لا تنتظر وقتاً إضافياً ..... لا تؤجل عمل اليوم إلى الغد ..... اجعل هدفك ليس النجاح فقط بل التفوق والتميز

إهداء إلى روح والداي
غفر الله لهما وجعلهما
من أهل الجنة

الرياضيات

العلامة الكاملة

المستوى الرابع الفرع العلمي

وحدة التكامل +تغطية الكتاب

وزارة + مقترحة

إعداد الأستاذ

عبد الغفار الشيخ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$$\int_{0}^{1} س^{5} \times \sqrt{(س^{3}+2)}\ د س$$

التكـــامـــــل

معكوس المشتقة

إذا كان ق (س) اقترانا متصلا على الفترة [أ، ب] ، فان م (س) يسمى معكوسا لمشتقة الاقتران إذا كان مَ (س) = ق (س) لكل س (أ ، ب) ∋ حيث يسمى معكوس المشتقة بالتكامل غير المحدود

تذكر ؟؟؟؟؟؟

ق (س)	قَ (س)
جا س	جتا س
جتا س	- جا س
ظا س	قا^{٢} س
ظتا س	-قتا^{٢} س
قا س	قا س ظا س
قتا س	- قتا س ظتا س
س^{ن}	ن س$^{ن-١}$

ملاحظة إذا ورد في السؤال جد معكوس المشتقة للاقتران ق (س) عندها نسأل ما هو الاقتران الذي مشتقته لكن إذا ورد بين أن الاقتران م الذي قاعدته م (س) هو معكوس المشتقة نقوم باشتقاقه ونجد ق (س)

بين أن الاقتران م (س) = س^{٥} + ٤ س^{٢} + ٢ هو معكوس لمشتقة الاقتران ق (س) = ٥ س^{٤} + ٨ س

بين أن الاقتران م (س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} + ١}$ هو معكوس لمشتقة الاقتران ق (س) = (س + ١)$^{-٢}$ س ≠ ١

بين أن الاقتران الذي قاعدته م (س) = $\sqrt{٢\text{س}^{٣} + ٤\text{س}}$

اقترانا بدائيا للاقتران ق حيث ق (س) = $\frac{\sqrt{٣\text{ س}^{٢} + ٢}}{٢\text{س}^{٣} + ٤\text{س}}$

بين أن الاقتران م (س) = س^{٤} – جـا س - ٣ هو معكوس لمشتقة الاقتران ق (س) = ٤ س^{٣} – جتـا س

بين أن الاقتران م (س) = جـا^{٢} س هو معكوس لمشتقة الاقتران ق (س) = جـا ٢ س

نتيجة : الفرق بين أي معكوسين لمشتقة اقتران معين يساوي ثابتا

إذا كان الاقترانان م (س) ، هـ (س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق (س) وكان ل (س) = م (س) - هـ (س) فجد لَ (٤)

إذا كان الاقترانان م (س) ، ل (س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق (س) وكان ل (س) = ٣ م (س) - ٥ هـ (س) فجد لَ (س) بدلالة ق (س)

إذا كان الاقترانان م (س) ، ل (س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل م (س) ٣ س^{٢} – ٢ س + ٥ وكان ل (٢) = ٤ فجد قاعدة ل (س)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

جد معكوسا لمشتقة الاقترانات الآتية :

ق (س) = $\frac{-١}{س^{٢}}$

ق (س) = $\frac{-١}{\sqrt{س}}$

ق (س) = جـا س

ق (س) = قـا س ظـا س

ق (س) = ٩ $س^{٨}$

ق (س) = ٤ $س^{٣}$ + $قا^{٢}$ س

ق (س) = ٣ $س^{٢}$ + جا س + ٧

إذا كان م (س) = $س^{٣}$ – $س^{٢}$ + ٥ س + جـ معكوس للاقتران ق (س) جد ق (٢)

إذا كان م (س) معكوسا لمشتقة الاقتران ق حيث ق (س) = ظتا س + ١ فجد مَ ($\frac{\pi}{٤}$)

إذا كان م (س) = $س^{٣}$ + ٥$س^{٢}$ – ٣ س + جـ معكوسا لمشتقة الاقتران ق فجد قَ (- ٢)

إذا كان م (س) = ٢ $س^{٤}$ + $\sqrt{س^{٢} + ٣}$ معكوسا لمشتقة الاقتران ق فجد قَ (١)

قاعدة إذا كان م معكوسا لمشتقة الاقتران ق على الفترة [أ ، ب] فإن الصورة العامة لقاعدة أي معكوس لمشتقة الاقتران ق هي م (س) + جـ حيث جـ ثابت وذلك لأن

$\frac{د}{د س}$ (م (س) +جـ) = مَ (س) = ق (س)

ويسمى أي معكوس للمشتقة بالتكامل غير المحدود للاقتران بالنسبة إلى س ويرمز له على النحو الآتي :

$\int$ ق (س) د س و يكتب

م (س) = $\int$ ق (س) د س أو

$\int$ ق (س) د س = م (س) + جـ

مثال : جد كلا مما يأتي :

ق (س) = $\int$ ٣ $س^{٢}$ د س

ق (س) = $\int$ $قتا^{٢}$ س د س

ق (س) = $\int$ جا س د س

ق (س) = $\int$ قاس ظا س د س

ق (س) = $\int$ $قا^{٢}$ س + قا س ظا س د س

ق (س) = $\int$ ($س^{٢}$ – جتـا س + ٢) د س

ق (س)= $\int$ ٥ + ٥ $ظا^{٢}$ س د س

ق (س) = $\int$ $ظتا^{٢}$ س د س

تعريف: الصورة العامة لقاعدة الاقتران البدائي للاقتران ق (س)

$\int$ مَ (س) د س = م (س) + جـ

$\frac{د}{د س}$ ($\int$ ق (س) د س) = ق (س)

مثال : إذا كان ق (س) = $\int$ $س^{٢}$ – جتـا س + ٢ د س

جد ق (س) ، قَ (س)

إذا كان $\int$ (ق (س) + ٢) د س = $س^{٣}$ + ب $س^{٣}$ + ٩ وكان

ق (١) = ٧ فجد قيمة الثابت ب

إذا كان $\int$ قَ (س) د س = جـا^{٢}س – أ جتـا س + ١

وكان قَ ($\frac{\pi}{٤}$) = صفر ، فجد قيمة الثابت أ

إذا كان $\int$ (قَ (س) + ٢ س) د س = $س^{٣}$ + ب $س^{٢}$ + ١ وكان

قَ (١) = ٥ ، ق (٢) = ٧ جد قيمة ق (- ٢)

