مركز الأمير طارق زياد الثقافي

رياضيات

علمي ٣

طارق زياد

٠٧٨٨١٢٩٥٢٣

بنك الأسئلة

تطلب من مؤسسة شاهين للقرطاسية

الزرقاء – الضليل – الخالدية

الفهرس

العنوان	الصفحة
مفهوم النهاية	1
نظريات النهايات	7
نهايات اقترانات كسرية	16
نهايات اقترانات مثلثية	24
الإتصال عند نقطة	35
اللإتصال على فترة	43
المراجعة	50

مفهوم النهايات:

الجدول:

سؤال ١:

معتمداً على الجدول التالي جد قيمة النهايات التي تليه

س	١٫٣	١٫٠١	٣٫٠٠١	٣	٢٫٩٩٩	٢٫٩٩	٢٫٩
ه(س)	٥٫١	٥٫٠١	٥٫٠٠١	؟؟	٤٫٩٩٩	٤٫٩٩	٤٫٩

١) $\lim_{س \to ٣^-}$ ه(س)

٢) $\lim_{س \to ٣^+}$ ه(س)

٣) $\lim_{س \to ٣}$ ه(س)

سؤال ٢:

س	١٫١	١٫٠١	١٫٠٠١	١	٠٫٩٩٩	٠٫٩٩	٠٫٩
ه(س)	١٫٧	١٫٠١٧	١٫٠٠١٧	؟	٧٫٩٩٩	٧٫٩٩	٧٫٩

اجب $\lim_{س \to ١}$ ه(س)

النهايات موجودة إذا:

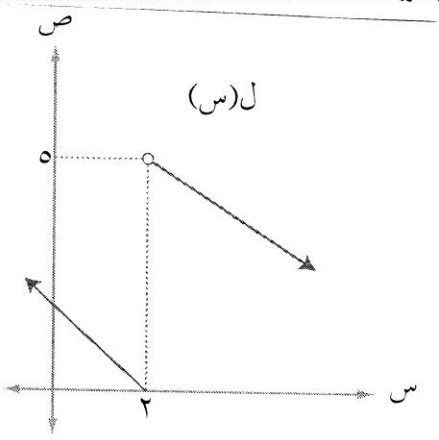
$\lim_{س \to ٢^-}$ ه(س) = $\lim_{س \to ٢^+}$ ه(س)

الرسم:

سؤال ٣:

معتمداً على الرسم البياني الذي يمثل منحنى ل(س) اجب

$\lim_{س \to ٢}$ ل(س)



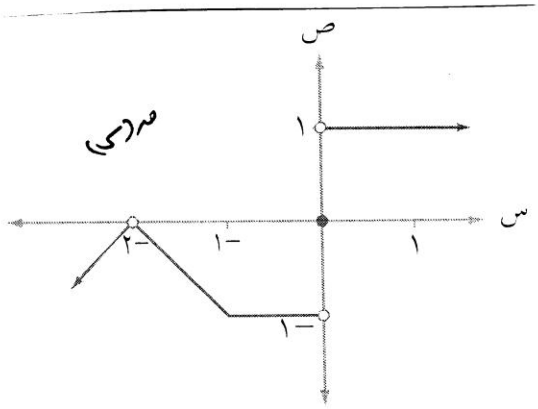
سؤال ٤:

معتمداً على الرسم البياني الذي يمثل منحنى ه(س) اجب:

١) $\lim_{س \to -٢}$ ه(س)

٢) $\lim_{س \to -١}$ ه(س)

٣) $\lim_{س \to ٠}$ ه(س)

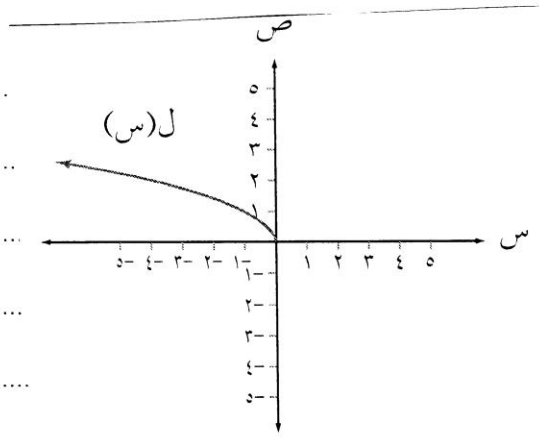


مفهوم النهايات

سؤال ٥ :

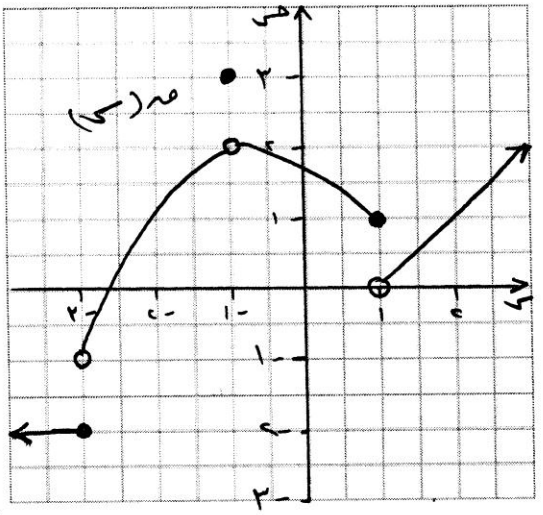
الرسم يمثل منحنى ل(س) = ... حيث :

نهـا ل(س) ، نهـا ل(س)
س ← ٠ ، س ← -١



سؤال ٦ : ★

معتمداً على الرسم البياني الذي يمثل منحنى مه(س) المعرف على ح حيث كل مما يلي :

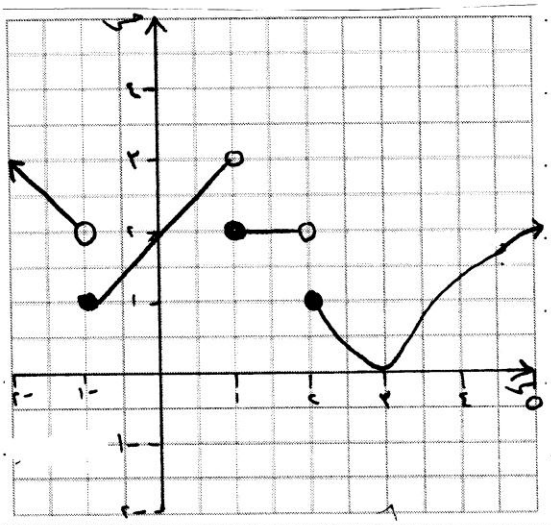


١) نهـا مه(س) ..... ج) مه(-١) .....
س ← -١

٣) نهـا مه(س) = غير موجودة (حيث ؟)
س ← ؟

سؤال ٧ : ★★

معتمداً على الرسم البياني الذي يمثل منحنى م(س) حيث :

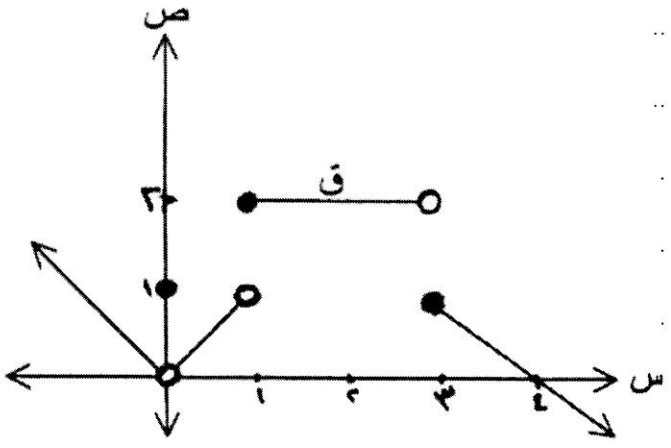


١) نهـا مه(س) = غير موجودة (حيث ؟)
س ← ؟

ج) نهـا مه(س) = ٢ (حيث ى)
س ← ى

سؤال ٨ : (٩٠٠٠) ش

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران مه(س) المعرف على ح فإن مجموعة قيم ؟ حيث نهـا مه(س) غير موجودة
س ← ؟



أ) {١ ، ٣ ، ٤} ..... ب) {١ ، ٣ ، ٤}

ج) {١ ، ٣ ، ٤ ، ٠} ..... د) {١ ، ٣}

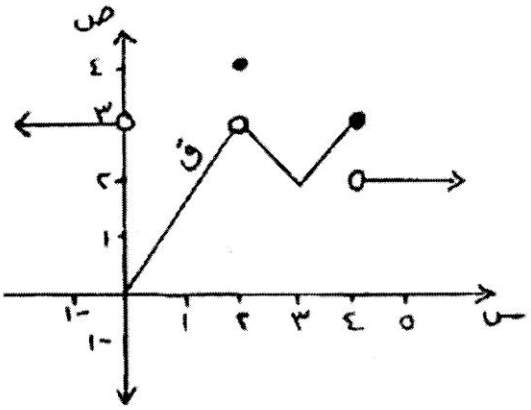
⇐ مفهوم النهاية

سؤال ٩ : ★ (د٠٠٩) هـ

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على ح فإن مجموعة قيم ل حيث $\lim_{س \to ل} هـ(س) = ٣$ هي

أ) $(-\infty ، ٠] \cup \{٢\}$ ب) $(-\infty ، ١) \cup \{٢\}$

ج) $(-\infty ، ١) \cup \{٢ ، ٤\}$ د) $(-\infty ، ٠] \cup [٢ ، \infty) \cup \{٤\}$



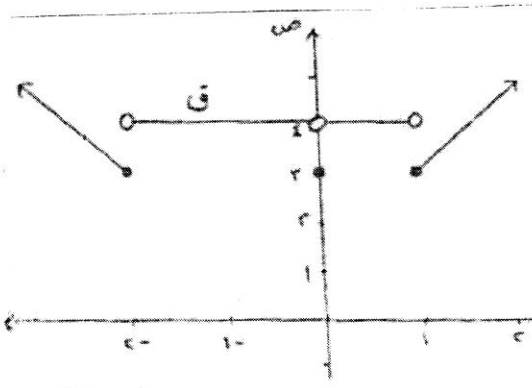
★★

سؤال ١٠ :

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران هـ المعرف على ح فإن مجموعة قيم ل حيث $\lim_{س \to ل^+} هـ(س) = ٣$ هي

أ) $\{١\}$ ب) $\{١ ، -٢\}$

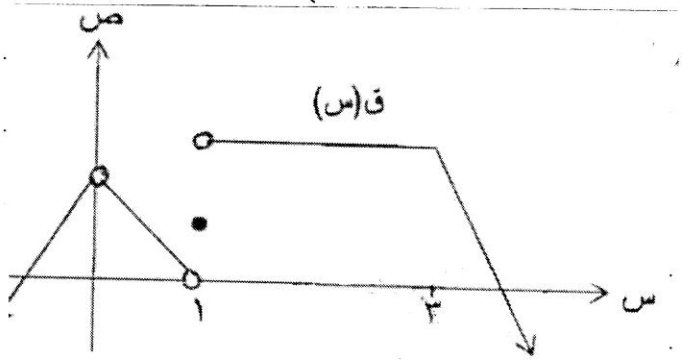
ج) $\{٢ ، ١\}$ د) $\{١ ، ٠ ، ٢ -\}$



سؤال ١١ : (د٠١١) شـ

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى هـ(س) المعرف على ح فإن مجموعة قيم ل حيث $\lim_{س \to ل} هـ(س)$ غير موجودة هي

أ) $\{١ ، ٣\}$ ب) $\{٠ ، ١\}$

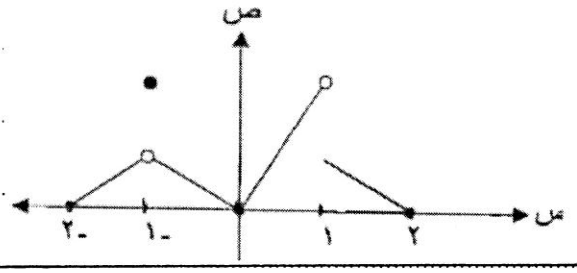


سؤال ١٢ (د٠١١) هـ

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى هـ(س) المعرف على الفترة $[-٢ ، ٢]$ فإن مجموعة قيم ل حيث $\lim_{س \to ل^-} هـ(س)$ تساوي صفر

أ) $-٢ ، ٠$ ب) $٠ ، ٢$

ج) $-٢ ، ٠ ، ٢$ د) ٠



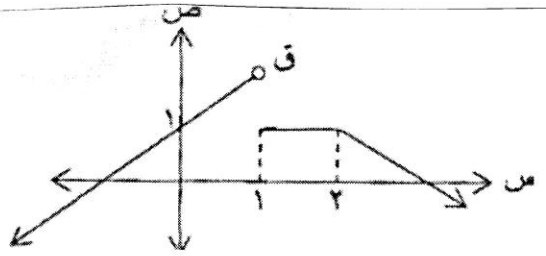
⇐ مفهوم النهاية :

سؤال ١٣ : (٢،١٢ ع) ٨م

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $d(س)$ المعرف على ح فإن مجموعة قيم $أ$ التي تجعل $\lim_{س \to أ} d(س) = ١$ هي

