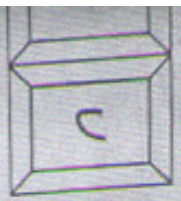
| ٨ | ٧ | ٦ | ٣ |
|---|---|---|---|




# امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٨ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـــرع : العلمي + الصناعي

مدة الامتحان : ٢ : ٠٠ (د س)
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٨/١/٨

**ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).**

## السـؤال الأول: (٢٤ علامة)

أ ) جد التكاملات الآتية:

١) $\int (س + ٢)^{٣}$ جا $(س^{٢} + ٤ س + ٣)$ دس (٨ علامات)

٢) $\int \frac{س^{٢} + ١}{س^{٢} - س - ٢}$ دس (٧ علامات)

ب) إذا علمت أن $م \geq \int_{٢}^{٣} \frac{١}{\sqrt{س^{٣} + ١}}$ دس $\geq ك$ ، بدون حساب قيمة التكامل

$\int_{٢}^{٣} \frac{١}{\sqrt{س^{٣} + ١}}$ دس ، جد قيم كل من الثابتين م ، ك (٥ علامات)

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان ق (س) = $\sqrt{٣ + هـ^{س}}$ ، فإن قيمة ق َ(٠) تساوي:

أ ) $\frac{١}{٨}$ ب) $\frac{١}{٤}$ ج) صفر د ) $\frac{١}{٢}$

٢) قيمة $\int_{٤}^{٦} (|٣ - س| + [\frac{١}{٢} س + ١])$ دس تساوي:

أ ) ١,٥ ب) ٧,٥ ج) ٤,٥ د ) -١,٥

يتبع الصفحة الثانية ...

## الصفحة الثانية

### السـؤال الثاني: (٢٠ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاث الآتية:

ق (س) = ٢ س ، هـ (س) = س$^{٢}$ ، ل (س) = ٤ (٨ علامات)

ب) تحرك جسيم من السكون على خط مستقيم وفق العلاقة ت = ٢ $\sqrt{ع}$ ، حيث ت: تسارع الجسيم، ع: سرعة الجسيم. فجد المسافة التي يقطعها الجسيم بعد (٣) ثواني من بدء الحركة.

(٨ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) إذا كان $\int_{١}^{٢}$ (ق (س) − ١) دس = س جا ($\frac{\pi}{٢}$ س) ، فإن ق (٢) تساوي:

أ) ١ − π ب) ١ + π ج) − π د) ٢

٢) قيمة $\int_{هـ}^{هـ^{٢}} \frac{١}{س \ لوس}$ دس تساوي:

أ) ١ ب) لو$_{هـ}$ ٢ ج) ٤ لو$_{هـ}$ ٢ د) $\frac{١}{٢}$ لو$_{هـ}$ ٢

موقع الأوائل التعليمي

### السـؤال الثالث: (١٧ علامة)

أ) جد قيمة $\int_{٠}^{\frac{\pi}{٨}}$ ظا$^{٤}$ (٢ س) دس (٧ علامات)

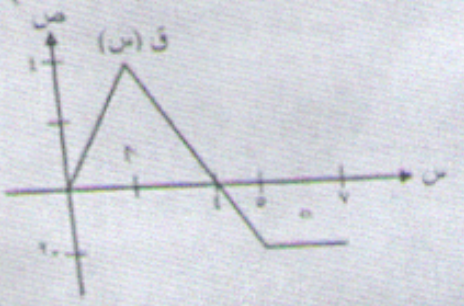
ب) حلّ المعادلة التفاضلية: $\sqrt{ص} \frac{د ص}{د س}$ = قا$^{٢}$ ($\frac{١}{٤}$ س) ،

علمًا بأن ص = ١ عندما س = ٠ (٦ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يُمثل منحنى الاقتران ق (س)، (٤ علامات)




فإن قيمة $\int_{0}^{7} |ق(س)|\, دس$ تساوي:

أ) ٣ ب) ٤ ج) ١١ د) ١٣

٢) إذا كان $\int_{1}^{2} (٢س - ٣)\, دس = ١٦$، فإن قيمة جـ تساوي:

