لا تنتظر وقتاً إضافياً .... لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد .... اجعل هدفك ليس النجاح فقط بل التفوق والتميز

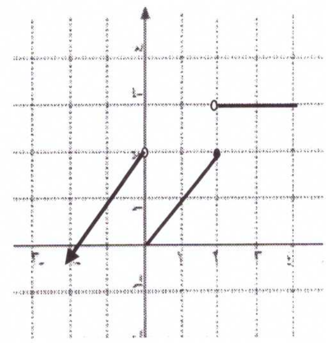
إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهما وجعلهما
من أهل الجنة

الرياضيـــــات

العلامة
الكاملة

المستوى الثالث الفرع الأدبي

النهايات + التفاضل+ تطبيقات التفاضل (الكتاب ، أسئلة مقترحة)



إعداد الأستاذ

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

هـ(س) = { أس٢ - ٨س ، س > ٢
٨ ، س = ٢
٢س٢ – ب س + ٤ ، س < ٢

نهـــا (س ← -٢) س٣ - √(٨ - س٣)

الوحدة الأولى

النهـــايـــات

يستخدم مفهوم النهاية في وصف سلوك الاقتران عندما يقترب المتغير من عدد معين

النهاية عند نقطة : هي القيمة التي يقترب منها الاقتران ق (س) عندما تقترب س من قيمة معينة أ وتكتب على الصورة

$\underset{س \to أ}{\text{نها}}$ ق (س) = ل

تقرأ نهاية ق (س) عندما س تقترب من أ تساوي ل

هنا س لا تساوي أ إنما قريبة جداً من أ لذا نقوم بأخذ قيمة قريبة جدا من أ من جهة اليمين وقيمة قريبة جدا من جهة اليسار

أي أنه إذا كانت

$\underset{س \to أ^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = $\underset{س \to أ^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) فإن $\underset{س \to أ}{\text{نها}}$ ق(س) موجودة

*طرق إيجاد النهاية (الجدول ، الرسم ، التعويض)

أولاً : الجدول : تعتمد على أخذ قيم يسار ويمين العدد ومقارنتها حسب تعريف النهاية

مثال: أدرس سلوك الاقتران ق(س) = س + ١ عندما تقترب س من العدد ٢

س

س									
ق(س)									

ص

أوجد :

$\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نها}}$ ق (س)

$\underset{س \to ٢^{-}}{\text{نها}}$ ق (س)

$\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق (س)

ملاحظة إذا كانت

$\underset{س \to أ^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) $\neq$ $\underset{س \to أ^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) فإن $\underset{س \to أ}{\text{نها}}$ ق(س) = غ . م

مثال :إذا علمت أن $\underset{س \to ٣^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = ٤ ، $\underset{س \to ٣^{-}}{\text{نها}}$ ق(س) =٧

أوجد $\underset{س \to ٣}{\text{نها}}$ ق(س)

مثال : إذا علمت أن $\underset{س \to ٢}{\text{نها}}$ ق(س) = ٤ فإن قيمة

$\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نها}}$ ق(س) = ، $\underset{س \to ٢^{-}}{\text{نها}}$ ق (س) =

مثال : بالاعتماد على الجدول التالي أوجد $\underset{س \to ٥}{\text{نها}}$ ق (س)

س	٥.١	٥.٠١	٥.٠٠١		٤.٩٩	٤.٩٨	٤.٩
ق(س)	٣.١	٣.٠١	٣.٠٠١		٢.٩٩-	٢.٩٨ -	٢.٩ -

أوجد

$\underset{س \to ٥^{+}}{\text{نها}}$ ق(س)

$\underset{س \to ٥^{-}}{\text{نها}}$ ق(س)

$\underset{س \to ٥}{\text{نها}}$ ق(س)

مثال : بالاعتماد على الجدول التالي أوجد $\underset{س \to ٣}{\text{نها}}$ ق (س)

س	٣.١	٣.٠١	٣.٠٠١		٢.٩٩	٢.٩٨	٢.٩
ق(س)	٤.١	٤.٠١	٤.٠٠١		٥.٩٩	٥.٩٨	٥.٩

أوجد

$\underset{س \to ٣^{+}}{\text{نها}}$ ق(س)

$\underset{س \to ٣^{-}}{\text{نها}}$ ق(س)

$\underset{س \to ٣}{\text{نها}}$ ق(س)

مثال : ليكن ق (س) = $\frac{س^٢ - ١}{س - ١}$ حيث س $\neq$ ١

أدرس قيم ق (س) عندما س تقترب من ١

س							
ق(س)							

أوجد $\lim_{س \to ١^+}$ ق(س)

$\lim_{س \to ١^-}$ ق(س)

$\lim_{س \to ١}$ ق(س)

مثال : ليكن ق (س) = $\frac{س^٢ - ١}{س + ١}$ حيث س $\neq$ - ١

أدرس قيم ق (س) عندما س تقترب من -١

أوجد $\lim_{س \to -١^+}$ ق (س)

$\lim_{س \to -١^-}$ ق (س)

$\lim_{س \to -١}$ ق(س)

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ + ٢ & ، \quad س < ١ \\ ٢س + ١ & ، \quad س \geq ١ \end{cases}$

كون جدول وأحسب نهاية الاقتران عندما س تقترب من العدد ١

$\lim_{س \to ١^+}$ ق (س) =

$\lim_{س \to ١^-}$ ق (س) =

$\lim_{س \to ١}$ ق (س) =

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} - س + ١ & ، \quad س \geq ٣ \\ س + ١ & \quad س < ٣ \end{cases}$

كون جدول وأحسب نهاية الاقتران عندما س تقترب من العدد ٣

$\lim_{س \to ٣^+}$ ق (س) =

$\lim_{س \to ٣^-}$ ق (س) =

$\lim_{س \to ٣}$ ق (س) =

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} - ٢ - س & \quad س < - ١ \\ س & \quad س > - ١ \end{cases}$

كون جدول وأحسب نهاية الاقتران عندما س تقترب من العدد - ١

$\lim_{س \to -١^+}$ ق (س) =

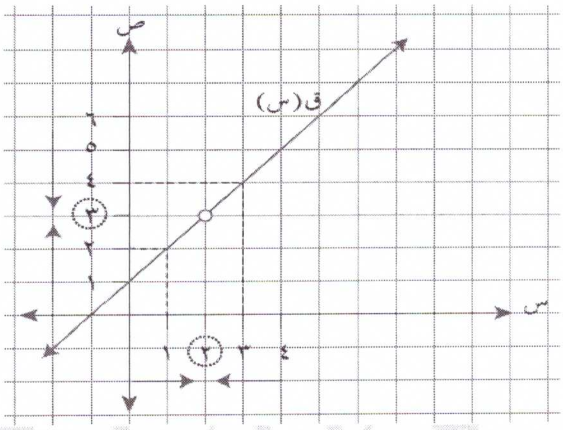
$\lim_{س \to -١^-}$ ق (س) =

$\lim_{س \to -١}$ ق (س) =

إيجاد النهاية طريق الرسم :- نأخذ نقطة عن يمين أ ونقطة عن يسارها على محور السينات ونجد قيم الاقتران لكل منها على محور الصادات وننظر إذا اقتربت القيمتان من اليمين واليسار إلى نفس العدد عندها تكون النهاية موجودة أما إذا اقتربت القيمتان من اليمين واليسار إلى عددين مختلفين فنقول أن النهاية غير موجودة.

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) = $\frac{س^{٢} - س - ٢}{س - ٢}$



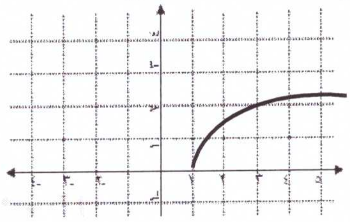
١) نهــا ق (س) =
س ← -٢

٢) نهــا ق (س) =
س ← ٢+

٣) نهــا ق (س) =
س ← ٢

مثال : إذا كان ق (س) = $\sqrt{س - ١}$

من الرسم المجاور جد :

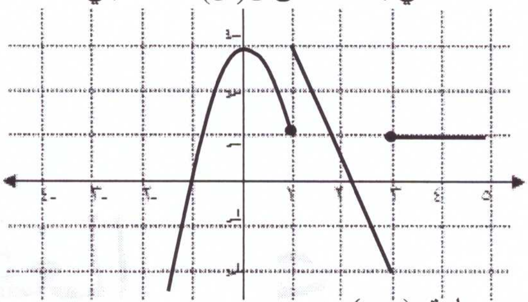


١) نهــا ق(س) =
س ← ١-

٢) نهــا ق(س) =
س ← ١+

٣) نهــا ق(س) =
س ← ١

مثال : الشكل التالي يمثل منحنى ق(س) جد ما يلي:



١) نهــا ق (س) =
س ← ٠

٢) نهــا ق (س) =
س ← ١+

٣) نهــا ق (س) =
س ← ١-

٤) نهــا ق (س) =
س ← ١

٥) نهــا ق (س) =
س ← ٣+

٦) نهــا ق (س) =
س ← ٣-

٧) نهــا ق (س) =
س ← ٣

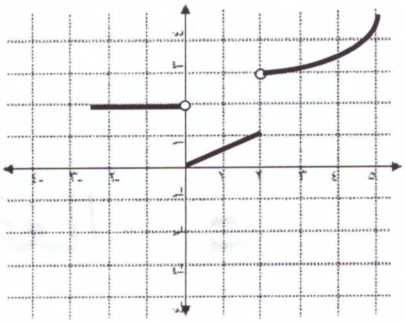
ق (٠) =

ق (١) =

ق (٣) =

في حالة القفز تكون النهاية غير موجودة

مثال : من الشكل التالي جد النهايات الآتية :-



١) نهــا ق(س) =
س ← ٠

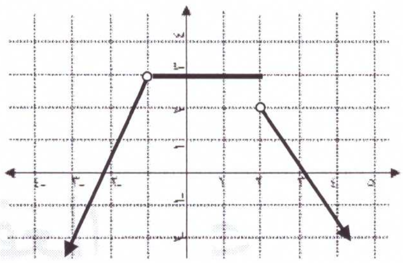
٢) نهــا ق(س) =
س ← ٢+

٣) نهــا ق(س) =
س ← ٢-

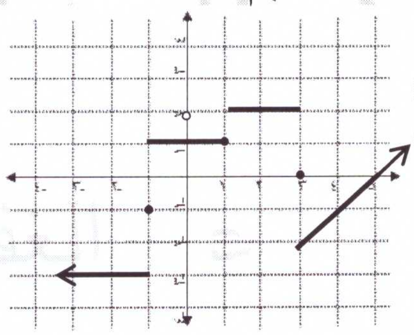
٤) نهــا ق(س) =
س ← ٣

من الشكل التالي إذا كانت $\lim\limits_{\text{س} \to \text{أ}}$ ق (س) =

جد قيم أ التي تكون عندها النهاية غير موجودة

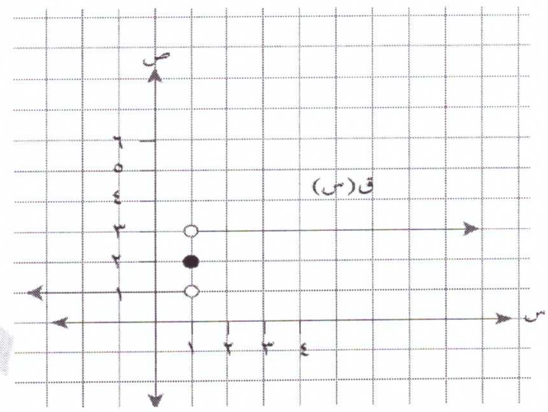


من الشكل التالي أدرس سلوك $\lim\limits_{\text{س} \to \text{أ}}$ ق(س) ، جد قيم أ التي تكون عندها النهاية غير موجودة



