غرفة الانعاش

خبر عاجل

المراجعة المكثفة

الريـــــــــــاضات الأدبي ف1

أحمد الرامينـي	حسـن البـداوي
0797970106	0797987248

النهايات

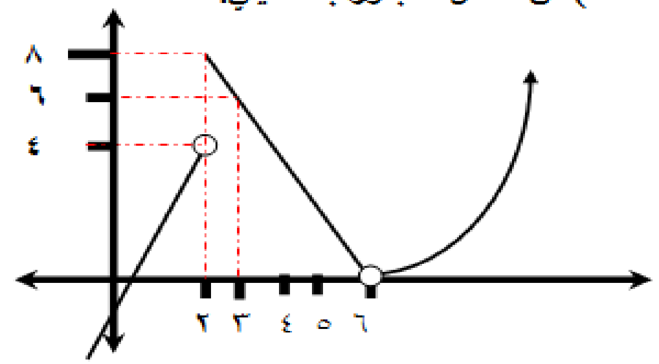
(١) بالاعتماد على الجدول ادناه الذي يبين قيم ق(س) عندما س ← ٤ فان نـهـا ق(س) = ؟ (س←٤)

س	٤,١	٤,٠١	٤,٠٠١	٤	٣,٩٩	٣,٩٨	٣,٩٧
ق(س)	٦,١	٦,٠١	٦,٠٠١		٧,٩٩	٧,٩٨	٧,٩٧

+ ←   → −

نـهـا ق(س)=٦ (س←٤⁺)
نـهـا ق(س)=٨ (س←٤⁻)
∴ نـهـا ق(س) غير موجودة (س←٤)

٢) من الشكل المجاور جد ما يلي:



أ) نـهـا ق(س) = ٨ (س←٢⁺)

ب) جد اعداد الانقطاع (نقط عدم الاتصال) للاقتران ق(س)

✓ يعني متى الاقتران غير متصل : بندور عند اماكن القطع في المنحنى او عند الدوائر المفتوحة

الحل: س = ٢ , ٦

ج) جد قيمه ب , التي عندها نـهـا ق(س) غير موجوده (س ← ب)

✓ متى النهاية غير موجودة : بندور عند اماكن القطع في المنحنى

الحل: س = ٢ .

د) جد قيمه الثابت أ , حيث ان نـهـا ق(س) = ٦ (س ← أ) الحل: أ = ٣

(٣) اذا كان نـهـا ق(س) = ٦ , نـهـا ع(س)=٥ (س←٣)
فجد نـهـا (٣ع(س) – ٤ + ٥ق(س)) (س←٣)
نـهـا ٣ ع(س) – نـهـا ٤ + نـهـا ٥ ق(س)
= (٣×٥) – ٤ + (٥×٦) = ٤١

(٤) إذا كانت نـهـا(س ق(س)+ ٢س) =٣٠ (س←٥)
فجد نـهـا (٣/٢ ق (س)+س²) (س←٥)

١) نعوض بدل كل س ب ٥

٢) - تصبح معادله " نتخلص من الجمع او الطرح ثم الضرب او القسمه "

نـهـا ٥× ق(س) +٢(٥) = ٣٠
نـهـا ٥ ق(س) = ٣٠ - ١٠
نـهـا ٥ ق(س) = ٢٠
نـهـا ق(س) = ٤

المطلوب:
∴ نـهـا ٣/٢ ق(س)+ س² = نـهـا ٣/٢ ق(س) + نـهـا س²
= ٣/٢ (٤) + (٥)² = ٦ + ٢٥ = ٣١

(٥) جد ناتج مايلي:
(أ) نـهـا √(٧ – س) (س←٧)   (ب) نـهـا √(س²–٢٥) (س←٥⁺)

الحل:
(ا) نـهـا √(٧ – س) ≠ √(٧–٧) = √صفر (س←٧)

+ = صفر
- = غير موجود

+ + + +   - - - -   (٧)
اذا غير موجوده

(ب) نـهـا √(س²–٢٥) = √(٢٥–٢٥) = √صفر (س←٥⁺)
++++ (٥)
اذا = صفر

(٦) اذا كان ق(س)= { ٢+س , س≤٣ ؛ س²–١ , س>٣ }
فجد ما يلي: نـهـا ق(س) (س←٣)

✓ في حاله الاكبر و الاصغر : خط اعداد ثم يمين و يسار اذا كان كلاهما متساوي فالنهايه موجوده والا فلا

الحل: س²–١ | ٢ + س (٣)
نـهـا ق(س)= ٩–١ =٨ (س←٣⁺)
نـهـا ق(س) = ٢+٣ =٥ (س←٣⁻)
∴ نـهـا ق(س) غير موجودة (س←٣)

(٧) اذا كان ق(س) = { س² , ١≤ س<٤ ؛ ٥س – ٤ , ٤≤ س<٥ }
فجد نـهـا ق(س) (س ← ٤)

الحل: س² | ٥س -٤ (١ ، ٤ ، ٥)
نـهـاق(س)= ٥(٤) – ٤ = ٢٠ – ٤ = ١٦ (س←٤⁺)
نـهـاق(س) = (٤)² = ١٦ (س←٤⁻)
نـهـا ق(س) = ١٦ (س←٤)

(٨) اذا كان ق(س)= { ٥س+٤ , س=٢ ؛ س²–٦س , س≠٢ }
فجد : نـهـاق(س) (س←٢)

✓ في حاله = , ≠ نعوض النهاية دائما عند ≠ بغض النظر عن الرقم المطلوب

نـهـاق(س) = (٢)² – ٦ (٢) (س←٢)

(٩) اذا كان ق(س) = { س⁴ + ٣ , س ∈ ص ؛ س² + ٢س , س ∉ ص }
حيث ص = مجموعه الاعداد الحقيقية فجد نـهـا ق(س) (س←٥)
نـهـاق(س) = (٥)² + ٢(٥) (س←٥)
= ٢٥ + ١٠
= ٣٥

(١٠) جد ناتج مايلي:

(أ) نـهـا (٢س²–١٠س)/(س-٥) (س←٥) — عامل مشترك س و رقم
الحل: = نـهـا ٢س(س-٥)/(س-٥) = ٢-(٥) = - ١٠

(ب) نـهـا (س²–٣س)/(س–٣) (س←٣) — عامل مشترك س
الحل: نـهـا س (س–٣)/(س–٣) = ٣

(ت) نـهـا (٦ س–١٢)/(س–٢) (س←٢) — عامل مشترك رقم
الحل: نـهـا ٦(س–٢)/(س–٢) = ٦

(ث) نـهـا (س²–١٦)/(س+٤) (س←-٤) — فرق بين مربعين
= نـهـا (س–٤)(س+٤)/(س+٤) = –٤ – ٤ = –٨

(ج) نـهـا (س²–٥س+٦)/(س–٢) (س←٢) — ثلاثي الحدود
= نـهـا (س–٣)(س–٢)/(س–٢) = ٢–٣= –١

(د) نـهـا (س²–٥س+٦)/(س–٢) (س←٢) — ثلاثي الحدود
= نـهـا (س–٣)(س–٢)/(س–٢) = ٢–٣= –١

(هـ) نـهـا (س²+٦س+٨)/(٢س+٨) (س←-٤) — ثلاثي الحدود
= نـهـا (س+٤)(س+٢)/٢(س+٤) = (-٤ + ٢)/٢ = -١

(و) نـهـا (س²–٥س – ١٤)/(٧ – س) (س←٧) — ثلاثي الحدود
= نـهـا (س–٧)(س+٢)/–(س –٧) = –(٧ + ٢) = – ٩

(ز) نـهـا (س²+٢س – ٨)/(٤ – س²) (س←٢) — ثلاثي الحدود
= نـهـا (س+٤)(س–٢)/(٢ –س)(٢+ س) = –(٢ + ٤)/(٢+٢) = –٦/٤

(ف) نـهـا (س³+٦٤)/(س+٤) = (س←-٤) — مجموع مكعبين
الحل : = نـهـا (س+٤)(س²–٤س+١٦)/(س+٤)
=١٦+١٦+١٦ = ٤٨

(ر) نـهـا (س –٥)/(س³–١٢٥) (س←٥) — فرق بين مكعبين
∴ نـهـا (س – ٥)/(س–٥)(س²+٥س+٢٥) = ١/٧٥

(ز) نـهـا (س²–٢س – ٨)/(س³ – ٦٤) (س←٤) — كوكتيل
الحل: = نـهـا (س–٤)(س+٢)/(س–٤)(س²+٤س+١٦)
= (٤ + ٢)/(١٦+١٦+١٦) = ٦/٤٨

(س) نـهـا (س²–١٦)/(√س–٢) = (س←٤) — ضرب بالمرافق
الحل: = نـهـا (س²–١٦)/(√س–٢) × (√س+٢)/(√س+٢)
= نـهـا (س²–١٦)(√س+٢)/(س–٤)
= نـهـا (س–٤)(س+٤)(√س+٢)/(س–٤)
= (٤+٤) × (٢+٢) = ٨×٤=٣٢

ش) نهـا $\frac{\sqrt{٥س+١}-٤}{٢س-٦}$ س←٣ — كوكتيل

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{\sqrt{٥س+١}-٤}{٢س-٦} \times \frac{\sqrt{٥س+١}+٤}{\sqrt{٥س+١}+٤}$

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{٥س+١-١٦}{(٢س-٦)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{٥س-١٥}{(٢س-٦)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{٥(س-٣)}{٢(س-٣)(\sqrt{٥س+١}+٤)}$

$= \frac{٥}{٢(٤+٤)} = \frac{٥}{١٦}$

ص) نهـا $\frac{س-١}{\sqrt{٥س-٤}-\sqrt{٢س-١}}$ س←١ — كوكتيل

$= \text{نهـا}_{س\to١} \frac{س-١}{\sqrt{٥س-٤}-\sqrt{٢س-١}} \times \frac{\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١}}{\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١}}$