مثال : إذا كان ميل المماس لمنحنى الاقتران عند (س ، ص)

يساوي ٥ $س^{٤}$ + ٢ س + ٣ والذي يمر بالنقطة (٢ ، ٣)

أوجد قاعدة الاقتران

إذا كان $\int$ ق(س) د س = $س^{٣}$ - $س^{٢}$ + ٢ س + ١ جد قَ (-٣)

إذا كان قَ(س) + جتا س = ٢ س جد ق(س) حيث ق ($\frac{\pi}{٢}$)= ٤

إذا كان :

ص = $\int$ $\sqrt[٣]{س^{٢} + ٣ س + ٥}$ د س جد صَ عند س = -١

إذا كان $\int$ ق(س) د س = $س^{٣}$ - $س^{٢}$ + ٢ س + ١جد قَ (- ٣)

إذا كان $\int$ ق (س) د س = جا س –جتا س + ٣

أثبت أن ق ($\frac{\pi}{٢}$) - قَ ($\frac{\pi}{٢}$) = ٢

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة بحيث أن قَ (س) = ٣ س^{٢} – ٢ وكانت النقطة (٠ ، ١) تقع على منحناه جد قاعدة الاقتران ق

إذا كان ق (س) = ٣ س^{٢} فجد م معكوسا لمشتقة الاقتران ق ، علما بأن م (٢) = ٥

إذا كان قٌ (س) = $\frac{٦}{\sqrt{س}}$ ، ومنحنى الاقتران يمر بالنقطة (٤،٠) وميل المماس عند هذه النقطة يساوي (١) فجد قاعدة ق (س)

إذا كان قٌ (س) = - ٤ جتا ٢ س ، وكان للاقتران قيمة صغرى محلية قيمتها (- ٢) عند س = $\frac{\pi}{٢}$ ، فجد قاعدة الاقتران ق

ملاحظة :

$\int$ قٌ(س) د س = ق (س) + جـ

$\int$ قَ(س) د س = ق (س) + جـ

$\int$ ق(س) د س = م (س) + جـ

قواعد التكامل غير المحدود

قاعدة (١) :

$\int$ أ د س = أ س + جـ حيث أ ثابت ، جـ ثابت الكامل

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int$ -٥ د س

$\int$ ٣ ك^{٢} د س حيث ك ثابت

$\int$ هـ^{٢} د س

$\int$ $\frac{\text{د س}}{٥}$

قاعدة (٢) :

$\int$ س^{ن} د س = $\frac{\text{س}^{ن+١}}{ن+١}$ + جـ ن≠-١

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int$ س^{٢} د س =

$\int$ س$^{-٥}$ د س =

$\int$ $\sqrt{س}$ د س =

$\int$ $\sqrt[٣]{س^{٢}}$ ($\sqrt[٣]{س^{٢}}$ + $\frac{٥}{\sqrt[٣]{س}}$) د س

$\int$ $\sqrt[٥]{س^{٢}}$ د س =

$\int$ $\frac{٣}{\sqrt{س}}$ د س =

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

قاعدة (٣) :

$\int أ ق(س)\,د س = أ \int ق(س)\,د س$

$\int [ق(س) \pm هـ(س)]\,د س =$

$\int ق(س)\,د س \pm \int هـ(س)\,د س$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int \frac{(٢ - س)}{\sqrt[٣]{س}}\,د س$

قاعدة (٤)

$\int (أ س + ب)^{ن}\,د س = \frac{(أ س + ب)^{ن+١}}{أ(ن+١)} + جـ$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int (٣ س^{٣} + ٥ س^{٢} - ٤)\,د س$

$\int \frac{س - ١}{\sqrt[٣]{س}}\,د س$

$\int \frac{س^{٢} + ٢ س - ١٥}{س - ٣}\,د س$

$\int \frac{س^{٤}}{\sqrt{س^{٢}}}\,د س$

$\int (٦ - ٥ س)^{٨}\,د س$

$\int \frac{س - ٥}{\sqrt[٣]{س}}\,د س$

$\int \frac{س - ٩}{\sqrt{س} + ٣}\,د س$

$\int \frac{س^{٣} - ٤ س^{٢}}{\sqrt{س} - ٢}\,د س$

$\int \frac{س^{٣} + ٤}{\sqrt{س^{٢}}}\,د س$

$\int \frac{س^{٢} - ٩}{\sqrt{س} - ٣}\,د س$

$\int \frac{س^{٣} - ٨}{س - ٢}\,د س$

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int (٣س^{٢} - ١)^{٢}$ د س =

$\int \frac{(س + ٣)^{٢} - ٩}{س}$ د س

$\int (س + \sqrt{س})^{٢}$ د س

$\int (٥ + ٣ص)^{٤}$ د ص

$\int \sqrt[٣]{٤س + ٢}$ د س

$\int س^{٦} + \frac{٣}{س} - \sqrt{س}$ د س

$\int \frac{٣}{(٧س + ٥)^{٤}}$ د س

$\int س^{٤} (٥ - \frac{٣}{س})^{٤}$ د س

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int (١ - س)(س - ١)^{٥}$ د س

$\int \frac{٢س^{٣} + ٣س^{٢} - ٦س^{٤} + ٢}{س^{٢}}$ د س

$\int (٤س^{٢} + ٢٠س + ٢٥)^{٥}$ د س

$\int س \sqrt{\frac{٥}{س^{٣}} - \frac{١}{س^{٢}}}$ د س

$\int \frac{س - \sqrt{س}}{\sqrt{س} - ١}$ د س

$\int \frac{٥س}{\sqrt{٧س + ٣} + \sqrt{٢س + ٣}}$ د س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

المتطابقات المثلثيـــة المهمة :

جا^{٢}س + جتا^{٢}س = ١

جتا ٢س = جتا^{٢}س - جا^{٢}س

جتا ٢س = ١ – ٢ جا^{٢}س ومنه

جا^{٢}س = $\frac{١}{٢}$ (١ – جتا ٢س)

جتا ٢س = ٢ جتا^{٢}س - ١ ومنه

جتا^{٢}س = $\frac{١}{٢}$ (١ + جتا ٢س)

جا ٢ س = ٢ جا س حتا س

ظا^{٢} س = قا^{٢} س - ١

ظتا^{٢} س = قتا^{٢} س - ١

جتا س جتا ص = $\frac{١}{٢}$ (جتا(س + ص) + جتا (س - ص))