أ) $[٢، ١]$ ب) $[٢، ١] \cup \{٤\}$

ج) $(٢، ١)$ د) $(٢، ١] \cup \{٤\}$

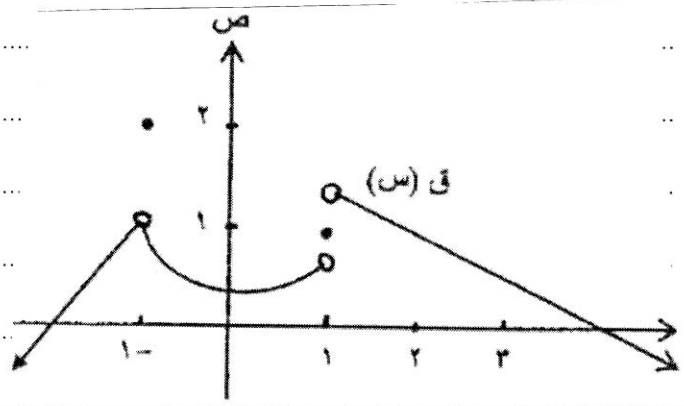


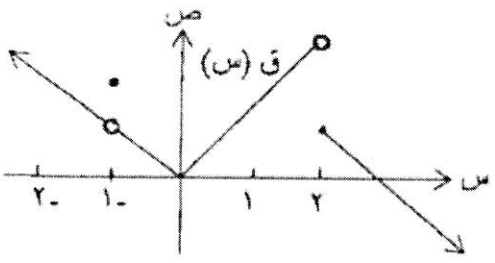
سؤال ١٤ : (٢،١٤ ع) ص

إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $d(س)$ المعرف على ح ، فإن مجموعة قيم $ل$ حيث $\lim_{س \to ل} d(س)$ غير موجودة

أ) -١ ب) ٢

ج) $\{-١، ٢\}$ د) $\{-١، ٠، ٢\}$





سؤال ١٥ : (٢،١٣ ع) ٨م ★★

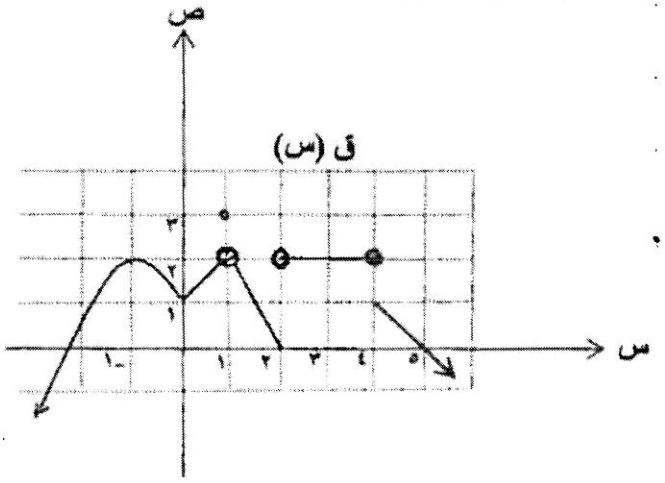
إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى $d(س)$ المعرف على ح فإن مجموعة قيم $أ$ التي تجعل $\lim_{س \to أ} d(س) = ١$ هي

أ) $[٢، ١]$ ب) $[٢، ١] \cup \{٤\}$

ج) $(٢، ١)$ د) $(٢، ١] \cup \{٤\}$

سؤال ١٦ : (٢،١٦ ع) ٨م

بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $d(س)$ أجب عما يأتي



١) $\lim_{س \to أ} d(س) = ٢$ ($أ \in م$)

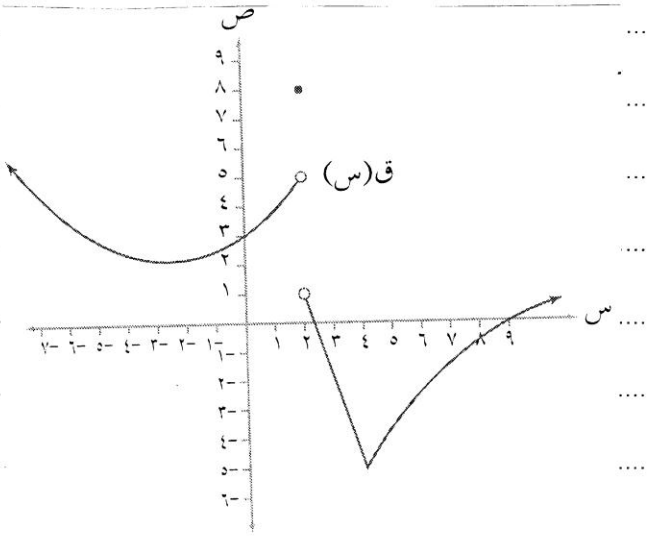
٢) $\lim_{س \to ب} d(س)$ غير موجودة ($ب \in م$)

مفهوم النهاية :

* أسئلة الكتاب :

تدريب (١) ص ١٥ :

معتمداً على الشكل (١-٦) الذي يمثل منحنى الاقتران ق حيث كلاً مما يأتي إن أمكن :



الشكل (١-٦)

١) $\lim_{س \to ٢^+} ق(س)$

٢) $\lim_{س \to ٢^-} ق(س)$

٣) $\lim_{س \to ٢} ق(س)$

تدريب (٢) ص ١٦ :

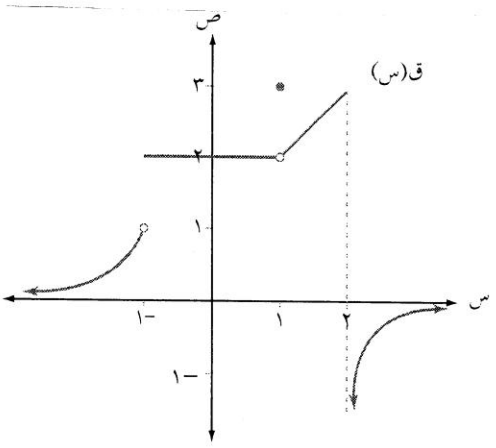
معتمداً على الشكل (١-٩) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح حيث كلاً مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ١} ق(س)$

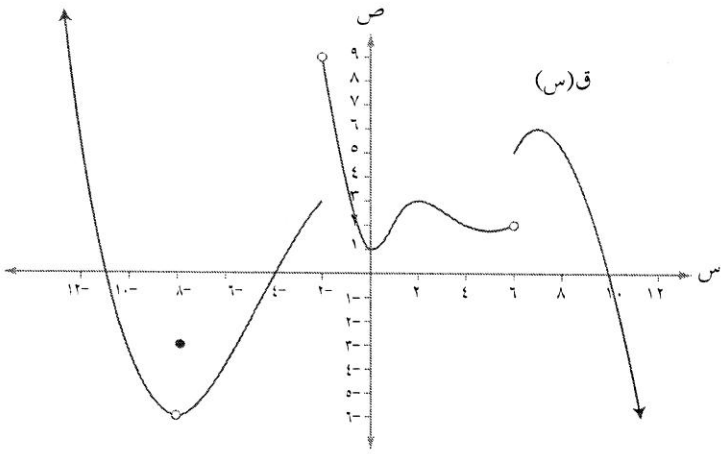
٢) $\lim_{س \to -١} ق(س)$

٣) $\lim_{س \to ٠} ق(س)$

٤) $\lim_{س \to ٢^-} ق(س)$



١) معتمدًا الشكل (١-١٠) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح ، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٠)

أ) $\lim_{س \to ٦^+}$ ق(س)

ب) $\lim_{س \to ٦^-}$ ق(س)

جـ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

د) $\lim_{س \to -٢}$ ق (س)

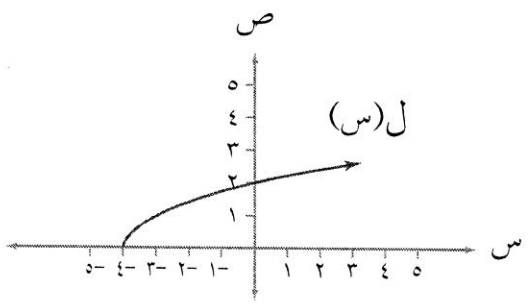
هـ) $\lim_{س \to -٨^+}$ ق(س)

و) $\lim_{س \to -٨^-}$ ق(س)

ز) $\lim_{س \to ١٠}$ ق(س)

٢) معتمدًا الشكل (١-١١) الذي يمثل منحنى الاقتران ل(س) = $\sqrt{س + ٤}$

جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١١)

أ) مجال الاقتران ل

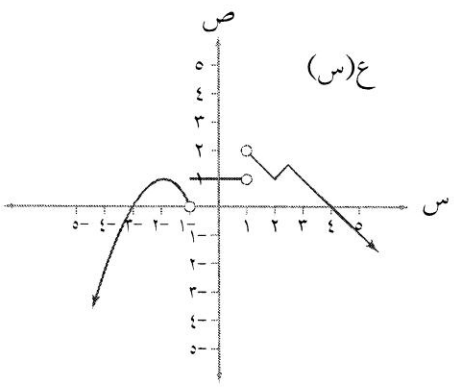
ب) $\lim_{س \to -٤^+}$ ل(س)

جـ) $\lim_{س \to -٤^-}$ ل(س)

د) $\lim_{س \to -٤}$ ل(س)

هـ) $\lim_{س \to ٠}$ ل(س)

٣) معتمدًا الشكل (١-١٢) الذي يمثل منحنى الاقتران ع، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٢)

أ) مجموعة قيم أ حيث:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow أ} \; ع(س) = ١$$

ب) مجموعة قيم جـ حيث:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow جـ^+} \; ع(س) = ١$$

جـ) مجموعة قيم ك حيث:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ك} \; ع(س) \text{ غير موجودة}$$

د) مجموعة قيم ل حيث:

$$\text{نهـــا}_{س \leftarrow ل} \; ع(س) = \text{صفرًا}$$

٤) إذا كان $ل(س) = \begin{cases} ٢س + ١ & ، س \in ص \\ س^{٢} + ٤ & ، س \notin ص \end{cases}$، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

فجد $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \; ل(س)$

⇐ نظريات النهايات:

* نظرية

$\lim_{س \to م} ج = ج$

(نهاية الإقتران الثابت = نفسه)

سؤال ١٨:

جد كل من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to ١} ٤ =$

٢) $\lim_{س \to ٠} -٤ =$

٣) $\lim_{س \to -٥} ٦ =$

٤) $\lim_{س \to -٤} -١٨ =$

٥) $\lim_{س \to \pi} صفر =$

٦) $\lim_{س \to ٧} \pi =$

*

$\lim_{س \to م} س = م$

$\lim_{س \to م} س^{ن} = م^{ن}$

$\lim_{س \to م} ق(س) = ق(م)$

(ق(س) كثير حدود)

الوصل في النهايات التعويض المباشر *

١) $\lim_{س \to م} (ق(س) \pm هـ(س))$

$= \lim_{س \to م} ق(س) \pm \lim_{س \to م} هـ(س)$

النهايات توزع على الجمع والطرح

٢) $\lim_{س \to م} ق(س) \times هـ(س)$

$= \lim_{س \to م} ق(س) \times \lim_{س \to م} هـ(س)$

النهايات توزع على الضرب

٣) $\lim_{س \to م} \frac{ق(س)}{هـ(س)} = \frac{\lim_{س \to م} ق(س)}{\lim_{س \to م} هـ(س)}$

حيث $\lim_{س \to م} هـ(س) \neq ٠$

النهايات توزع على القسمة بشرط ان المقام لا يساوي صفر.

٤) $\lim_{س \to م} (\sqrt[ن]{ق(س)})^{م}$

$= (\sqrt[ن]{\lim_{س \to م} ق(س)})^{م}$

النهايات تدخل الأقواس والجذور

٥) $\lim_{س \to م} ج \, ق(س)$

$= ج \lim_{س \to م} ق(س)$

عند وجود ثابت قبل الإقتران يمكن اخراجه من النهايات.