$= \text{نهـا}_{س\to١} \frac{(س-١)(\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١})}{٥س-٤-(٢س-١)}$

$= \text{نهـا}_{س\to١} \frac{(س-١)(\sqrt{٥س-٤}+\sqrt{٢س-١})}{٣(س-١)}$

$= \frac{١+١}{٣} = \frac{٢}{٣}$

ض) نهـا $\frac{\sqrt{س-١}-٢}{\sqrt{٥س+٤}-٣}$ س←٥ — كوكتيل

$\therefore = \text{نهـا}_{س\to٥} \frac{\sqrt{س-١}-٢}{\sqrt{٥س+٤}-٣} \times \frac{\sqrt{س-١}+٢}{\sqrt{٥س+٤}+٣} \times \frac{\sqrt{٥س+٤}+٣}{\sqrt{س-١}+٢}$

$= \text{نهـا}_{س\to٥} \frac{(س-٥)(\sqrt{٥س+٤}+٣)}{(س-٥)(\sqrt{س-١}+٢)}$

$= \frac{٣+٣}{٢+٢} = \frac{٦}{٤}$

ط) نهـا $\frac{\frac{٢}{س+١}-\frac{١}{٢}}{س-٣}$ س←٣ — توحيد مقامات

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{(٢\times٢)-(١)(س+١)}{(٢)(س+١)(س-٣)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{٤-س-١}{(٢)(س+١)(س-٣)}$

$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{٣-س}{(٢)(س+١)(س-٣)}$

$= \frac{-١}{(٢)(٤)} = \frac{-١}{٨}$

ظ) نهـا $\frac{\frac{١}{س}-\frac{١}{٣}}{س-٣}$ س←٣ — توحيد مقامات

نهـا $\frac{٣-س}{(٣)(س)(س-٣)}$ س←٣ $= \frac{-١}{٣\times٣} = \frac{-١}{٩}$

ع) نهـا $\frac{س^{٢}-١}{س-١}$ س←١ — المقام موحد جاهز

الحل:

نهـا $\frac{س^{٢}-١}{س-١}$ س←١

$= \text{نهـا}_{س\to١} \frac{(س-١)(س+١)}{(س-١)}$

الاتصال

(١١) جد اعداد الانقطاع (نقط عدم الاتصال) للاقتران

(أ) ق(س) $= \frac{٦س-٤}{٢س^{٢}-س}$

$٢س^{٢}-س=٠$

$س(٢س-١)=٠$

$س=٠$ ، $٢س-١=٠$

$٢س=١ \leftarrow س=\frac{١}{٢}$

✓ اقتران كسري : المقام = صفر و جل المعادله

(ب) ق(س) $= \frac{١٢}{س-٣}$

ب) $س-٣=٠ \leftarrow س=٣$

ج) ق(س) $= \frac{٣س^{٢}-س}{س-٢} + \frac{س^{٣}}{س^{٢}-س}$

$س-٢=$ صفر او $س^{٢}-س=$ صفر

$س=٢$ $س(س-١)=$ صفر

$س=$ صفر , ١

(د) ق(س) $= \begin{cases} ٢س^{٢}+٤ & س\geq٣ \\ ٨س+٥ & س>٣ \end{cases}$

✓ نبحث عند نقاط التشعب (عند س=٣) ممكن ان تكون نقطه قطع و لكن ليس بالضرورة

نهـاق(س) $=٣(٣)^{٢}+٤=٣١$ $س\to٣^{-}$

نهـاق(س) $=(٨\times٣)+٥=٢٩$ $س\to٣^{+}$

∴ الاقتران غيرمتصل عند س = ٣

∴ نقاط الانقطاع عند س= ٣

✓ الاتصال عند نقطه

١. نحد النهايه يمين و يسار

٢. نجد الصورة عند اشارة يساوي ثم نقارنهم ببعض

(١٢) ابحث في اتصال الاقتران عند س = ٢

ق(س) $= \begin{cases} ٤س+٣ & س<٢ \\ س^{٣}+٢س-١ & س=٢ \\ ٣س^{٢}-١ & س>٢ \end{cases}$

الحل:

$٤س+٣$	$٣س^{٢}-١$
٢	

نهـاق(س) $=(٤\times٢)+٣=١١$ $س\to٢^{+}$

نهـاق(س) $=٣(٢)^{٢}-١=١١$ $س\to٢^{-}$

ق(٢) $=(٢)^{٣}+٢(٢)-١=٨+٤-١=١١$

∴ الاقتران ق(س) متصل عند س = ٢

✓ الاتصال عند نقطه

١. نحد النهايه عند اشارة ≠

٢. نجد الصورة عند اشارة يساوي ثم نقارنهم ببعض

(١٣) اذا كان

ق(س) $= \begin{cases} \frac{س^{٢}-١٦}{س-٤} & س\neq٤ \\ س^{٢}-٣س+٤ & س=٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران عند س = ٤

نهـا ق(س) $= \text{نهـا}_{س\to٤} \frac{س^{٢}-١٦}{س-٤}$

$= \text{نهـا}_{س\to٤} \frac{(س-٤)(س+٤)}{س-٤} = ٤+٤ = ٨$

ق(٤) $=(٤)^{٢}-(٣\times٤)+٤$

$= ١٦-١٢+٤ = ٨$

∴ الاقتران متصل عند س = ٤

نجهز اولا الاقتران ل (س) ثم نجد المطلوب

(١٣) اذا كان

ق(س) $= \begin{cases} \frac{س^{٢}-١٦}{س-٤} & س\neq٤ \\ س^{٢}-٣س+٤ & س=٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران عند س = ٤

الحل:

نهـا ق(س) $= \text{نهـا}_{س\to٤} \frac{س^{٢}-١٦}{س-٤}$

$= \text{نهـا}_{س\to٤} \frac{(س-٤)(س+٤)}{س-٤} = ٤+٤ = ٨$

ق(٤) $=(٤)^{٢}-(٣\times٤)+٤$

$= ١٦-١٢+٤ = ٨$

∴ الاقتران متصل عند س = ٤

(١٤) اذا كان ق(س) $= \begin{cases} ٣س^{٢}+٤ & س\geq٢ \\ ٥س+٦ & س<٢ \end{cases}$

هـ(س)=٢س

فابحث في اتصال ل(س)=هـ(س) - ق(س) عند س=٢

الحل:

ل(س) $= \begin{cases} ٢س-(٣س^{٢}+٤) & س\geq٢ \\ ٢س-(٥س+٦) & س<٢ \end{cases}$

$٢س-(٥س+٦)$	$٢س-(٣س^{٢}+٤)$
٢	

نهـا ل(س) $=٢(٢)-(٣(٢)^{٢}+٤)$ $س\to٢^{+}$

$=٤-١٦=-١٢$

نهـا ل(س) $=٢(٢)-(٥*٢+٦)=-١٢$ $س\to٢^{-}$

ل(٢) = - ١٢

∴ ل(س) متصل عند س = ٢

(١٥) اذا كان ق(س) = س + ٣ هـ (س) = $\frac{س^{٢}-٩}{س-٣}$

فابحث في اتصال ق(س) × هـ (س) عند س = ٣

الحل:

ل(س) = ق(س) × هـ (س)

$= (س+٣) \times \frac{س^{٢}-٩}{س-٣}$

نهـا ل(س) $= \frac{(٣+٣)(٩-٩)}{٣-٣} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ $س\to٣$

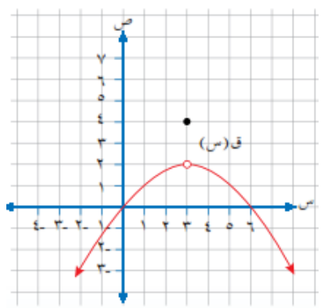
$= \text{نهـا}_{س\to٣} \frac{(س+٣)(س-٣)(س+٣)}{س-٣}$

$= (٣+٣)(٣+٣) = ٣٦$

ل(٣) = (٣+٣)(٣+٣) = ٣٦

ل(س) = ق(س) × هـ (س) متصل عند س = ٣

(١٦) اعتمادا على المنحنى ادناه الذي يمثل الاقتران ق(س) , اجب عما يلي :



أ) ابحث في اتصال الاقتران عند س=٣

ب) جد ق(٣)

ج)اذا كان كل من الاقترانيين ق,هـ متصلان عند س=٥ وكان هـ(٥) = ٤ ,

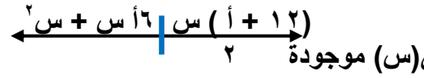
نهـا $\frac{ق(س)+٣س}{١}$ $س\to٥$ ٢هـ(س)

فجد ق(٥) ؟

✓ نجهز اولا الاقتران ل (س) ثم نجد المطلوب

اسئله المجاهيل

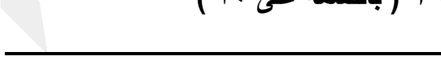
(١٧) اذا كان ق(س)= ٦أس + س^{٢} ، س≥٢
(١٢ + أ) س ، س>٢
و كانت نـــــها ق(س) موجودة , فجد قيمة الثابت أ؟
س←٢

الحل:


بما ان نـــــها ق(س) موجودة
س←٢
∴نـــــهاق(س)= نـــــهاق(س)
س←٢$^{+}$ ، س←٢$^{-}$
(١٢ + أ) × ٢ = ٦ أ ×٢ + (٢)^{٢}
٢٤ + ٢ أ = ١٢ أ + ٤
٢٤ – ٤ = ١٢ أ - ٢أ
٢٠ = ١٠ أ (بالقسمه على ١٠)
٢ = أ