جا س جا ص = $\frac{١}{٢}$ (جتا(س - ص) - جتا (س + ص))

جا س جتا ص = $\frac{١}{٢}$ (جا(س + ص) +جا (س - ص))

قاعدة (٤) :

∫ جا س د س = - حتا س + جـ

∫ جتا س د س = حا س + جـ

∫ قا^{٢}س د س = ظا س + جـ

∫ قتا^{٢}س د س = -ظتا س + جـ

∫ قاس ظا س د س = قا س + جـ

∫ قتا س ظا س د س = - قتا س + جـ

بشكل عام : ∫جا (أ س + ب) د س= $\frac{\text{- حتا (أ س + ب)}}{\text{أ}}$ + جـ

وهذا ينطبق على باقي الاقترانات المثلثية

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

∫ (جـا س – ٤ جتـا س + ٥ قتا^{٢} س) د س

∫ (جـا ٢ س + جتـا ٣ س) د س

∫(قا٣ س ظا ٣ س + قا^{٢} ٥ س) د س

∫ ظا^{٢} س + ١ د س

∫ (قتا ٤ س ظتا ٤ س + قتا^{٢} ٣ س) د س

∫ جتا ٤ س ظا ٤ س + $\frac{١}{\text{جتا}^{٢}\ ٦\ \text{س}}$ د س

∫ ٥ جتا س + ٣ جا س – قتا $\frac{\text{س}}{٣}$ ظتا $\frac{\text{س}}{٣}$ د س

∫ $\frac{٥}{\text{جا}^{٢}\ ٤\text{س}}$ + $\frac{٤}{\text{قا}\ ٢\ \text{س}}$ + $\frac{\text{ظتا س}}{\text{جا س}}$ د س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int \frac{1}{4 - 4 جتا^2 س} \, د س$

$\int (٦ - ظا^2 س) \, د س$

$\int (٥ - ٢ جا^2 س) \, د س$

$\int (\frac{٤}{٣} س + ٤ جا س - \frac{قا^2 س}{٥}) \, د س$

$\int جا ٤ س + جتا ٥ س \, د س$

$\int ظا^2 س \, د س =$

$\int جا ٤ س جتا ٥ س \, د س$

$\int جتا ٤ س جا ٥ س \, د س$

$\int جا^2 س \, د س =$

$\int جتا ٤ س جتا ٥ س \, د س$

$\int جا^4 س \, د س =$

$\int جا ٤ س جا ٥ س \, د س$

$\int جتا^4 س - جا^4 س \, د س$

$\int جتا^2 س \, د س$

$\int (٤ جا^2 ٢س + ٤ جتا^2 ٢س) \, د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int$ (٣جتا^{٢} ٢ س - ٣جا^{٢} ٢ س) د س

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int$ جا ٦ س جا ٤ س د س

$\int$ جتا^{٢} ٢ س - جا^{٢} ٢ س د س

$\int$ جتا ٣ س جا ٧ س د س

$\int$ جا^{٢} $\frac{س}{٢}$ - جتا^{٢} $\frac{س}{٢}$ د س

$\int$ جتا ٣ س جتا ٥ س د س

$\int$ جا س جتا س د س

$\int \frac{١}{١ + جا س}$ د س

$\int$ (جا س جتا س)^{٢} د س

$\int \frac{١}{قا س - ١}$ د س

$\int$ ٤ جا٣ س جتا ٣س د س

$\int$ جا $\frac{س}{٢}$ جتا $\frac{س}{٢}$ د س

$\int$ جا ٥ س جتا ٣ س د س

$\int \frac{جا^{٢} س + جتا^{٢} س}{١ + جتا ٢ س}$ د س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد قيمة كل من التكاملات التالية

$\int \frac{\text{جا س + جتا}^2 \text{س}}{1 - \text{جا}^2 \text{س}}$ د س

جد قيمة التكاملات الاتية :

$\int (\text{قا س + ظا س})^2$ د س

$\int \frac{\text{جتا ٢ س}}{\text{جا}^2 \text{س جتا}^2 \text{س}}$ د س

$\int (\text{ظتا س - قتا س})^2$ د س

$\int \left(\frac{٥}{\text{جا}^2 \text{س}} - \frac{٣}{\text{جتا}^2 \text{س}} \right)$ د س

$\int (\text{جتا س + جا س})^2$ د س

$\int \frac{1 - \text{جا}^2 \text{س}}{\text{جا}^2 \frac{1}{2} \text{س جتا}^2 \frac{1}{2} \text{س}}$ د س

$\int$ ظا^2 ٤ س + ٧ د س

$\int$ قا^2 س – ظا^2 س د س

$\int$ قا٣س ظا ٣س د س

$\int$ ظا (٣ س - ٢) قا (٣ س - ٢) د س

$\int \frac{\text{قا}^2 \text{س} - \text{ظا}^2 \text{س}}{\sqrt{\text{س}}}$ د س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد قيمة التكاملات الاتية :

$\int$ قتا^{٢} ٥ س د س

جد قيمة التكاملات الاتية :

$\int \frac{١}{١ - \text{جتا } ٢ س}$ د س

$\int$ ظتا^{٢} (٣ س + ١) د س

$\int \frac{١}{١ - \text{جا}^{٢} س}$ د س

$\int$ س^{٥} + $\frac{١}{س^{٤}}$ - $\sqrt[٤]{س^{٣}}$ د س

$\int \frac{١ - \text{جا } ٢ س}{\text{جا } س - \text{جتا } س}$ د س

$\int$ (٥ + ٢ س)^{٢} د س

$\int \frac{٣}{\text{جا}^{٢} س}$ د س =

$\int \frac{\text{جتا}^{٣} س - ٥}{١ - \text{جا}^{٢} س}$ د س

$\int \frac{١}{\text{جتا } ٢ س + \text{جا}^{٢} س}$ د س

عبد الغفار الشيخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

جد قيمة التكاملات الاتية :

$\int \frac{1}{(\text{جتا } س + \text{جا } س)^2}$ د س

جد قيمة التكاملات الاتية :

$\int \frac{\text{جتا}^3 س - ٥}{١ - \text{جا}^2 س}$ د س =

$\int$ قا س (ظا س + جتا س) د س

$\int \frac{\text{جتا } ٣ س}{\text{جا}٣ س}$ د س =

$\int \frac{\text{جتا } ٢ س}{\text{جا}^2 س \text{ جتا}^2 س}$ د س

$\int \frac{١ - \text{جا}^3 س}{١ - \text{جا } س}$ د س =

$\int \frac{\text{جا } س}{١ - \text{جا } س}$ د س

$\int \frac{\text{جتا } ٣ س}{\text{جتا } س}$ د س

مثال : إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثالثة بحيث أن قَ (س) = ٣ س^2 – ٢ ، وكانت النقطة (٠ ، ١) تقع على منحناه ، جد قاعدة الاقتران ق