اعتمادا على اشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران المتشعب

$$\text{ق (س)} = \begin{cases} \text{١ ، س} < \text{١} \\ \text{٢ ، س} = \text{١} \\ \text{٣ ، س} > \text{١} \end{cases}$$



جد قيمة كل من الآتي :

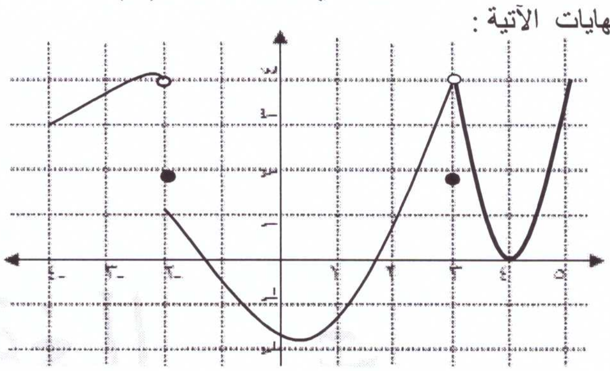
١) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{١}^{-}}$ ق (س)

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{١}^{+}}$ ق (س)

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{١}}$ ق (س)

٤) ق (١)

مثال: اعتمد الشكل المجاور الذي يمثل منحنى ق(س) لإيجاد النهايات الآتية :



١) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}^{+}}$ ق (س) =

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}^{-}}$ ق (س) =

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}}$ ق (س) =

٤) ق (٣) =

٥) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{-٢}^{-}}$ ق (س) =

٦) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{-٢}^{+}}$ ق (س) =

٧) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{-٢}}$ ق (س) =

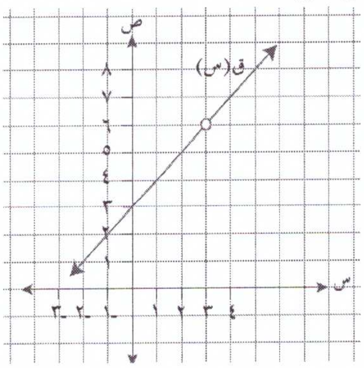
٨) ق (- ٢) =

٩) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٤}}$ ق (س) =

١٠) ق (٤) =

اعتمادا على الشكل الذي يمثل اقتران ق (س) $= \dfrac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} - ٣}$

جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)



١) ق (٣)

٢)) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}^{-}}$ ق (س)

٢) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}^{+}}$ ق (س)

٣) $\lim\limits_{\text{س} \to \text{٣}}$ ق (س)

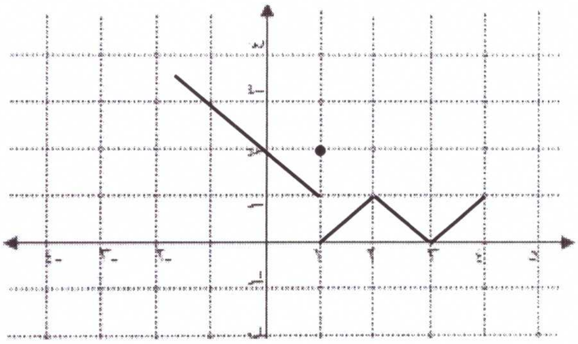
اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

$\underset{س \to ١}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

$\underset{س \to ٢}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

$\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

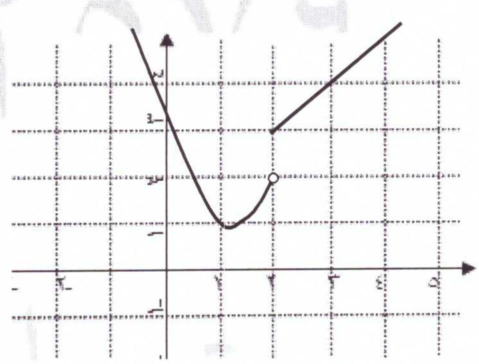
$\underset{س \to ٠}{\text{نهــا}}$ ق (س) =



اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

$\underset{س \to ٢}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

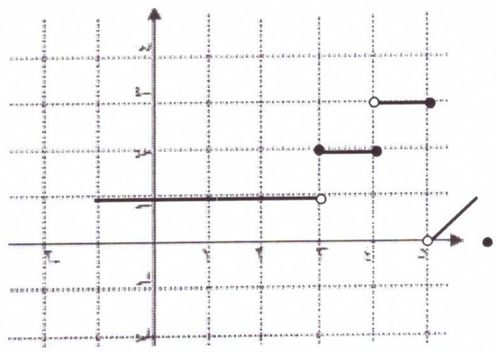
$\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ق (س) =



اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

$\underset{س \to ٣}{\text{نهــا}}$ ق (س)

$\underset{س \to ٥}{\text{نهــا}}$ ق (س)

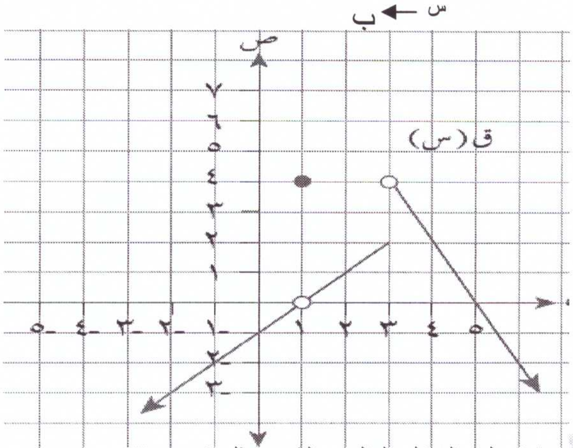


اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

$\underset{س \to ٢}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

الثابت أ حيث $\underset{س \to أ}{\text{نهــا}}$ ق (س) = ٠

الثابت ب حيث $\underset{س \to ب}{\text{نهــا}}$ ق (س) = غير موجودة

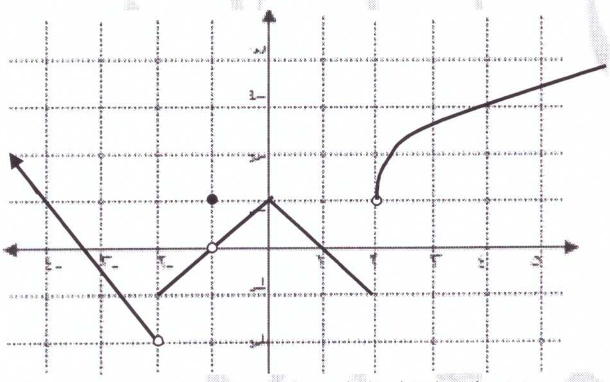


اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

$\underset{س \to -٢}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

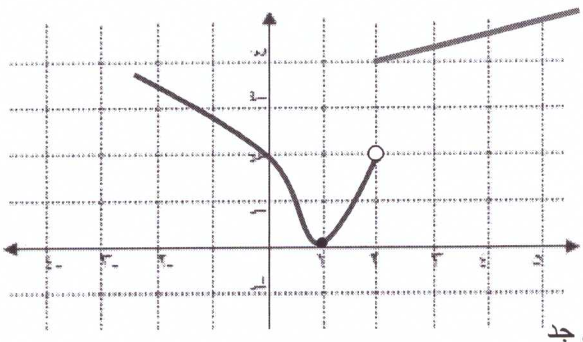
$\underset{س \to ١}{\text{نهــا}}$ ق (س) =

$\underset{س \to ٢}{\text{نهــا}}$ ق (س) =



اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

جد $\underset{س \to ٢^{+}}{\text{نهــا}}$ ق (س)



ثم جد

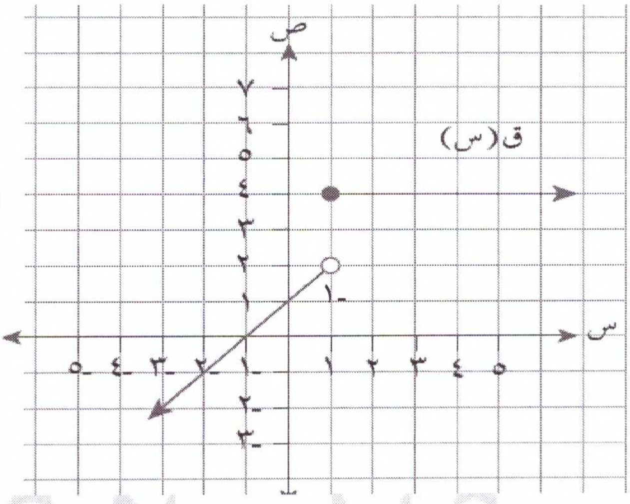
$\underset{س \to ١}{\text{نهــا}}$ $\left((ق (س) - ٤)^{٢} + \frac{٥ س - ٣}{٢} \right)$

اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

قيمة الثابت أ حيث نهـــا ق (س) = - ١
س ← أ

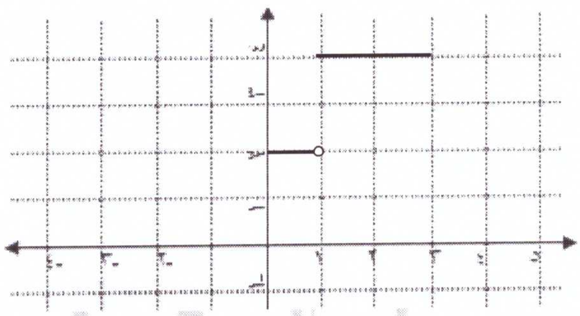
قيمة الثابت ب حيث نهـــا ق (س) = ٠
س ← ب

قيمة الثابت جـ حيث نهـــا ق (س) = غير موجودة
س ← جـ



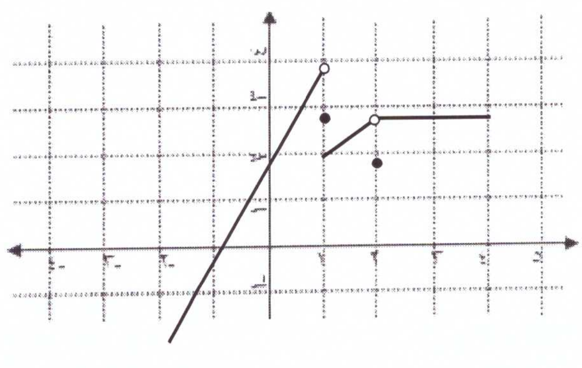
اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

نهـــا ق (س) + ٢ س + ٣
س ← -١



اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س) جد

نهـــا ق (س)
س ← ١

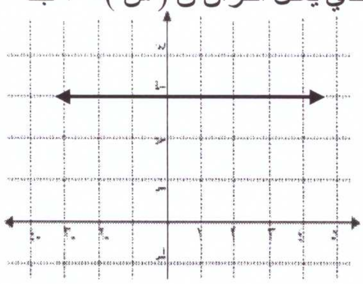


اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س)= ٣ جد

نهـــا ق (س) =
س ← -٢

نهـــا ق (س) =
س ← ٠

نهـــا ق (س) =

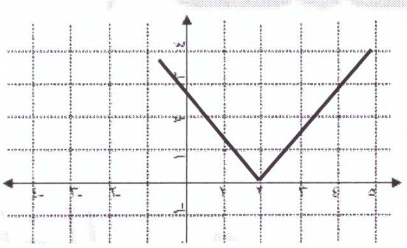


س ← ٢ -

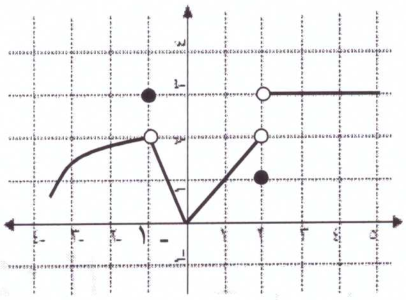
جد مجموعة قيم الثابت أ حيث نهـــا ق (س) = ٣
س ← أ