---

١٨) إذا كان ق(س) = { س– أ ، س>٣ ; ب س^{٢}– ٤س ، س<٣ }
فجد قيمة الثابت أ،ب إذا كانت نـــهاق(س)=٦
س←٣

الحل:


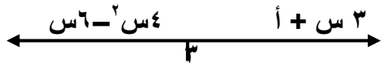
نـــــهاق(س) = ٦ ⋮ نـــــهاق(س) = ٦
س←٣$^{+}$ ⋮ س←٣$^{-}$
ب (٣)^{٢} - ٤(٣) = ٦ ⋮ ٣ - أ = ٦ ، ٩ب
- ١٢ = ٦ ⋮ -أ = ٦-٣
٩ب = ٦+١٢ ⋮ أ = - ٣
ب = ٢

---

(١٩) اذا كان ق(س)= { ٥س+٤ ، س=٣ ; ب س^{٢}–٤ س ، س≠٣ }
وكانت نـــــها ق(س) =١٥ , فجد قيمة الثابت ب ؟
س←٣
الحل: ب (٣)^{٢} - ٤(٣) = ١٥
٩ب – ١٢ = ١٥
٩ ب = ١٥ + ١٢
٩ ب = ٢٧ ⋮ ب = ٣

---

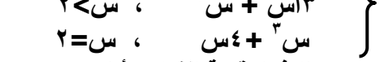
(٢٠) اذا كان ق(س)= { ٤س^{٢}–٦س ، س>٣ ; ٣س+أ ، س≤٣ }
وكان ق(س) متصلا فجد قيمة الثابت أ؟
الحل



ق(س) متصل ولم يحدد النقطه:. نبحث عند نقطة التشعب
∴نـــــهاق(س)= نـــــهاق(س)
س←٣$^{+}$ س←٣$^{-}$
(٣×٣)+أ = ٤ (٣)^{٢}–(٦×٣)
٩+أ =٣٦ – ١٨
أ = ١٨ – ٩ ← أ = ٩

---

(٢١) اذا كان ق(س)= { أس^{٢}+ب ، س>٢ ; ٣أس + س^{٢} ، س<٢ ; س^{٣} +٤س ، س=٢ }
و كان ق(س) متصلا عند س = ٢ فما قيمة الثوابت أ ، ب

الحل:


نـــــهاق(س)= نـــــهاق(س) = ق (٢)
س←٢$^{+}$ س←٢$^{-}$
٣ أ (٢) + (٢)^{٢} = أ (٢)^{٢} + ب = (٢)^{٣} + ٤ (٢)
٦أ + ٤ = ٤ أ + ب = ٨ + ٨
٦ أ + ٤ = ١٦ ⋮ ٤ أ + ب = ١٦
٦ أ = ١٢ ⋮ ٤(٢) + ب = ١٦
أ = ٢ ⋮ ب = ١٦ – ٨ = ٨

---

٢٢) إذا كان ق(س)= { أس + ب ، س>٣ ; ١١ ، س=٣ ; أ س^{٢} + ٢ب -١ ، س<٣ }
وكان ق(س) متصلا عند س = ٣ فما قيمة الثوابت أ ,ب

---

٢٣) إذا كان ق(س)= { ب ، س=٢ ; أ س – ب س^{٢} ، س<٢ }
وكانت نـــــها ق(س) =٨ , نـــها ق(س) موجودة
س←٣ س←٢
فما قيمه كل من الثابتين أ , ب

---

٢٤) اذا كان ق(س) = { ٢س^{٢} – ٥ ، س > ل ; ٢٧ ، س< ل }
و كانت نـــها ق(س) موجوده , فجد قيمه الثابت ل ؟
س←ل

التـــفـــاضـل

١- متوسط التغير :

التغير في قيم س = Δ س = س$_{٢}$ – س$_{١}$
التغير في قيم ص = Δ ص = ص$_{٢}$ – ص$_{١}$
التغير في الاقتران = Δ ق(س)
= ق(س $_{٢}$) – ق(س$_{١}$)
= Δص = Δق (س)
متوسط التغير = ص$_{٢}$ – ص$_{١}$ / س$_{٢}$ – س$_{١}$ = ق(س $_{٢}$) – ق(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$

متوسط التغيرو معدل التغير و ميل القاطع هم نفس الشئ

(٢٥) إذا كان ق (س) = ٢س + ٣ فجد ما يلي :
أ) مقدار التغير في السينات إذا كانت س= ٢ وتغيرت لتصبح ٤
ب) مقدار التغير في الاقتران
أ) Δس = س$_{٢}$ – س$_{١}$
=٤ – ٢ = ٢
ب) Δ ق(س) = ق(س$_{٢}$)– ق(س$_{١}$)
= ق(٤)– ق(٢)
= (٢(٤) + ٣) - (٢(٢) + ٣)
= ١١ – ٧ = ٤

---

(٢٦) يتغير طول ضلع المكعب من ٥سم إلى ٣سم، ما مقدار التغير في حجم المكعب
الحل:حجم المكعب = ح = س^{٣}
Δ ح = ح$_{٢}$ – ح$_{١}$
= (٣)^{٣} – (٥)^{٣} = ٢٧ – ١٢٨ = - ٩٨

---

(٢٧) يتغير طول ضلع المربع بعد تعرضه للحراره من ٤سم إلى ١سم، ما مقدار التغير في مساحه المربع؟
الحل: مساحه المرابع = م = س^{٢}
Δ م = م$_{٢}$ – م$_{١}$
= (٤)^{٢} – (١)^{٢}
= ١٦ – ١ = ١٥

---

(٢٨) إذا كان ق (س) = س^{٢} – ٦ فجد متوسط التغير في ق(س) إذا كانت س$_{١}$ = ٢ ، س$_{٢}$ = ٥ ؟
الحل:متوسط التغير= ق(س$_{٢}$) – ق(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$
= ق (٥) – ق (٢) / ٥ – ٢
= [(٥)^{٢}–٦]–[(٢)^{٢}–٦] / ٣ = ٩+١٢ / ٣ = ٧

---

(٢٩) إذا كانت ق(س)= √(س+٣) و كانت س$_{١}$=٣ ، Δس= ٨ فجد متوسط التغير؟
متوسط التغير= ق(س$_{٢}$) – ق(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$
= ق(١١) – ق(٣) / ٨
= √(٣×٢)+٣ – √(١١×٣)+٣ / ٨
= ٥ – ٣ / ٨ = ١ / ٤

Δس = س$_{٢}$ – س$_{١}$
٨ = س$_{٢}$ – ٣
س$_{٢}$ = ١١

---

(٣٠) إذا كان ق (٥)= ٨ ق (٧) =١٢ فجد معدل التغير للاقتران عندما تتغير س من ٥ إلى ٧
معدل التغير = ق(س$_{٢}$)– ق(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$
= ق (٧) – ق (٥) / ٧ – ٥ = ١٢ – ٨ / ٢ = ٢

---

(٣١)إذا كان متوسط التغير لـ ق(س) عندما تتغير س من س= ١ الى ٣=٦ وكان هـ(س)= ق(س)+٥س فجد متوسط التغير هـ(س) عندما تتغير س من ١ الى ٣؟
متوسط التغير لـ ق(س) = ق(س$_{٢}$) – ق(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$
٦ = ق(٣) – ق(١) / ٣ - ١
ق(٣) – ق(١) = ١٢
متوسط التغير لـ هـ(س)
= هـ(س$_{٢}$) – هـ(س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$ = هـ(٣) – هـ(١) / ٣ – ١
= [ق(٣)+(٥×٣)] – [ق(١)+(٥×١)] / ٢
= ق(٣) + ١٥ –ق(١) - ٥ / ٢
= ق(٣) –ق(١)+١٠ / ٢ = ١٢+ ١٠ / ٢ = ١١

---

(٣٢) إذا كان ق (س)= { ٣س ١≤ س ≤ ٣ ; ٥– س ٣ < س ≤ ٥ }
فجد معدل التغير للاقتران ق عندما نغير س من ٣ إلى ٥ ؟
الحل:معدل التغير = ق (س$_{٢}$) – ق (س$_{١}$) / س$_{٢}$ – س$_{١}$
= ق (٥) – ق (٣) / ٥ – ٣
= (٥–٥) – (٣ ×٣) / ٢ = ٠–٩ / ٢ = – ٩ / ٢

(٣٣) إذا كان ص = ق(س) = ٣− س^{٢} جد ميل القاطع المار بالنقطتين (٠، ٣)(−٢، −١)

الحل: ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

$= \frac{-١ - ٣}{-٢ - ٠} = \frac{-٤}{-٢} = ٢$

---

(٣٤)إذا كان ص = ق(س) =٢+س^{٢} فجد ميل القاطع المار بالنقطتين (٢،ق(٢)) (٤ ،ق(٤))

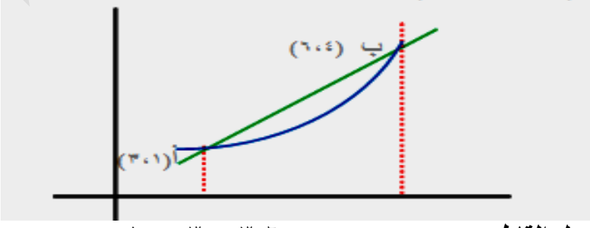
ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$

$= \frac{ق(٤) - ق(٢)}{٤ - ٢}$

$= \frac{(٢+ (٤)^{٢}) - (٢+ (٢)^{٢})}{٢} = \frac{١٨ - ٦}{٢} = ٦$

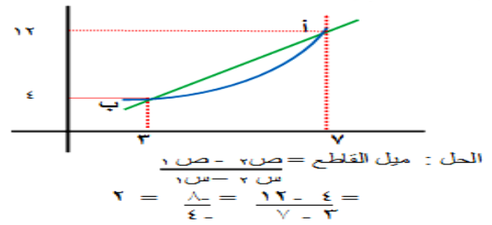
---

(٣٥) معتمدا على الشكل المجاور جد ميل القاطع المار بالنقطتين أ ، ب ؟



ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{٦-٣}{٤-١} = \frac{٣}{٣} = ١$