$\int \frac{١}{\text{جا}^2 س - \text{جا}^2 س}$ د س

مثال : إذا كان قَ (س) =س^3 - س^2 + ١

جد ق (٣) –ق (١)

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

التكامل المحدود

إذا كان ق (س) اقترانا متصلا على [أ ، ب] ، م (س) معكوسا لمشتقة الاقتران ق ، يسمى

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س بالتكامل المحدود حيث :

$\int_{أ}^{ب}$ ق(س) د س= $\int_{أ}^{ب}$ مَ (س) د س = ق (ب) – ق (أ)

مثال : إذا كان ق (- ٢) = - ٨ ، ق (١) = ١ جد

$\int_{-٢}^{١}$ قَ (س) د س

إذا كان ق اقترانا متصلا ، ق (١) = ٤ ، ق (٢) = ١٢

$\int_{-٢}^{١}$ أ قَ (س) د س = ١٦ فجد قيمة الثابت أ

مثال : إذا كان ق (س) = ٣ $س^{٢}$ + ٢ فإن :

$\int$ ق (س) د س =

$\int_{-٢}^{٣}$ ق (س) د س =

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{١}^{٥}$ ٦ س د س

$\int_{\frac{\pi}{٢}}^{\pi}$ جتا س د س

$\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٣}}$ $قا^{٢}$ س د س

قواعد التكامل المحدود :

قاعدة (١)

$\int_{أ}^{ب}$ جـ د س = جـ (ب – أ)

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

$\int_{٢}^{٦}$ ٥ د س

$\int_{٠}^{\frac{\pi}{٢}}$ جتا π د س =

فيما يلي جد قيمة الثابت إذا كان :

$\int_{١}^{٢أ}$ ٥ د س = ١٠ جد قيمة أ

$\int_{١+ب}^{٢+٣ب}$ ٥ د س =٤٠ جد قيمة ب

$\int_{-٢}^{٤}$ ٣ ب د س = ٤٨ جد قيمة ب

قاعدة (٢)

$\int_{أ}^{ب}$ $س^{ن}$ د س = $\left[\frac{س^{ن+١}}{ن+١}\right]_{أ}^{ب}$

خاصية التكامل عند نقطة

$\int_{أ}^{أ}$ ق (س) د س = صفر

خاصية قلب الحدود

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س = - $\int_{ب}^{أ}$ ق (س) د س

$\int_{٢}^{٣}$ ($\frac{٥}{\sqrt{س}}$ + ٤ $س^{-٣}$) د س

الخاصية الخطية

$\int_{أ}^{ب} جـ\, ق(س)\, د س = جـ \int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س$

$\int_{أ}^{ب} [ق(س) \pm هـ(س)]\, د س =$

$\int_{أ}^{ب} ق(س)\, د س \pm \int_{أ}^{ب} هـ(س)\, د س$

مثال: جد قيمة كل من االتكاملات التالية

$\int_{١}^{٤} (٣ س^{٢} + ٥ س)\, د س =$

$\int_{١}^{٨} \frac{١}{\sqrt[٣]{س^{٤}}}\, د س =$

مثال : جد قيمة كلا من التكاملات التالية

$\int_{١}^{٢} (٤ س^{٣} + ٣ س^{٢} - ٤ س + ١٢)\, د س$

إذا كان $\int_{٣}^{\rightarrow} ٣ س^{٢}\, د س = -٣٥$ جد قيمة جـ

$\int_{١}^{٤} \left(\frac{١}{س^{٢}} + \frac{١}{\sqrt{س}}\right) د س$

إذا كان $\int_{١}^{أ} (٢ س + ١)\, د س = ١٠$ جد قيمة أ

$\int_{١}^{٢} \sqrt{س}\, (س + ١)\, د س$

مثال :جد قيمة

$\int_{١}^{٢} (٣ س^{٢} + ٢ \int_{١}^{٢} ص\, د ص)\, د س$

مثال :إذا كان

$\int_{-١}^{٣} (٣ س^{٢} + ٢ \int_{١}^{\rightarrow} ص\, د ص)\, د س = ٢٨$ جد قيمة جـ

مثال : جد قيمة :

$\int_{\pi/٦}^{\pi/٤} (قا س - ظا س)^{٢}\, د س$

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد قيمة كلا من التكاملات التالية

$$\int_{1}^{4} \frac{\sqrt{س} + ١}{\sqrt{س}} \, د س$$

إذا كان

$\int_{1}^{٥} \frac{١}{٢} ق(س) \, د س = -٣$ ، $\int_{٥}^{1} ٣ هـ(س) \, د س = ١٨$

فجد $\int_{1}^{٥} ٤ ق(س) - ٥ هـ(س) \, د س$

إذا كان

$\int_{1}^{٣} ٤ ق(س) + ٧ هـ(س) \, د س = ١٩$، $\int_{1}^{٣} ٣ ق(س) \, د س = ٩$

فاحسب قيمة $\int_{1}^{٣} ٥ هـ(س) \, د س$

إذا كان ق(س) = $\int_{-١٠}^{٢} (٦ س^{٢} + س) \, د س$ جد ق(س)

$\int_{٩}^{٢} ٢ ق(س) \, د س = -١٧$، $\int_{٢}^{٥} \frac{ق(س)}{٣} \, د س = -٢$ جد

$\int_{1}^{٩} (٤ ق(س) - ١) \, د س$

خاصية الإضافة

تستخدم بشكل عام في الاقترانات المتشعبة

تعريف : إذا كان أ ، ب ، جـ ∈ ح فإن

$\int_{أ}^{ب} ق(س) \, د س = \int_{أ}^{جـ} ق(س) \, د س + \int_{جـ}^{ب} ق(س) \, د س$

مثال : جد قيمة التكاملات التالية :

إذا كان

$\int_{1}^{٤} ق(س) \, د س = ٨$ ، وكان $\int_{٤}^{٦} ق(س) \, د س = ٥$ جد

$\int_{1}^{٦} ق(س) \, د س$

إذا كان

$\int_{٣}^{٥} \frac{ق(س)}{٢} - ٣ \, د س = ٤$ ، وكان $\int_{٨}^{٥} ق(س) \, د س = ٦$ فجد