نظريات النهايات

سؤال ١٩ :

إذا كان $\lim_{س \to ١} م(س) = ٦$

$\lim_{س \to ١} هـ(س) = ٧$

$\lim_{س \to ١} م(س) = -٤$

جد كل مما يلي :

١) $\lim_{س \to ١} [م(س) + هـ(س) + م(س)]$

٢) $\lim_{س \to ١} [م(س) - هـ(س) - م(س)]$

٣) $\lim_{س \to ١} [م(س) \times م(س)]$

٤) $\lim_{س \to ١} \sqrt{٢ م(س) + ٧}$

٥) $\lim_{س \to ١} [م^٢(س) + ٤]$

٦) $\lim_{س \to ١} \frac{٣م(س) + ٢}{هـ(س)}$

٥) $\lim_{س \to ٢} (س+١) \sqrt{س^٢ + ١}$

٦) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{٢س + ٥}{س - ٢}\right)^٣$

سؤال ٢٠

$\lim_{س \to ٢} \frac{م(س) + ٣}{س} = ٢$

جد $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ + ٤س - ٢}{م(س)}$

سؤال ٢١ : $(٢، ١٠، ٢)$ حـ

إذا كان $م(س)$ كثير حدود

وكانت $\lim_{س \to ٠} [م(س) - ٥] = ٣$

١ صح $\lim_{س \to ٠} \sqrt{م(س)} =$

أ) ١٦ ب) -٤ ج) ٤ د) غير موجود

سؤال ٢٢ $(١١، ٢)$ ش

إذا كان $م(س)$ كثير حدود وكانت

$\lim_{س \to ٠} \frac{م(س)}{س} = ٣$

فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{م^٢(س)}{س} =$

أ) ٩ ب) ١٨ ج) ٦ د) ٣٦

سؤال ٢٣ :

$\lim_{س \to ٢} [٣ م(س) - ٥] = ٣$

$\lim_{س \to ٢} [م(س) + ٤] = ٤$

١ صح

$\lim_{س \to ٢} [م(س) + هـ(س)] = ٤$

$\lim_{س \to ٢} م(س) = ١$

١ صح

$\lim_{س \to ٢} (٣ هـ(س) - ٥)$

سؤال ٢٤ :

جد قيمة كل مما يلي :

١) $\lim_{س \to ٤} (٢س + ٥)$

٢) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{٣س + ٣}$

٣) $\lim_{س \to -١} \frac{س^٢ + ٥}{س^٤ + ١}$

سؤال ٢٥

$\lim_{س \to ٣} س م(س) = ١٥$

١ صح $\lim_{س \to ٣} (س^٢ م(س) + س + ٢)$

⇐ نظريات النهايات:

* نهاية اليمين المشتقة

نهاية $d(س)$ موجود $\Leftrightarrow$ نهاية $d(س)$ = نهاية $d(س)$ = نهاية $d(س)$
$س \to ب$ $س \to ب^+$ $س \to ب^-$

سؤال ٢٦:

$$d(س) = \begin{cases} س^2 + 3 & س \geq 2 \\ 3س + 1 & س < 2 \end{cases}$$

جد كلاً مما يلي:

١) نهاية $d(س)$ $س \to 1$

٢) نهاية $d(س)$ $س \to 4$

٣) نهاية $d(س)$ $س \to 2$

سؤال ٢٧:

$$d(س) = \begin{cases} س^3 - 7 & س > 3 \\ 6 & س = 2 \\ 7س - 1 & س < 3 \end{cases}$$

ا م ب

١) نهاية $d(س)$ $س \to 2$

٢) نهاية $d(س)$ $س \to 5$

٣) نهاية $d(س)$ $س \to 3$

سؤال ٢٨:

$$d(س) = \begin{cases} \sqrt{5س - 1} & س \geq 1 \\ س^2 - 7 & س < 1 \end{cases}$$

جد نهاية $d(س)$ $س \to 1$.

* فكرة الجاهيل

إذا كانت النهاية موجودة فنهاية اليمين = نهاية اليسار

سؤال ٢٩

$$d(س) = \begin{cases} 5س + ب & س > 2 \\ 3س^2 + س + 1 & س \leq 2 \end{cases}$$

إذا كانت نهاية $d(س)$ $س \to 2$ موجودة ماهي قيمة ب؟

سؤال ٣٠:

$$d(س) = \begin{cases} ب س + 1 & س \geq 3 \\ ب - س & س < 3 \end{cases}$$

إذا كانت نهاية $d(س)$ $س \to 3$ موجودة جد قيمة ب.

سؤال ٣١: *

$$d(س) = \begin{cases} س + 5 & س > ب \\ س^2 + 3 & س < ب \end{cases}$$

جد قيمة ب التي تجعل نهاية $d(س)$ $س \to ب$ موجودة

** سؤال ٣٢

$$d(س) = \begin{cases} س^2 + 13 & س \geq ب \\ 7 - س & س < ب \end{cases}$$

جد قيمة ب حيث نهاية $d(س)$ $س \to ب$ موجودة.

⇐ نظريات النهايات :

* اعادة التعريف .

سؤال ٣٣ :

$مـ(س) = |س^٢ - ٣|$

جـ) $\lim_{س \to ١}$ مـ(س)

د) $\lim_{س \to ٧}$ مـ(س)

و) $\lim_{س \to ٢}$ مـ(س)

سؤال ٣٤ :

$مـ(س) = |س^٢ - ٤|$

جـ) $\lim_{س \to -٢}$ مـ(س)

د) $\lim_{س \to ٢}$ مـ(س)

و) $\lim_{س \to ٠}$ مـ(س)

سؤال ٣٥ :*

$\lim_{س \to ٢} |س^٢ - ٩|$

سؤال ٣٦ :

$\lim_{س \to ١} \frac{١}{س}$

سؤال ٣٧ :*

$\lim_{س \to ٥} |س^٢ - ٢س - ٢٥|$

سؤال ٣٨ :

$\lim_{س \to ٢} [\frac{١}{٣}س - ١]$

سؤال ٣٩

$\lim_{س \to ٤} [-س]$

سؤال ٤٠ :*

$\lim_{س \to ٣} |س - ٥| - [\frac{١}{٤}س + ١]$

سؤال ٤١ :

$\lim_{س \to ١} \frac{[\frac{١}{٥}س + ٣] + س}{|س^٢ - ٤|}$

سؤال ٤٢ :**

$مـ(س) = \begin{cases} [-س] & ٣ \geq س > ٥ \\ |س - ٤| & ٥ \geq س \geq ٧ \end{cases}$

سؤال ٤٣ :*

$مـ(س) = \sqrt{س^٢ - ٤س + ٤}$

جـ) $\lim_{س \to ٢}$ مـ(س) .

سؤال ٤٤ :**

$مـ(س) = \begin{cases} [\frac{١}{٤}س + ٢] & ٢ < س < ٦ \\ |٤٩ - س^٢| + س & ٦ < س < ١٠ \end{cases}$

جـ) $\lim_{س \to ٦}$ مـ(س)

د) $\lim_{س \to ٤}$ مـ(س)

و) $\lim_{س \to ٧}$ مـ(س)

⇐ نظريات النهايات:

* نهاية الجذر التربيعي

سؤال ٤٥:

$$\text{مد}(س) = \sqrt{س - ٤}$$

جد ١) $\lim_{س \to ١^+}$ مد(س)

٢) $\lim_{س \to ٨^-}$ مد(س)

٣) $\lim_{س \to ٤}$ مد(س)

سؤال ٤٦:

$$\text{مد}(س) = \sqrt{٩ - س^٢}$$

جد ١) $\lim_{س \to -٣^+}$ مد(س)

٢) $\lim_{س \to ٣^-}$ مد(س)

سؤال ٤٧:

$$\text{مد}(س) = \sqrt{س^٢ - ٤س + ٤}$$

جد $\lim_{س \to ٢}$ مد(س).

سؤال ٤٨: (٢٠٠٨ ص)

$$\text{مد}(س) = \frac{\sqrt{٥ - س} + ٣}{س^٢ + ٢}$$

جد $\lim_{س \to ٥}$ مد(س)

أ) $\frac{٣}{٢٧}$ ب) ٠ ج) غير موجود د) $\frac{١}{٤}$

سؤال ٤٩:

$$\text{مد}(س) = \begin{cases} \dfrac{٣ - ٢\sqrt{س}}{١ - س} & س < ١ \\ \sqrt{س - ٤} & س \geq ١ \end{cases}$$

جد $\lim_{س \to ١}$ مد(س).

نظريات النهايات

أسئلة الكتاب

تدريب (1) ص21

$هـ(س) = ٤ - س$

$د(س) = س^٣ + س$

أوجد كلاً مما يأتي:

1) $\lim_{س \to ٢} (هـ(س) + د(س) \times س)$

2) $\lim_{س \to ١} \frac{هـ(س)}{د(س)}$

3) $\lim_{س \to ١} \sqrt{(هـ(س) + ٣)^٢ + ١٥}$

تدريب (2) ص22

أوجد كلاً مما يأتي:

1) $\lim_{س \to ٠} |س - ٨|$

2) $\lim_{س \to ١٦} |س - ١٦|$

3) $\lim_{س \to ٤} |س^٢ - ١٦|$

تدريب (3) ص23

أوجد كلاً من النهايات التالية:

1) $\lim_{س \to ١} [س - ٤]$

2) $\lim_{س \to ١٫٥} [٤ - ٢س]$

3) $\lim_{س \to ١٫٢} [س + ١]$

4) $\lim_{س \to ٤} [٥٫٠ - س]$

تدريب (4) ص23 ★

$هـ(س) = [٤ - س]$

فأوجد عما يأتي:

1) أوجد قيمة ؟ التي تجعل $\lim_{س \to ؟} هـ(س)$ = غير موجودة.

2) أوجد قيمة ب التي تجعل $\lim_{س \to ب} هـ(س) = ١$

تدريب (5) ص24

أوجد كلاً من النهايات التالية:

1) $\lim_{س \to ٧} \sqrt{س - ٧}$

2) $\lim_{س \to ٥} \sqrt{س - ٧}$

3) $\lim_{س \to ٥} \sqrt{س^٢ - ٥س}$

4) $\lim_{س \to ٧-} \sqrt{س^٢ - ٥س}$

مسألة المتباينة

تدريب (6) ص25

$هـ(س) = \begin{cases} |س - ٢| & س < ٢ \\ [٦ - س] & س > ٢ \end{cases}$

أوجد $\lim_{س \to ٢} هـ(س)$

تدريب (7) ص26 ★

$هـ(س) = [س + ٥]$ ، $ل(س) = [٤ - س]$

أوجد: 1) $\lim_{س \to ١} هـ(س)$

2) $\lim_{س \to ١} ل(س)$

3) $\lim_{س \to ١} (هـ(س) + ل(س))$

تمارين ومسائل

١) إذا كان ق(س) = س^{٢} – س – ٦ ، ل(س) = س^{٢} –٢ س – ٣ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ١}$ (ق(س) + ل(س))

ب) $\lim_{س \to ١}$ ق(س)×ل(س)

جـ) $\lim_{س \to ١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

د) $\lim_{س \to ٢}$ (ل(س))^{٤}

هـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{١ - ل(س)}$

و) $\lim_{س \to -١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

٢)إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ٢ ع(س) = ١٠ ، $\lim_{س \to ٢}$ ٣ل(س) +١ = ٧ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٢}$ (٢ ع(س) + ل(س))

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (ع^{٣} (س) – ل^{٢} (س))

جـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{\frac{ل(س)}{ع(س)}}$

د) $\lim_{س \to ٢}$ (ع^{٢} (س) – ل^{٢} (س))

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٥^{+}}$ | س^{٢} – ٢٥ |

ب) $\lim_{س \to ٥^{-}}$ | س^{٢} – ٢٥ |

جـ) $\lim_{س \to ٢^{-}}$ | س – ٢ |

د) $\lim_{س \to ٨}$ | س^{٢} – ٦٤ | .

هـ) $\lim_{س \to -٤}$ [س – ٢]

و) $\lim_{س \to ١}$ (س [س] + | س |)

ز) $\lim_{س \to ٥^{-}} \sqrt{٥ - س}$

ح) $\lim_{س \to ١} \sqrt{١ - س^{٢}}$

ط) $\lim_{س \to -٢} \sqrt{س^{٢} + ٤س + ٤}$

٤) جد قيم جـ التي تجعل نهـــا $\sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.
س←جـ

٥) إذا كان ق(س)= [٠,٢س]، فجد قيم جـ التي تجعل نهـــا [٠,٢س] = −١
س←جـ

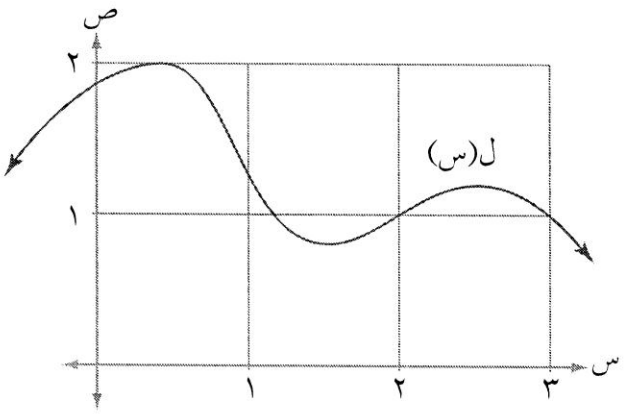
٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - ٤أ & ، \quad س \leq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س > ٣ \end{cases}$

وكانت نهـــا ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.
س←٣

٧) معتمدًا الشكل (١-١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:

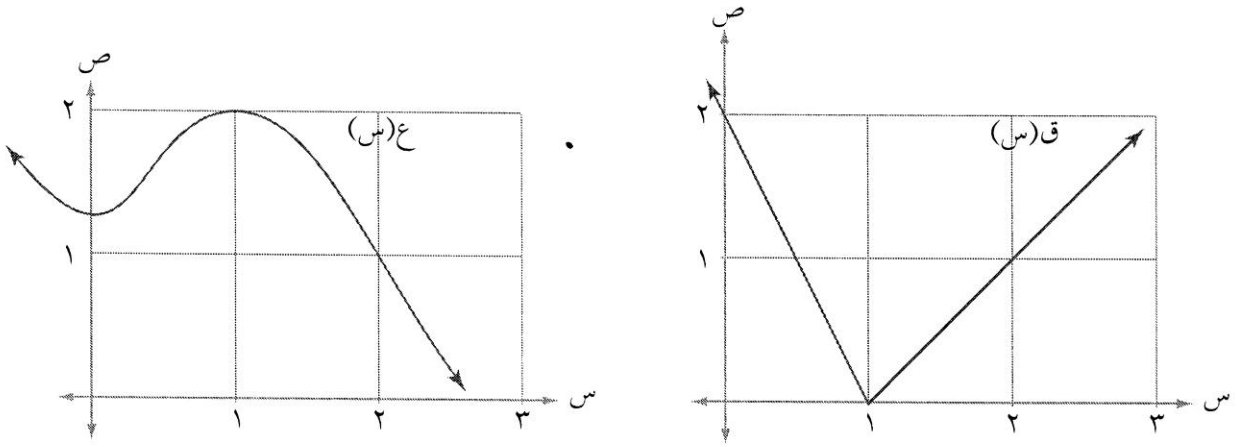
أ) نهـــا ل(٣ س - ٣)
س←٢

ب) نهـــا (س +ل (س))
س←٢



الشكل (١-١٥)