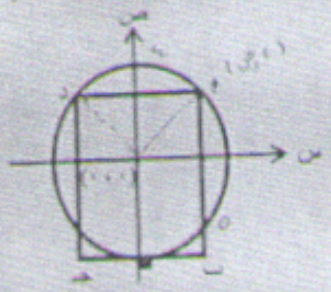
أ) -٤ ب) -٢ ج) ٤ د) ٢

## السؤال الرابع: (١٧ علامة)

موقع الأوائل التعليمي

أ) قطع مكافئ محوره المستقيم س = ٢ ودليله المستقيم ص = ١، ويمر بالنقطة (٦، ٥).
جد معادلته وإحداثيات كل من: رأسه وبؤرته. (٨ علامات)

ب) معتمدًا الشكل المجاور والذي يظهر فيه دائرة مركزها نقطة الأصل، والمستطيل أ ب جـ د حيث:
أ ب = ٥ سم، أ د = ٤ سم، فجد معادلة الدائرة.




(٥ علامات)

ج) يتكون هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٤ علامات)

١) مركز الدائرة التي تقع في الربع الأول وتمس المستقيمات: س = ٢، س = ٦، ص = ١ هو:

أ) (٢، ٢) ب) (٤، ٢) ج) (٢، ٣) د) (٤، ٣)

٢) البُعد البؤري للقطع المخروطي $٢٥ س^{٢} + ٩ ص^{٢} = ٢٢٥$ يساوي:

أ) ٤ ب) ٨ ج) $\sqrt{٣٤}$ د) $٢\sqrt{٣٤}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

## السـؤال الخامس: (٢٢ علامة)

أ ) جد إحداثيات المركز والرأسين والبؤرتين والاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته:

$(٦ - ٢ ص)^{٢} + س^{٢} - ١٠ س + ٩ = ٠$

(١٢

ب) تتحرّك نقطة و(س ، ص) في المستوى بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلتين:

$ص = (ن + \frac{٢}{ن})$ ، $س = ٢ (ن - \frac{٢}{ن})$

جد معادلة المحل الهندسي للنقطة و (س ، ص) وبيّن نوعه.

(٦ علام

ج) يتكوّن هذا الفرع من فقرتين، لكل فقرة أربعة بدائل، واحد منها فقط صحيح. انقل إلى دفترك إجابتك رقم ال

ورمز الإجابة الصحيحة لها:

١) إذا علمت أن النقطة (٢ ، ٨) تقع على منحنى القطع المكافئ $س^{٢} = ٤ ص - ك$ ، (٤ علامات

فإن إحداثيات رأس القطع هي:

أ ) (٠ ، −٧)  ب) (−٧ ، ٠)  ج) (٧ ، ٠)  د ) (٠ ، ٧)

٢) إحداثيات نهايتي المحور القاطع للقطع الزائد: $(س + ٢)^{٢} - (ص - ٣)^{٢} = ١$ هي:

أ ) (−٢ ∓ ١ ، ٣)  ب) (−٢ ، ٣ ∓ ١)  ج) (٢ ∓ ١ ، −٣)  د ) (٢ ، −٣ ∓ ١)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

(أ) ∫ (س+٢)³ هـا (س²+٤س+٣) دس

ص = س²+٤س+٣ ⟸ دص/دس = ٢س+٤ = ٢(س+٢) ⟸ دص = ٢(س+٢) دس

= ∫ (س+٢)³ هـا ص دص / ٢(س+٢)

لكن ص = (س+٢)² − ١ ⟸ ص + ١ = (س+٢)²

= ١/٢ ∫ (ص+١) هـا ص دص

ع = ص+١ ⟸ دع = دص

دع = دص ⟸ ∫ = هـا ص

= ١/٢ (ص+١)(هـا ص) − ∫ هـا ص دص

= ١/٢ (ص+١) هـا ص + هـا ص + ج

= ١/٢ (س²+٤س+٤) هـا (س²+٤س+٣) + هـا (س²+٤س+٣) + ج

(ب) ∫ دس / (س³+١)(س−٢)