$\int_{٣}^{٨} (ق(س) + ٤ س) \, د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

إذا كان

$\int_{-1}^{3} ق(س)\,د س = ٤$، وكان $\int_{2}^{3} ٢ ق(س)\,د س = -٨$

$\int_{-1}^{2} ق(س)\,د س$

حالة خاصة : تكامل الاقتران المتشعب :

$$ق(س) = \begin{cases} ٤س - ٢ & -١ \le س \le ٢ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ٢ < س \le ٣ \end{cases}$$ جد

$\int_{-1}^{3} ق(س)\,د س$

عبد الغفار الشيخ

$\int_{-1}^{2} ق(س)\,د س = -٦$، وكان $\int_{2}^{4} \frac{ق(س)}{٢}\,د س = ٣$ جد

$\int_{1}^{4} ق(س)\,د س$

$$ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٥ & ١ \le س \le ٤ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ٤ < س \le ٥ \\ ٨ - ٤س & ٥ < س \le ٧ \end{cases}$$ جد

$\int_{1}^{7} ق(س)\,د س$

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

إذا كان

$\int_{-1}^{2} (٣ ق(س) - ٤)\,د س = ٣$ وكان

$\int_{4}^{2} ق(س)\,د س = -٦$ جد $\int_{-1}^{4} ق(س)\,د س$

مثال : إذا كان

$$ق(س) = \begin{cases} ٣أ & س < ٢ \\ ٣س^{٢} + ٢ & س \ge ٢ \end{cases}$$ وكان

$\int_{0}^{3} ق(س)\,د س = -١٢$ جد قيمة الثابت أ

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : إذا كان ن عدداً صحيحاً موجباً فما هي مجموعة قيم ن التي تجعل المساواة التالية صحيحة دائماً

$\int_{-1}^{1} س^{ن}\,د س = ٢ \int_{0}^{1} س^{ن}\,د س$

مثال : انطلق جسيم في خط مستقيم من النقطة أ ، فإذا كانت سرعته ع بعد زمن قدره ن ثانية تعطى بالعلاقة

$$ع = \begin{cases} ٣ن^{٢} & ٠ \leq ن \leq ٢ \\ ١٦ - ٢ن & ٢ < ن \leq ٨ \end{cases}$$

جد بعد الجسيم عن النقطة أ عندما ن = ٥ ثانية

مثال : جد قيمة

$$\int_{٠}^{٣} |٢س| \, د س$$

مثال : إذ كان

$$ق(س) = \begin{cases} |٢س - ٢| & ٠ \leq س \leq ٤ \\ ٢أ & ٤ < س \leq ٥ \end{cases}$$ وكان

$$\int_{٠}^{٥} ق(س) \, د س = ٢$$ جد قيمة أ

$$\int_{٠}^{٣} \sqrt{س^{٢} - ٤س + ٤} \, د س$$

مثال : جد قيمة

$$\int_{٠}^{٣} [\frac{١}{٢} س + ٤] \, د س$$

$$\int_{٠}^{\pi^{٢}} \sqrt{\frac{١ - جتا ٢س}{٢}} \, د س$$

مثال : جد قيمة

$$\int_{١}^{٤} [س + ١] \, د س$$

مثال : جد قيمة

$$\int_{٠}^{٥} |٢س - ٤| \, د س$$

مثال : جد قيمة

$$\int_{٠}^{٢} \frac{|س^{٢} - ٤س + ٣|}{س - ١} \, د س$$

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

مثال : جد قيمة

$$\int_{1}^{2} [\,٢س + ١\,]\ د س$$

مثال : إذا كان

$$\int_{1}^{ك} [\,٢س\,]\ د س = ٢.٥$$ جد قيمة ك

مثال : جد قيمة

$$\int_{-١}^{٢} |س| + [\,\frac{س}{٢}\,]\ د س$$

مثال : إذا كان

$$\int_{١}^{\vec{جـ}} [\,\frac{١}{٣}س + ١\,] د س = ١٢$$ جد قيمة جـ حيث جـ > ١

مثال : جد قيمة

$$\int_{ب}^{١} | س^{٣} - ٤س^{٢} |\ د س$$

إذا كان $\int_{ب}^{١} (\,٢س^{٢} + ٦س\,) د س =$ صفر جد قيمة ب

مثال : جد قيمة

$$\int_{-٢}^{٢} | س^{٢} + ٤س + ٤ |\ د س$$

اذا كان

$$\int_{٣}^{٥} ٢ق(س)\ د س = ٢٤$$ فإن

$$\int_{٥}^{٣} ٤ق(س) - ٣س\ د س =$$

مثال : جد قيمة

$$\int_{١}^{٣} [\,س + ٠.١\,]\ د س$$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

اذا كان

$\int_{1}^{4}$ (٣ـ ٤ ق (س) + ٦ س) د س = ٣٤ وكان

$\int_{1}^{4}$ ٢ هـ (س) د س = - ٨ جد

$\int_{1}^{4}$ ق (س) + هـ (س) + ٣ د س

مثال : جد قيمة :

$\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1 - جتا^2 س}$ د س

مثال : جد قيمة :

$\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{1 - جا^2 س}$ د س

خاصية المقارنة

إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للتكامل على [أ ، ب] ، وكان

ق (س) ≤ هـ (س) لكل س ∈ [أ ، ب] فإن

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س ≤ $\int_{أ}^{ب}$ هـ (س) د س

نتيجة :

إذا كان ق اقتراناً قابلاً للتكامل على [أ ، ب] ، وكان

ق (س) ≥ صفر لكل س ∈ [أ ، ب] فإن

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س ≥ صفر

وأنه إذا كان

ق (س) ≥ صفر لكل س ∈ [أ ، ب] فإن

$\int_{أ}^{ب}$ ق (س) د س ≥ صفر

مثال : دون حساب قيمة التكامل ما إشارة

$\int_{1}^{2}$ س^3 د س

مثال : دون حساب قيمة التكامل ما إشارة

$\int_{-2}^{2}$ (س^2 + ٤) د س ≤ $\int_{-2}^{2}$ ٣ س د س دون حساب قيمة كل من التكاملين