٨) معتمدًا الشكل(١-١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ،جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٦)

أ) نهـــا (ق(س) + ع(س))
س←١

ب) نهـــا (ق(س) × ع(س))
س←٢

جـ) $\lim_{س \to ١} \left(٢ ق(س - ١) + ع(س) \right)$

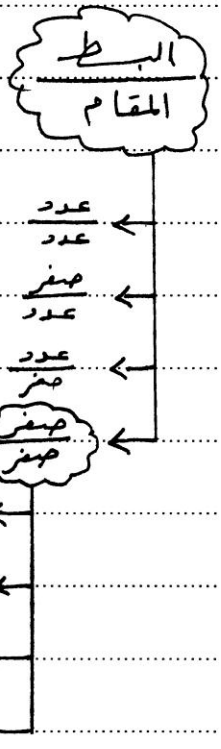
٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (-٣ ، ٤)، وكانت $\lim_{س \to -٣} \left(س - ل(س) \right) = -١٠$

فجد $\lim_{س \to -٣} \left(ق^{٢}(س) - ٢ ل(س) \right)$

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س-٢) يساوي٥ ، فجد

$\lim_{س \to ٢}$ (٣ ع(س) + ٤ $س^{٢}$)

نهايات إقترانات كسرية ★★



سؤال ٥٠ :

جد قيمة كل من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} + س - ٥}{س + ٢}$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{س - ٢}{س^{٣} - ١}$

٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{س + ١}{س - ٣}$

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{١٥ س}{١ - س^{٢}}$

سؤال ٥١ :

جد كل من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٢ س^{٢} + س}{س - ٢}$

٢) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٣} - ١٥ - ٢ س}{س - ٥}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٣} - ٢ س^{٢} + س}{س}$

٤) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٢} + س}{٢ + س + ٢ س^{٢}}$

سؤال ٥٢ :

جد كلاً من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} - ١}{س - ١}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٣ س}{٩ - س^{٢}}$

٣) $\lim_{س \to ٥} \frac{س - ٦}{٣٠ - س - س^{٢}}$

٤) ★ $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ١٦}{٨ - ٢ س}$

سؤال ٥٣ :

جد كلاً من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - ١}$

٢) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٣} + ١}{س^{٢} - ١}$

التحليل والقسمة التركيبية

سؤال ٥١ :

جد كل من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٣} - ٢ س^{٢} + س}{س - ٢}$

٢) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^{٣} - ١٥ - ٢ س}{س - ٥}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٣} - ٢ س^{٢} + س}{س}$

٤) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٢} + س}{٢ + س + ٢ س^{٢}}$

سؤال ٥٢ :

جد كلاً من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} - ١}{س - ١}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٣ س}{٩ - س^{٢}}$

٣) $\lim_{س \to ٥} \frac{س - ٦}{٣٠ - س - س^{٢}}$

٤) ★ $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ١٦}{٨ - ٢ س}$

سؤال ٥٣ :

جد كلاً من النهايات التالية :-

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} - ١}{س^{٢} - ١}$

٢) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٣} + ١}{س^{٢} - ١}$

نهايات إمتدادات كسرية

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٢٧}{س^٢ - ٣س}$

٢) $\lim_{س \to ٥} \frac{س^٤ - ٨س}{١٠ - ٢س}$

٣) $\lim_{س \to -٤} \frac{س^٣ + ٦٤}{١٦ - س^٢}$

سؤال ٥٤ :

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ - ٦س - ٨}{س - ٢}$

٢) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٣ + ٢٧}{س^٢ + ٥س + ٦}$

٣) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + ٤س - ٥}{٥ - ٥س}$

٤) $\lim_{س \to -٣} \frac{س^٢ + ٥س - ١٤}{٤ - س^٢}$

٥) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٤ - ٢س^٢ + ١}{١ - س^٣}$

٦) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^٦ + ٣س^٥ + ٢س^٤ + ٥س + ٢}{١٦ - س^٤}$

سؤال ٥٥ :

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{|س - ٢| - ١}{٩ - س^٢}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{[\frac{١}{٢}س - ٤] - س^٢}{٢ - س}$

٣) $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٨س + ٩}{|٤ - س^٢| - ٣}$

* المرافقة والجذور.

سؤال ٥٦ :

١) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س} - ١}{س - ١}$

٢) $\lim_{س \to ٤} \frac{س - ٤}{\sqrt{س} - ٢}$

٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{٥س + ١} - ٤}{س^٢ - ٩}$

٤) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ + ٥س + ٢} - ٤}{س - ٢}$

٥) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س} - ١}{س^٢ - ١}$

٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س} - ٣}{س^٢ - ٩}$

٧) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٢ - ٤}{\sqrt{٦س - ٣} - ٣}$

٨) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س} - ١}{\sqrt{٣س + ١} - ٢}$

٩) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٥س - ١} - ٣}{س^٢ - ٦س + ٨}$

١٠) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س + ٣} - \sqrt{٥س - ١}}{س - ١}$

١١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س - ٣}{\sqrt{٢س + ٣} - \sqrt{٥س - ٦}}$

١٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١٦ + س^٣} - \sqrt{١٦ - س^٣}}{س^٣}$

١٣) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{س^٢ - ٧س + ١٢}$

⇐ نهايات إقترانات كسرية

* المرافقة التكعيبية

١٤) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt[٣]{س} - ١}{١ - س}$

١٥) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٥} - ١}{\sqrt[٣]{س} - ١}$

١٦) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{س^{٢} + ٢س - ٦}$

١٧) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{٣س + ٦} - ٣}{س^{٢} - ٤٩}$

١٨) $\lim_{س \to -١} \frac{\sqrt[٣]{س^{٣}} + ١}{س + ١}$

١٩) $\lim_{س \to -٢} \frac{\sqrt[٣]{٩س^{٢} - ٩} + ٣}{س^{٢} - ٤}$

⇐ نهايات إقترانات كسرية.

✕ توحيد المقامات.

سؤال ٥٧:

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}}{٢ - س}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{١}{٢ - س} \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{٢} \right)$

سؤال ٥٨:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{\frac{١}{س+٣} - \frac{١}{٤}}{١ - س^٢}$

٢) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^٢ - ١٦}{\frac{٤}{س-١} - \frac{٤}{٣}}$

سؤال ٥٩: ★ فكرة المجاهيل

$\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ - ٥س - ٩}{س - ١} = ٣$

جد قيمة الثابت ٩.

سؤال ٦٠: ★★

$\lim_{س \to -٢} \frac{س^٢ + ٩س + ب}{س + ٢} = -٣$

١) س قيمة ٩، س

سؤال ٦١ (٢٠٠٨) س

$\lim_{س \to ١} \frac{٩س^٢ + ٢ب س + ٢}{١ - س} = ١$

سؤال ٦٢ (٢٠١١) ص

$\lim_{س \to -١} \frac{٩س^٢ - ب س - ٥}{١ + س} = -٧$

جد قيمة ٩، س

سؤال ٦٣ (٢٠١٢) ص

$مـ(س) = \frac{س^٢ + (٩ + ١٣)س + ٩}{٢ - س}$

$س \neq ٢$ جد قيمة ٩ التي تجعل

$\lim_{س \to ٢} مـ(س)$ موجودة

أ) ٣٠ ب) -٣٠ ج) -١٣ د) -١٠

سؤال ٦٤ (٢٠٠٨) س

$\lim_{س \to ٠} \frac{٦س^٤ + ١٨س^٣}{٤س^٣ - ٣س^٢}$

أ) -٦ ب) -٢ ج) ٣ د) ٩

سؤال ٦٥ (٢٠٠٩) س ★

$\lim_{س \to ١} \frac{مـ(س) - ٦}{١ - س} = ٨$

$\lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + ٢س - ٣}{مـ(س) - ٦} = ب + \frac{٣}{٢}$

جد قيمة ب.

⇐ نهايات إقترانات كسرية

سؤال ٦٦ : (٢٠٠٩) ص

إذا كان هـ إقتران كثير حدود

وكانت $\lim_{س \to 0} \frac{هـ(س) + ٥}{س} = \frac{١}{٢}$

وكانت $\lim_{س \to 0} (هـ(س) - ٥ + ٣ب) = ٠$

جـ قيمة الثابت ب

سؤال ٦٧ : (٢٠١١) ش

$\lim_{س \to 0} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{\sqrt{١+س}} - ١ \right)$

سؤال ٦٨ (٢٠١٤) ش ★★

$\lim_{س \to ٣} \frac{س^٢ - ٣س}{\sqrt{١+س} - ٢}$

سؤال ٦٩ (٢٠١٤) ش

$\lim_{س \to 0} \frac{ل(س) - ٤}{س} = ٨$

وكان ل(س) كثير حدود .

$\lim_{س \to 0} (ل(س) + ١٠) =$

أ) ٤ ب) ١٤ جـ) ١٨ د) ٦

سؤال ٧٠ : (٢٠١٤) ص

$\lim_{س \to -٣} \frac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^٢ + ٢س - ٣}$

سؤال ٧١ : (٢٠١٣) ش

$\lim_{س \to 0} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{٢(س+٤)} - \frac{١}{٨} \right)$

سؤال ٧٢ :

$مد(س) = \begin{cases} \frac{س - ٣}{\sqrt{س+١} - ٢} & س < ٣ \\ جـ س^٢ - ٤ & س \geq ٣ \end{cases}$

$\lim_{س \to ٣}$ مد(س) موجودة

جـ قيمة جـ

سؤال ٧٣ : (٢٠١٣) ص

$\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س+٣} - \sqrt{٤س+١}}{س - ٢}$

سؤال ٧٤ (٢٠١٣) ص

$\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س^٢ - ٩}}{\sqrt{س - ٣}}$

م) ..... ب) ..... جـ) ٦ د) غير موجود

سؤال ٧٥ (٢٠١٣) ص

$\lim_{س \to ٥} \frac{س^٢(٥) - س(٥)}{س^٣(٥) - ١}$

م) -١ ب) ٠ جـ) ١ د) غير موجود

نهايات إقترانات كسرية

سؤال ٧٦ (٤.١٤) $\lim_{س \to ٨}$

$$\frac{\sqrt{س} - ٢}{س - ٦٤}$$

سؤال ٧٧ (٤.١٤) $\lim_{س \to -٢}$

$$\frac{|س + ٣| - ٥}{س^٣ + ٨}$$

سؤال ٧٨ (٤.١٤) $\lim_{س \to ٢}$

$$\text{ق}(س) = \begin{cases} ٤س^٢ + \frac{١}{س} + [\frac{س}{٣}] & ١ \le س < ٣ \\ \frac{|س - ١٣|}{س^٢ - ٩} & ٣ < س \le ٤ \end{cases}$$

جد $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

سؤال ٧٩ (٤.١٤) $\lim_{س \to ٤}$

$$\frac{\sqrt{س^٢ - ١٢} - س}{٢س^٢ - ٥س - ١٢}$$

سؤال ٨٠ (٤.١٥) $\lim_{س \to -٣}$

$$\frac{س + ٣}{س + ٣\sqrt{س^٢ - ٩}}$$

سؤال ٨١ (٤.١٥) $\lim_{س \to ٣}$

$$\left(\frac{س^٢ + ٧س + ١٢}{س^٢ - ٩} - \frac{س + ٣}{٣ - س}\right)$$

سؤال ٨٢ (٤.١٦) $\lim_{س \to ٣}$

$$\frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{٩ - ٣س}$$

سؤال ٨٣ * (٤.١٦) $\lim_{س \to -٢}$

$$\frac{\sqrt{-٩س} - ٦}{س^٣ + ٣}$$

نهايات إقترانات كسرية

* حل أسئلة الكتاب:

تدريب (١) ص ٣١

جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to -٥} \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{س + ٥}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^٣ + ١}{٣ - س}$

تدريب (٢) ص ٣٣

جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to ٥} (\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥})(\frac{١}{٢٥ - س^٢})$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{٦ - \sqrt{س^٢ + ٣٤}}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س^٢ + ١} - \sqrt{١ - ٢س^٢}}{س^٢}$

تدريب (٣) ص ٣٥

جد كلاً من النهايات التالية:-

١) $\lim_{س \to -٢^+} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س + ٢}}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^٢ - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

تدريب (٤) ص ٣٦

$\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{س - ٧}$

١) جد كلًّا من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٨} \frac{(س + ١)^{٢} - ٨١}{(س - ٨)}$

ب) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$

جـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(٢ + س)^{٢}} - \frac{١}{٤} \right)$

د) $\lim_{س \to -٢} \frac{|٣س + ١| - ٥}{س^{٣} + ٨}$

هـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س \sqrt{س + ١}}{٩ - ٣س}$

و) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٥}}{س - ٥}$

ز) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١}}{\sqrt{س - ١}}$

ح) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٣س - ٤}{س^{٢} - ١}$

ط) $\lim_{س \to ٧^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤٩}}{\sqrt{س - ٧}}$

ي) $\lim_{س \to ٢,٥} \frac{٢س - [٢س]}{٤س^{٢} - ٢٥}$

ك) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + س^{٢}} - \sqrt{١ - س^{٢}}}{س^{٢}}$

٢) إذا كان ق كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) + ٥}{س - ٣} = ٤$ ،

$\lim_{س \to ٣} (ق(س) - ٢س + ٣ ب) = ٧$ ، فجد قيمة الثابت ب.