= ∫ (١ + ٣/((س+١)(س−٢))) دس

= ∫ (١ + أ/(س+١) + ب/(س−٢)) دس

= ∫ (١ + ٥/٣/(س+١) + (−٥/٣)/(س−٢)) دس

= س + ٥/٣ لو|س+١| + (−٥/٣) لو|س−٢| + ج

(ج) ∫ دس / (س³−س−٢)

| | | |
|---|---|---|
| | | ١ |
| | ١ | ١ |
| ٢ | ٢ | ٢ |
| | ١ | ١ |

س³−س−٢ = (س−٢)(س²+س+١)

١/(س³−س−٢) = أ/(س−٢) + (ب س + ج)/(س²+س+١)

١ = أ(س²+س+١) + (ب س + ج)(س−٢)

س = ٢ ⟸ ١ = ٧أ ⟸ أ = ١/٧

س = ٠ ⟸ ١ = ١/٧ (١) + ج(−٢) ⟸ ج = −٥/١٤

س = ١ ⟸ ١ = ١/٧ (٣) + (ب − ٥/١٤)(−١) ⟸ ب = −١/٧

= ∫ (١/٧ / (س−٢) + (−١/٧ س − ٥/١٤)/(س²+س+١)) دس

= ١/٧ لو|س−٢| − ١/١٤ ∫ (٢س+١+٩)/(س²+س+١) دس

= ١/٧ لو|س−٢| − ١/١٤ لو|س²+س+١| − ٩/١٤ ∫ دس / ((س+١/٢)² + ٣/٤)

= ١/٧ لو|س−٢| − ١/١٤ لو|س²+س+١| − ٩/١٤ × ٢/√٣ طا⁻¹((س+١/٢)/(√٣/٢)) + ج

= ١/٧ لو|س−٢| − ١/١٤ لو|س²+س+١| − ٩/(٧√٣) طا⁻¹((٢س+١)/√٣) + ج

(د) ∫₀^{١/٢} (س − س³) دس = [س²/٢ − س⁴/٤]₀^{١/٢} = ١/٨ − ١/٦٤ = ٧/٦٤

(هـ) ص = هـ^{−س} جتا س ⟸ ص(٠) = ١

دص/دس = −هـ^{−س} جتا س − هـ^{−س} جا س

ص(٠) = −١ − ٠ = −١

ميل العمودي = ١/١ = ١

معادلة العمودي: ص − ١ = ١(س − ٠) ⟸ ص = س + ١

(و) ص = ٢س³ − ٥س² + ٤س − ٢

دص/دس = ٦س² − ١٠س + ٤

= ٢(٣س² − ٥س + ٢)

= ٢(٣س − ٢)(س − ١)

| س | −∞ | | ٢/٣ | | ١ | | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ٣س − ٢ | − | − | ٠ | + | + | + | |
| س − ١ | − | − | − | − | ٠ | + | |
| دص/دس | + | + | ٠ | − | ٠ | + | |
| ص | ↗ | ↗ | عظمى | ↘ | صغرى | ↗ | |

عظمى عند س = ٢/٣ ، ص = ٢(٨/٢٧) − ٥(٤/٩) + ٤(٢/٣) − ٢ = ١/٢٧

صغرى عند س = ١ ، ص = ٢ − ٥ + ٤ − ٢ = −١

(ز) ∫ دس / (س³+١) = ∫ دس / ((س+١)(س²−س+١))

١/(س³+١) = أ/(س+١) + (ب س + ج)/(س²−س+١)

١ = أ(س²−س+١) + (ب س + ج)(س+١)

س = −١ ⟸ ١ = ٣أ ⟸ أ = ١/٣

س = ٠ ⟸ ١ = ١/٣ + ج ⟸ ج = ٢/٣

= ∫ (١/٣ / (س+١) + (−١/٣ س + ٢/٣)/(س²−س+١)) دس

= ١/٣ لو|س+١| − ١/٦ ∫ (٢س−٤)/(س²−س+١) دس

= ١/٣ لو|س+١| − ١/٦ لو|س²−س+١| + ١/٢ ∫ دس / ((س−١/٢)² + ٣/٤)