(٣٦) معتمدا على الشكل ادناه جد ميل القاطع المار بالنقطتين أ , ب



الحل : ميل القاطع = $\frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}} = \frac{١٢ - ٤}{٧ - ٣} = \frac{٨}{٤} = ٢$

السرعه المتوسطه = متوسط السرعه

$\bar{ع} = \frac{ف(ن_{٢}) - ف(ن_{١})}{ن_{٢} - ن_{١}}$

(٣٧)يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن)=ن^{٢}+٣ حيث ف المسافة بالأمتار ن الزمن بالثانية ، احسب السرعة المتوسطة في الفترة [٥، ٢]

$\bar{ع} = \frac{ف(ن_{٢}) - ف(ن_{١})}{ن_{٢} - ن_{١}}$

$= \frac{ف(٢) - ف(٥)}{٢ - ٥}$

$= \frac{((٢)^{٢} + ٣) - ((٥)^{٢} + ٣)}{-٣} = \frac{-٢١}{-٣} = ٧$

٢- اسئله المجاهيل

(٣٨) إذا كان مقدار التغير في س = ٦ عندما تتغير س من س$_{١}$=١ الى س$_{٢}$ فان قيمة س$_{٢}$ تساوي؟

Δ س = س$_{٢}$ − س$_{١}$

٦ = س$_{٢}$ − ١ س$_{٢}$= ٦ + ١ = ٧

(٣٩)إذا علمت ان مقدار التغير في الاقتران ق(س)=١٣ عندما تتغير س من ٢ الى ٤ و كان ق(٢)=٢ فان (٤) تساوي؟

Δ ق(س) = ق (س$_{٢}$) − ق(س$_{١}$)

١٣ = ق(٤) − ق(٢)

١٣ = ق(٤) - ٢ ق(٤) = ١٣ + ٢ = ١٥

(٤٠) إذا كان ق (س) =ب س^{٢} + ٣ ، س ∋ [١ ، ٣] وكان التغير في الاقتران = ١٦ , فجد قيمه ب ؟

الحل: Δ ق(س) = ق (س$_{٢}$) − ق(س$_{١}$)

١٦ = ق (٣) − ق (١)

١٦ = [ب (٣)^{٢} + ٣] - [ب (١)^{٢} + ٣]

١٦ = ٩ب + ٣ − ب ب = ٢

---

(٤١) إذا كان متوسط التغير للاقتران ق= −٢ و تغير س من ١ الى ٥ و كان ق(٥)=١٠، اوجد ق(١)؟

متوسط التغير= $\frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

$-٢ = \frac{ق(٥) - ق(١)}{٥ - ١}$

$-٢ = \frac{١٠ - ق(١)}{٤}$

−٢×٤ = ١٠− ق(١) ← ق(١) = ١٠+٨ = ١٨

---

(٤٢) اذا كان ق(س) = { ٢س^{٢} , ١≤ س≤٤ ; ب س , ٤< س<٧ }

و كان معدل التغير في الاقتران ق عندما تتغير س من ٣ الى ٥ هو ٦ فجد قيمه الثابت ب؟

الحل: معدل التغير = $\frac{ق(س_{٢}) - ق(س_{١})}{س_{٢} - س_{١}}$

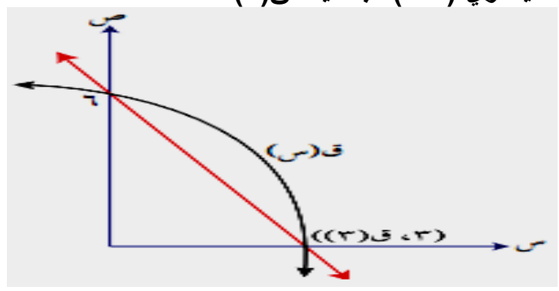
$٦ = \frac{ق(٥) - ق(٣)}{٥ - ٣}$

$٦ = \frac{(ب \times ٥) - (٢ \times ٣^{٢})}{٢}$

١٢ = ٥ب − ١٨ ٣٠ = ٥ب ٦ = ب

---

(٤٣) اذا كان ميل القاطع لمنحنى الاقتران ق(س) في الشكل ادناه يساوي (-٢) فجد قيمه ق(٣)



---

(٤٤) اذا كانت ق(س)= ل وكان متوسط التغير لـ ق(س) عندما تتغير س من صفر الى ٣ يساوي -٢ فجد قيمه (ل)

٣- طرق ايجاد المشتقه الاولى يرمز لها بالرمز

قَ(س) ، صَ ، $\frac{د ص}{د س}$ ، $\frac{د ق(س)}{د س}$

---

١) التعريف العام

اذا كتب السؤال كلمه بالتعريف العام او القانون العام

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

مفكوك الاقواس

(س+ه)^{٢} = س^{٢} +ه^{٢}+٢سه

(س+ه)^{٣} = س^{٣}+ه^{٣}+٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}

---

٤٥) ق(س)=س^{٣} − ٣ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف ؟

الحل: قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{(س+ه)^{٣} - ٣ - (س^{٣} - ٣)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{س^{٣}+ه^{٣}+٣س^{٢}ه - ٣ - س^{٣} + ٣}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}+ه^{٣}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها ه(٣س^{٢}+٣سه+ه^{٢}) = ٣س^{٢} ه←٠

(٤٧) اذا كان ق(س)=٣س − ٢ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة ؟

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣(س+ه) - ٢ - (٣س - ٢)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س+٣ه - ٢ - ٣س + ٢}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣ه}{ه}$ = نـــــها ٣ = ٣ ه←٠

---

(٤٦) ق(س) = س^{٣} + ٦ فجد صَ باستخدام قانون المشتقة

= نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{(س+ه)^{٣} + ٦ - (٢س^{٣} + ٦)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{س^{٣}+ه^{٣}+٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}+٦-٢س^{٣}-٦}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}+ه^{٣}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها ه (٣س^{٢}+٣سه+ ه^{٢}) = ٣س^{٢} ه←٠

(٤٨) ق(س)=٣س^{٣} − ٤ اوجد قَ(س) باستخدام تعريف ؟

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣(س+ه)^{٣} - ٤ - (٣س^{٣} - ٤)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣(س^{٣}+ه^{٣}+٣س^{٢}ه+٣سه^{٢}) - ٤ - ٣س^{٣} + ٤}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٣س+٣ه^{٣}+٩س^{٢}ه+٩سه^{٢} - ٤ - ٣س^{٣} + ٤}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٩س^{٢}ه+ ٣ه^{٣}+٩سه^{٢}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{ه(٩س^{٢}+ ٣ه^{٢}+٩سه)}{ه}$ = ٩س^{٢} ه←٠

(٤٩) جد المشتقة الأولى للاقتران ق حيث أن ق(س) = $\frac{٤}{١-٣س}$ باستخدام تعريف المشتقة ؟

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{\frac{٤}{١-٣(س+ه)} + \frac{٤}{١-٣س}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٤(١-٣س) - ٤(١-٣(س+ه))}{ه(١-٣(س+ه))(١-٣س)}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{-١٢س+٤+١٢س+١٢ه}{ه(١-٣(س+ه))(١-٣س)}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{١٢ ه}{ه(١-٣(س+ه))(١-٣س)}$ (هـ)

= $\frac{١٢}{(١-٣(س+٠))(١-٣س)}$ = $\frac{١٢}{(١-٣س)^{٢}}$

---

(٥٠)جد المشتقة الأولى للاقتران ق(س) ق(س)=$\sqrt{٤+٣س}$

قَ(س) = نـــــها $\frac{ق(س+ه) - ق(س)}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{\sqrt{٤+٣(س+ه)} - \sqrt{٤+٣س}}{ه}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{\sqrt{٤+٣(س+ه)} - \sqrt{٤+٣س}}{ه} \times \frac{\sqrt{٤+٣(س+ه)} + \sqrt{٤+٣س}}{\sqrt{٤+٣(س+ه)} + \sqrt{٤+٣س}}$ ه←٠

= نـــــها $\frac{٤+٣س+٣ه - ٤ - ٣س}{ه(\sqrt{٤+٣(س+ه)} + \sqrt{٤+٣س})}$

= $\frac{٣}{\sqrt{٤+٣س} + \sqrt{٤+٣س}}$ = $\frac{٣}{٢\sqrt{٤+٣س}}$

(٥١) جد المشتقة الأولى ق(س) = ٧ باستخدام تعريف
قَ(س) = نـــــها ق(س+هـ)-ق(س)
هـ←٠ هـ
= نـــــها ٧ - ٧ = صفر
هـ←٠ هـ

(٥٢) باستخدام تعريف المشتقة لإيجاد المشتقة الأولى
ق(س) = س^{٢}+٣س-٥ عند س= ٢ ؟
الحل : قَ(س) = نـــــها ق(س+هـ)-ق(س)
هـ←٠ هـ
= نـــــها (س+هـ)^{٢} + ٣(س+هـ) - ٥-(س^{٢}+ ٣س-٥)
هـ←٠ هـ
= نـــــها س^{٢}+هـ^{٢}+٢سهـ +٣س+٣هـ -٥ - س^{٢}- ٣س+٥
هـ←٠ هـ
= نـــــها ٢سهـ+هـ^{٢}+٣هـ
هـ←٠ هـ
= نـــــها هـ (٢س +هـ+٣)
هـ←٠ هـ
= ٢س + ٠+٣
= ٢س + ٣