٣٣

٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، \ س \leq ٣ \\ جـ س^{٢} - ٤ & ، \ س > ٣ \end{cases}$

وكانت $\underset{س \leftarrow ٣}{نهـــا}$ ق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت جـ.

٤) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ١}{نهـــا} \dfrac{أس^{٢} + ٢ب س + ٢}{س - ١} = ١$ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب.

٥) جد $\underset{س \leftarrow ٠}{نهـــا} \dfrac{(٦٤)^{س} - ٨^{س}}{١ - ٨^{س}}$

٦) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٣} - ٢٧}{٢س^{٢} + ٦س + ١٨} & ، \ س \leq ع \\ س + ٥ & ، \ س > ع \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ع التي تجعل $\underset{س \leftarrow ع}{نهـــا}$ ل(س) موجودة.

٧) إذا كان ق(س) = $\dfrac{س^{٢} + ٥}{س^{٢} - ٥س + ٦}$

فجد قيم أ التي تجعل $\underset{س \leftarrow أ}{نهـــا}$ ق(س) غير موجودة.

٨) إذا كانت $\underset{س \leftarrow ١}{نهـــا} \dfrac{ق(س) - ٦}{س - ١} = ٨$ ،وكانت $\underset{س \leftarrow ١}{نهـــا} \dfrac{س^{٢} + ٢س - ٣}{ق(س) - ٦} + ب = \dfrac{٣}{٢}$

فجد قيمة الثابت ب.

٩) إذا كان هـ كثير حدود، وكانت $\underset{س \leftarrow ٠}{نهـــا} \dfrac{هـ(س) + ٥}{س} = \dfrac{١}{٢}$ ،

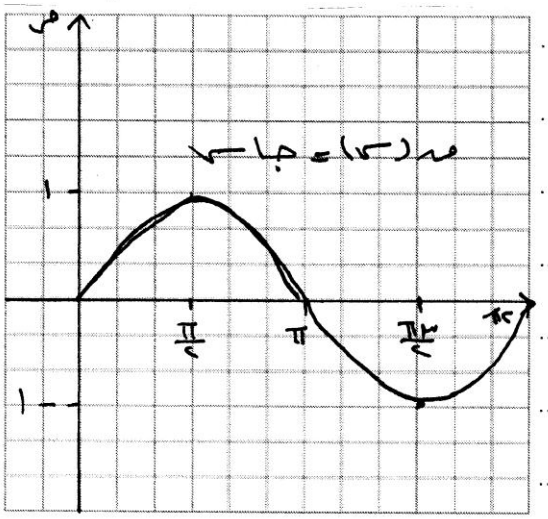
$\underset{س \leftarrow ٠}{نهـــا}$ (هـ (س) − ٥ + ٣ جـ) = ٢ ، فجد قيمة الثابت جـ.

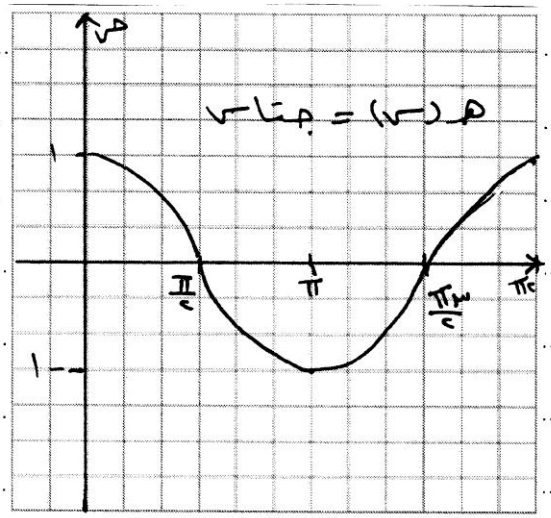
⇐ نهايات إقترانات مثلثية

سؤال ٨٤ :

معتمداً على الرسم $م(س) = جا س$ و $هـ(س) = جتا س$

جد كلاً مما يأتي :





١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} م(س) = \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} جا س$

٢) $\lim_{س \to \pi} م(س) = \lim_{س \to \pi} جا س$

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} هـ(س) = \lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} جتا س$

٤) $\lim_{س \to \pi} هـ(س) = \lim_{س \to \pi} جتا س$

سؤال ٨٥ :

جد كلاً من النهايات التالية :

١) $\lim_{س \to \pi} (جتا(٣ - س) + ٣ - س)$

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} (جا س + جتا س)$

٣) $\lim_{س \to ٠} (جتا س + جا س - ٣)$

---

* نظريات

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا س}{س} = ١$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س}{جا س} = ١$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{ظا س}{س} = ١$

$\lim_{س \to ٠} \frac{س}{ظا س} = ١$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا أ س}{ب س} = \frac{أ}{ب}$

$\lim_{س \to ٠} \frac{جا أ س}{ب س} = \frac{أ}{ب}$ ← اثبت بالفرض

سؤال ٨٦ :

جد كلاً من النهايات التالية :

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٤ س}{٣ س}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٥ س}{٧ س}$

⇐ نهايات إقترانات مثلثية

* نظرية:

$$\lim_{س \to 0} \frac{جا أس}{ظا ب س} = \frac{أ}{ب}$$

$$\lim_{س \to 0} \frac{ظا أس}{جا ب س} = \frac{أ}{ب}$$

(الإثبات بالقسمة)

* النوع الأول:

الأسئلة التي تحتوي جا، ظا فقط

← توزيع

← قسمة على س

سؤال ٨٧:

جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا س}{ظا ٣س}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا ٥س}{جا ٦س}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{س^٢}{ظا ٥س}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{٣س}{جا س}$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{س^٣}{جا^٣ س}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^٣ ٣س}{س}$

٧) $\lim_{س \to 0} \frac{جا^٣ ٣س}{ظا^٢ س}$

٨) $\lim_{س \to 0} \frac{ظا^٢ ٢س}{٥س^٢}$

٩) $\lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س}{٤س^٢}$

سؤال ٨٨:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا س ظا س}{س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{س ظا ٣س}{جا^٥ س}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{س^٣}{جا^٣ س ظا^٢ س}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{جا^٢ س - ظا^٤ س + ٦س}{س + جا^٢ س}$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{س جا س}{٣س^٢ - ظا^٢ س}$

* تذكير:

جا س ، جتا س

ظا س = $\frac{جا س}{جتا س}$ = $\frac{١}{ظتا س}$

ظتا س = $\frac{جتا س}{جا س}$ = $\frac{١}{ظا س}$

قا س = $\frac{١}{جتا س}$

قتا س = $\frac{١}{جا س}$

نهايات إقترانات مثلثية

سؤال ٨٩:

١) $\lim_{س \to 0} س \, قتا ٢س$

٢) $\lim_{س \to 0} ظا ٣س \, قتا ٦س$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{ظتا ٣س}{قتا ٧س}$

٤) $\lim_{س \to 0} س^{٢} \, ظتا ٤س \, قتا ٤س$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{٣س^{٥} \, ظتا ٥س}{جا ٨س}$

٥) $\lim_{س \to -٢} \frac{ظا(س+٢)}{٤ - س^{٢}}$

٦) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٢}+٥س+٦}{جا(س+٣)}$

٧) $\lim_{س \to 0} \frac{جا س^{٢}}{س}$

٨) $\lim_{س \to 0} \frac{جا(ظا س)}{٣س}$

٩) $\lim_{س \to 0^{+}} \frac{جا \sqrt{٣س}}{س}$

١٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{ظا(س^{٢}-٤)}{جا(٣س-٦)}$

فكرة

$\lim_{س \to ا} \frac{جا(ه(س))}{ه(س)}$ أو $\frac{ظا(ه(س))}{ه(س)}$

$ه(ا) = ٠$

القرب والتعويض عن الزاوية المحيطة

تحذير:

١) إبدأ دائماً بالتعويض قبل الحل.

٢) يحتمل وجود صفر في السؤال ولا يؤثر على الإجابة.

سؤال ٩٠

١) $\lim_{س \to ٣} \frac{جا(س-٣)}{س-٣}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{ظا(س-٢)}{س-٢}$

٣) $\lim_{س \to ٤} \frac{جا(س-٤)}{س^{٢}-١٦}$

٤) $\lim_{س \to ٤} \frac{ظا(س^{٢}-١٦)}{س-٤}$

سؤال ٩١

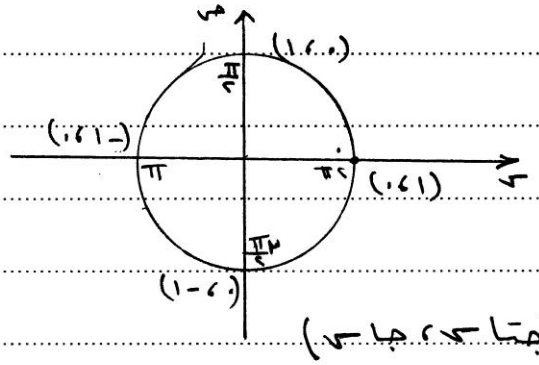
١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{جا(س+\frac{\pi}{٤})}{(س+\frac{\pi}{٤})}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{٣س + جا ٥س}{٤س + ظا ٤س}$

٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٣}} \frac{ظا(\pi س)}{\pi س}$

نهايات اقترانات مثلثية:

* استطابقات:



(جتا س، جا س)

س°	س راديان	جا س	جتا س	ظا س
٣٠°	$\frac{\pi}{٦}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$
٤٥°	$\frac{\pi}{٤}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$	١
٦٠°	$\frac{\pi}{٣}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\sqrt{٣}$
٩٠°	$\frac{\pi}{٢}$	١	٠	غير معرف
١٨٠°	π	٠	-١	٠
٢٧٠°	$\frac{٣\pi}{٢}$	-١	٠	غير معرف
٣٦٠°	٢π	٠	١	٠

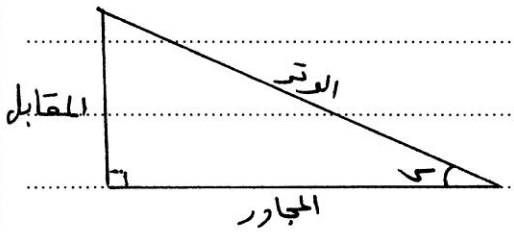
جا س ، جتا س

ظا س = $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}} = \frac{١}{\text{ظتا س}}$

ظتا س = $\frac{\text{جتا س}}{\text{جا س}} = \frac{١}{\text{ظا س}}$

قا س = $\frac{١}{\text{جتا س}}$

قتا س = $\frac{١}{\text{جا س}}$



جا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جتا س = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظا س = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

قا س = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

قتا س = $\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$

* $\text{جا}^٢ س + \text{جتا}^٢ س = ١$

← $\text{جا}^٢ س = ١ - \text{جتا}^٢ س$

← $\text{جتا}^٢ س = ١ - \text{جا}^٢ س$

* $\text{قا}^٢ س - \text{ظا}^٢ س = ١$

← $\text{قا}^٢ س = ١ + \text{ظا}^٢ س$

← $\text{ظا}^٢ س = \text{قا}^٢ س - ١$

* $\text{قتا}^٢ س - \text{ظتا}^٢ س = ١$

* $\text{جا}٢س = ٢ \text{جا س جتا س}$

* $\text{جتا}٢س = \begin{cases} ٢\text{جتا}^٢ س - ١ \\ ١ - ٢\text{جا}^٢ س \end{cases}$

⇐ نهايات إقترانات مثلثية

جا(أ ± ب) = جا أ جتا ب ± جتا أ جا ب

جتا(أ ± ب) = جتا أ جتا ب ∓ جا أ جا ب

$$ظا(أ \pm ب) = \frac{ظا أ \pm ظا ب}{1 \mp ظا أ \times ظا ب}$$

$$جا أ - جا ب = 2 جتا\left(\frac{أ+ب}{2}\right) جا\left(\frac{أ-ب}{2}\right)$$

$$جتا أ - جتا ب = -2 جا\left(\frac{أ+ب}{2}\right) جا\left(\frac{أ-ب}{2}\right)$$

جا س = جتا(π/2 − س)

جتا س = جا(π/2 − س)

جا س = جا(π − س)

جا(−س) = − جا س

جتا(−س) = جتا س

ظا(−س) = − ظا س

⇐ نهايات إقترانات مثلثية

سؤال ٩٢ :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}٤س}{س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}٤س}{س^٤}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}س}{\text{ظا}^٢ س}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}٩س}{س \text{ جا}٤س}$

سؤال ٩٣ :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}^٢ س - ١}{س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}^٣ س - ١}{س \text{ ظا}٥س}$

سؤال ٩٤ :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٣س - \text{جتا}س}{س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{س \text{ جتا}٤س - س \text{ جتا}٤س}{س \text{ ظا}^٢ ٤س}$

سؤال ٩٥ :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}(س + \pi)}{س}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}(٥س + \frac{\pi}{٢})}{س}$

سؤال ٩٦ :

$\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جا}٤س - \text{جتا}^٢ س}{٣س}$

سؤال ٩٧ :

$\lim_{س \to 0} \frac{٦ - ٦\text{جتا}^٢ س}{س^٢ - ٣س}$

سؤال ٩٨ :