= ١/٣ لو|س+١| − ١/٦ لو|س²−س+١| + ١/٢ × ٢/√٣ طا⁻¹((س−١/٢)/(√٣/٢)) + ج

= ١/٣ لو|س+١| − ١/٦ لو|س²−س+١| + ١/√٣ طا⁻¹((٢س−١)/√٣) + ج

(ح) ∫ دس / (س²+٤س+٥) = ∫ دس / ((س+٢)² + ١)

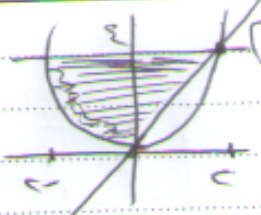
= طا⁻¹(س+٢) + ج

(ط) ∫ دس / (س²+٤س+٣) = ∫ دس / ((س+٢)² − ١)

= ١/٢ لو|(س+٢−١)/(س+٢+١)| + ج

= ١/٢ لو|(س+١)/(س+٣)| + ج

٧




ج) أ) س = ٠ ⇐ س = ٠ أو س = ٤ ⇐ ب (٤، ٠)

$= \int_0^4 (4x - x^2)\,dx + \int_4^6 (x-6)\,dx$

$= \left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^4 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 6x\right]_4^6$

$= (32 - \frac{64}{3}) - (0) + (18 - 36) - (8 - 24) = \frac{32}{3} + 2 = \frac{38}{3}$

المساحة = $\frac{38}{3}$

ب) ج ∈ $\overline{أب}$ ⇐ $\frac{ج ب}{ب أ} = \frac{2}{3}$ ⇐ $\frac{ج ب}{ج أ} = \frac{2}{5}$ ⇐ ج = $(\frac{12}{5}, \frac{8}{5})$

$\frac{ص - 0}{8 - 0} = \frac{\frac{8}{5} - 0}{\frac{12}{5} - 4}$ ⇐ ص = $\frac{2}{3}$س

$\int_0^{\frac{12}{5}} \frac{2}{3}x\,dx = \frac{1}{3}\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{\frac{12}{5}} = \frac{24}{25}$ ج = ٨ − ٦

ف = $\int_{\frac{12}{5}}^{4} (4x - x^2)\,dx$ ⇐ ص = $(\frac{12}{5}, \frac{24}{5})$

$\frac{24}{5} = \frac{12}{5}$ ⇐ ص = ٢س

ف = $\frac{1}{2}(\frac{12}{5})(\frac{24}{5}) + \left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_{\frac{12}{5}}^{4}$ ج = ٦ − ٤

ف = $\frac{144}{25} + (32 - \frac{64}{3}) - (\frac{288}{25} - \frac{576}{125})$

$= \frac{144}{25} + \frac{32}{3} - \frac{288}{25} + \frac{576}{125}$

$= \frac{3 \times 144 + 160 - 3 \times 288 + 576}{75} = \frac{160}{75} = \frac{32}{15}$

د) أ) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2}\,dx = [\tan^{-1} x]_1^{\sqrt{3}}$

$= \tan^{-1}\sqrt{3} - \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$

$= \frac{\pi}{12}$

ب) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - 1)\,dx = [-\cos x - x]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= (0 - \frac{\pi}{2}) - (-1 - 0) = 1 - \frac{\pi}{2}$

ج) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2}\sin x\,dx = \frac{1}{2}[-\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}}$ ⇐ متوسط القيم = $\frac{1}{\frac{\pi}{2} - 0}$ × التكامل

$= \frac{1}{2}[0 + 1] = \frac{1}{2}$ ⇐ متوسط القيم = $\frac{2}{\pi} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{\pi}$

(٣) أ) $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2(2x)\,dx = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 2x\,dx$

$= \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} (\sec^2 2x - 1)\,dx = \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} \sec^2 2x\,dx - \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 1\,dx$