قَ(٢) = ٢ (٢) + ٣ = ٧

(٥٣) اذا كان ص=ق(س) و كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س الى (س+هـ) هو ٥سهـ + ٣هـ^{٢} + ٧هـ فجد قَ(س)؟
الحل: قَ(س)= نـــــها Δ ص
هـ←٠ هـ
= نـــــها ٥سهـ + ٣هـ^{٢} + ٧هـ
هـ←٠ هـ
= نـــــها هـ (٥س + ٣هـ + ٧)
هـ←٠ هـ
= ٥س + ٧

✓ يستعمل هذا القانون اذا اعطانا التغير في الاقتران (Δق(س)) (Δص)و طلب المشتقه

(٥٤) اذا كان ص=ق(س) و كان معدل تغيرالاقتران ق(س) هو س^{٢} – ٥س هـ , فجد قَ (س) ؟
الحل: قَ(س)= نـــــها Δ ص
هـ←٠ Δ س
= نـــــها (س^{٢} – ٥س هـ)
هـ←٠
= س^{٢} – ٥س (٠) = س^{٢}

✓ يستعمل هذا القانون اذا اعطانا متوسط (معدل) التغيرو طلب المشتقه

٢) قواعد الاشتقاق (الطرق السريعة)

تسعمل دوما ما لم يذكر كلمه التعريف او القانون

(٥٥) جد المشتقة الأولى في كل من الحالات التالية :
(١) ق(س)=(٢س^{٢}+س)(٥س–س^{٣})
(٢) ق(س)= $\frac{س^{٢}+٥س}{س^{٣}+٧}$
(٣) ق(س)= $\frac{٣}{٤+٢س^{٢}}$

مشتقه الضرب = (مشتقه الاول) (الثاني) + (مشتقه الثاني) (الاول)

(١) قَ(س)= (٤س+١)(٥س–س^{٣})+(٥–٣س^{٢})(٢س^{٢}+س)

مشتقه القسمه = $\frac{\text{(مشتقه الاول) (الثاني) - (مشتقه الثاني) (الاول)}}{\text{(الثاني)}^{٢}}$

(٢)قَ(س)= $\frac{(٢س+٥)(س^{٣}+٧)-٣س^{٢}(س^{٢}+٥س)}{(س^{٣}+٧)^{٢}}$

(٣) قَ(س)= $\frac{-٣(٤س)}{(٤+٢س^{٢})^{٢}}$

- الثابت (مشتقه الثاني) / (الثاني)^{٢}

مشتقه الجذور

- جذر تربيعي: مشتقه ما داخل الجذر / ٢ *(الجذر نفسه)
- جذر مش تربيعي: يلزم تجهيزه اولا ثم اشتقاقه

(٤) ص = $\sqrt{س^{٢}+٥س}$

(٥) ص = $\sqrt[٣]{س}$

(٦) ق(س) = $\sqrt[٣]{س^{٣}+٧س}$

الحل :

(٤) قَ(س) = $\frac{٢س+٥}{\sqrt{س^{٢}+٥س}}$

(٥) ص = (س)$^{١/٣}$
صَ = ١/٣ (س)$^{-٢/٣}$
= $\frac{١}{٣\sqrt[٣]{س^{٢}}}$

اقتران مركب (نشتق القوة) (حشوة)

٦) ق(س) = (س^{٣} + ٧س)$^{-١/٣}$

قَ(س) = $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{١}{٣}$(س^{٣}+٧س)$^{-٢/٣}$(٣س^{٢}+٧)

= $\frac{١}{٣}\sqrt{\frac{(٣س^{٢}+٧)}{(س^{٣}+٧س)^{٢}}}$

٧) ق(س) = ٢جا ٧س + جتا ٤س^{٢}

(٨) ق(س) = س^{٢} + ٥ظا ٣س

(٩) ص = ٢س ظا٣س

(١٠) ص= ٩س جا٤س

(١١) ص = ٣س^{٢} ظا (٥س – س^{٢})
الحل:
(٧) قَ(س) = ٢ (جتا ٧س) (٧) + (- جا ٤س^{٢}) (٨س)
(٨) صَ = ٢س + ٥ (قا^{٢} ٣س) (٣)
(٩) صَ=(٢) (ظاس٣س)+(قا^{٢}٣س) (٣) (٢س)
(١٠) صَ=(٩) (جا٤س) +(جتا٤س) (٤) (٩س)
(١٥) ص = (س^{٢}+٥)^{٦}
(١٦) ص = $\frac{٥}{(٢س-٤)^{٦}}$
(١٧) ص = (جتا٥س)^{٣}
(١٨) ق(س)= ظا^{٣}٥س
(١٥) $\frac{د ص}{د س}$ = ٦(س^{٢}+٥)^{٥}×٢س
(١٦) $\frac{د ص}{د س}$ = $\frac{-٥\times٦(٢س-٤)^{٥}\times٢}{(٢س-٤)^{٦}}$
(١٧) صَ = ٣(جتا٥س)^{٢} (- جا٥س) (٥)
(١٨) قَ(س)= ٣(ظا٥س)^{٢} (قا^{٢}٥س) (٥)

(٢٠) ص = قـا (٣س -٥)
(٢١) ص =٣ قـا^{٢} (٢+٤س)
(٢١) ص = جا^{٣} س (٥ – جتا٣س)
(٢٢) ق(س) = (س^{٢} جا ٣س)^{٣} ظـا ٥س
الحل:
(٢٠) نستعمل متطابقه قـا س = $\frac{١}{جتـا س}$ فتصبح

ق(س) = $\frac{١}{جتـا (٣س -٥)}$
قَ(س)= $\frac{-١\times-جـا(٣س-٥)(٣)}{[جتـا(٣س-٥)]^{٢}}$
(٢١) ص = $\frac{٣}{جتـا^{٢}(٢+٤س)}$
صَ = $\frac{-٣\times٢(جتـا(٢+٤س))(-جـا(٢+٤س)(٤)}{[جتـا^{٢}(٢+٤س))]^{٢}}$

(٥٦) ق(٤)= ، هـ(٤) = , قَ(٤)= ٧ ، هـَ(٤) = -٥ فجد:
أ) (ق.هـ) (٤)
الحل: (قاعده الضرب)
قَ(٤) × هـ(٤) + هـَ(٤) × ق(٤)
= (٧ × ٢) + (-٥ × ٥) = ١٤ + - ٢٥ = -١١

ب) اذا كان ل(س) = ٢س ق(س) فجد لَ(٢)
لَ(س)=(٢) ق(س) + قَ(س) (٢س)
لَ(٤)= ٢ق(٤)+(قَ(٤)) × (٢×٤)
=(٢×٥)+(٧ × ٨) = ١٠ + ٥٦ = ٦٦

(٥٧) اذا علمت ان ق(س)=٤س^{٥}–٢س+٩ فان نـــــها ق(١+هـ)-ق(١) تساوي؟
هـ←٠ هـ
الحل: المطلوب هو قَ(١) و نشتقه بالطريق السريعه
:. قَ(س)= ٢٠س^{٤} – ٢
قَ(١)= ٢٠(١)^{٤}–٢= ٢٠– ٢
= ١٨

(٥٨) إذا كان ص =٢ س^{٣}+٧ س فجد $\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$
$\frac{دص}{د س}$ = ٦ س^{٢} + ٧
$\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}$ = ١٢ س

(٥٩)إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٤}}{١٢}$ + $\frac{س^{٣}}{٣}$ + ٦س – ٤
فجد قيمة س التي تجعل قً(س) = صفر ؟
الحل قَ(س) = $\frac{٤س^{٣}}{١٢}$ + س^{٢} + ٦
قً(س) = س^{٢} + ٢س = صفر
= س (س + ٢) = ٠
س = ٠ او س = -٢

(٦١)إذا كان ص = ع^{٣}+٤ع ، ع=٢ س+٥ جد $\frac{د ص}{د س}$ ؟
٣ رموز : قاعده السلسله
$\frac{دص}{د ع}$ = ٣ع^{٢} + ٤ ، $\frac{د ع}{د س}$ = ٢
$\frac{دص}{د س}$ = $\frac{دص}{د ع}$ × $\frac{د ع}{د س}$
= (٣ع^{٢} + ٤) × ٢
= ٣[(٢س+٥)^{٢} +٤] × ٢

(٦٢) إذا كان ص = ٢ ع^{٣}+ ع^{٢} ، ع = ٣س^{٢}+١ جد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ ؟
$\frac{دص}{د س}$ = ٢ع^{٢} + ٢ ، $\frac{د ع}{د س}$ = ٦ س
$\frac{دص}{د س}$ = $\frac{دص}{د ع}$ × $\frac{د ع}{د س}$
= (٢ + ٢ع) × ٦ س = ٢[٢ + (٣س^{٢} + ١)]× ٦ س
$\frac{د ص}{د س}$ = ٦٠

(٦٣) اذا كان ق(س) = ٢ جتا ٣س فجد قَ(س) – ٢ ق (س) ؟ ؟؟

اسئله المجاهيل

(٦٤) اذا كان ق(س) = ٢أ س^{٣} – ب س^{٣} - ٥ و كان قَ(١) = ٦ , قَ(٠) = ١٢ , فجد قيم الثابتين أ , ب

الحل: ق (س) = ٤أ س – ب ٣س^{٢}

قَ(١) = ٤أ(١) – ٣ب (١)^{٢}

٤أ – ٣ب = ٦ ----------(١)

قَ(س) = ٤أ – ٦ب س

قَ(٠) = ٤أ – ٦ب (٠)

٤أ = ١٢ (بالقسمه على ٤)

أ = ٣

نعوض قيمه أ في المعادله (١) لايجاد(ب)

٤أ – ٣ب = ٦

٤(٣) – ٣ب = ٦

١٢ – ٣ب = ٦ ٣- ب = ٦- ب = ٢

(٦٥) اذا كان ق(س) = ب^{٢} س^{٣} – ١٢س^{٢} , فجد قيمه (قيم) الثابت (ب) التي تجعل قَ(٢)= ٢٤