$\lim_{س \to 0} \frac{\text{قا}^٢ ٣س + \text{جتا}^٢ س - ٢}{س \text{ ظا}س}$

* المرافعة

$١ \pm \text{جا} \quad \text{جا} \pm ١$

$١ \pm \text{جتا} \quad \text{جتا} \pm ١$

$١ \pm \text{قا} \quad \text{قا} \pm ١$

$\text{جا} \pm \text{جتا} \quad \text{جتا} \pm \text{جا}$

سؤال ٩٩

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}س}{س^٢}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}٥س}{\text{جتا}٤س - ١}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جا}^٢ س - ٢ \text{جا}س}{س^٣}$

نهايات إقترانات مثلثية:

سؤال ١٠٠ (٢٠٠٨) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 + \text{جتا}٤س - ٢\,\text{جتا}^٢س}{س^٢}$$

سؤال ١٠١ (٢٠٠٨) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{1 - \text{جتا}٨س - ٢\,\text{جا}^٢س}{١٠\,س^٢}$$

سؤال ١٠٢ (٢٠٠٩) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{س + \text{جا}٤س}{٣\,س}$$

أ) ٠ ب) ١ جـ) $\frac{٤}{٣}$ د) $\frac{١}{٣}$

سؤال ١٠٣ : (٢٠٠٩) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{٤\,س\,(س + \text{جا}٨س) - \text{جا}^٢٤س}{س^٢\,\text{جتا}س}$$

سؤال ١٠٤ (٢٠٠٩) ص

$$\text{ص}(س) = \frac{\text{جتا}(\frac{\pi}{٤} - س)}{س} \quad \text{فجد}$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \text{ص}(س)$$

أ) ١ ب) $-\frac{١}{٢}$ جـ) غير موجودة د) ٠

سؤال ١٠٥ (٢٠٠٩) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} (٧ - س^٣)\,\text{ظتا}^٢س\,\text{قتا}س$$

سؤال ١٠٦ : (٢٠١٠) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{ظا}س - \text{جا}س}{س^٣}$$

سؤال ١٠٧ : (٢٠١٠) هـ

$$\text{ص}(س) = \frac{\text{جا}(\pi - ٢س)}{-٥\,س} \quad \text{جد}$$

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \text{ص}(س)$$

أ) $-\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٥}$ جـ) ٠ د) غير موجودة

سؤال ١٠٨ (٢٠١٠) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{قا}(٢س) - ١}{س^٢}$$

سؤال ١٠٩ : (٢٠١١) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا}س - \text{جا}س}{\frac{\pi}{٤} - س}$$

سؤال ١١٠ (٢٠١١) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} ٣\,س\,(\text{ظتا}٢س + \text{قتا}٣س)$$

سؤال ١١١ (٢٠١٢) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا}س}{\pi - ٢س}$$

سؤال ١١٢ (٢٠١٢) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا}س}{س\,\text{جا}س}$$

سؤال ١١٣ (٢٠١٣) هـ

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{\text{جتا}\frac{\pi}{٢}س}{١ - س}$$

نهايات إقترانات مثلثية

سؤال ١١٤ (٢٠١٣) ص

$$\text{نهـا}_{س \to 0} \frac{س + \text{جا}٤س}{٥س}$$

أ) ١ ب) $\frac{٤}{٥}$ ج) $\frac{١}{٥}$ د) .

سؤال ١١٥ (٢٠١٣) ص

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{ظا}٤س}{س^{٢} - \frac{\pi}{٤}س}$$

سؤال ١١٦ (٢٠١٣) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٥} \text{ه}(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٤س - ١٥}{س - ١٥} & س < ٥ \\ ٢\text{جتا}\frac{\pi}{٥}س + ٥ & س > ٥ \end{cases}$$

نهـا ه(س) موجودة
$س \to ٥$
ص = ؟

سؤال ١١٧ (٢٠١٤) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\text{ظا}(\pi - س)}$$

سؤال ١١٨ (٢٠١٤) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}٣س - \text{جا}٥س}{٢س^{٢}}$$

سؤال ١١٩ (٢٠١٤) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{ظا}٢س}{٥س} = \text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٦س}{٣س - ٣س}$$

= ؟

ص قيمة أ ، ب .

سؤال ١٢٠ (٢٠١٥) ص

$$\text{نهـا}_{س \to \pi} \frac{١ + \text{جتا}س}{(\pi - س)^{٢}}$$

سؤال ١٢١ (٢٠١٥) ص

$$\text{نهـا}_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جتا}س - ٣\text{جا}س}{\pi - ٢س}$$

سؤال ١٢٢ (٢٠١٦) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٢س - \text{جا}س}{١ - \text{جتا}٢س}$$

سؤال ١٢٣ (٢٠١٦) ص

$$\text{نهـا}_{س \to ٠} \frac{٤ - س\,\text{ظا}س - ٤\,\text{جتا}س}{س\,\text{جا}٤س}$$

⇐ نهايات إقترانات مثلثية

* أسئلة الكتاب:

تدريب (١) ص٤٣

جد كلاً من النهايات التالية:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٣س}{٣س}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{جا(س-٣)}{(س-٣)}$

٣) $\lim_{س \to 0} \frac{٩س}{ظا ٦س}$

٤) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ١٢س}{س}$

تدريب (٢) ص

$\lim_{س \to 0} \frac{س - جا ٣س + ظا ٥س}{٣س - ظا ٢س}$

تدريب (٣) ص

جد كلاً مما يأتي:

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - جتا ٤س}{٤س}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{جا ٨س + جا ٤س}{س}$

تدريب (٤) ص٤٦

جد كلاً مما يلي:

١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتا س}{\frac{\pi}{٢} - س}$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{جتا \frac{\pi}{٢} س}{١ - س}$

تمارين ومسائل

جد النهاية المطلوبة في كلٍّ من التمارين من (١) إلى (٢١) :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{حا } ٨س}{٦س}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{س + \text{ظا } ٢س - \text{جا } س}{س}$

٣) $\lim_{س \to 0} (\text{قاس} + \text{ظا } ٥س)$

٤) $\lim_{س \to 0} (٧ س^{٣} \text{ ظتا}^{٢} (٢س) \text{ قتا } (٥س))$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{١ + \text{جتا } ٤س - ٢ \text{ جتا}^{٢} س}{س^{٢}}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتاس}}{س \text{ جا } س}$

٧) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتاس}}{٢س - \pi}$

٨) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{ظا } س - \text{جا } س}{س}$

٩) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ - \text{جا } س}{(\pi - ٢س)^{٢}}$

١٠) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{قا}(٢س) - ١}{س^{٢}}$

١١) $\lim_{س \to 0} \frac{٢س^{٢} + س \text{ ظا } ٢س}{\text{جا}^{٢} س}$

١٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{حتا}^{٢} س - \text{جا}^{٢} س}{س - \frac{\pi}{٤}}$

١٣) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا } ٦س}{\text{جتا } ٨س - ١}$

١٤) $\lim_{س \to 0} ٣س(\text{ظتا } ٢س + \text{قتا } ٣س)$

١٥) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{ظتا } س}{\pi - ٢س}$

١٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س \text{ جا } \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$

١٧) $\lim_{س \to -٤} \frac{جا(س + ٤)}{س^{٢} - ١٦}$

١٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢س - جا س}{\sqrt{١ - جتا ٢س}}$

١٩) $\lim_{س \to \pi ٣} \frac{جا س}{س - \frac{\pi}{٣}}$

٢٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا \pi س}$

٢١) $\lim_{س \to -أ} \frac{جا س + حا أ}{س + أ}$ (إرشاد: جاس + جا ص = ٢ جا($\frac{س + ص}{٢}$) جتا($\frac{س - ص}{٢}$)

٢٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{جا أس}{٢س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا ٣ س}{ب س - س} = ٦$ فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

٢٣) إذا كان ق(س) = $\frac{جا(٢ \pi - ٢ س)}{-٥س}$ ، فجد $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

⇐ الإتصال عند نقطة

* شروط الإتصال :-

١) $\lim_{س \to ب} د(س)$ موجود

٢) $د(ب)$ موجود

٣) $\lim_{س \to ب} د(س) = د(ب)$

إذا تحققت الشروط يكون $د(س)$ متصل عند $س = ب$.

$\lim_{س \to ب^+} د(س) = \lim_{س \to ب^-} د(س) = د(ب)$

سؤال ١٢٣

جد نقاط عدم الإتصال لكل من الإقترانات التالية :

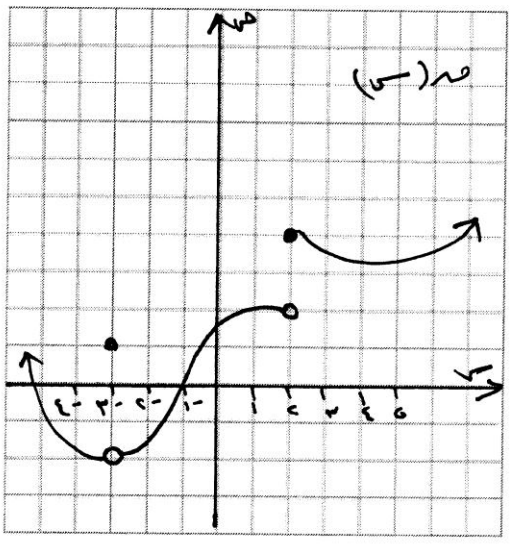
١) $د(س) = \frac{س^٢ + ٣}{س^٢ - ٤}$

٢) $د(س) = \frac{س}{س^٣ - ٥س - ١٤}$

٣) $د(س) = [\frac{١}{٢}س - ٦]$

سؤال ١٢٤

بالإعتماد على الرسم التالي جد إن طعة عدم الإتصال حيث $د(س)$ معرف على ح.



سؤال ١٢٥

$د(س) = \begin{cases} س^٢ + ٣ & ، س < ٢ \\ ٤س + ١ & ، س \geq ٢ \end{cases}$

إبحث في إتصال $د(س)$ عند $س = ٢$

سؤال ١٢٦

$د(س) = \begin{cases} ٣ - س^٢ & ، س < ٢ \\ ٦ + س^٢ & ، ٢ \leq س < ٣ \\ ١٢ & ، س = ٣ \\ ٣س + ٦ & ، س > ٣ \end{cases}$

إبحث في إتصال $د(س)$ عند $س = ٣$

سؤال ١٢٧

$د(س) = \begin{cases} ٧ + س^٢ & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ ٥س + ٢ & ، س > ١ \end{cases}$

إبحث في إتصال الإقتران $د(س)$ عند $س = ١$

سؤال ١٢٨

⇐ الإتصال عند نقطة

سؤال ١٢٩

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ٥س + ١ & س \neq ٣ \\ س^{٢} - ٤ & س = ٣ \end{cases}$$

إبحث في اتصال الإقتران هـ(س) عند س = ٣

سؤال ١٣٠ **

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ٣ & س \geq ٣ \\ ٤ - س & س < ٣ \end{cases}$$

إبحث في إتصال هـ(س) عند س = ٣

س = ٣

سؤال ١٣١

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢} & س > ٢ \\ ٣س & س \leq ٢ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٢

سؤال ١٣٢

$$\text{هـ}(س) = \frac{س - ١٣}{س + ٢}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٣

سؤال ١٣٣

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} ٢ + [س] & ٤ \leq س < ٥ \\ ٢ + س & ٥ \leq س < ٧ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٥

سؤال ١٣٤ ** ★

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \sqrt{س - ٤} & س > ٢ \\ |س^{٢} - ١| & س \leq ٢ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند

١) س = ٠

٢) س = ٢

سؤال ١٣٥

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٤}{س - ٣} & س \neq ٣ \\ ٤ & س = ٣ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٣

سؤال ١٣٦

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{\text{ظا}|س|}{س} & س \neq ٠ \\ ١ & س = ٠ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٠

سؤال ١٣٧

$$\text{هـ}(س) = \begin{cases} \frac{\text{ظا}|س|}{س} & س < ٠ \\ ١ - \text{جتا}\, س & س \geq ٠ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) عند س = ٠

⇐ البرهان اتصال عند نقطة:

**سؤال ١٣٨

$$د(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{س+٧}-٣}{س-٤} & ١ \leq س < ٤ \\ \frac{١}{١٠+س} & ٤ \leq س < ٢ \end{cases}$$

عند $س = ٤$

✳ خواص القيمة المطلقة.

$|س| < ٩ \Leftrightarrow ٩ > س > -٩$

$|س| > ٩ \Leftrightarrow ٩ < س$ ، $س > -٩$

$|س| = ٩ \Leftrightarrow س = ٩$ ، $س = -٩$

✳ خواص أكبر عدد صحيح.