مثال : من خلال الرسم المجاور للاقتران ق (س) جد

نهـــا ٣ ق (س) + ٤ س - ٥
س ← ٢



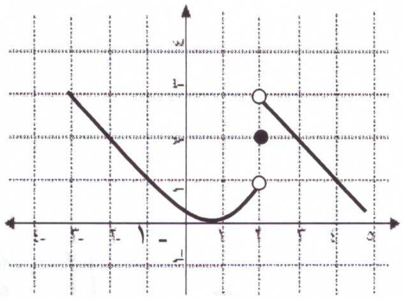
مثال : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) جد كلاً مما يلي :



نهـــا ق (س)
س ← ٢^+

نهـــا ((ق (س))^٢ - $\frac{١}{٤}$ (س – ٧))
س ← - ١

مثال : اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) جد كلاً مما يلي :



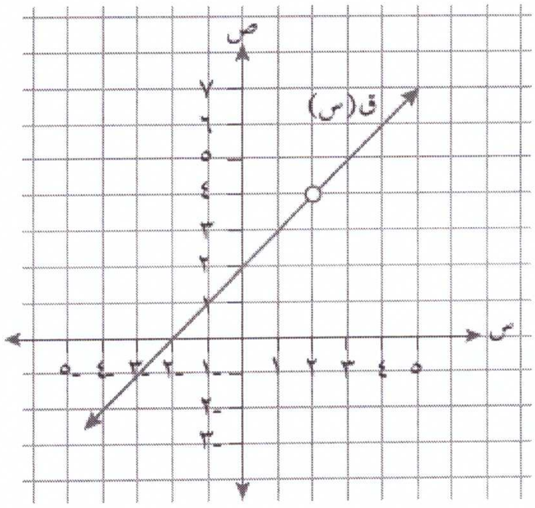
نهـــا ق (س)
س ← ٣

نهـــا ق (س)
س ← ٢^{+}

نهـــا ((س − ٢)^{٢} + $\frac{ق(س) - ٤}{٢}$)
س ← - ١

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران

ق (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)



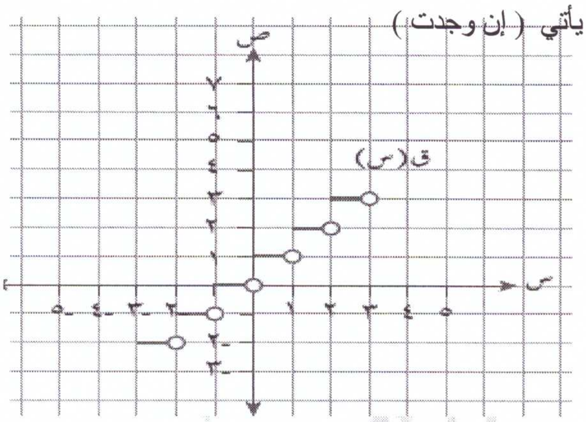
ق (٢)

نهـــا ق (س)
س ← ٢

ق (٣)

نهـــا ق (س)
س ← ٣

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)



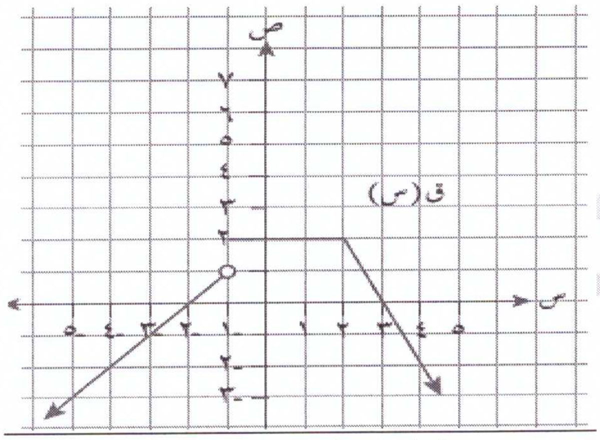
نهـــا ق (س)
س ← ٠.٥

نهـــا ق (س)
س ← ٢^{+}

نهـــا ق (س)
س ← ٢^{-}

نهـــا ق (س)
س ← ٢

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)



نهـــا ق (س)
س ← ٢

نهـــا ق (س)
س ← ١

قيمة الثابت أ حيث نهـــا ق (س) = غير موجودة
س ← أ

قيمة الثابت ب حيث نهـــا ق (س) = صفر
س ← ب

ثالثاً : نظريات في النهايات

١) نهـــا (س ← أ) جـ = جـ   نهاية الثابت = الثابت نفسة

مثال : جد قيمة النهايات التالية :

نهـــا (س ← ١) ٦ =

نهـــا (س ← -٢) - ٣ =

٢) نهـــا (س ← أ) س = أ

نهـــا (س ← -٢) س =

نهـــا (س ← ٣) س^{٣} =

٣) تتوزع النهاية على جميع العمليات (الخاصية الخطية)

إذا كانت نهـــا (س ← أ) ق (س) ± هـ (س) = ل فإن

نهـــا (← أ) ق (س) ± × ÷ نهـــا (← أ) هـ (س) = ل

مثال : جد قيمة كل النهايات الآتية :

نهـــا (س ← ٢) (س^{٣} + ٤ س^{٢} – ٥ س - ٧) =

نهـــا (س ← - ٢) (٣ س^{٤} - ٥ س^{٣} + ٦ س - ٧) =

- نهـــا (س ← ١) ١٥ =
- نهـــا (س ← ٣) ٣ جـ = حيث جـ ثابت
- نهـــا (س ← -٢) س^{٢} + ٣ =

جد قيمة كل من الآتي :

- نهـــا (ك ← ٢) ٢ ك =
- نهـــا (ل ← ٣) -٣ ل =
- نهـــا (س ← - ١) (س^{٣} +٢)^{٥} =
- نهـــا (س ← ١) ٢ س^{٣} + ٣ س^{٢} + ٤ س - ٦ =
- نهـــا (س ← ١-) س^{٦} – ٥ س^{٢} + ٤ س + ٩ =
- نهـــا (س ← ١) ٣ س^{٣} + ٥ س + ٧ =
- نهـــا (س ← ١ -) (س^{٢} + ٥ س)٣ =
- نهـــا (س ← ١) (٧ س^{٢} + س٥) (س^{٢} + س - ١٠)
- نهـــا (س ← ١) (س^{٢} + ١) (س^{٣} + ٥ س - ٢)

مثال : جد قيمة النهايات التالية :

- نهـــا (س ← ٢) $\sqrt[٤]{\text{س}^{٣} + ٨}$ =
- نهـــا (س ← ٢) $\sqrt{\text{س} + ٧}$ =

مثال : إذا كان $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٩$

وكانت $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = -٣$ جد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)

١) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + هـ(س) \right) =$

٢) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) \times هـ(س) \right) =$

٣) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \left(٣ق(س) + ٢هـ(س) + س - ٤ \right) =$

٤) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}} \dfrac{ق(س)}{هـ(س)} =$

٥) $\underset{س \to ١}{\text{نهـا}}\ ٤ق(س) + س + ٢ =$

مثال : إذا كان $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (س - ١) = ١$

وكانت $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (س + ١) = ٣$

جد قيمة كل مما يأتي :

١) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (س^{٢} - ١)$

٢) $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ ٢س$

مثال : إذا كان $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = -٦$

وكانت $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = ٤$ ، جد

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + (هـ(س) + ١)^{٢} - ٣س \right)$

مثال : إذا كان $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٤$

وكانت $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = -٨$ ، جد

$\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \sqrt{٢ق(س) - هـ(س)} + س\ هـ(س)$

مثال : إذا علمت أن $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + س + ١ \right) = ٩$

فجد $\underset{س \to ٢}{\text{نهـا}} (ق(س))^{٢}$ باستخدام نظريات النهايات

مثال : إذا علمت أن $\underset{س \to -١}{\text{نهـا}} \left(ق(س) + س^{٣} - ٣ \right) = ٥$

فجد $\underset{س \to -١}{\text{نهـا}}\ ٣(ق(س))^{٢}$ باستخدام نظريات النهايات

مثال إذا كانت

$\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٧$ ، $\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = -٣$ جد

$\underset{س \to -٢}{\text{نهـا}} \left(٢ق(س) + (هـ(س))^{٢} - س \right)$

مثال : إذا كانت $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}\ ق(س) = ٢$ ، $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}}\ هـ(س) = -١$

١) جد $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \left(س\ ق(س) + هـ^{٢}(س) \right)$

٢) جد $\underset{س \to ٣}{\text{نهـا}} \left(س - ق(س) \times هـ^{٢}(س) \right)$

إذا علمت أن نهـــا (س←٣) ق (س) = ٨ ، نهـــا (س←٣) هـ (س) = - ٢

فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت)

١) نهـــا (س←٣) (٤ ق (س) + ٢ هـ (س))

٢) نهـــا (س←٣) (ق (س) - ٢ هـ (س))

٣) نهـــا (س←٣) (ق (س) × هـ (س))

٤) نهـــا (س←٣) ٥ ق (س)

٥) نهـــا (س←٣) (٢ ق (س) + ١)

٦) نهـــا (س←٣) (هـ (س)^{٢} + ٣ س – ٧)

٧) نهـــا (س←٣) (٢ ق (س) + ٣ هـ (س) + ٢ س + ٤)

مثال : إذا كانت نهـــا (س←٤) ق (س) = -٣ ، نهـــا (س←٤) هـ (س) = ٢

١) جد نهـــا (س←٤) ٥ ق (س) – ٣ هـ^{٢} (س))

٢) جد نهـــا (س←٤) ٢ ق(س) × هـ(س) - ٣ س^{٢} + ٥

مثال : إذا كانت نهـــا (س←٢) ق (س) = ٥

وكانت نهـــا (س←٢) ٢ س + هـ (س) = ٥ أوجد

١. نهـــا (س←٢) ٢ ق (س) - ٣ هـ (س) – ٦

٢. نهـــا (س←٢) $\frac{\text{س + ق}^{٢}\text{(س)}}{\text{٢ – هـ (س)}}$

٣. نهـــا (س←٢) $\sqrt{\text{ق (س) + ٤ هـ (س)}}$

مثال : إذا كان نهـــا (س←٣) ق (س) = - ٨

وكانت نهـــا (س←٣) هـ (س) = ٤ ، جد

نهـــا (س←٣) ($\frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$ - (هـ (س))^{٢} + ٥ س)

مثال : إذا كانت نهـــا (س←٢) (ق (س) – ٣) = ٢

وكانت نهـــا (س←٢) هـ (س) = ٦ ، جد

١) نهـــا (س←٢) (س^{٢} ق (س) - ٣ (هـ (س))^{٢} + ٥)

٢) جد قيمة الثابت ل التي تجعل $\frac{\text{ق (س) - ل}}{\text{هـ (س)}}$ = ١

مثال : إذا كان نهـــا (س←٥) ق (س) = - ٦

وكانت نهـــا (س←٥) هـ (س) = ٤ ، جد

نهـــا (س←٥) (ق^{٢} (س) - ٢ هـ (س) – س)

مثال : إذا كانت نهـــا (س←-١) ٢ ق(س) - ١ = ١٧

جد نهـــا (س←-١) $\sqrt{\text{ق (س)}}$ - ٥

مثال : إذا كانت نهـــا (س←-٢) (٣ ق (س) + ٢ س + ١) = ٢٧

فجد نهـــا (س←-٢) ق (س)^{٣}

الاقتران المتشعب : وهو الاقتران المعرف بأكثر من قاعدة ونعتمد في هذه الحالة على النقطة المراد إيجاد النهاية عندها فإذا كانت

- نقطة عادية : نعوض مباشرة في القاعدة المقابلة لها
- نقطة تشعب :نجد النهاية من اليمين ومن اليسار ثم نحكم على وجود النهاية .

