فجد قيمة الثابت أ التي تجعل قّ (- ١) = صفر

١١) إذا كان ق (س) = (أ س - ١)^{٤}

فجد قيمة (قيم) الثابت أ التي تجعل قّ (٠) = ٤٨

١٢) إذا كان ق (س) = (٢ س - ١)^{٣}

وكان قّ (س$_{١}$) = ٤ ، فجد قيمة س$_{١}$

١٣) إذا كان هـ اقترانا قابلا للاشتقاق عندما س = - ٢ ،

هـ (- ٢) = ١ ، هـَ (- ٢) = ٢ فجد قَ (- ٢) فيما يأتي

أ) ق (س) = $\sqrt{س + ٦}$ × هـ (س)

ب) ق (س) = هـ (س) - $\frac{هـ (س)}{س}$

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

١٤) يتكون هذا السؤال من تسع فقرات من نوع الاختيار من متعدد لكل فقرة أربعة بدائل ، واحدة منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح :

(١) إذا علمت أن ق (س) = ٤ – ٣ س وتغيرت قيمة س من ٣ إلى ٥ فإن Δ س هي :

أ) - ٦ ب) – ٢ جـ) ٢ د) ٣

(٢) إذا كان ص = ق (س) = $س^{٢}$ وتغيرت قيمة س من $س_{١}$ = ٢ إلى $س_{٢}$ = ٤ فإن مقدار التغير في ص يساوي :

أ) - ١٢ ب) ٢ جـ) ٦ د) ١٢

(٣) إذا كان ق (س) = جـا ٣ س ، فإن

$$\text{نهـــا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(س + هـ) - ق(س)}{هـ}$$ تساوي :

أ) - جتـا ٣س ب) ٣جتـا ٣ س

جـ) ٣جـا ٣ س د) جتـا ٣ س

(٤) إذا كان ق (س) = $\frac{٣}{س}$ ، فإن قَ (٣) تساوي

أ) - ١ ب) $\frac{-١}{٣}$ جـ) $\frac{-١}{٩}$ د) ١

(٥) إذا كان ق (س) = $س^{٣}$ + ٨ ، فإن

$$\text{نهـــا}_{هـ \leftarrow ٠} \frac{ق(٢ + هـ) - ق(٢)}{هـ}$$ تساوي :

أ) ١٢ ب) ٨ جـ) ١٦ د) ٢٠

(٦) إذا كان ق (س) = جـ ^{٢} س وكان جـ عدداً ثابتاً ، فإن قَ (س) تساوي :

أ) ٢ جـ س ب) ٢ جـ جـ) جـ ^{٢} د) ٢ س

(٧) إذا كان ق (س) = ٣ $س^{٢}$ فإن ميل القاطع المار بالنقطتين (- ١ ، ٣) ، (٢ ، ١٢) يساوي :

أ) $\frac{-١}{٣}$ ب) ٣ جـ) - ٣ د) $\frac{١}{٣}$

(٨) إذا كان ق (١) = ٢ ، هـ (١) = ٣ ، قَ (١) = - ٢ ، هـَ (١) = ١ فإن (ق × هـ)َ (١) يساوي

أ) ٨ ب) ٤ جـ) - ٨ د) – ٤

(٩) إذا كان هـ (س) = $س^{٢}$ × ق (س) ، ق (٣) = ٦ قَ (٣) = ٥ فإن هـَ (٣) تساوي

أ) ٨١ ب) ١١ جـ) ٤٥ د) ٣٦