$u = \tan 2x \quad x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow u = 1$

$\frac{du}{dx} = \sec^2 2x \times 2 \quad x = \frac{\pi}{8} \Rightarrow u = 0$

$\Rightarrow \int_0^1 u^2 \frac{du}{2\sec^2 2x} - \int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}} 1\,dx$

$= \frac{1}{2}\int_0^1 u^2\,du - [x]_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{4}}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{u^3}{3}\right]_0^1 - \left[\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{8}\right]$

$= \frac{1}{6}(1-0) - \left(\frac{\pi}{8} - 0\right) = \frac{8-3\pi}{24}$

ب) $\frac{dy}{dx} = \cos\left(\frac{x}{2}\right) \Rightarrow dy = \cos\left(\frac{x}{2}\right)dx$

$\frac{\text{بعد}}{\text{بعد}} = \frac{\text{بعد}}{\text{بعد}} \Rightarrow \frac{\cos^2\left(\frac{x}{2}\right)dy}{\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)dx} = \frac{-1}{\sin^2 y\,dy}$

$\int \sin^2\frac{x}{2}\,dx = \int \sin^{-2} y\,dy$

$\int \frac{1}{2}(\cos x + 1)\,dx = \frac{\sin^{-1} y}{-1} + c$

$\frac{1}{2}\left(\sin\frac{x}{2} \times 2 + x\right) + d = -\csc y + c$

$x = 0, y = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}(\sin 0 \times 2 + 0) + d = -\csc\frac{\pi}{4} + c$

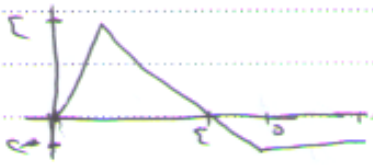
$d = c + \sqrt{2}$

$\Rightarrow \text{بعد} = \sin\frac{x}{2} + \frac{1}{2}x + c$

من نقطة وطرفيتها $(\sin\frac{x}{2} + \frac{1}{2}x + c)$ و $(0, c+\sqrt{2})$

$\Rightarrow \text{بعد} = \frac{1}{2}(\sin\frac{x}{2} + \frac{1}{2}x + c + \sqrt{2})$

جـ) ① $\int_0^2 f(x)\,dx + \int_2^5 f(x)\,dx = \int_0^5 f(x)\,dx$




$= \frac{1}{2}\times 2\times 2 + \frac{1}{2}\times 1\times 2 + 3\times 2$

$= 2 + 1 + 6 = 9$ ⑤

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$\Rightarrow \int_0^4 (-x^2 + 6x)\,dx = 16 \Rightarrow -\frac{x^3}{3} + 3x^2 = 16$

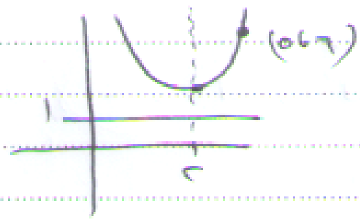
$-\frac{64}{3} + 48 - 0 = 16$

$\frac{80}{3} = 16$ ⑤

$\frac{-16}{3} = \frac{-4}{3} \Rightarrow 6 = 4$

ب) $6 = 4$

٤




٤) أ) الرأس: (٢، ١+جـ)

(س−٢)² = ٤جـ(ص−(١+جـ))

(٦،٥) ⟸ (٦−٢)² = ٤جـ(٥−١−جـ)

١٦ = ٤جـ(٤−جـ)

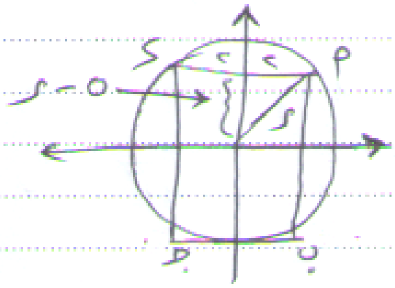
١٦ = ١٦جـ − ٤جـ²

÷٤ ⟸ ٤ = ٤جـ − جـ² ⟸ جـ² − ٤جـ + ٤ = ٠

(جـ−٢)² = ٠ ⟸ جـ = ٢

المعادلة: (س−٢)² = ٨(ص−٣)