مثال : إذا كان ق(س) = {
٥ س + ١ ، س < ٢
س^{٢} ، س ≥ ٢

فما قيمة كل من النهايات التالية

١) نهـــا$_{س \leftarrow ٢}$ ق (س) =

٢) نهـــا$_{س \leftarrow ١}$ ق (س) =

٣) نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س) =

٤) ق (٢) =

مثال : إذا كان ق(س) = {
س^{٢} + ١ ، س < ٣
٤ س – ٢ ، س ≥ ٣

فما قيمة كل مما يأتي (إن وجدت) :-

١) نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س) =

٢) نهـــا$_{س \leftarrow ١}$ ق (س) =

٣) نهـــا$_{س \leftarrow ٤^-}$ ق(س) =

ق (٣) =

ق (٢) =

مثال : إذا كان ق(س) = {
س^{٢} + ١ ، س ≠ ٣
٨ ، س = ٣

فما قيمة كل مما يأتي :-

نهـــا$_{س \leftarrow ٥}$ ق (س)

نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س)

ق (٣)

إذا كان ل (س) = {
س + ٦ ، س ∈ ص
٤ س + ١ ، س ∉ ص

حيث ص هي مجموعة الأعداد الصحيحة

فجد نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س) (إن وجدت)

مثال : إذا كان ق(س) = {
س^{٣} + ١ ، س < ٣
٢٠ ، س = ٣
أس +١ ، س > ٣

وكانت نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س) موجودة ، فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق(س) = {
س + ٤ ، س = ٢
٢س - أ ، س ≠ ٢

وكانت نهـــا$_{س \leftarrow ٢}$ ق (س) موجودة وتساوي ١

فما قيمة الثابت أ ؟

مثال : إذا كان ق(س) = {
٥ س – أ ، س < ١
ب س^{٢} + ٧ ، س ≥ ١

وكانت نهـــا$_{س \leftarrow ٣}$ ق (س) = ١٦ ، نهـــا$_{س \leftarrow ١}$ ق (س) موجود

فما قيمة كل من الثابتين أ ، ب

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{٥ س}^{٣} & \text{، س < أ} \\ \text{٤٠} & \text{، س} \leq \text{أ} \end{cases}$

وكانت $\lim_{\text{س} \to \text{أ}}$ ق (س) موجودة ، فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{أ س + ٣} & \text{، س < ٢} \\ \text{٥ س}^{٢} \text{ + أ} & \text{، س} \leq \text{٢} \end{cases}$

وكانت $\lim_{\text{س} \to \text{٢}}$ ق (س) موجودة ، فما قيمة الثابت أ

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{م س}^{٢} \text{ - ٥} & \text{، س > ٥} \\ \text{٢٠} & \text{، س = ٥} \\ \text{٨ س + ٥} & \text{، س < ٥} \end{cases}$

فما قيمة الثابت م التي تجعل $\lim_{\text{س} \to \text{٥}}$ ق(س) موجودة ؟

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{س - أ} & \text{، س > ٣} \\ \text{ب س}^{٢} \text{ - ٤} & \text{، س < ٣} \end{cases}$

فما قيمة أ ، ب علما أن $\lim_{\text{س} \to \text{٣}}$ ق(س) = ٥

مثال :

إذا كان ق (س) = $\begin{cases} \text{س}^{٢} \text{ + ١} & \text{، س < ٢} \\ \text{٥ س} & \text{، ٢} \leq \text{س < ٦} \\ \text{س}^{٢} \text{ – ٦} & \text{، س > ٦} \end{cases}$

أوجد قيمة النهايات فيما يلي :

١) $\lim_{\text{س} \to \text{٠}^{-}}$ ق (س) =

٢) $\lim_{\text{س} \to \text{٢}}$ ق (س) =

٣) $\lim_{\text{س} \to \text{٤}}$ ق (س) =

٤) $\lim_{\text{س} \to \text{٦}}$ ق (س) =

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{٨ أ - ٦ ب س} & \text{، س} \leq \text{٣} \\ \text{٤ أ + ١٠} & \text{، س > ٣} \end{cases}$

فما قيمة أ ، ب علما أن $\lim_{\text{س} \to \text{٣}}$ ق(س) = ١٤

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \text{٢ س - أ} & \text{، س} \leq \text{٣} \\ \text{أ س + ٢ ب} & \text{، س > ٣} \end{cases}$

فما قيمة أ ، ب علما أن $\lim_{\text{س} \to \text{٣}}$ ق(س) = ٣

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{\text{س + ٣}}{\text{٢ + س}^{٢}} & \text{، س} \neq \text{٢} \\ \text{س}^{٢} \text{ + ٤} & \text{، س = ٢} \end{cases}$

جد قيمة $\lim_{\text{س} \to \text{٢}}$ ق(س) =

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٩ - س^{٢} ، & س < ل \\ ١ + س^{٢} ، & س > ل \end{cases}$

فما قيمة الثابت ل التي تجعل $\underset{س \leftarrow ل}{\text{نهـــا}}$ ق(س) موجودة ؟

مثال : إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٣}{\text{نهـــا}}$ (م س^{٢} + ٥ س + ١) = ٢٥

فما قيمة الثابت م

مثال : إذا كانت $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ (أ س^{٢} + ١٠ س - ٢) = ٢٢

فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كانت $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـــا}}$ $\sqrt{(٢ س + ٣)}$ = ٣

فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كانت $\underset{س \leftarrow -٢}{\text{نهـــا}}$ (٤ أ س^{٢} + ٦ أ س - ١٤) = ١٠

فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كانت $\underset{س \leftarrow أ}{\text{نهـــا}}$ (س^{٣} - س^{٢} + أ س) = ٨

فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} ، & س \le ٢ \\ م س ، & س > ٢ \end{cases}$

فما قيمة الثابت م علما أن $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ق(س) موجودة

مثال : إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ٢ ، & -٢ \le س < ١ \\ \frac{٣}{س} ، & ١ \le س \le ٤ \\ ٥ ، & ٤ < س \le ٧ \end{cases}$

فما قيمة كل من النهايات التالية

١) $\underset{س \leftarrow ٠}{\text{نهـــا}}$ ق(س) =

٢) $\underset{س \leftarrow ١}{\text{نهـــا}}$ ق(س) =

٣) $\underset{س \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}}$ ق(س) =

٤) $\underset{س \leftarrow ٤}{\text{نهـــا}}$ ق(س) =

٥) $\underset{س \leftarrow ٧}{\text{نهـــا}}$ ق(س) =

نهاية خارج قسمة إقترانين

إذا كانت أ ، ل ، ك أعدادا حقيقية وكانت

$\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \text{ق (س)} = \text{ل}$ ، $\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \text{هـ (س)} = \text{ك}$ فان

$$\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}} = \frac{\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \text{ق (س)}}{\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \text{هـ (س)}} = \frac{\text{ل}}{\text{ك}}$$

$\underset{\text{س}\to\text{أ}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$ غير موجودة اذا كان ل ≠ ٠ ، ك = ٠

إذا علمت أن $\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \text{ق (س)} = \text{٦}$ ، $\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \text{هـ (س)} = -\text{٢}$

فجد قيمة كل مما يأتي

$$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$$

$$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س)} + \text{٣ س}}{\text{هـ (س)} + \text{٢}}$$

إذا كانت $\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \text{ق (س)} = \text{٣}$ ، $\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \text{هـ (س)} = \text{٩}$

فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

$$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$$

$$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{هـ (س)} + \text{١}}{\text{ق (س)} + \text{س} - \text{٥}}$$

إذا علمت أن $\underset{\text{س}\to\text{٥}}{\text{نهـا}}\ \text{ق (س)} = -\text{٧}$، $\underset{\text{س}\to\text{٥}}{\text{نهـا}}\ \text{هـ (س)} = \text{٢}$

فبين أن

$$\underset{\text{س}\to\text{٥}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{٢ ق (س)} - \text{٣ هـ (س)}}{\text{ق (س)} + \text{س} + \text{٧}} = -\text{٤}$$

إذا كان $\text{ق(س)} = \frac{\text{١}}{\text{س} - \text{٢}}$ ، فجد $\underset{\text{س}\to\text{٠}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{ق (س+هـ)} - \text{ق (س)}}{\text{هـ}}$

مثال : جد قيمة النهايات في كل مما يأتي (إن وجدت)

١) $\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س}^{\text{٢}} + \text{١}}{\text{س} + \text{٣}} =$

٢) $\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}}{\text{س} + \text{٢}} =$

٣) $\underset{\text{س}\to\text{١}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{٥}}{\text{س} - \text{١}} =$

٤) $\underset{\text{س}\to\text{٥}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} - \text{٥}}{\text{س} + \text{١٥}} =$

٥) $\underset{\text{س}\to\text{١}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٢٥}}{\text{س} + \text{٥}} =$

٦) $\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهـا}}\ \frac{\text{س} + \text{٣}}{\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}} =$

٧) $\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهـا}}\ \frac{(\text{٢ س} - \text{٥})^{\text{٢}} - \text{٤}}{\text{٢ س} - \text{٣}} =$

جد قيمة النهاية في كل مما يأتي عند النقطة المبينة إزاء كل منها (إن وجدت)

$\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٢} + ١}{\text{س} + ٨}$ ، $\text{س} \leftarrow$ صفر

$\text{هـ}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٢} + ٥\,\text{س}}{\text{س} - ١}$ ، $\text{س} \leftarrow ١$

$\text{ل}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س} - ٤}{١٢ - ٣\,\text{س}}$ ، $\text{س} \leftarrow ٤$

$\text{م}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{٣\,\text{س}^{٢} - ٩\,\text{س}}$ ، $\text{س} \leftarrow ٣$

$\text{هـ}(\text{س}) = \dfrac{\dfrac{١}{\text{س} - ٢} - \dfrac{١}{٥}}{٢\,\text{س} - ١٤}$ ، $\text{س} \leftarrow ٧$

$\text{د}(\text{س}) = \dfrac{\sqrt{\text{س} + ١} - ٣}{\text{س} - ٨}$ ، $\text{س} \leftarrow ٨$

$\text{و}(\text{س}) = \dfrac{\text{س} - ٧}{٣ - \sqrt{\text{س} + ٢}}$ ، $\text{س} \leftarrow ٨$

جد قيمة النهايات التالية :

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \dfrac{٦\,\text{س} - ١٢}{٢\,\text{س} - ٤} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow -٥}{\text{نهـــا}} \dfrac{٢\,\text{س} + ١٠}{\text{س}^{٢} + ٢٥} + \text{س}$

مثال : جد قيمة كل مما يأتي :