مثال : بين أن

٠ ≤ $\int_{1}^{2} \sqrt{1 - س^2}$ د س ≤ ٢

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٤١٠٩٠٩

مثال : دون حساب قيمة التكامل بين أن

$\int_{0}^{\pi^2} (1 + \text{جا } س)\ د س$ ≤ صفر

مثال : دون حساب قيمة التكامل بين أن

$\int_{0}^{\pi} \text{جا } س\ د س \geq \pi$ ≥ ٠

مثال : دون حساب قيمة التكامل بين أن

$\int_{0}^{\pi^2} (٣ + \text{جتا}^2 س)\ د س$ ينحصر بين ٦ π ، ٨ π

مثال : إذا كان ق (س) اقترانا محدداً على [١ ، ٥]

وكان ق (س) ≥ ٤ وكان ق (س) ≥ -٢

م ≤ $\int_{1}^{5} ق (س)\ د س$ ≤ ن جد قيمة م ، ن

مثال : ما إشارة

$\int_{1}^{2} \frac{٥ س + ٢}{س^2 + ٤}\ د س$

مثال : إذا كان ق (س) إقتراناً محدداً على [٢ ، ٤]

وكان ق (س) ≥ ٣ وكان ق (س) ≥ ٧

م ≤ $\int_{2}^{4} (٢ ق (س) + ٣)\ د س$ ≤ ن جد قيمة م ، ن

مثال : ما إشارة

$\int_{-3}^{-1} \frac{س}{س^4 + ٢}\ د س$

مثال :

إذا كان $\int_{1}^{5} ق (س)\ د س$ ≤ ٥

جد أصغر قيمة ممكنة للتكامل

$\int_{1}^{5} (٣ ق (س) + ٤ س - ١١)\ د س$

مثال : ما إشارة

$\int_{-3}^{-1} \frac{- س}{س^4 + ٢}\ د س$

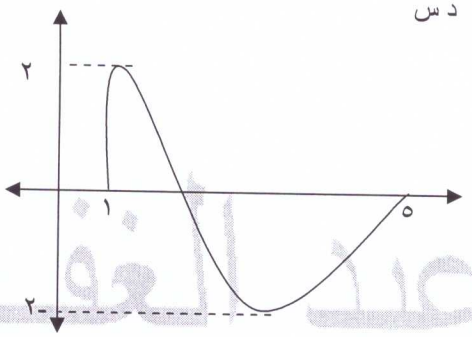
إذا كان ق (س) = $\sqrt{٤ - س^2}$ متصلاً على [-٢ ، ٢]

وكان م ≤ $\int_{-2}^{2} ق (س)\ د س$ ≤ ن جد قيمة م ، ن

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٤١٠٩٠٧٩

مثال : في الشكل المجاور جد أكبر قيمة وأصغر قيمة للمقدار

$\int_{1}^{5} ق(س)\ د س$

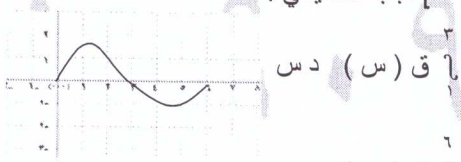


احسب قيمة كل من التكاملات الآتية :

$\int_{2}^{8} \frac{١}{س^{٢}}\ د س$

$\int_{0}^{٣} |س^{٢} - ١|\ د س$

اعتمادا على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق المتصل على الفترة [٠ ، ٦] أجب عما يأتي :



ما اشارة $\int_{1}^{٣} ق(س)\ د س$

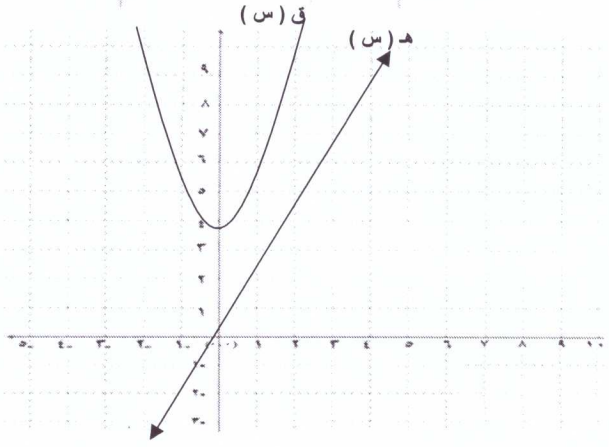
ما اشارة $\int_{٣}^{٦} ق(س)\ د س$

$\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} جا^{٢} س\ د س$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{٢}} (س + جتا س)\ د س$

ادرس الشكل المجاور وفسر ما ما يأتي :

$\int_{-٢}^{٥} ق(س)\ د س \leq \int_{-٢}^{٥} هـ(س)\ د س$



$\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٢}} \frac{\sqrt{١ + جا س}}{جا س + جتا س}\ د س$

$\int_{٢}^{٢} (٩ س - ٧)^{٥}\ د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$\int_{-1}^{3} (س - ١)(س^{٢} + س + ١)\, د س$

إذا كان $\int_{ب}^{٢} ٢ ب \, د س = -٣٠$ فجد قيمة الثابت ب

$\int_{٠}^{١} \sqrt{س}\,(\sqrt{س} + ٢)^{٢}\, د س$

إذا كان $\int_{جـ}^{٠} س (١ - س)\, د س = ٠$ فجد قيمة الثابت جـ

$\int_{١}^{٣} \frac{٢ س^{٣} - ٤ س^{٢} + ٥}{س^{٢}}\, د س$

إذا كان $\int_{-١}^{٣} (٣ س^{٢} - ٢ \int_{جـ}^{٣} ٣ م \, د م)\, د س = -٢٠$

فجد قيمة الثابت جـ

$\int_{٢}^{٣} \sqrt{٩ س^{٢} - ١٢ س + ٤}\, د س$

$\int_{\pi}^{٠} جتا س - جا س \, د س$

إذا كان ق (س) = $\begin{cases} -س & -٣ < س \leq ٠ \\ س & ٠ < س \leq ٤ \end{cases}$

$\int_{-٢}^{٤} ق (س)\, د س$

إذا كان ق (س) = $\int_{٠}^{س} (\int_{١}^{٤} س - ٣ س^{٢}\, د س$ فجد ق$'$ (-١)

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

إذا كان $\int_{2}^{ب} (٢س - ٣)\, د س = ٢٠$ فجد قيمة الثابت ب

إذا علمت أن $م \geq \int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}}\, د س \geq ك$

فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م وأصغر قيمة ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دون حساب قيمة $\int_{-٣}^{٣} \sqrt{٩ - س^{٢}}\, د س$