$[س] = ٩ \Leftrightarrow ٩ \leq س < ٩+١$

سؤال ١٣٩

$$د(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{س}-١}{س^{٤}-١} & [س] = ٠ \\ ٣س-١ & ١ \leq س \end{cases}$$

عند $س = ١$

✳ فكرة الجاهيل:-

سؤال ١٤٠

$$د(س) = \begin{cases} س-٥ & ٧ \geq س \\ س^{٢}+٩ & ٧ < س \end{cases}$$

د متصلة ٩ إذا كان د(س) متصل عند $س = ٧$

سؤال ١٤١

$$د(س) = \begin{cases} \frac{س\sqrt{س}-١}{س-١} & س \neq ١ \\ ب & س = ١ \\ ٩س & س < ١ \end{cases}$$

د(س) متصل عند $س = ١$ حيث ٩، ب

سؤال ١٤٢

$$د(س) = \begin{cases} \frac{جا^{٢}س-س^{٢}}{س جا س} & -\frac{\pi}{٤} < س < ٠ \\ ٠ & س = ٠ \\ \frac{س^{٢}+(١-٩)س}{٩} & س > ٠ \end{cases}$$

د(س) متصل عند $س = ٠$ حيث ٩

سؤال ١٤٣

$$د(س) = \begin{cases} ٩س^{٣}-ب س+١ & س < ١ \\ ٥ & س = ١ \\ س^{٢}-(٩+ب)س+٤ & س > ١ \end{cases}$$

متصل عند $س = ١$ حيث ٩، ب

⇐ الاتصال عند نقطة:

* نظرية:

إذا كان مـ(س) كثير حدود فإنه
متصل على ح
جا س ، جتا س متصل على ح

---

* نظرية:

إذا كان مـ ، هـ اقترانات متصلة
عند س = أ فإن:
١) مـ ± هـ متصل
٢) مـ × هـ متصل
٣) مـ ÷ هـ متصل (المقام ≠ ٠)

---

* نظرية:

مـ(س) = √هـ(س)
مـ(س) متصل في المناطق الموجبة

سؤال ١٤٤

مـ(س) = { ٣س^٢ + ٤ ، س < ٢
        { ٦ + س ، س ≥ ٢

هـ(س) = { ٢س^٣ − ٢ ، س < ٢
        { ٣س ، س ≥ ٢

أبحث في اتصال مـ + هـ عند
س = ٢ .

⇐ الإتصال عند نقطة:

* إستخدام الكتابة:

تدريب (1) ص 52

$هـ(س) = \frac{|س-4|}{س+4}$ ، $س \neq -4$

إبحث في اتصال $هـ(س)$ عند $س = 4$

تدريب (2) ص 53

1) $هـ(س) = [س]$ فما مجموعة قيم س التي يكون عندها هـ غير متصل

2) إقترح قاعدة لإيجاد أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصل عند $س = 1$ وغير متصل عند $س = 2$

تدريب (3) ص 53

$$هـ(س) = \begin{cases} أ س^2 + ب & س > 3 \\ 6 & س = 3 \\ أ س - 2ب & س < 3 \end{cases}$$

$هـ(س)$ متصل عند $س = 3$ فجد أ، ب

تدريب (5) ص 56

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 + 2س + 1 & س > 1 \\ 3 - س^2 & س \leq 1 \end{cases}$$

$$ع(س) = \begin{cases} س^2 & س > 1 \\ 1 - س & س \leq 1 \end{cases}$$

إبحث في اتصال $هـ \times ع$ عند $س = 1$

تدريب (6) ص 53 *

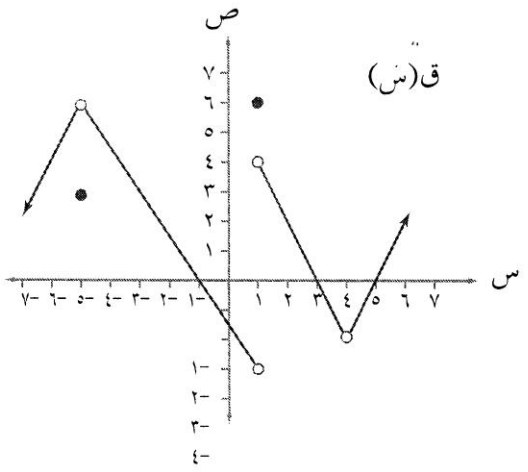
$هـ(س) = (س - 5)^2$

$ع(س) = [س + 2]$

إبحث في اتصال $هـ(س) \times ع(س)$

عند $س = 2$ و $س = 5$

١) معتمدًا الشكل (١-٢٧) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ما قيم س التي يكون عندها ق غير متصل مع ذكر السبب ؟



الشكل (١-٢٧)

٢) إذا كان ق(س) = [٤س - ٤] ،فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ١,٢٥

٣) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) = $\frac{١ - س^{٢}}{س - ١}$ عند س = ١

٤) ابحث في اتصال الاقتران هـ (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ عند س = ٢

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|ظا س|}{س} & ، \ س < ٠ \\ ١ - جتاس & ، \ س \leq ٠ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٠

٦) إذا كان ل (س) = $\begin{cases} \sqrt{س - ٣} & ، \ س > ٣ \\ |س^{٢} - ٩| & ، \ س \geq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = ٣

٤٠

٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س|-٢}{س-٢} & ، \ س \neq ٢ \\ ٥ & ، \ س = ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س=٢

٨) إذا كان ك(س) = $\begin{cases} ٦+س & ، \ س \geq -٢ \\ ٢-س & ، \ -٢ \leq س < ٢ \\ ٢س-١ & ، \ س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ك عند س= ٢

٩) إذا كان ع (س) = $\begin{cases} \frac{أ}{س}+س^{٢} & ، \ ٠ < س \geq ٢ \\ [س]+٣ & ، \ ٢ < س < ٣ \\ ٧ & ، \ س = ٣ \end{cases}$

متصلًا عند س= ٢ ، فجد قيمة الثابت أ.

١٠) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣}+س^{٢}+٢س-٤}{س-١} & ، \ س \neq ١ \\ ٥س-١ & ، \ س = ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س= ١

١١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+س & ، \ س < ٢ \\ [س+٤] & ، \ س = ٢ \\ \sqrt{س^{٢}+٥}+\frac{٦}{س} & ، \ س > ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

١٢) إذا كان ل(س)= $\begin{cases} س^{٢} + ب & ، \quad ٠ \leq س < ٢ \\ |س| - ٥ & ، \quad ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ب التي تجعل الاقتران ل متصلًا عند س = ٢

١٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ س + ٥ & ، \quad س \ni ص \\ ٢ س^{٢} - ٤ & ، \quad س \notin ص \text{ حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٣

⇐ الاتصال على فترة:

سؤال ١٤٥

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 + 2 & -2 \le س < 1 \\ س + 4 & 1 \le س \le 5 \end{cases}$$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على الفترة $[-2, 5]$

سؤال ١٤٦

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^3 - 64}{س - 4} & س \ne 4 \\ -س + 4 & س \ge 4 \end{cases}$$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على مجاله.

سؤال ١٤٧

$$هـ(س) = \begin{cases} 2س & 0 < س < 2 \\ \frac{س^2 + 4}{16 - س^2} & س \ge 2 \end{cases}$$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على $ح$.

سؤال ١٤٨

$$هـ(س) = \begin{cases} 4 & س = 1 \\ 2س^2 + 2 & 1 < س < 2 \\ \frac{1}{16 - س^2} & 3 \le س < 5 \\ \frac{1}{9} & س = 5 \end{cases}$$

ابحث في اتصال $هـ(س)$ على الفترة $[1, 5]$

* الجاهل:

سؤال ١٤٩

$$هـ(س) = \frac{س^3 - 1}{أ س^2 + 3س - ب}$$

وكان $هـ(س)$ متصل على $ح - \{-3, -1\}$

فجد $أ$، $ب$.

** سؤال ١٥٠

$$هـ(س) = \frac{س^2 - 3س - 5}{س^2 - أ س + 3}$$

إذا كان $هـ(س)$ متصل على $ح$ فجد $أ$.

سؤال ١٥١

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - س - 30}{16 - س^2} & س > 6 \\ أ & س = 6 \\ ب - س & س < 6 \end{cases}$$

$هـ(س)$ متصل على $ح$ فجد $أ$، $ب$.

⇐ الاتصال على فترة:

سؤال ١٥٢ (٢٠٠٨) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} ٣ & ، س = ١ \\ [س] + ٥ & ، ١ < س < ٣ \\ ٤ & ، س = ٣ \end{cases}$$

فإذا هـ متصل على الفترة:

أ) $[١ ، ٣]$ ب) $(١ ، ٣)$

جـ) $[١ ، ٣)$ د) $(١ ، ٣]$

سؤال ١٥٣ (٢٠٠٨) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٣} & ، س \le ١ \\ ٤ س - ١ & ، س > ١ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) على ح.

سؤال ١٥٤ (٢٠٠٨) هـ

$$هـ(س) = \begin{cases} [س] + ب & ، ١ \le س < ٢ \\ \frac{١}{٢} & ، ٢ \le س \le ٣ \end{cases}$$

جـ قيم الثابت ب التي تجعل هـ متصل عند س = ٢.

سؤال ١٥٥ (٢٠٠٨) هـ

$$هـ(س) = \begin{cases} [س] + س & ، -١ \le س < ٠ \\ \sqrt{س} + \frac{٣}{٥} س^{٢} & ، ٠ \le س \le ٤ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ(س) على الفترة $[-١ ، ٤]$

سؤال ١٥٦ (٢٠٠٩) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ب س & ، -١ < س < ٠ \\ [س] + ٥ - س - ٤ & ، ٠ \le س < ١ \end{cases}$$

إبحث في اتصال هـ على $[-١ ، ١]$

سؤال ١٥٧ (٢٠٠٨) هـ

$$هـ(س) = \frac{س^{٣} - ٣ س - ٥}{س^{٢} - ٢ س + ٢ أ}$$

إذا كان هـ متصل على ح فجد مجموعة قيم أ.

سؤال ١٥٨ (٢٠٠٩) شـ

إذا كان هـ متصل عند س = ٣

وكان ٤ هـ(٣) = −١ فإن

$\lim_{س \to -٣} هـ(س) =$

أ) $\frac{١}{٢}$ ب) −١ جـ) $-\frac{١}{٢}$ د) ١

سؤال ١٥٩ (٢٠٠٩) هـ

هـ اقتران متصل عند س = ٤ وكان

٣ هـ(٤) = ٦ وكانت $\lim_{س \to ٤^{+}} هـ(س) = ٤ ب$

فإن قيمة الثابت ب =

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٤ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) −٤

⇐ الاتصال على فترة:

سؤال 160 (2009-ج) حس

$$هـ(س) = \begin{cases} \sqrt{س+1} & 0 \le س < 3 \\ \frac{6}{س+1} & 3 \le س \le 5 \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ على $[0, 5]$

سؤال 161 (2018-ج) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{أ}{س} + س^2 & 0 < س < 2 \\ [س] + 3 & 2 \le س < 3 \\ 7 & س = 3 \end{cases}$$

1) جد قيمة الثابت أ

2) ابحث في اتصال هـ على $[0, 3]$

سؤال 162 (2010-ج) حس

$$هـ(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - 1}{س + 1} & -2 < س < -1 \\ [س] + 1 & -1 \le س < 1 \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ على $[-2, 1)$

سؤال 163 (2011-ج) شـ

ابحث في اتصال $هـ(س) = [س] + س$

على الفترة $(0, 2]$

سؤال 164 (2011-ج) حس

$$ل(س) = \frac{س^2 - 1}{س + 2}$$

$هـ(س) = [س]$

ابحث في اتصال $هـ = ل \times هـ$

على الفترة $[0, 2]$

سؤال 165 (2012-ج) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} 5 - س - 9 & س \le 2 \\ [2 - \frac{1}{2}س] & 2 < س \le 4 \\ |س - 4| & س > 4 \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ على مجموعة الأعداد الحقيقية.

سؤال 166 (2012-ج) شـ

$$هـ(س) = \begin{cases} ؟ جتا^2 س & س \le \frac{\pi}{2} \\ ؟ س^2 + \pi^2 & س > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

جد قيمة ؟ التي تجعل هـ(س) متصل

عند $س = \frac{\pi}{2}$

أ) -2 ب) π ج) $-\pi$ د) 2

سؤال 167 (2012-ج) حس

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 - 2س + 1 & س < 3 \\ [س + 1] & 3 \le س \le 4 \\ 9 - س & س > 4 \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ(س) على ح

⇐ الاتصال على فترة

سؤال ١٦٨ (ص١٣، ٢٠١٥) شـ

$$م(س) = \begin{cases} \frac{س^٣ + س^٢ + ٢س - ٤}{س - ١} & س \neq ١ \\ ٥ س - ١ & س = ١ \end{cases}$$

أبحث في اتصال م(س) عند س = ١

سؤال ١٦٩ (ص١٤، ٢٠١٥) شـ

$$م(س) = \begin{cases} ٣ - س^٢ & س < ١ \\ ٢ س + ٥ + ٤ س^٢ & س \geq ١ \end{cases}$$

$$هـ(س) = \begin{cases} ١ - س & س < ١ \\ ٤ س & س \geq ١ \end{cases}$$

أبحث في اتصال (م + هـ)(س) عند س = ١

سؤال ١٧٠ (ص١٤، ٢٠١٥) ص

$$م(س) = \begin{cases} |س - ١| & ١ \leq س < ٢ \\ [\frac{١}{٢} س + ٣] & ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$$

أبحث في اتصال م(س) عند س = ٢

سؤال ١٧١ (ص١٥، ٢٠١٥) شـ

$$م(س) = \begin{cases} ٤ س + ٣ & ١ \leq س < ٢ \\ ١٠ & س = ٢ \\ \frac{(٤ س + ١)^٢ - ٢٥}{س - ٢} & ٢ < س \leq ٤ \end{cases}$$

أبحث في اتصال م(س) عند س = ٢

سؤال ١٧٢ (ص١٥، ٢٠١٥) ص

م(س) = س + ٢

هـ(س) = [٥ - س]

أبحث في اتصال م(س) هـ(س) على الفترة [٤، ٨]

سؤال ١٧٣ (ص١٥، ٢٠١٥) ص

$$م(س) = \begin{cases} \frac{جا^٢(٣س) - ٩س^٢}{س جتا ٥س} & ٠ < س < \frac{\pi}{٥} \\ ١١ & س = ٠ \\ \frac{س^٣ + (٢ - ٥)س}{٣س} & ٠ < س < \frac{\pi}{٣} \end{cases}$$

م متصل عند س = ٠ ، هـ ، ب

سؤال ١٧٤ (ص١٦، ٢٠١٥) شـ

$$م(س) = \begin{cases} \frac{٩س^٢ - ١}{٩س^٢ + ٦س + ١} & -\frac{١}{٣} < س < \frac{١}{٣} \\ ٢ & س = \frac{١}{٣} \\ ٦س - [س] & \frac{١}{٣} < س < \frac{٤}{٣} \end{cases}$$

أبحث في اتصال م عند س = $\frac{١}{٣}$

سؤال ١٧٥ (ص١٦، ٢٠١٥) ص

$$م(س) = \begin{cases} \frac{(٥ - س^٢) - [س^٢ + ٣]}{١ - س} & ٠ < س < ١ \\ ٢ - |١ - س^٢| & ١ \leq س < ٢ \end{cases}$$

أبحث في اتصال م(س) عند س = ١

⇐ الاستمرار على فترة.