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \dfrac{٥\,\text{س}^{٢} - ١٠\,\text{س}}{\text{س} - ٢} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow -٣}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{س}^{٢} + ٥\,\text{س} + ٦}{\text{س}^{٢} - ٩} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \dfrac{(\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} - \text{س} - ٢)}{\text{س}^{٢} - ٤\,\text{س} + ٤} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \dfrac{(\text{س}^{٣} - ٨)}{\text{س} - ٢} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٠}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{س}^{٣} - ٥\,\text{س}^{٢} + \text{س}}{\text{س}} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٠}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{س}^{٣} + ٥\,\text{س}^{٢} + ٦\,\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٤}$

$\underset{\text{س} \leftarrow ٤^{-}}{\text{نهـــا}} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س} - ٤}{١٢ - ٣\,\text{س}} =$

$\underset{\text{س} \leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \dfrac{(\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢)}{\text{س}^{٢} - ١}$

مثال : جد قيمة كل مما يلي :

جد $\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{س^{٢} - ٣\,س + ٢}{س^{٢} - ٢\,س}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \left(\frac{٢}{س - ٢} - \frac{٤}{س^{٢} - ٢\,س} \right) =$

• $\underset{س \to -٣}{\text{نهـــا}} \frac{س^{٢} + ٣\,س}{س + ٣} =$

• $\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{(س^{٤} + ٢٧\,س)}{س + ٣} =$

• $\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{س^{٢} - ٢٥}{٣\,س^{٢} - ١٥\,س}$

• $\underset{س \to ٣}{\text{نهـــا}} \frac{س}{س - ٣} - \frac{١٨}{س^{٢} - ٩} =$

• $\underset{س \to ٣}{\text{نهـــا}} \frac{س^{٢} - ٦\,س + ٩}{س^{٢} - ٩}$

• $\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{س^{٢} - ٢\,س}{٥\,س - ١٠} =$

• $\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{٢ - ٢\,س}{س^{٢} + س - ٢}$

جد قيمة

$\underset{س \to -٤}{\text{نهـــا}} \left(١ - ٦\,س + \frac{٢\,س + ٨}{س + ٣} \right)$

$\underset{س \to ٣}{\text{نهـــا}} \frac{(س - ١)^{٢} - ٤}{س - ٣} =$

إذا كان ق (س) = س ، فجد $\underset{س \to -٣}{\text{نهـــا}} \frac{ق^{٢}(س) - ق (٩)}{س + ٣}$

$\underset{س \to ٢}{\text{نهـــا}} \frac{(٢\,س + ١)^{٢} - ٢٥}{٢ - س} =$

حالة الضرب بالمرافق

تكون على شكل $\dfrac{\sqrt{\text{ق}(\text{س})} - \text{عدد}}{\text{ق}(\text{س})}$ أو $\dfrac{\text{ق}(\text{س})}{\sqrt{} - \text{عدد}}$

جد قيمة

$\underset{\text{س}\to\text{٥}}{\text{نهــا}} \dfrac{\text{٣س} - \text{١٥}}{\sqrt{\text{س} + \text{٢٠}} - \text{٥}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{٣س} - \text{٤}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{س} - \text{٢}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{س} + \text{٢}} - \text{٢}}{\text{س} - \text{٢}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهــا}} \dfrac{\text{٣} - \sqrt{\text{٤س} + \text{١}}}{\text{س} - \text{٢}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{س} + \text{٦}} - \text{٣}}{\text{س} - \text{٣}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٢}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{٤} - \text{س}} - \sqrt{\text{س}}}{\text{س} - \text{٢}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهــا}} \dfrac{\text{س} - \text{٣}}{\sqrt{\text{س} + \text{١}} - \text{٢}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهــا}} \dfrac{\text{٢} - \sqrt{\text{س} + \text{١}}}{\text{س} - \text{٣}}$

مثال : أوجد

$\underset{\text{س}\to\text{١}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{٣س} + \text{١}} - \text{٢}}{\text{س} - \text{١}}$

مثال : جد قيمة

$\underset{\text{س}\to\text{٣}}{\text{نهــا}} \dfrac{\sqrt{\text{س} + \text{١}} - \text{٢}}{\text{س} - \text{٣}}$

مثال : جد قيمة كل مما يلي :

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٣} \frac{س^{٢} - ٢س - ٣}{٢ - \sqrt{س + ١}}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٠} \frac{١ + س^{٢} - \sqrt{١ - س^{٣}}}{س^{٢}}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ١} \frac{س\sqrt{س} - ١}{٢ - \sqrt{س + ٣}}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٥} \frac{\sqrt{٣س + ١} - ٤}{س^{٢} - ٢٥}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ١} \frac{٣س + ١ - ٢}{١ - \sqrt{س}}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ١} \frac{٢س\sqrt{س} - ٢}{س - ١}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٤} \frac{س - ٤}{\sqrt{س} - ٢}$$

- $$\text{نهـا}_{س \leftarrow ١} \frac{\frac{٢}{س} - ٢}{\sqrt{س + ٣} - ٢}$$

$$\text{نهـا}_{س \leftarrow ١} \frac{٢س - \sqrt{س + ٣}}{س^{٢} - س}$$

- $$\text{نهـا}_{س \leftarrow ٧} \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^{٢} - ٤٩}$$

حالة توزيع البسط على المقام

اوجد قيمة النهايات فيما يلي :

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}+١} - \frac{٢}{٣}}{\text{س} - ٢}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٠}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{٢}{\text{س} - ٣} + \frac{٤}{\text{س}+٦}}{\text{س}}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٣}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}} - \frac{١}{٣}}{\text{س} - ٣}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \frac{\text{س}^{٢} - \frac{١}{\text{س}}}{\text{س} - \frac{١}{\text{س}}}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٤}{\text{نهـــا}} \frac{\text{س} - ٤}{\frac{١}{\text{س}} - \frac{١}{٤}}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}+١} - \frac{١}{٢}}{\text{س}^{٢} - ١}$$

جد قيمة النهايات التالية :

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}} - \frac{١}{٢}}{٢\text{س} - ٤}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٤}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{٣\text{س}} - \frac{٢}{٤\text{س}+٨}}{٨ - ٢\text{س}} =$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{٢+\text{س}} - \frac{١}{٢}}{\text{س}} =$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ١}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}+١} - \frac{١}{٢\text{س}}}{\text{س} - ١}$$

$$\underset{\text{س}\leftarrow ٢}{\text{نهـــا}} \frac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}{\text{س} - ٢} =$$

- $$\underset{\text{هـ}\leftarrow ٠}{\text{نهـــا}} \frac{\frac{١}{\text{س}+\text{هـ}} - \frac{١}{\text{س}}}{\text{هـ}} =$$

اوجد قيمة النهايات فيما يلي :

$$\lim_{س \leftarrow ٥} \frac{\sqrt{س^٢ - ١} - ٢}{س - ٥} =$$

اوجد قيمة النهايات فيما يلي

$$\lim_{س \leftarrow ٣} \frac{\frac{١}{س + ٣} - \frac{١}{٢ س}}{س - ٣} =$$

$$\lim_{س \leftarrow ٢} \frac{س^٢ - ٣س + ٢}{س^٢ - ٢س} =$$

$$\lim_{س \leftarrow ٤} \frac{س^٢ - ٣ س - ٤}{١٢ - ٣ س} =$$

جد قيمة :

$$\lim_{س \leftarrow ٢} \frac{٣ س^٢ - ٦س}{س - ٢} =$$

$$\lim_{س \leftarrow ١} \frac{\frac{١}{٣ س} - \frac{١}{س + ٢}}{س - ١} =$$

$$\lim_{س \leftarrow ٤} \frac{\frac{١}{\sqrt{س}} - \frac{١}{٢}}{س - ٤} =$$

$$\lim_{س \leftarrow ٢} \frac{٣ س^٢ - ٦ س}{س - ٢} =$$

لاقتران الجذري :

إذا كان أ ، ل عددين حقيقيين وكان ن عدداً طبيعياً ، وكانت

$\lim_{س \to أ}$ ق (س) = ل فإن

$\lim_{س \to أ} \sqrt[ن]{ق(س)} = \sqrt[ن]{\lim_{س \to أ} ق(س)} = \sqrt[ن]{ل}$

حالات الجذور

- **فردي** ويكون معرف دائما عند جميع الأعداد الحقيقية

$\sqrt[ن]{ق(س)}$ إشارة ق (س) سالبة أو موجبة
ن عدد فردي تعويض مباشرة

مثال : جد النهايات التالية

١) $\lim_{س \to ٥} \sqrt[٣]{س+٣}$

٢) $\lim \sqrt[٣]{٤ - س^٢}$

إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ ق (س) = - ٨

فجد $\lim_{س \to ١} \sqrt[٣]{ق(س)} + س + ٢$

- **زوجي** ويكون معرف عند الأعداد الموجبة فقط ،

وهناك ثلاث حالات فإذا كان ناتج التعويض داخل

الجذر $\sqrt[ن]{ق(س)}$

١) عدد موجب فالنهاية موجودة وهي ناتج التعويض

مثال : $\lim_{س \to ٤} \sqrt{٢ س + ١}$

٢) عدد سالب فالنهاية غير موجودة

مثال : $\lim_{س \to -٨} \sqrt{س - ٧}$ =

مثال : $\lim_{س \to ٢} \sqrt[٤]{٤ - س^٢}$

إذا كان ق (س) = $\sqrt[٣]{س + ٣}$ ، هـ (س) = $\sqrt{س + ٣}$
فما قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٥}$ ق (س)

٢) $\lim_{س \to -١١}$ ق (س)

٣) $\lim_{س \to ١}$ هـ (س)

٤) $\lim_{س \to -٨}$ هـ (س)

إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ق (س) = ٦٤ فجد قيمة كل من الآتي :

١) $\lim_{س \to ٣} \sqrt{ق(س)}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٣]{هـ(س)}$

إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ق (س) = - ٦٤ فجد قيمة كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٣]{ق(س)}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \sqrt{هـ(س)}$

٣) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٣]{ق(س)} + س^٢ + ٥ س - ٣$

٤) $\lim_{س \to ٣} \sqrt[٥]{\frac{ق(س)}{٢}} + س - ٥$

إذا كانت $\lim_{\text{س}\to ٣} \text{ق}(\text{س}) = ٢٤$ ، $\lim_{\text{س}\to ٣} \text{هـ}(\text{س}) = ٨$

فجد قيمة كل من الآتي :

$$\lim_{\text{س}\to ٣} \sqrt{\text{ق}(\text{س}) - \text{هـ}(\text{س})} + \text{س}\ \text{هـ}(\text{س})$$

اوجد قيمة النهايات فيما يلي :

$$\lim_{\text{س}\to -٦} \sqrt{٤\text{س} - ٣} + \frac{\text{س} + ٦}{\text{س}^٢ + \text{س}}$$

٣) **صفر** هنا ندرس إشارة الاقتران حيث الإشارة الموجبة تعني النهاية (صفر) والإشارة السالبة تعني النهاية (غ .م)

$$\lim_{\text{س}\to -٢^+} \sqrt{\text{س}^٢ - ٤} =$$

مثال : جد النهايات التالية

- $\lim_{\text{س}\to ٩} \sqrt{\text{س} - ٩}$

$$\lim_{\text{س}\to -١} \left(\sqrt[٣]{٥ - ٣\text{س}} + \text{س}^٢ + ٧ \right)$$

- $\lim_{\text{س}\to ٩} \sqrt[٤]{(\text{س} - ٩)^٢}$

$$\lim_{\text{س}\to -٥} \left(\sqrt[٣]{٣ - \text{س}} - \frac{\text{س} + ٥}{\text{س}^٢ - \text{س}} \right)$$