$\int_{١}^{٣} (٢ق(س) + \frac{١}{س^{٢}} - ٦)\, د س = ١٢$ فجد

$\int_{١}^{٣} \frac{ق(س)}{٢} - س^{٢}\, د س$

إذا كان ق (س) اقتران كثير حدود من الدرجة الثانية وكان
ق (٠) = ٥ ، قَ (س) = ٤

$\int_{٠}^{١} قَ(س)\, د س = ٣$ فجد قاعدة الاقتران ق

$\int_{٩}^{٢} (٢ق(س) + ٣)\, د س = -١٧$ ، $\int_{٢}^{٥} \frac{ق(س)}{٣}\, د س = -٢$

فجد $\int_{٥}^{٩} (٤ق(س) - ١)\, د س$

جد كثير حدود ق (س) من الدرجة الاولى بحيث

$\int_{-١}^{١} ق(س)\, د س = ٤$ ، $\int_{١}^{٣} ق(س)\, د س = ٢$

دون حساب تكامل المقدار $\int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣ جتا^{٢} س + ٢}\, د س$

$\frac{\pi}{٥} \geq \int_{٠}^{\pi} \frac{١}{٣ جتا^{٢} س + ٢}\, د س \geq \frac{\pi}{٢}$

عبد الغفار الشيـــخ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

اقتران اللوغاريتم الطبيعي (مشتقته وتكامله)

لـــو$_{هـ}$ س يقرأ اللوغاريتم الطبيعي

تعريف : الاقتران اللوغاريتمي هو اقتران غير ثابت قابل للاشتقاق على مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة يحقق

ق (أ ب) = ق (أ) + ق (ب) لكل أ > ٠ ، ب > ٠

إذا كانت س $\in$ (٠ ، ∞) فإن الاقتران

$\int_{أ}^{ب} \frac{١}{ع}$ د ع = لـــو$_{هـ}$ س

نظرية : إذا كان

ق (س) = لـــو$_{هـ}$ س ، س > صفر ، فإن قَ (س) = $\frac{١}{س}$

ق (س) = لـــو ل (س) ، وكان ل (س) قابلاً للاشتقاق فإن

قَ (س) = $\frac{لَ(س)}{ل(س)}$ حيث ل (س) > صفر

نظريات في اقتران اللوغاريتم الطبيعي :

لـــو$_{هـ}$ س × ص = لـــو$_{هـ}$ س + لـــو$_{هـ}$ ص

لـــو$_{هـ}$ $\frac{س}{ص}$ = لـــو$_{هـ}$ س - لـــو$_{هـ}$ ص

لـــو$_{هـ}$ س^{ن} = ن لـــو$_{هـ}$ س

لـــو$_{هـ}$ هـ = ١

لـــو$_{هـ}$ ١ = صفر

مثال : اوجد المشتقة الأولى فيما يلي :

ص = لـــو$_{٥}$

ص = لـــو$_{هـ}$ (س^{٢} + ٥)

ص = لـــو$_{هـ}$ (س^{٢} + ٤ س – ٥)

مثال : اوجد المشتقة الأولى فيما يلي :

ص = لـــو$_{هـ}$ (س^{٣} + ٥ س + ٣)

ص = لـــو$_{هـ}$ جا ٢ س

ص = لـــو$_{هـ}$ جا^{٢} س

ق (س) = س^{٣} لـــو$_{هـ}$ س

ق (س) = لـــو$_{هـ}$ (٢ + $\sqrt{س}$)

ق (س) = لـــو$_{هـ}$ ($\sqrt{س^{٢} + ٧}$)

ق (س) = لـــو$_{٣}$ $\sqrt{٥ س^{٢} + ٤ س}$

ص = لـــو$_{هـ}$ س^{٣} ظا س

ق (س) = لـــو$_{هـ}$ جا^{٣} ٥ س

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

مثال : اوجد المشتقة الأولى فيما يلي :

ق (س) = لـــو | س - ٤ |

ق (س) = لـــو | ٢ س + ٥ |

ق (س) = لـــو | جا س |

ق (س) = لـــو $\left(\frac{٤ س^{٢} + ٥}{(٧ - ٢ س)^{٥}} \right)^{٦}$

ق (س) = لـــو $\left(\frac{س}{س^{٢} + ١} \right)$

ق (س) = لـــو (٢ - جتا س)

ق (س) = لـــو $\left(\frac{جتا س}{\sqrt{٤ - ٣ س^{٢}}} \right)$

ق (س) = (لـــو س)^{٣} ، س > ٠

مثال : اوجد المشتقة الأولى فيما يلي :

ق (س) = ظـــا (لـــو س)

إذا كان ق (س) = لـــو (س + $\sqrt{س^{٢} - ١}$)

أثبت أن قَ (س) = $\frac{١}{\sqrt{س^{٢} - ١}}$

جد معكوساً لمشتقة كل من الاقترانات الاتية :

ق (س) = $\frac{١}{س}$

ق (س) = $\frac{٣ س^{٢}}{س^{٣} + ٧}$

نظرية :

$\int \frac{١}{س}$ د س = لو$_{هـ}$ | س | + جـ ، س ≠ صفر

$\int \frac{قَ (س)}{ق (س)}$ د س = لو$_{هـ}$ | ق (س) | + جـ

مثال : جد قيمة كل مما يلي :

$\int \frac{٣}{س}$ د س

$\int \frac{٢ س}{س^{٢} + ٣}$ د س

مثال : جد قيمة كل مما يأتي :

$$\int \frac{٣س^{٢} - ٢}{س^{٣} - ٢س + ١} \, د س$$

إذا كان $\int$ (قَ (س) – س) د س = لو | قا س + ظا س| + $س^{٢}$

فأثبت أن قَ (س) = ٣ س + قـا س

$$\int_{١}^{٣} \frac{٦ س}{٣ س^{٢} - ٥} \, د س$$

بين أن الاقتران م (س) = لـو جا س هو معكوس لمشتقة الاقتران ق (س) = ظتا س

جد قيمة كل مما يأتي :

$$\int \frac{١ + جتـا س}{س + جـا س} \, د س$$

نتيجة :

$$\int \frac{\text{ثابت}}{\text{خطي}} \, د س = \frac{\text{ثابت}}{\text{معامل س}} \text{ لـــو | المقام | + جـ}$$

$$\int \frac{ك}{أ س + ب} \, د س = \frac{\text{ثابت}}{أ} \text{ لـــو | } أ س + ب \text{ | + جـ}$$

$$\int \frac{٥ + ٥ ظتـا^{٢} س}{ظتـا س} \, د س$$

مثال : جد قيمة كل مما يأتي :

$$\int \frac{٥}{٤ س - ٢} \, د س$$

$$\int \frac{٣ س^{٢}}{س^{٣} + ٥} \, د س$$

$$\int_{٢}^{٤} \frac{١}{٩ - ٢ س} \, د س$$

$$\int \frac{س + ٥}{س} \, د س$$

$\int$ ظتا س د س

$$\int_{٣}^{٥} \frac{س - ٢}{س^{٢} - ٤} \, د س$$

$$\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} \frac{قـا^{٢} س}{٢ + ظـا س} \, د س$$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