✕ اسئلة الكتاب:

تدريب (١) ص٦٤

$$هـ(س) = \begin{cases} س^2 & ٣ < س \leq ٥ \\ س + ٤ & ٥ < س \leq ٧ \\ ٩ & س = ٧ \end{cases}$$

ابحث في اتصال هـ(س) على الفترة $[٣، ٧]$ والفترة $[٣، ٧)$.

تدريب (٢) ص٦٥

$$ل(س) = \begin{cases} \frac{س^2 - ٢٥}{س - ٥} & س \neq ٥ \\ ٥ + س & س = ٥ \end{cases}$$

ابحث في اتصال ل على مجاله.

تدريب (٣)، ص٦٦

هـ(س) = [أ و س] ابحث في اتصال هـ على الفترة $[أ و، ٩ و]$

تدريب (٤) ص٦٧

$$ك(س) = \begin{cases} \frac{جا ٣س}{٥س} & -\pi < س < ٠ \\ ٢ & س = ٠ \\ ل(٢ + س) & ٠ < س < \pi \end{cases}$$

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س^{٢} + ٥ & ، \quad -٢ \leq س < ١ \\ ٨ س & ، \quad ١ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−٢، ٢].

٢) إذا كان ل(س) = $|٢س - ١٠|$، فابحث في اتصال الاقتران ل على الفترة[−١٠، ٨].

٣) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٣} - ٢٧}{٣ - س} & ، \quad س > ٣ \\ ٥ + س & ، \quad س \leq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع على ح.

٤) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \sqrt{٤ - س} & ، \quad س < ٤ \\ |س^{٢} - ١٦| & ، \quad س \geq ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله.

٥) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} ٥ & ، \quad س = ٣ \\ [س] + ٥ & ، \quad ٣ < س < ٤ \\ ٤ & ، \quad س = ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع على الفترة [٣، ٤].

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س + ١} & ، \quad ٠ \leq س < ٣ \\ [٠,٢٥ \ س + ٢] & ، \quad ٣ \leq س < ٦ \\ |٩ - س| & ، \quad س = ٦ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقترانّ ق على الفترة [٠، ٦].

٧) إذا كان الاقتران ع(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٢} + ٢(هـ - ١) س - ٤هـ}{س - ٢} & ، \quad س \neq ٢ \\ ٥ + س & ، \quad س = ٢ \end{cases}$

متصلًا على ح، فجد قيمة الثابت هـ.

٨) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} ٢س & ، \quad س < ٢ \\ [٠,٥س + ٢] & ، \quad ٢ \leq س < ٤ \\ \dfrac{٥س}{س^{٢} - ٣٦} & ، \quad س \leq ٤ \end{cases}$

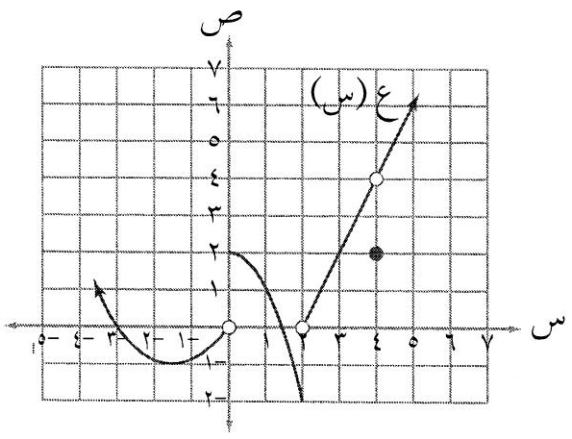
فابحث في اتصال الاقتران ع لجميع قيم س الحقيقية.

٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} [س] + س & ، \quad -١ \leq س < ٠ \\ \dfrac{٣س^{٢}}{٥} + \sqrt{س} & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−١، ٢].

١٠) إذا كان ل(س) = $\dfrac{س^{٢} + ٥س + ٢}{أ س^{٢} + س + ٣}$ ، فما قيم أ التي تجعل الاقتران ل متصلًا على مجموعة الأعداد الحقيقية ح ؟

١) معتمدًا الشكل(١-٣٠)، الذي يمثل منحنى الاقتران ع، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-٣٠)

أ) $\lim_{س \to 0^+}$ ع(س)

ب) $\lim_{س \to 2^-}$ ع(س)

جـ) $\lim_{س \to 3}$ ع(س)

د) $\lim_{س \to 4}$ ع(س)

هـ) مجموعة قيم أ حيث $\lim_{س \to أ}$ ع(س) غير موجودة.

و) مجموعة قيم ب حيث ع اقتران غير متصل عند س= ب .

٢) إذا كانت $\lim_{س \to 3}$ ق(س) = ٤ ، ق(٣) = ٦ ، فجد قيمة:

$\lim_{س \to 1}$ (ق^{٢} (٢ س+١) - س +٢)

٣) إذا كان ق(س)= $\begin{cases} \frac{٣-س}{|س-٣|} & ، \quad س > ٣ \\ جـ س^{٢} - ٤ & ، \quad س < ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to 3}$ ق(س) موجودة ، فما قيمة الثابت جـ؟

٤) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} + (أ+١٣) س + أ}{س - ٢}$ ، فجد قيمة الثابت أ التي تجعل $\lim_{س \to 2}$ ق(س) موجودة.

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، \ س < ٥ \\ أ \ جتا \ \dfrac{\pi}{٥} س + ٥ & ، \ س > ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

٦) جد كلًّا من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س - جا \ س}{\sqrt{١ - جتا \ ٢س}}$

ب) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س + جا \ ٢س}{٣س}$

جـ) $\lim_{س \to ١} \dfrac{١}{س - ١} \left(\dfrac{١}{\sqrt{س}} - ١ \right)$

د) $\lim_{س \to ٣} \dfrac{س^{٢} - ٣س}{س - \sqrt{س + ١} - ١}$

هـ) $\lim_{س \to -٣} \dfrac{\dfrac{١}{س} + \dfrac{١}{٣}}{س^{٢} + ٢س - ٣}$

و) $\lim_{س \to ٤} \dfrac{\sqrt[٣]{س^{٣}} - ٢|س|}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢}$

ز) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س^{٢} + جا \ ٢س}{٣س}$

ح) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \dfrac{جتا \ س - \sqrt{٣} \ جا \ س}{٦ س - \pi}$

ط) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{قا ٢س - ١}{س^{٢}}$

ي) $\lim_{هـ \to ٠} \dfrac{\dfrac{١}{٢} - جتا(\dfrac{\pi}{٣} + هـ)}{هـ}$

ك) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{جتا \ ٣س - جتا \ ٥س}{٢ س^{٢}}$

٧) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \dfrac{٤س^{٢} - جا \ ب \ س}{ب \ س - ظا \ ٤س} = \dfrac{١}{٤}$ ، فجد قيمة الثابت ب.

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{|س^{٢}-٤|}{س-٢} & ، \quad س \neq ٢ \\ ٢ + س & ، \quad س = ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٢

٩) إذا كا ن ع(س) = $\begin{cases} |\dfrac{س}{٢} - ١| & ، \quad -١ \leq س < ٣ \\ [٠,٥س + ٣] & ، \quad ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع عند س= ٣

١٠) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \dfrac{٩س^{٢} - ١}{\sqrt{١ - ٦س + ٩س^{٢}}} & ، \quad -\frac{١}{٣} < س < \frac{١}{٣} \\ -٢ & ، \quad س = \frac{١}{٣} \\ -٦س - [س] & ، \quad \frac{١}{٣} < س < \frac{٤}{٣} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = $\frac{١}{٣}$

١١) ابحث في اتصال الاقتران ع(س) = $\sqrt{[س] + س}$ على الفترة (١، ٢] .

١٢) إذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س^{٣} & ، \quad س < ١ \\ ٢س\sqrt{س} - ١ & ، \quad س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران هـ لجميع قيم س الحقيقية.

١٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢}-١}{س+١} & ، \quad -٢ \leq س < -١ \\ س[س] & ، \quad -١ \leq س < ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−٢، ١).

١٤) إذا كان ل(س) = $\frac{س^{٢}-١}{س+٢}$ ، هـ(س) = [س] ، فابحث في اتصال الاقتران ل × هـ على الفترة [٠، ٢]

١٥) يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات، كل فقرة لها أربعة بدائل مختلفة، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي:

(١) إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٤ ، ق(٣) = ٦، فما قيمة $\lim_{س \to ١}$ (ق^{٢} (٢س+١) − س+٧)؟

أ) ١٧ ب) ١٣ جـ) ٢٠ د) ٣٧

(٢) إذا كان ق اقترانًا متصلًا عند س=٤ ، وكان ٣ق(٤) =٦، وكانت $\lim_{س \to ٤^{+}}$ ق(س) =٤ب،

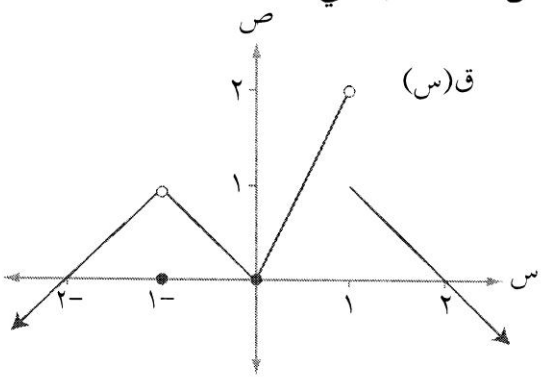
فإنَّ قيمة الثابت ب تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ٢ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) −٢

(٣) إذا كان ق اقترانَ كثير حدود ، وكانت $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{ق(س)}{س}$ = ٣ ، فإنَّ $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{ق^{٢}(س)}{س}$ تساوي:

أ) ٩ ب) ١٨ جـ) ٦ د) ٣٦

(٤) معتمدًا الشكل(١-٣١) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرَّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإنَّ مجموعة قيم أ حيث نهـــا ق(س) = صفرًا هي:
س← أ



الشكل (١-٣١)

أ) {-٢ ، ٠ }
ب) { ٠ }
جـ) { ٠ ، ٢ }
د) {-٢ ، ٠ ، ٢ }

(٥) نهـــا $\frac{٤ - س^{٢}}{٢ - س}$ تساوي:
س← -٢

أ) -١ ب) صفر جـ) -٣ د) ٣

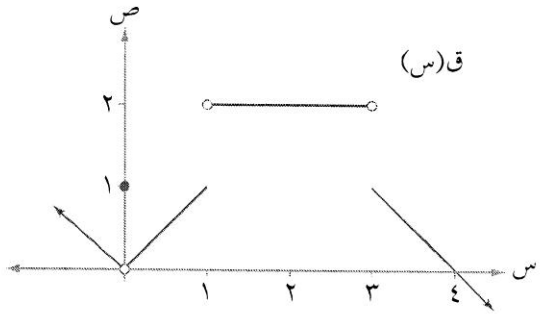
(٦) نهـــا $\frac{٦س^{٤} + ١٨س^{٢}}{٢س^{٢} - ٣س^{٣}}$ تساوي:
س← ٠

أ) -٦ ب) -٢ جـ) ٣ د) ٩

(٧) إذا كان ق اقترانًا متصلًا عند س= ١ ، وكان ق(١) = ٤ ، فإنَّ
نهـــا $\left(\frac{|س-١|}{س-١} + ق(س) \right)$ تساوي:
س← ١+

أ) ٣ ب) ١ جـ) ٥ د) غير موجودة

(٨) معتمدًا الشكل (١-٣٢) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح، ما مجموعة قيم أ التي تجعل نهـــا ق(س) غير موجودة؟
س ← أ



الشكل (١-٣٢)

أ) {٠، ١، ٣} ب) {١، ٣، ٤} جـ) {٠، ١، ٣، ٤} د) {١، ٣}

(٩) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} ٢ \text{ جتا}^{٢}س & ، \quad س < \frac{\pi}{٢} \\ أ س^{٢} + \pi^{٢} & ، \quad س \leq \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

فإنَّ قيمة أ التي تجعل الاقتران ل متصلًا عند س = $\frac{\pi}{٢}$ هي:

أ) -٢ ب) صفر جـ) -٤ د) ٤

(١٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ & ، \quad س = ١ \\ [س] + ٥ & ، \quad ١ < س < ٢ \\ ٤ & ، \quad س = ٢ \end{cases}$

فإنَّ الاقتران ق متصل على الفترة:

أ) [١، ٢] ب) (١، ٢) جـ) [١، ٢) د) (١، ٢]

٥٥