جد قيمة كل من النهايات التالية :

$$\lim_{\text{س}\to -٤} \left(\sqrt{٥ - \text{س}} + \frac{١}{٢\text{س}} \right)$$

$$\lim_{\text{س}\to -٢} \left(\frac{\text{س} - ٤}{\text{س}} + \sqrt{٧ - \text{س}} \right)$$

$$\lim_{\text{س}\to -٣} \left(\sqrt[٣]{٢\text{س} - ٢} + \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^٢ + ١} + ٦ \right)$$

- $\lim_{\text{س}\to -٤} \sqrt{\text{س}^٢ - ٧} =$

$$\lim_{\text{س}\to ٢} \text{س}^٢ (٣ - ٢\text{س}) + \sqrt[٣]{\text{س}^٢ + ٤}$$

- $\lim\limits_{س \to -٥} \sqrt[٣]{٣ - س + س^{٢}} - ٤$

- $\lim\limits_{س \to ٢} \sqrt[٤]{(س - ٢)^{٢}} =$

- $\lim\limits_{س \to ٢^{+}} س^{٢} + ٣ \sqrt{س - ٢} + ٤ =$

- $\lim\limits_{س \to ٠} \sqrt{س^{٣} + ١} + س + ٥$

- $\lim\limits_{س \to ٣^{+}} \sqrt{س^{٢} + س - ١٢ + ٢س - ٣} =$

- $\lim\limits_{س \to ٠^{+}} \sqrt{٢س} =$

- $\lim\limits_{س \to ١^{+}} \sqrt{٢س^{٢} - ٢} =$

- $\lim\limits_{س \to ٥^{+}} \dfrac{س + ٥}{\sqrt{س - ٥} + س^{٢}}$ ، $س \neq ٥$

- $\lim\limits_{س \to ١^{-}} \dfrac{س^{٢} + ٥س - ٢}{٤ + \sqrt{١ - س}} =$

- جد $\lim\limits_{س \to ١^{+}} \sqrt{\dfrac{س^{٢} - ١}{س - ١}}$ ، $س \neq ١$

- $\lim\limits_{س \to ٢^{-}} س^{٣} - \sqrt{٨ - س^{٣}} =$

- جد $\lim\limits_{س \to ١^{+}} \dfrac{\sqrt{س^{٢} - ١}}{\sqrt{س - ١}}$ ، $س \neq ١$

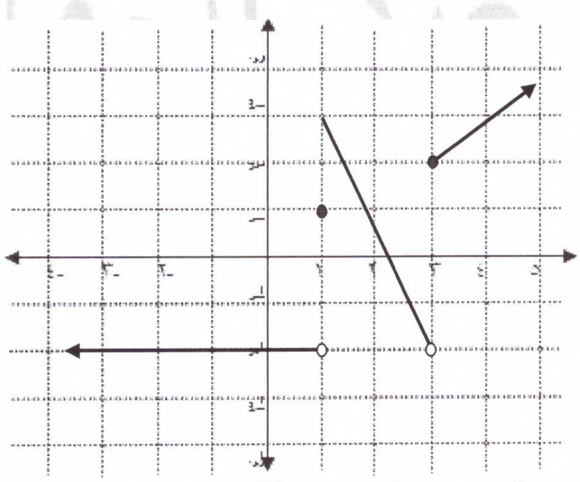
- $\lim\limits_{س \to ١} \dfrac{\sqrt{٥س + ٤} - ٥}{٥ - ٢س^{٢}} =$

الإتصـــــال

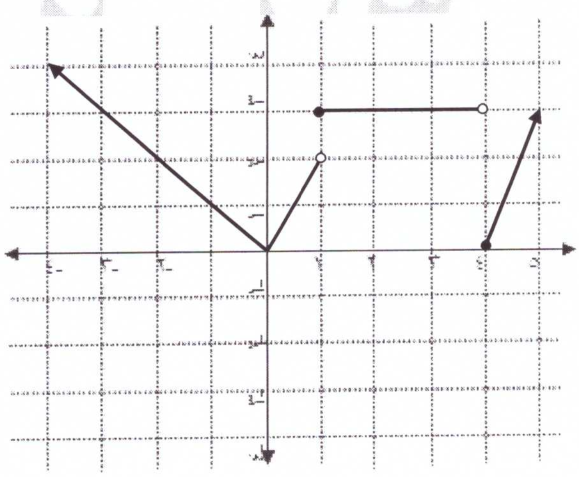
يمكن معرفة إذا كان الاقتران متصلا عن طريق الرسم أو النظريات

من خلال الرسم : يكون الاقتران متصلا عند نقطة ،إذا كان الاقتران ليس فيه حلقة أو قفز أو انقطاع (هو رسم المنحنى دون رفع القلم عن الورقة)

مثال : من خلال الرسم جد قيم س التي بكون عندها الاقتران غير متصل

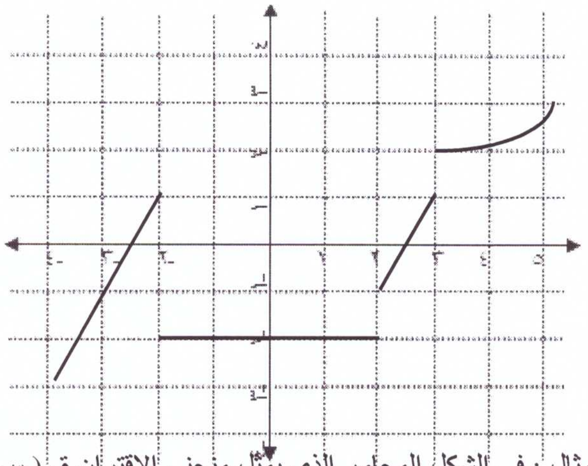


مثال : في الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) والمعرف على ح ، جد مجموعة قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل

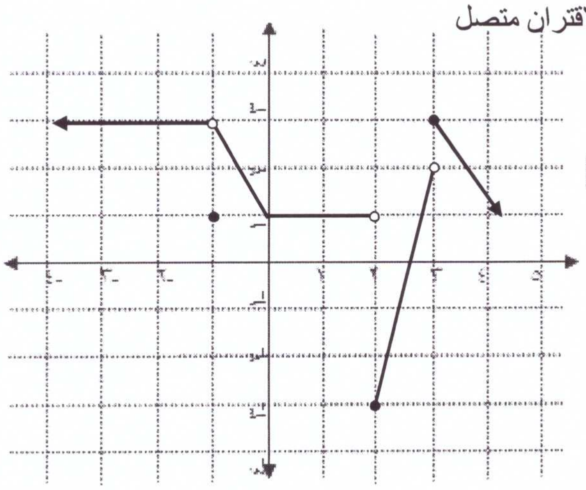


مثال : في الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) والمعرف على ح ، ابحث في اتصال ق (س) عندما

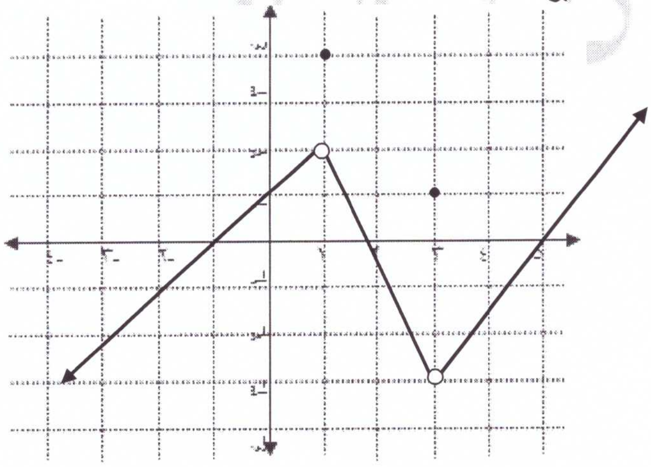
س = -٢ ، ٠ ، ٢ ، ٣ ، ٤



مثال : في الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) والمعرف على ح ، جد مجموعة قيم س التي يكون عندها الاقتران متصل



مثال :اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) والمعرف على ح ، حدد قيم س التي يكون عندهاالاقتران غير متصل



الاتصال : يكون الاقتران متصل عند النقطة (أ) إذا تحققت الشروط الثلاثة التالية :

١) نهـــا ق (س) موجودة
س ← أ

٢) ق (س) معرف عند س = أ (ق (أ) موجودة

٣) نهـــا ق (س) = ق (أ)
س ← أ

أي أن الاقتران يكون متصلاً عند نقطة أو فترة إذا تساوت نهاية الاقتران عند هذه النقطة (على الفترة) مع صورة النقطة في الاقتران ، وسنتعامل مع اقتران كثير الحدود ، الاقتران النسبي ، الاقتران المتشعب

- **كل اقتران كثير الحدود كثير حدود متصل**
- **يكون الاقتران النسبي متصل عند جميع النقاط ما عدا أصفار المقام (التي تجعل المقام = صفر)**
- **في المتشعب نبحث عن الأطراف الداخلية وعند نقاط التحول**

مثال: جد قيم س (ان وجدت) التي يكون عندها كل اقتران مما يأتي متصل :

ق (س) = س^{٢} + ٥ س + ١

ق (س) = س^{٣} - ٣ س + ٨

ق(س) = (س^{٢} - ١) / (س - ٣)

ق(س) = (٥ س) / (س^{٢} - ١)

ق(س) = (٦ - ٣ س) / (س^{٢} + ٣ س - ١٠)

ق(س) = (س^{٢} - ١) / (٢ س^{٢} + س - ٣)

ق(س) = (س - ١) / (س^{٢} + ٥ س + ٦)

ق(س) = (٥ - س) / (س^{٣} - ١)

مثال : إذا كان ق(س) =
- س^{٢} + ١ ، س > ٢
- ٥ س - ٥ ، س ≤ ٢

فابحث في اتصال الاقتران عند س = ٢

مثال : إذا كان هـ (س) =
- س + ٣ ، س ≠ - ١
- ٤ ، س = - ١

ابحث في اتصال هـ (س) عند س = - ١

مثال : إذا كان هـ(س) =
- ٣ س ، س > ٣
- س^{٢} ، س < ٣
- ٩ ، س = ٣

ابحث في اتصال ق(س) عند س= ٣

مثال : إذا كان ق(س) =
- (س^{٢} - ٢ س) / (س - ٢) ، س ≠ ٢
- ٤ ، س = ٢

فابحث في اتصال ق (س) عند س = ٢

مثال : إذا كان ك (س) =
- ٥س^{٢} + ٣ ، س < ١
- ٨ ، س = ١
- ٦س + ٢ ، س > ١

ابحث في اتصال ك (س) عند س = ١

مثال : إذا كان ق(س) =
- (٩ - س) ÷ (٣ - √س) ، س ≠ ٩
- ٦ ، س = ٩

ابحث في اتصال ق(س) عند س= ٩

مثال : إذا كان هـ(س) =
- س^{٢} + ٢ ، س < ١
- ٣ س ، ١ ≤ س < ٣
- س^{٢} - ٦ ، س > ٣

ابحث في اتصال الاقتران ق عند كل مما يأتي :