الاقتران الأسى الطبيعي (مشتقته وتكامله)

جد قيمة كل مما يأتي :

$$\int_{-1}^{2} \frac{|2س|}{س^2 + 1} \, د س$$

نظرية : إذا كان ق (س) = $هـ^{س}$ فإن ق`(س) = $هـ^{س}$

إذا كان ق (س) = $هـ^{ل(س)}$ فإن ق` (س) = م (س) × $هـ^{ل(س)}$

اذا كان ق (س) = $هـ^{لو ل(س)}$ فإن ق (س) = ل (س)

$$\int \frac{جا ٣س}{١ + جتا ٣س} \, د س$$

مثال : جد المشتقة فيما يأتي :

ص = $س^{٤}$ + ٣ $هـ^{س}$ − ٥ س + لـو$_{هـ}$ ($س^{٣}$ + ٥)

ص = ٣ $س^{٢}$ + ٢ $هـ^{٧ - ٢س^{٣}}$

$$\int \frac{جاس}{جتاس} \, د س = \int ظاس \, د س$$

ص = ٣ لـو$_{هـ}$ س - ٦$هـ^{س}$ + جتاس − ظاس + ٥

جد معكوسا لمشتقة كل من الاقترانات الاتية :

ق (س) = ($\frac{٢س}{س^{٢} + ٤}$)

ص = $هـ^{\frac{١}{س}}$ + لـو$_{هـ}$ | س |

ق (س) = ($\frac{٣ جتا ٣س}{٥ + جا ٣س}$)

ص = $هـ^{جتاس}$ - لـو$_{هـ}$ جاس

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣ ٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

جد المشتقة فيما يأتي :

ص = لـــو هـ$^{س^{٣}}$

جد المشتقة فيما يأتي :

ق (س) = س^{٤} هـ^{٢س}

ص = س + هـ^{٩س}

ص = هـ^{٥} + لـــو هـ قـــا س

ص = هـ^{٢} + س^{٣} هـ$^{جـــا س}$

جد المشتقة فيما يأتي :

ص = س^{٣} + هـ$^{٤ / ٦ - ٥س}$

ص = هـ$^{لـــو س^{٤}}$

ص = هـ^{٢س} جـــا هـ

ص = س لـــو هـ س^{٢}

ص = $\frac{١ + هـ^{٢س}}{هـ^{٥س}}$

ص = $\sqrt{هـ^{٣س} + ٣س}$

ص = $\sqrt{١ + هـ^{٢س}}$

ص = هـ$^{٣لـــو (١ + جـــا س)}$

ص = هـ$^{٦ / (٤س + ٥)}$

ص = هـ$^{٤لـــو (س^{٣} + ٢)}$

عبد الغفار الشيـــخ
٠٧٩٩٤١٠٩٠٩
٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣
٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩

تكامل الاقتران الاسي

$\int هـ^{س}\ د س = هـ^{س} + جـ$

$\int هـ^{أس}\ د س = \frac{هـ^{أس}}{أ} + جـ$

مثال : جد قيمة التكلملات الاتية:

$\int \frac{٤ هـ^{٤س} - ٣}{هـ^{٤س} - ٣ س}\ د س$

$\int هـ^{٢} + هـ^{س}\ د س$

$\int \frac{هـ^{٣س} - ٢٧}{هـ^{س} - ٣}\ د س$

$\int ٢ هـ^{٢س}\ د س$

إذا كان ص = $هـ^{ظا س} + \int_{\pi}^{\frac{\pi}{٣}} أ لو جتا س + \int_{٠}^{} \frac{د س}{١ + ظا^{٢} س}$

$\int ٣ - ٣ هـ^{١ - ٣س}\ د س$

وكان $\frac{د ص}{د س}\Big|_{س = \frac{\pi}{٤}} = ٢ هـ + ١$ فجد قيمة الثابت أ

$\int هـ^{٣ - ٤س}\ د س$

إذا كان قَ (س) = جـا س + $هـ^{٢س}$ ، ق (٠) = $\frac{١}{٤}$ ،

قَ (٠) = $\frac{١}{٢}$ ، فجد قاعدة الاقتران ق

$\int_{٠}^{١} ٣ هـ^{٣س}\ د س$

$\int_{٠}^{١} (١ + هـ^{س})^{٢}\ د س$

إذا كان $هـ^{ص س} = س - ص$ فأثبت أن

$\frac{د ص}{د س} = \frac{ص^{٢} - ص س + ١}{س^{٢} - س ص + ١}$

$\int هـ^{٣س} (١ + هـ^{٢س})\ د س$

عبد الغفار الشيخ ٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩ ٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

إذا كان $هـ^{س ص}$ = س + ص أثبت أن

$$\frac{د ص}{د س} = \frac{١ - س ص - ص^{٢}}{س^{٢} + س ص - ١}$$

$$\int_{}^{} هـ^{(٢س + ٥)^{٢}} \, د س$$

عبد الغفار الشيـــخ

$$\int_{}^{} ٣ س \, هـ^{٢ + لـو_{هـ} س^{٢}} \, د س$$

إذا كان ص = $هـ^{(أ س)}$ جد قيمة (قيم) الثابت أ التي تحقق

صً – ٥ صَ + ٦ ص = صفر

٠٧٩٩٤١٠٩٠٩

إذا كان ق (س) = $٣^{ل(س)}$ ، حيث ل (س) قابل للاشتقاق

$$\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{١}{هـ - ١} \, د س$$

فأثبت أن قَ (س) = $٣^{ل(س)}$ × لَ (س) $لـو_{هـ} ٣$

٠٧٨٦٥٠٢٠٧٣

$$\int_{}^{} هـ^{٥س} \sqrt{هـ^{٢س} + ٤ هـ^{س} + ٤} \, د س$$

إذا كان $\int_{}^{}$ قَ (س) د س = $هـ^{١ - س^{٢}}$ + ٤هـ ،قَ (ب) = -٢ب

فجد قيمة (قيم) الثابت أ

٠٧٩٦٦٩٢٥٧٩