الرأس: (٢،٣) البؤرة: (٢،٥)




ب) نق² = (٥−نق)² + (٢)²

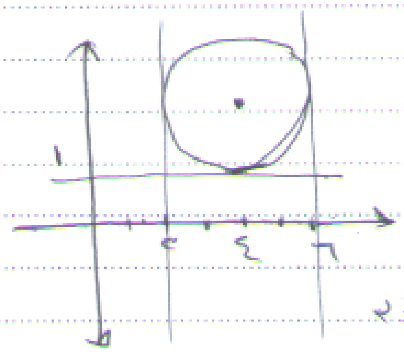
نق² = ٢٥ − ١٠نق + نق² + ٤

١٠نق = ٢٥ + ٤

١٠نق = ٢٩

نق = ٢٩/١٠

المعادلة: س² + ص² = (٢٩/١٠)²




جـ) ١) (٦+٢)/٢ = ٨/٢ = ٤

الاحداثي السيني للمركز = ٤

نصف قطر الدائرة = ٢

⟸ الاحداثي الصادي للمركز = ١+٢ = ٣

المركز (٤،٣) (د)

د) ٢٥س²/٢٢٥ + ٩ص²/٢٢٥ = ٢٢٥/٢٢٥

س²/٩ + ص²/٢٥ = ١ ⟸ أ=٥ ، ب=٣

جـ² = أ² − ب² = ٢٥ − ٩ = ١٦

⟸ جـ = ٤

البعد البؤري = ٢جـ = ٢×٤ = ٨ (ب)

٥

س) أ) $(س-٦)^2 + (ص+٣)^2 = ٩$

$س^2 - ١٢س + ٣٦ + ص^2 + ٦ص + ٩ = ٩$

$س^2 + ص^2 - ١٢س + ٦ص + ٣٦ = ٠$

$(٤)^2 (ص-٣)^2 + (س-٥)^2 = ١٦$

$\frac{(ص-٣)^2}{١٦} + \frac{(س-٥)^2}{١٦} = \frac{١٦}{١٦}$

$\frac{(ص-٣)^2}{٤} + (س-٥)^2 = ١$

قطع ناقص سبق مركزه $(٥، ٣)$ و $أ = ٤$ و $ب = ٢$

$جـ^2 = أ^2 - ب^2 = ١٦ - ٤ = ١٢$

$\Leftarrow جـ = \sqrt{١٢}$

الرأسان: $(٥ \pm ٤، ٣)$

البؤرتان: $(٥ \pm \sqrt{١٢}، ٣)$ $\Leftarrow ه = \frac{جـ}{أ} = \frac{\sqrt{١٢}}{٤} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) $ص = \frac{٣}{٤}س + ٤ \Leftarrow ص_١ = \frac{٣}{٤}ن + ٤$

$س = ٣ن - \frac{٤}{٣} \Leftarrow س_١ = ٣ن - ١٢ + \frac{٤}{٣}$

$س_١ = ٣ن - ٤ + \frac{٤}{٣}$

$ص_١ - س_١ = \frac{٣}{٤}ن + ٤ + \frac{٤}{٣} - ٣ن + ٤ - \frac{٤}{٣} = ٨$

$\frac{ص_١^2}{٧} - \frac{س_١^2}{٣٢} = ١ \Leftarrow \frac{ص_١^2}{٧} - \frac{س_١^2}{٣٢} = ١$ قطع زائد حيادي

جـ) أ) $س^2 = ٤ص - ك$ : $(٥، ٨) \Leftarrow ٤ = ٣٢ - ك \Leftarrow ك = ٢٨$

$س^2 = ٤ص - ٢٨$

$س^2 = ٤(ص - ٧) \Leftarrow$ رأسه $(٠، ٧)$ (ك)

ب) المركز $(-٦، ٣)$ : $ه = ١$

$(-٦ \pm ١، ٣) \Longleftarrow$ (م)