س = ٠ ، س = ١ ، س = ٣

مثال : إذا كان ك(س) =
- ٣س^{٢} + ٢ ، س < -١
- س + ٥ ، -١ ≤ س ≤ ١
- ١٠ ، س > ١

ابحث في اتصال ك(س) عند س = ١

مثال : إذا كان ق(س) =
- ٢ س^{٢} + ٤ ، س < -٢
- أ س + ٦ ، س ≥ -٢

وكان ق(س) متصلا عندما س = ٢ فما قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق(س) =
- ٥ - س^{٢} ، س < ١
- ٤ ، س = ١
- ٢ س + ٢ ، س > ١

ابحث في اتصال ق(س) عند س= ١

مثال :ق(س) =
- أ س + ٧ ، س ≤ ٣
- س + ١ ، س > ٣

وكان ق متصلاً عندما س = ٣ فجد قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق (س) =
- س^{3} + ١٠ ، س ≠ ٢
- أ^{2} س ، س = ٢

وكان ق متصلاً عندما س = ٢ فجد قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان هـ(س) =
- ب – أ س ، س ≤ ٢
- ٩ – ٥س ، ٢ < س < ٣
- ب س – ٧ أ - ١ ، س ≥ ٣

متصلا عند س = ٢ ، ٣ ، ما قيمة الثابت أ ، ب

مثال : إذا كان هـ(س) =
- أ س^{2} - ٨س ، س < ٢
- ٨ ، س = ٢
- ٢س^{2} – ب س + ٤ ، س > ٢

متصلا عند س = ٢ ، ما قيمة الثابت أ ، ب

مثال : إذا كان ق(س) =
- أ س^{3} + ب س^{2} ، س < ٢
- ٦ ، س = ٢
- ٧ أ + ٥ ب ، س > ٢

جد قيمة أ ، ب علما بأن ق (س) متصلا عند س = ٢

مثال :ق(س) =
- ٢ أ س + ب ، س < ٢
- ٨ ، س = ٢
- أ س^{2} + ٣ ب س ، س > ٢

وكان ق متصلاً عندما س = ٢ ، فجد قمة كل من الثابتين أ ، ب

مثال : إذا كان ق(س) =
- أ س - ب ، س ≤ ١
- ١٩ ، ١ < س < ٢
- ٣ أ س + ١ ، س > ٢

متصلا عند س = ١ ، ٢، ما قيمة الثابت أ ، ب

مثال : ق(س) =

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ٣ & ، \text{س} < -١ \\ ٥ - \text{س} & ، -١ \le \text{س} < ١ \\ \text{س}^{٣} + ٣ & ، \text{س} \ge ١ \end{cases}$$

فابحث في اتصال الاقتران ق عندما س = ١ ، س = - ١

مثال : إذا كان هـ(س) =

$$\text{هـ(س)} = \begin{cases} \text{س} + \text{أ} & ، \text{س} < ٢ \\ ٨ & ، \text{س} = ٢ \\ \text{ب س} + ٦ & ، \text{س} > ٢ \end{cases}$$

وكان الاقتران هـ متصلا عند س = ٢ ،فجد قيمة الثابتين أ ، ب

مثال : إذا كان

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \sqrt{\text{س} - ٣} & ، \text{س} > ٣ \\ ٣\text{س} - \text{س}^{٢} & ، \text{س} \le ٣ \end{cases}$$

ابحث في اتصال ق(س) عند س= ٣

مثال : إذا كان ق(س) =

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} - ١٤}{\text{س} - ٧} & ، \text{س} \ne ٧ \\ \dfrac{١}{\text{ب}} & ، \text{س} = ٧ \end{cases}$$

متصلا عند س = ٧ ، ما قيمة الثابت ب

مثال : إذا كان هـ(س) =

$$\text{هـ(س)} = \begin{cases} \dfrac{\text{س}^{٢} - ٢٥}{\text{س} - ٥} & ، \text{س} \ne ٥ \\ ٣\text{س} - ٥ & ، \text{س} = ٥ \end{cases}$$

ابحث في الاتصال عند س = ٥

مثال : إذا كان ل (س) =

$$\text{ل(س)} = \begin{cases} \text{أ س} - \text{ب} & ، \text{س} < ١ \\ ٤ & ، \text{س} = ١ \\ \text{أ س}^{٣} + \text{ب} + ٢ & ، \text{س} > ١ \end{cases}$$

وكان الاقتران ل متصلا عند س = ١ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب

مثال : إذا كان ق (س) =

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} \dfrac{٣ - \text{س}}{\text{س} - ٣} & ، \text{س} \ne ٣ \\ \text{م س} + ٢ & ، \text{س} = ٣ \end{cases}$$

وكان الاقتران ق متصلا عند س = ٣ ، فجد قيمة الثابت م

اذا كان الاقتران ق متصلا عندما س = ٢ وكانت

$\text{نهـا}_{\text{س} \to ٢} \; ٢\,\text{ق(س)} + \text{س} = ٦$ فجد قيمة ق (٢)

نظريات على الاتصال

إذا كان ق (س) ، هـ (س) اقترانيين متصلين عند س ← أ فإن

ق (س) + هـ (س) ، ق (س) - هـ (س) تكون متصلة

ق (س) × هـ (س) ، ق (س) ÷ هـ (س) عند س ← أ

إذا كان ق (س) = $\frac{١ - س^٢}{س - ١}$ ، هـ (س) = $\sqrt{س^٢ + ٤}$

ابحث في اتصال الاقتران ق × هـ عند س = ٢

مثال : إذا كان ق(س) = س^٣ + ٥

هـ(س) = { ٥ س ، س ≥ ٠
 س^٢ ، س < ٠

وكان ل(س) = ق(س×هـ)(س) فابحث في اتصال ل عند س=٠

مثال : ق (س) = س^٢ + ٥

وكان هـ (س) = { س^٢ + ٦ ، س ≥ - ١
 ٣٥ - س ، س < - ١

فابحث في اتصال م (س) = ق(س)×هـ (س) عند س = -١

مثال : إذا كان ق (س) = $\frac{١ + ٤ س}{س - ٢}$

وكان هـ (س) = { ٢ س^٢ + ٥ ، س ≥ - ٢
 ١٧ + ٢ س ، س < - ٢

وكان ل (س) = $\frac{ق (س)}{هـ (س)}$

ابحث في اتصال الاقتران ل (س) عند س = - ٢

مثال : إذا كان ق (س) = { ٤س + ١ ، س < ٢
 س^٢ + ٥ ، س ≥ ٢

وكان هـ (س) = ٣س - ١

ابحث في اتصال ق(س) ×هـ (س) عند س = ٢

مثال : إذا كان ق(س) = س^٢ + ٢

هـ(س) = { س - ١ ، س ≥ ٣
 ٥ - س ، س < ٣

ابحث في اتصال ق(س× هـ) (س) عندما س= ٣

ملاحظة ليس شرطا انه إذا كان إحدى الاقترانيين غير متصل أن يكون حاصل ضربهما غير متصل لذا يجب إيجاد قاعدة الاقتران (نضرب ق(س) ×هـ (س) ثم نبحث في الاتصال)

مثال : إذا كان

$$\text{ق(س)} = \begin{cases} ١ & \text{، س} < ٥ \\ ٠ & \text{، س} = ٥ \\ -١ & \text{، س} > ٥ \end{cases}$$

وكان هـ (س) =(س – ٥) **بين** أن ق(س) ×هـ (س) متصل عند س = ٥

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} + ٥ س + ٣ وكان

$$\text{هـ (س)} = \begin{cases} ٨ & \text{، س} \leq ٣ \\ \text{س} & \text{، س} > ٣ \end{cases}$$

أ) ابحث اتصال الاقتران ق (س) عندما س = ٣

ب) ابحث اتصال الاقتران هـ (س) عندما س = ٣

جـ) جد حاصل ضرب الاقترانين ق ، هـ حيث

ل (س) = ق (س) + هـ (س)

د) ابحث اتصال الاقتران م (س) عندما س = ٣

مثال : إذا كان

$$\text{ق (س)} = \begin{cases} \text{س} + ٣ & \text{، س} < ٣ \\ ٥\text{س} - ١ & \text{، س} \geq ٣ \end{cases}$$

وكان هـ (س) = (س^{٢} - ٩)

هل ق(س) ×هـ (س) متصل أم لا عند س = ٣

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} + ١٥

$$\text{هـ(س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} & \text{، س} \leq ٥ \\ ٣\text{ س} & \text{، س} > ٥ \end{cases}$$

وكان م (س) = (ق - هـ) (س) فابحث في اتصال ل (س) عند س = ٥

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} – ٤ س + ٤ وكان

$$\text{هـ (س)} = \begin{cases} -٣ & \text{، س} \leq ٢ \\ ٣ & \text{، س} > ٢ \end{cases}$$

أ) ابحث اتصال الاقتران ق (س) عندما س = ٢

ب) ابحث اتصال الاقتران هـ (س) عندما س = ٢

جـ) جد حاصل ضرب الاقترانين ق ، هـ حيث

م (س) = ق (س) × هـ (س)

د) ابحث اتصال الاقتران م (س) عندما س = ٢

مثال : إذا كان ق (س) = س^{٢} + ٥ وكان

$$\text{هـ (س)} = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ٦ & \text{، س} \leq -١ \\ ٣٥ - \text{س} & \text{، س} > -١ \end{cases}$$

فابحث في اتصال وكان م (س) = ق (س) × هـ (س) عندما س = - ١

مثال : إذا كان ق(س) = { س^{٢} − ١ ، س < ٢
س + ١ ، س ≥ ٢

وكان ل (س) = ٣س + ٥

وكان هـ (س) = ق (س) + ل (س)

ابحث في اتصال الاقتران هـ (س) عند س = ٢

مثال : إذا كان ق (س) = ٤ س^{٢}

وكان هـ (س) = { س + ٧ ، س ≤ ١
٣ س^{٢} + ٥ ، س > ١

وكان ل (س) = ق (س) × هـ (س)

ابحث في اتصال الاقتران ل (س) عند س = ١

مثال : إذا كان ق (س) ، هـ (س) اقترانين متصلين عند س = ٣ وكان ق (٣) = ١٢ وكانت

$\lim_{س \to ٢}$ (ق (س) − ٤ هـ (س)) = ٢٠ جد هـ (٣)

مثال : إذا كان ق (س) ، هـ (س) اقترانين متصلين عند س = ٥ وكان هـ (٥) = ٤ وكانت

$\lim_{س \to ٢} \frac{ق (س) + س}{٣ هـ (س)} = ١$ جد ق (٥)

مثال : إذا كان ق (س) = { ٢س^{٣} + ٤ ، س < - ٢
أ س + ٦ ، س ≥ - ٢

وكان ق متصلا عند س = - ٢ ، ما قيمة الثابت أ

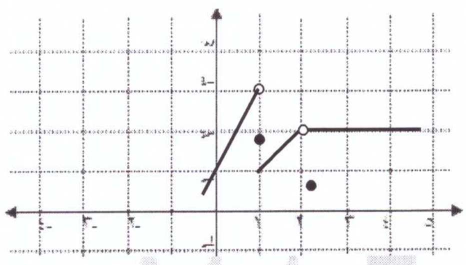
مثال : إذا كان هـ (س) = ٤ - س^{٢}

وكان ل (س) = { ٤ س - ٣ ، س < ٣
س^{٢} + ١ ، س ≥ ٣

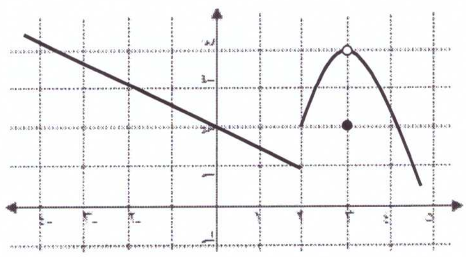
وكان ق(س) = هـ (س) × ل (س)