الحل: ق (س) = ب^{٢} ٣س^{٢} – ٢٤ س

قَ(س) = ب^{٢} ٦س - ٢٤

قَ(٢) = ب^{٢} ٦(٢) - ٢٤

١٢ ب^{٢} - ٢٤ = ٢٤

١٢ ب^{٢} = ٤٨ ب^{٢} = ٤ ب = ٢ , ٢-

(٦٦) اذا كان ق(س) = (أ س -١)^{٤} , فجد قيمه الثابت (أ) التي تجعل قَ(٠)= ٤٨

الحل: قَ(س) = ٤ (أ س -١)^{٣} (أ)

قَ(س) = ١٢ (أ س -١)^{٢} (أ) (أ)

قَ(٠) = ١٢ (أ × ٠ -١)^{٢} (أ) (أ)

٤٨ = ١٢ (-١)^{٢} (أ) (أ)

٤٨ = ١٢ أ^{٢} (نقسم الطرفين على ١٢)

٤ = أ^{٢} أ= +٢ , -٢

(٦٧) اذا كان ق(س) = أ س^{٣} – ب س^{٢} + ٣ ,

وكان قَ(١) = ٧ , قً (١) = ١٩ ,فجد قيم التوابت أ , ب ؟

(٦٨) اذا كانت ق(س) = ب / (٣س +١) وكان قَ(١) = –١٥/١٦ فجد ب ؟؟؟

معادله المماس = قاعده المماس

ص – ص١ = م (س – س١)

س١ = تعطى من السؤال

ص١ = نعوض قيمه س١ في الاقتران الاصلي (ق(س))

م = ميل المماس = نشتق ثم نعوض بقيمه س

(٦٩) جد ميل المماس لمنحنى الاقتران ص= ٤س^{٢}+٥س عند س=١

الميل= قَ(س)= ٨س+٥

قَ(١)= ٨(١)+٥=١٣

(٧٠) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س)= ٣س+٥ عند النقطة(–٢،١)

الحل:

ص–ص١=م(س–س١)

س١ = ٢-

ص١ = ١

م = قَ(س) = ٣

قَ(–٢) = ٣

معادلة المماس : ص–١=٣(س+٢)

(٧١) جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٣س^{٢} + ٢س – ٣عندما س= ١

ص–ص١=م (س–س١)

س١ = ١

ص١ = ق(١) = ٣ + ٢ – ٣ = ٢

م = قَ(س) = ٦س + ٢

= ٦(١×) + ٢ = ٨

معادلة المماس : ص – ٢ = ٨(س – ١)

ف = المسافه
ع = السرعه
ت = التسارع
تنعدم السرعه ---- ع = صفر
ينعدم التسارع ---- ت = صفر
يتوقف الجسم ----- ف = صفر
اولا نكتب قانون ف ع ت
المطلوب نضعه في مربع و الثاني نحل معادلته لايجاد ن (الزمن) و نرجع للمربع نعوض فيه

(٧٢) يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن) = ن^{٣} - ن^{٢} + ٥ فجد ما يلي

(١) سرعة الجسم بعد مرور ٣ ثواني (السرعة اللحظية عند ن = ٣ ثانية)

(٢) تسارع الجسم عندما ن = ٣ (التسارع اللحظي عند ن = ٣ ثانية)

ف(ن) = ن^{٣} - ن^{٢} + ٥

ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٢ن

ت(ن) = ٦ن – ٢

١) ع(٣) = (٢×٣) – ٣(٣)^{٢} = ٦– ٢٧= – ٢١

٢) ت(٣) =٢–(٣×٦)=٢–١٨= – ١٦

(٧٣) اذا كانت ف(ن) = ٤ن^{٣} – ١٢ن + ٩ فما تسارع الجسم عندما تكون سرعته ٣٦م/ث

ف(ن) = ٤ن^{٣} – ١٢ن + ٩

ع = ١٢ ن^{٢} – ١٢

ت = ٢٤ ن

١٢ن^{٢} – ١٢ = ٣٦

١٢ن^{٢} = ٤٨ ← ن^{٢} = ٤٨/١٢ = ٤ ,, ∴ ن = ٢

ت (٢) = ٢٤ × ٢ = ٤٨

(٧٤) يتحرك جسم حسب العلاقة

ف(ن) = ن^{٣} – ٣ن^{٢} + ٨ ، حيث ف المسافة بالامتار ، ن الزمن بالثواني ، جد السرعة عندما تنعدم التسارع ؟

ف(ن) = ن^{٣} – ٣ن^{٢} + ٨

ت(ن) = ٣ن – ٦= ٠

٦ن/٦ = ٦/٦ ← ن = ١

ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٦ن

∴ ع(١) = ٣(١)^{٢}– ٦(١)

= ٣– ٦= – ٣

(٧٥) يتحرك جسم حسب العلاقة

ف(ن) = ن^{٣} – ٩ن^{٢}/٢ – ١٢ن – ٤، حيث ف المسافة بالأمتار ، ن الزمن بالثواني ، جدمتى تنعدم السرعة

ف(ن) = ن^{٣} – ٩ن^{٢}/٢ – ١٢ن – ٤

ع(ن) = ٣ن^{٢} – ٩ن – ١٢= ٠

ت = ٦ن – ٩

ع = ن^{٢} – ٣ن – ٤ = ٠

(ن–٤)(ن+١) = ٠

ن = ٤ ، –١←مرفوضة

∴ عندما ن = ٤ ثواني تنعدم السرع

التزايد و التناقص

اختبار المشتقه الاولى اختبار المشتقه الثانيه

النتائج

١-قيم س الحرجه ١-قيم س الحرجه

٢-القيم القصوى للاقتران ٢-القيم القصوى للاقتران

٣-فترات التزايد و التناقص

طريقه الحل

١- نشتق الاقتران = صفر و نحل المعادله لايجاد قيم س الحرجه (اصفار المشتقه الاولى)

٢-نفحص على خط الاعداد ٢- نشتق مشتقه ثانيه و ونعوض قيم س الحرجه بها لفحص الاشارة

+ = متزايد + = صغرى

- = متناقص - = عظمى

قمة = عظمى

قاع = صغرى

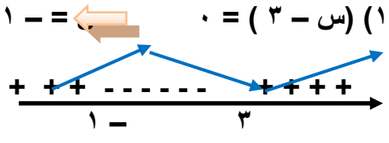
(٧٦) اذا كان ق(س)= س^{٣}–٣س^{٢}–٩س+١٢جد ما يلي:١) فترات التزايد و التناقص ٢) القيم الحرجه ٣) القيم القصوى للاقتران

الحل :

قَ (س) = ٣س^{٢} – ٦س – ٩ = ٠ (نقسم على ٣)

س^{٢} – ٢س – ٣ = ٠

(س + ١) (س – ٣) = ٠ س = – ١ ، ٣



قَ(س)

١) الاقتران متزايد(–∞،–١]، [٣ ،+ ∞)

تناقص [٣ , –١] .

٢) قيم س الحرجة = – ١ ، ٣

٣) للاقتران قيمة عظمى محليه عند س= – ١ وقيمتها ق(–١) = (-١)^{٣} + ٣(-١)^{٢} -٩(-١) + ١٢ = ١٧

للاقتران قيمة صغرى محليه عند س = ٣ وقيمتها ق(٣) = (٣)^{٣} + ٣(٣)^{٢} -٩(٣) + ١٢ =٣٩

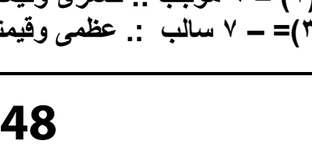
(٧٧) اذا كان ق(س)=(س–٦)^{٣} فجد فترات التزايد و التناقص للاقتران

الحل:

قَ(س)= ٣(س–٦)^{٢} = ٠

س – ٦ = ٠

س = ٦



الاقتران متزايد على ح ولا يوجد قيم قصوى للاقتران قيم س الحرجة عند س = ٦

(٧٨) اذا كان ق(س) = س^{٣} – ٧٥س باستخدم اختبار المشتقة الثانية لايجاد القيم القصوى للاقتران

الحل:

قَ(س) = ٣س^{٢} – ٧٥ = ٠

٣س^{٢} = ٧٥

س^{٢} = ٢٥ ← س = ± ٥

قً(س) = ٦س

قً(٥) = ٦×٥ = ٣٠ , موجب ∴ قيمة صغرى محليه

قً(–٥) = ٦×–٥ = –٣٠ سالب ∴ قيمة عظمى محليه

(٧٩) إذا كان ق(١)= –٤، قَ(١)=٠ ,

قً(١)=٦ ق(٣)=٨ قَ(٣)=٠ , قً(٣)= –٧

فجد١) قيم س الحرجه

٢) القيمة العظمى والصغرى للاقتران

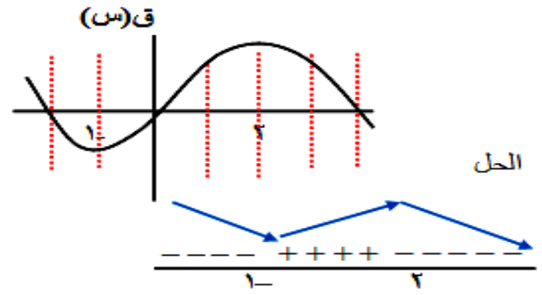
١) قَ(١)=٠ ، قَ(٣)=٠

∴ القيم الحرجة عند س = ١،٣

٢) قً(١) = ٦ موجب ∴ صغرى وقيمتها ق(١)= –٤

قً(٣)= – ٧ سالب ∴ عظمى وقيمتها = ق(٣)= ٨

(٨٠) الرسم يمثل منحنى ق(س) اعتمد على الرسم في ايجاد:
١)فترات التزايد والتناقص للاقتران ق(س)
٢) قيم س الحرجة
٣)القيم القصوى المحليه (ان وجدت)
٤) قَ(–١) ، قَ(٢)

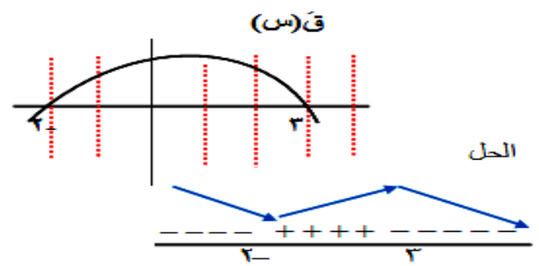


١) الاقتران متزايد في [–١ ، ٢]
ومتناقص في (–∞،–١]،[٢،∞)

٢) قيم س الحرجة عند س = –١ ، ٢

٣) قَ(–١) = صفر
قَ(٢) = صفر
} لانهم نقط حرجة

(٨١) يمثل الشكل المجاور منحنى قَ(س) جد ما يلي:
١) فترات التزايد والتناقص
٢) القيم س الحرجة للاقتران ق(س)
٣) القيم القصوى

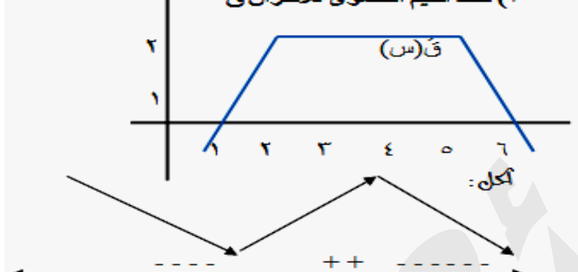


١) الاقتران متزايد في [–٢ ، ٣]
ومتناقص في (–∞،–٢]،[٣،∞)

٢) قيم س الحرجة عند س = –٢ ، ٣

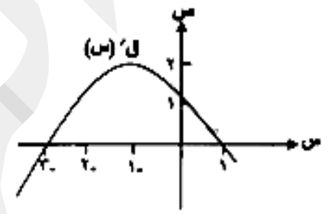
٣)) للاقتران قيمة عظمى عند س= ٣
وقيمتها = ق(٣)
للاقتران قيمة صغرى عند س = –٢
وقيمتها = ق(–٢)

يمثل الشكل المجاور منحنى المشتقة الأولى للاقتران ق
قَ (٣)= قَ (٥)= ٢
قَ(١)= قَ(٦)= صفر
اعتمد على الشكل في إيجاد
١) قيم س الحرجة
٢) فترات التزايد والتناقص للاقتران ق
٣) نقط القيم القصوى للاقتران ق



١) س = ١ ، ٦
٢) تزايد [١ ، ٦]
تناقص (- ∞ ، ١] ، [٦ ، ∞)
٣) عظمى عند س = ٦ و قيمتها ق(٦)
صغرى عند س = ٢ و قيمتها ق(١)

معتمدا على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقه الاولى للاقتران ق(س) المعرف على ح, اجب عما يأتي:
١)كم عدد القيم الحرجه للاقتران ق؟
٢)اكتب قيم س التي يكون للاقتران عندها قيم قصوى و بين نوعها
٣) جد نهـــا $\frac{ق(-١+هـ) - ق(-١)}{هـ}$ هـ ← ٠



اسئله المجاهيل

(٨٢) جد قيم س التي يكون عندها ميل المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ٢س^{٣} – ٣س ساوي ٩
الحل :م = ٤س – ٣
٩ = ٤س – ٣
٤س = ١٢ س = ٣

(٨٣) إذا كان ميل المماس للاقتران ق(س)=(٢–س)^{٤} عند النقطة (س١،ص١) يساوي ٤ ، فجد قيم س١
الحل: م = قَ(س) = ٤ (٢ – س)^{٣} (-١)
= -٤ (٢ – س)^{٣}
٤ = ٤ (٢ – س)^{٣} (نقسم الطرفين على -٤)
-١ = (٢ – س)^{٣} (الجذر التكعيبي على الطرفين)
-١ = ٢ – س
س = ٣

(٨٤) اذا كان ق(س) = ل س^{٢} + ١٢س -٣ , حيث ل عدد ثابت و كان ميل المماس عندما س = ٢ هو ٢٤, فجد قيمه الثابت ب ؟
الحل: م = قَ(س) = ٢ل س + ١٢
قَ(٣) = ٢ل (٣) + ١٢
٢٤ = ٦ل + ١٢
١٢ = ٦ل ل = ٢

(٨٥) يتحرك جسيم بحيث كان بعده عن نقطه الاصل بالامتار بعد ن ثانيه من بدء حركته معطى بالعلاقه
ف(ن) = ٤ن^{٢} . اذا كانت سرعته المتوسطه في الفترة الزمنيه [٠ , ب]تساوي سرعته اللحظيه بعد مرور ٢ ثواني فجد قيمه أ ؟
الحل:ف = ٤ن^{٢} ع = ٨ن ت = ٨
ع(٢) = ٨ × ٢ = ١٦
السرعه اللحظيه = ع = $\frac{ف(ن_{٢}) - ف(ن_{١})}{ن_{٢} - ن_{١}}$
= $\frac{ف(ب) - ف(٠)}{ب - ٠}$
= $\frac{٤(ب)^{٢} - ٤(٠)^{٢}}{ب}$
= $\frac{١٦ = ٤ب^{٢}}{ب}$
١٦ب = ٤ب^{٢}
١٦ب – ٤ب^{٢} = صفر
٤ب (٤ – ب) = صفر ب = صفر (تهمل) , ب = ٤

(٨٦) يتحرك جسيم وفق العلاقه ف(ن) = ل (ن-٢)^{٣} , حيث ف المسافه التي يقطعها الجسيم بالامتار , ن الزمن المحتسب بالثواني , اذا كان تسارع الجسيم بعد مرور ٤ ثواني تساوي ٤٨ م / ث^{٢} , فجد قيمه الثابت ل
ف = ل (ن – ٢)^{٣}
ع = ٣ل (ن – ٢)^{٢} (١)
ت = ٦ل (ن – ٢)
ت (٤) = ٦ل (٤-٢) ٤٨ = ١٢ ل ٤ = ل

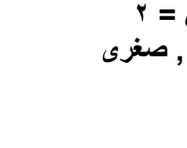
إذا كان للاقتران ق(س)=٣أس^{٢}+١٢س نقطة حرجة عند س=١ فما قيمة أ؟
قَ(س) =٦أ س+١٢
قَ(١)=(٦أ×١)+١٢=٠
٦أ = –١٢ ← أ= –٢
٦ ٦
قَ (النقطه الحرجه) = صفر

تطبيقات على القيم القصوى

خطوات الحل:
١) نرسم شكل توضيحي للسؤال (إن أمكن)
٢) تكوين الاقتران أو المعادلة حسب المقدار المطلوب
٣) تحويل المعادلة إلى متغير واحد فقط
٤) نشتق ونساوى المشتقة بالصفر لإيجاد القيمة الحرجة (المطلوب)
٥) نختبر القيم الحرجة باستخدام اختبار المشتقة الأولى أو الثانية

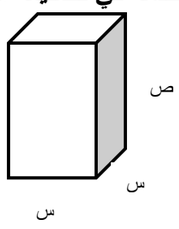
(٨٨) جد العددان اللذين مجموعها (٤٠) وحاصل ضربهما اكبر ما يمكن
الحل: نفرض العدد الأول = س العدد الثاني = ص
س+ص= ٤٠ ← ص=٤٠– س
ل = حاصل ضربهم
ل = س× ص
ل= (٤٠– س) س
=٤٠س– س^{٢}
لَ=٤٠– ٢س= ٠
٤٠ =٢س ← س = ٢٠ لً= – ٢<٠ ∴ عظمى
العدد الاول = س = ٢٠ العدد الثاني = س = ٤٠–٢٠= ٢٠
∴ العددان ٢٠ ، ٢٠

٨٩) قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها ٤٠٠ متر جد بعدي القطعة لتكون مساحتها اكبر ما يمكن
الحل:



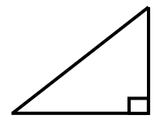
المحيط = ٢ س + ٢ ص= ٤٠٠
٢ ص = ٤٠٠– ٢ س
ص = ٢٠٠ – س
المساحة = م = س × ص
= س (٢٠٠ – س)
م = ٢٠٠ س – س^{٢}
مَ = ٢٠٠ – ٢ س = ٠
٢٠٠= ٢س ← س = ١٠٠
مً (س) = - ٢<٠ ∴ عظمى
ص = ٢٠٠ – س
= ٢٠٠ – ١٠٠ = ١٠٠

(٩٠) صندوق معدني قاعدته مربعة الشكل بلا غطاء حجمه ٤ سم^{٣} ما أبعاده لتكون كمية المادة المستخدمة في تصنيعه اقل ما يمكن ؟



الحل :
المساحة = م= س^{٢}+ ٤س ص
م = س^{٢}+ $\frac{٤س×٤}{س^{٢}}$
م = س^{٢} + $\frac{١٦}{س}$
مَ= ٢ س + $\frac{–١٦(١)}{س^{٢}}$ = ٠
٢س = $\frac{١٦}{س^{٢}}$
٢س^{٣}= ١٦ س^{٣}= ٨ ← س = ٢
مَ=٢– $\frac{٢س×١٦}{س^{٤}}$=٢–$\frac{(١٦)(٢)}{(٢)^{٤}}$ موجب , صغرى
ص= $\frac{٤}{س^{٢}}$ = $\frac{٤}{(٢)^{٢}}$ = $\frac{٤}{٤}$ = ١