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) عند س = ٣

مثال :اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س)
أكتب قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل



مثال :اعتمادا على الشكل التالي والذي يمثل اقتران ق (س)
أجب عما يلي :



١) قيم س التي يكون عندها الاقتران غير متصل

٢) $\lim_{س \to ٣}$ ١ + $\frac{٢ س + ٥}{س}$ - ٣ ق (س)

مثال : إذا كان ق(س) =

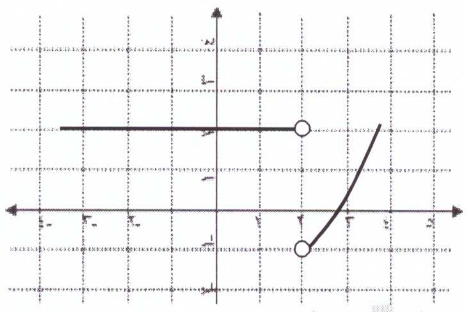
$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٣} + ٤ & ، \text{س} > ٢ \\ ٥\,\text{س} + ٢ & ، \text{س} \leq ٢ \end{cases}$$

و كان هـ (س) =

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س}^{٢} + ٣ & ، \text{س} > ٢ \\ ٤\,\text{س} + ١ & ، \text{س} \leq ٢ \end{cases}$$

ابحث في اتصال الاقتران ق (س) + هـ (س) عند س = ٢

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية أجب عما يأتي :



جد $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \text{ق}(\text{س})$

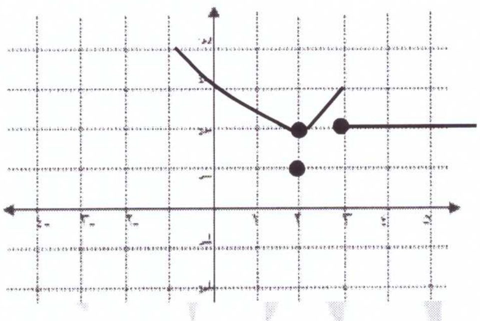
جد $\lim\limits_{\text{س} \to -٢} \left[\sqrt[٣]{٤\,\text{ق}(\text{س})} + \frac{١}{٤}\text{س}^{٢} \right]$

مثال : إذا كانت $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} (٣\,\text{ق}(\text{س}) + ٤\,\text{س}) = ١٤$

وكانت $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \text{هـ}(\text{س}) = ٣$ ، جد

$$\lim_{\text{س} \to ٢} \frac{(\text{ق}(\text{س}))^{٢} + ٥\,\text{س}}{٢\,\text{هـ}(\text{س}) - ١}$$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق (س) المعرف على مجموعة الاعداد الحقيقية أجب عما يأتي :



جد $\lim\limits_{\text{س} \to ٣^{+}} \text{ق}(\text{س})$

جد $\lim\limits_{\text{س} \to ٠} (٢\,\text{ق}(\text{س})) - \frac{٢\,\text{س} - ٨}{٢}$

مثال : إذا كان ق(س) =

$$\text{ق}(\text{س}) = \begin{cases} ٢\,\text{س}^{٣} + ٤ & ، \text{س} > -٢ \\ \text{أ}\,\text{س} + ٦ & ، \text{س} \leq -٢ \end{cases}$$

وكان ق(س) متصلا عندما س = - ٢ فما قيمة الثابت أ

اذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين عند س = ٣ وكان ق (٣) = ١١ اجب عما يأتي :

جد $\lim_{س \to ٣}$ س ق (س) – ٨

جد هـ (٣) التي تجعل $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) - س}{(هـ(س))^٣} = ١$

مثال : إذا كان ق (س) = ٥ $س^٢$ + ٥ س – ١ وكان

$$هـ(س) = \begin{cases} س + ٩ & ، س \geq ٢ \\ ٥ س + ١ & ، س < ٢ \end{cases}$$

وكان ل (س) = ٢ ق (س) + هـ (س) فابحث في اتصال الاقتران ل عندما س = ٢

مثال : إذا كان ق (س) = ٤ - $س^٢$

$$\text{وكان } هـ(س) = \begin{cases} س + ٤ & ، س < ٠ \\ ٤ - س^٣ & ، س \geq ٠ \end{cases}$$

وكان ل (س) = (ق × هـ) (س)

فابحث في اتصال الاقتران ل (س) عند س = ٠

$$\text{إذا كان } ق(س) = \begin{cases} ٥ - س & ، س < ٥ \\ س - ٥ & ، س \geq ٥ \end{cases} \text{ وكان}$$

$هـ (س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٢٥}$ ،

فابحث في اتصال (ق × هـ) (س) عند س = ٥

إذا كان (ق + هـ) (س) متصلاً عندما س = أ ، فهل نستنتج أن كلا من ق ، هـ متصل عند س = أ ؟ برر إجابتك

مثال: جد قيم س (ان وجدت) التي لا يكون عندها كل اقتران مما يأتي متصل :

أ) ق (س) = $س^٣$ + ١

ب) $ق (س) = \frac{س - ٣}{س^٢ - ٥ س + ٦}$

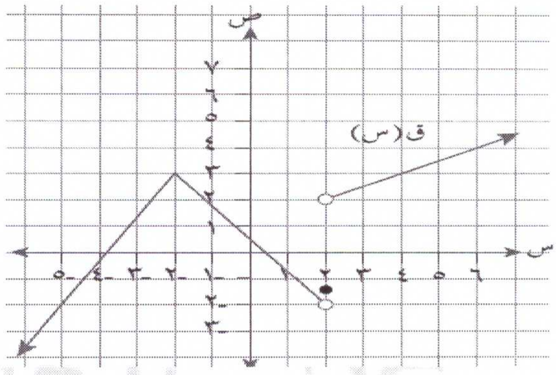
جـ) $ق (س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ١} + \frac{٥}{س}$

$$د)\ ق(س) = \begin{cases} س^٣ + ٣ & ، س < ٢ \\ ٦ - س & ، س \geq ٢ \end{cases}$$

إذا كان ق (س) = س + ٣ ، هـ (س) = $\frac{س - ٣}{س^٢ - ٩}$ وكان ل (س) = ق (س) × هـ (س) فابحث اتصال الاقتران ل عندما س = ٣

أسئلة الوحدة

١) اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، جد قيمة كل مما يأتي :



أ) ق (٢)

ب) $\lim_{س \to -١} ق(س)$

جـ) $\lim_{س \to ٢} ق(س)$

د) قيم س التي يكون عندها منحنى الاقتران ق غير متصل

هـ) $\lim_{س \to ٠} \left((ق(س))^٢ - س + ٢ \right)$

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \left((ق(س))^٣ + ٢ \right) = ٢٩$ ، $\lim_{س \to ١} هـ(س) = -٣$ فجد قيمة كل مما يأتي :

أ) $\lim_{س \to ١} \left(ق(س) + ٢ هـ(س) + س \right)$

ب) $\lim_{س \to ١} \left(ق(س) \times هـ(س) \right)$

٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢أس^٢ + ب & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س^٢ - ٤ب - ٦ & ، س > ١ \end{cases}$

وكان الاقتران ق متصلا عند س = ١ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب

٤) جد قيمة النهاية (إن وجدت) في كل مما يأتي عند النقطة المبينة إزاء كل منها

أ) $ق(س) = \sqrt{٣ - س} + \frac{س + ١}{س^٢ + ١}$ ، $س \to -١$

ب) $هـ(س) = \frac{س^٢ - ٥س}{٢س - ١٠}$ ، $س \to ٥$

جـ) $ل(س) = \frac{س^٢ - ٢س + ١}{١٢ - ٣س}$ ، $س \to ١$

د) $م(س) = \frac{س^٣ - ٢٧}{س - ٣}$ ، $س \to ٣$

هـ) $ك(س) = \frac{\frac{١}{س - ٢} - \frac{١}{٢}}{٢س - ٨}$ ، $س \to ٤$

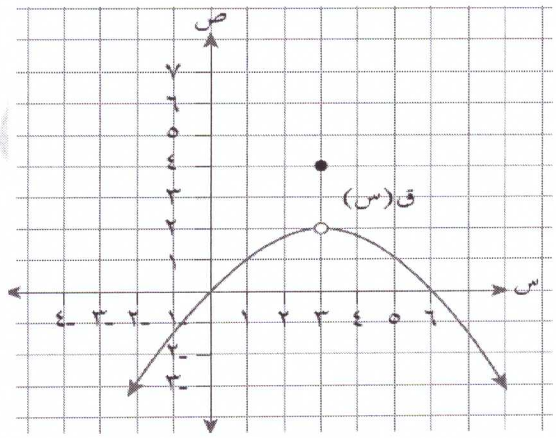
و) $د(س) = \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩}$ ، $س \to ٧$

٥) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \text{س}^3 + ٥\text{س}$ وكان

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} ٥\text{س} + ٤ & ، \ \text{س} \le ١ \\ ٨ + \text{س}^2 & ، \ \text{س} > ١ \end{cases}$$

وكان $\text{ل}(\text{س}) = ٢\,\text{ق}(\text{س}) + \text{هـ}(\text{س})$ فابحث في اتصال الاقتران ل عندما س = ١

٦) اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق ، ابحث اتصال الاقتران ق عندما س = ٣



٧) إذا كان كل من الاقترانين : ق ، هـ متصلا عندما س = ٥ ،

وكان هـ(٥) = ٤ ، $\lim\limits_{\text{س} \to ١} \dfrac{\text{ق}(\text{س}) + \text{س}}{٣\,\text{هـ}(\text{س})}$

فجد ق(٥)

٨) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{١}{\text{س}} + \dfrac{\text{س} - ٣}{\text{س}^2 - ٣\text{س}}$ ،

فما قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلا

٩) يتكون هذا السؤال من خمس فقرات من نوع الاختيار من متعدد لكل فقرة أربعة بدائل ، واحدة منها فقط صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح :

(١) إذا كان م عددا ثابتا وكان $\lim\limits_{\text{س} \to ١} (\text{م}\,\text{س}^2 - ٤\text{س} + ٥) = ٥$

فإن قيمة م هي:

أ) ١ ب) -١ جـ) ٤ د) -٤

(٢) $\lim\limits_{\text{س} \to -١} (\text{س}^2 - ٤)^3$

فإن قيمة م هي:

أ) -١٢٥ ب) -٢٧ جـ) ١٢٥ د) ٢٧

(٣) إذا كان $\text{ق}(\text{س}) = \dfrac{\text{س}^2 - ٥\text{س}}{\text{س}^2 - ٣\text{س} + ٢}$ ،

فإن قيم س التي لا يكون عندها الاقتران ق متصلا هي :

أ) {٥ ، ٠} ب) {-٥ ، ٠} جـ) {١ ، ٢} د) {-١ ، -٢}

(٤) إذا كان

$$\text{هـ}(\text{س}) = \begin{cases} \text{س} - ١ & ، \ \text{س} < ٢ \\ ٣ & ، \ \text{س} = ٢ \\ \text{س}^2 & ، \ \text{س} > ٢ \end{cases}$$

فإن $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} \text{هـ}(\text{س}) =$

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ١ د) غير موجودة

(٥) إذا كانت $\lim\limits_{\text{س} \to ٢} (٣\,\text{ق}(\text{س})) = ٩$ فأن قيمة

$\lim\limits_{\text{س} \to ٢} (\text{ق}(\text{س}))^2$ تساوي :

أ) ٩ ب) ٨١ جـ) ٢٧ د) ٢