(٩١) مثلث قائم الزاوية مجموع ضلعي القائمة =٢٠سم جد اكبر مساحة ممكنة للمثلث .؟



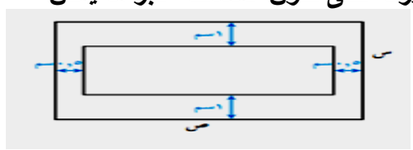
الحل :
س+ص=٢٠
ص=٢٠– س
المساحة = م =$\frac{1}{2}$×س× ص
=$\frac{1}{2}$×س×(٢٠– س)
=١٠ س– $\frac{س^2}{2}$
مَ =١٠ – س=٠ س=١٠
مً = – ١<٠ :. عظمى
ص= ٢٠ – س
=٢٠–١٠=١٠
اكبر مساحة = $\frac{1}{2}$×س×ص
=$\frac{1}{2}$ ×١٠×١٠ =٥٠

(٩٢) يراد تسيج قطعة ارض مستطيلة الشكل إذا كانت تكلفة المتر الواحد من الجانبيين المتوازيين هي ٦ دنانير ومن الجانبين الآخرين هي ٣ دنانير فجد مساحة اكبر قطعة يمكن تسيجها بمبلغ ٢٤٠٠ دينار

الحل:

السياج =(٢س×٦)+(٢ص×٣)
١٢س+ ٦ ص=٢٤٠٠
٦ص=٢٤٠٠– ١٢س
ص=٤٠٠– ٢س
م= س× ص
= س×(٤٠٠– ٢س)
م =٤٠٠س – ٢س^2
مَ =٤٠٠ – ٤س=٠
٤٠٠ =٤ س← س=$\frac{٤٠٠}{٤}$ =١٠٠
مً = – ٤<٠ :. عظمى
ص =٤٠٠– (٢×١٠٠)
=٤٠٠– ٢٠٠ = ٢٠٠
المساحة = س× ص
= ١٠٠×٢٠٠ = ٤٠٠٠٠

(٩٣) صفيحة من الورق مستطيلة مساحتها (٣٢ سم^2) يراد طباعة إعلان عليها إذا كان عرض كل من الهامشين في راس الورق وأسفلها (اسم) وفى كل من الجانبيين (٠.٥ سم) فجد بعدي الورقة حتى تكون المساحة اكبر ما يمكن

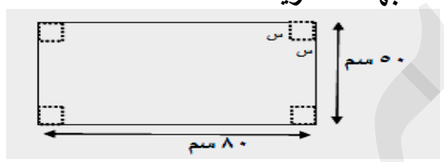


المساحه الكليه = م
م = (س + ٤) (ص + ٤) م = (س + ٤) ($\frac{٣٦}{س}$ + ٤)
مَ = (١) ($\frac{٣٦}{س}$ + ٤) + ($\frac{-٣٦}{س^2}$) (س + ٤)
$\frac{٣٦}{س}$ + ٤ + ($\frac{-٣٦}{س^2}$ × س) + $\frac{-٣٦}{س^2}$ × ٤
$\frac{٣٦}{س}$ + ٤ - $\frac{٣٦}{س}$ - $\frac{١٤٤}{س^2}$
٤ - $\frac{١٤٤}{س^2}$ = صفر
٤ = $\frac{١٤٤}{س^2}$
٤س^2 = ١٤٤ س^2 = ٣٦ س = ٦
مَ = $\frac{١٤٤ \times ٢س}{(س^2)^2}$
مَ(٤) = $\frac{١٤٤ \times ٢ \times ٤}{(٤^2)^2}$,, موجب , صغرى
ص = $\frac{٣٦}{٤}$ = ٩

(١٠٠) لاحظت احدى الشركات التي تصنع العاب الاطفال ان الايردا الكلي لانتاج س لعبه هي
د(س) = ٣٠٠ – ٠.٢ س + ٠.٠٠١س^2 دينار , وان الربح الناتج عن بيع س لعبه هو ر(س) = ٠,٤س دينار , جد عدد اللعب اللازم انتاجها حتى تكون التكلفه اقل ما يمكن؟
الحل: دَ = رَ + كَ
- ٠,٢ + ٠,٠٠٢ س = ٠,٤ + كَ
كَ = - ٠,٢ + ٠,٠٠٢ س - ٠,٤
= -٠,٦ + ٠,٠٠٢ س
-٠,٦ + ٠,٠٠٢ س = صفر
٠,٠٠٢ س = ٠,٦
س = ٣٠٠٠
كَ = ٠,٠٠٢ ,,, موجب اذا صغرى

دَ = - ٠,٢ + ٠,٠٠٢ س
رَ = ٠,٤

(١٠١) يراد عمل صندوق مفتوح من الأعلى من قطعة ورق مستطيلة الشكل إبعادها ٨٠سم،٥٠سم وذلك بقطع مربعات متساوية من رؤوسهم ثم ثني الأجزاء البارزة إلى الأعلى ، ما حجم اكبر صندوق يمكن صنعة بهذه الطريقة؟



الحجم = الطول × العرض × الارتفاع
ح = (٨٠ – ٢س) × (٥٠ – ٢س) × (س)
ح = (٨٠ س – ٢س^2) (٥٠ – ٢س)
حَ = (٨٠ – ٤س) (٥٠- ٢س) + (-٢) (٨٠س – ٢س^2)
= ٤٠٠٠ – ١٦٠س – ٢٠٠س + ٨س^2 – ١٦٠س +٤س^2
= ٤٠٠٠ – ٥٢٠ س +١٢ س^2 = صفر(بالقسمه على ٤)
٣س^2 – ١٣٠ س + ١٠٠٠ = صفر
(٣س - ١٠٠) (س - ١٠) = صفر
اما ٣س – ١٠٠ = صفر
٣س = ١٠٠
س = ١٠٠/٣ (مرفوض)
او س – ١٠ = صفر
س = ١٠
حَ = ٦س - ١٣٠
حَ (١٠) = ٦ (١٠) - ١٣٠
= ٦٠ – ١٣٠ = - ٧٠ ,, سالب ,, عظمى

(١٠٢)قطعة ارض مستطيلة الشكل مساحتها ٨٠٠م٢ تقع على ضفة نهر مستقيم فإذا أراد مالكها تسيجها ولم يسج الواجهة الواقعة على ضفة النهر جد أبعادها ليكون سياجها اقل ما يكن ؟

(١٠٣)لدى مزارع ٥٠٠ متر من الأسلاك الشائكة إذا أراد المزارع تسيج قطعة ارض مستطيلة الشكل ما بعدا قطعة الأرض المستطيلة الشكل اللذان يجعلان مساحتها اكبر ما يمكن

الايراد الكلي = د(س)
الربح الكلي = ر(س)
التكلفه الكليه = ك (س)
د = ر + ك = س× السعر

حدي == مشتقه
ايراد حدي = دَ
ربح حدي = رَ
تكلفه حديه = كَ
د = ر + ك .... دَ = رَ + كَ

(٩٥) إذا كان اقتران الإيراد الكلي للمبيعات هو ر(س) = – ٢ س^2 + ٦٠ س دينار و اقتران التكلفة الكلية ك(س) = ٤ س دينار . حيث س عدد الوحدات المنتجة من سلعة ما فجد ما يلي :
١) التكلفة الحدية ٢) الإيراد الحدي ٣) الربح الحدي
١) التكلفة الحدية = كَ (س) = ٤
٢) الإيراد الحدي = دَ(س)= -٤ س + ٦٠
٣) الربح الحدي = رَ (س)
دَ(س) = رَ(س) + كَ(س)
-٤س + ٦٠ = رَ + ٤
رَ = -٤س + ٦٠ – ٤ = - ٤ س + ٥٦

(٩٦) ينتج مصنع للحواسيب س جهاز أسبوعيا فإذا كانت تكلفة الإنتاج الكلي الأسبوعي تعطى بالعلاقة ك(س) = ١٥ +١٢س + س^2 وكان المصنع يبيع الجهاز الواحد بمبلغ ٣٠٠دينار فجد:
١- اقتران الإيراد الكلي ٢- اقتران الربح الكلي
٣-عدد الأجهزة التي يجب بيعها أسبوعيا ليحقق اكبر ربح
١)لإيراد الكلي = س × السعر
= ٣٠٠ س
٢) د = ر + ك
٣٠٠ س = ر + ١٥+ ١٢ س + س^2
ر = ٣٠٠س – ١٥ – ١٢ س – س^2
= ٢٨٨ س – ١٥ – س^2
٣) رَ(س) = ٢٨٨ – ٢س = ٠
٢٨٨ = ٢س
:. س=$\frac{٢٨٨}{٢}$ = ١٤٤ جهاز
رَ = -٢ ,,, سالب اذا عظمى

(٩٩) ينتج مصنع س من اجهزة الحاسوب في الشهر و يبيع الجهاز الواحد بمبلغ (٢٢٠ + ٣ س) ديناراً , اذا كانت التكلفه الكليه لانتاج س من الاجهزة تعطى بالعلاقه ك(س) = ٢٥٠ + ٢٠س + ٤س^2 ديناراً , فما عدد الاجهزة التي يجب ان ينتجها و يبيعها المصنع شهريا حتى يكون ربحه اكبر ما يمكن؟

دَ = ٢٢٠ + ٦س
كَ = ٢٠ + ٨س

د = س× السعر
د = س × (٢٢٠ + ٣س)
= ٢٢٠ س + ٣س^2
دَ = رَ + كَ
٢٢٠ + ٦س = رَ + ٢٠ + ٨س
رَ = ٢٢٠ + ٦س – ٢٠ – ٨ س
رَ = ٢٠٠ – ٢س
٢٠٠ – ٢س = صفر
٢٠٠ = ٢س
س = ١٠٠
رَ = -٢ ,, سالب اذا عظمى